





AV. 2

12

418737

22. 22.

2

BULLETINS

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

B172 des Beaux-arts de Belgique, Bruch. 36
[V. 3] des sciences.
no. 1-12
81

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETINS

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

[5^e série]

[t. 3]

1913



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913



ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

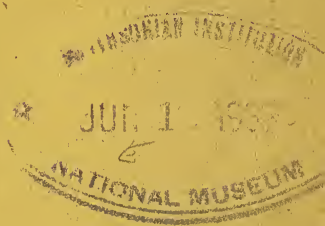
S. & G. SURVEY
LIBRARY AND ARCHIVE
AUG 16 1913
Acc. No. _____

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 1



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 11 janvier 1913.

M. CH. FRANCOTTE, directeur et président de l'Académie pour 1912, occupe le fauteuil.

M. A. RUTOR, membre, ff. de secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. A. Jorissen, *directeur* pour 1913 ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, A. Gilkinet, Michel Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, Paul Pelseneer, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. de Hemptinne, V. Willem, *membres* ; P. Stroobant, J. Verschaffelt, L. Dollo, G. Lecointe, Émile Marchal, Van Aubel et Nolf, *correspondants*.

Absence motivée : M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

M. le Directeur notifie à la Classe le décès de M. J.-B.-N. Voltaire Masius, membre titulaire de la Section des sciences naturelles depuis le 15 décembre 1899, et prononce à ce sujet les paroles suivantes :

« MESSIEURS ET CHERS CONFRÈRES,

» Un nouveau deuil vient d'attrister encore et très profondément la Classe des sciences : notre excellent et très savant confrère M. Masius a été enlevé à notre affection le 28 décembre dernier. Cette mort a causé une profonde et cruelle émotion

parmi l'Académie tout entière qui perdait, en cette douloureuse circonstance, un de ses anciens présidents.

» L'honorable défunt a siégé parmi nous comme correspondant depuis 1880 et comme membre titulaire depuis 1896. Pendant trente-deux ans, il a publié dans nos *Bulletins* de nombreux travaux très appréciés et dont parlera, plus longuement que je ne puis le faire ici, la biographie qu'il est d'usage d'insérer dans l'*Annuaire*.

» Nous garderons de ce distingué confrère qu'était M. Masius un souvenir affectueux et sa mémoire restera respectée et vénérée parmi nous.

» Un suprême hommage n'a pu être rendu à notre regretté confrère : il avait exprimé formellement le désir que ses funérailles fussent très simples, les membres de la famille seuls ont suivi le convoi funèbre ; j'avais d'ailleurs prié notre excellent confrère M. Fredericq de se charger du discours académique : il aurait, le cas échéant, accepté de remplir ce pénible devoir, ce dont je le remercie au nom de la Classe et en mon nom.

» Une lettre de condoléance sera adressée à la famille par les soins de notre excellent secrétaire. »

Il est, en outre, décidé que MM. Van Lair et Nolf se chargeront de la rédaction de la biographie de M. Masius pour l'*Annuaire*.

— M. le Directeur annonce aussi le décès, le 7 décembre 1912, de Sir G. Darwin, associé.

— M. le Directeur adresse, au nom de la Classe, ses plus vives et ses plus sincères félicitations à MM. les professeurs Van Aubel et Nolf, élus correspondants à la séance de décembre. Il leur souhaite très cordialement la bienvenue.

MM. Van Aubel et Nolf remercient.

— M. le Directeur félicite ensuite MM. Dollo et Nolf, élus membres correspondants étrangers de la Société de biologie de Paris. (*Applaudissements.*)

— Enfin M. le Directeur prononce les paroles suivantes au sujet de la distinction obtenue par MM. Émile et Élie Marchal, lauréats de l'Institut de France :

« Il nous est agréable de pouvoir adresser à notre distingué correspondant M. Marchal, et à son père M. Élie Marchal, nos plus cordiales félicitations à propos du Prix Desmazières, que l'Institut de France vient de leur décerner. Le rapport des commissaires concernant ce prix est on ne peut plus élogieux, ce qui donne plus de relief à la distinction obtenue, et plus de mérite à notre excellent confrère et à son collaborateur. »

CORRESPONDANCE.

M. Rutot, ff. de secrétaire perpétuel, donne lecture de la lettre suivante, qu'il a reçue de M. Pierre Nolf, correspondant :

Liège, le 26 décembre 1912.

MONSIEUR LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL,

Dans un testament daté du 30 mars 1907, Éd. Van Beneden s'exprimait comme suit :

« Je désire que l'État rachète pour l'Institut de zoologie ma bibliothèque, y compris celle de mon père, c'est-à-dire tous les livres et brochures traitant d'un sujet afférent à la biologie animale ; que le restant des livres et tirés à part soit vendu par voie de librairie, que la somme à provenir de ces ventes (à l'État s'il consent au rachat, ou par librairie, s'il refuse) soit tout entière employée à *fonder à l'Académie un prix destiné à perpétuer la mémoire de mon père et la mienne*. Ce prix portera

le nom de Prix Van Beneden. Le revenu de la somme sera employé, sous forme de prix, à *couronner des mémoires originaux se rapportant à l'embryologie ou à la cytologie.* »

De son vivant, mon vénéré maître, Éd. Van Beneden, me parla à différentes reprises de cette disposition de son testament, en émettant la crainte qu'elle ne puisse être réalisée faute du concours de l'État. Sous l'empire de cette crainte et d'autres sentiments, il modifia, dans les derniers jours de sa vie, ses résolutions. Voulant me laisser un gage immérité de sa profonde affection, à moi qu'il chargeait de la mission d'exécuter ses dernières volontés, il me légua sa bibliothèque.

Cette suprême marque d'amitié me toucha profondément. Elle me venait d'un maître qui m'avait patiemment initié aux méthodes sévères de la recherche scientifique, auprès duquel j'avais toujours trouvé les conseils et les encouragements si nécessaires au débutant, dont l'intérêt pour le disciple s'était lentement changé en une complète intimité d'intelligence et de sentiment d'une inexprimable douceur.

N'ayant pu assez lui prouver de son vivant toute l'étendue de ma reconnaissance, je suis heureux qu'il m'ait donné le moyen de m'associer après sa mort à l'exécution d'un projet que lui avait inspiré son idéal suprême, l'amour de la science.

J'ai l'honneur de vous apprendre, Monsieur le Secrétaire perpétuel, que le Gouvernement a acquis la bibliothèque des Van Beneden pour l'Institut de zoologie de Liège au prix de vingt-cinq mille francs.

Je viens prier l'Académie royale de Belgique de bien vouloir accepter cette somme et de lui donner la destination indiquée dans le testament du 30 mars 1907 d'Édouard Van Beneden.

Je vous prie d'agréer, Monsieur le Secrétaire perpétuel, l'expression de mes sentiments les plus distingués.

PIERRE NOLF.

M. le Directeur adresse ses plus sincères félicitations, au nom de la Classe, à M. Nolf, ainsi que ses plus vifs remerciements au sujet du don généreux qui lui permet de réaliser en même temps les volontés testamentaires de notre regretté collègue Édouard Van Beneden.

Les dispositions seront prises pour assurer à l'Académie la délivrance légale du don de M. Nolf.

— MM. Edm. Van Aubel, P. Nolf, D. Hilbert et W. Bateson remercient pour leur élection.

— MM. Lecat et Fourmarier, lauréats du concours de 1912, adressent aussi des remerciements.

— M. Henri Wilmotte, de Dampremy, communique une *Thèse sur la nature de l'énergie*. — Dépôt aux archives.

— L'Académie roumaine adresse le premier fascicule d'un *Bulletin* mensuel de sa section scientifique qui sera rédigé exclusivement dans les langues internationales. — Remerciements.

— M. A. Mac Donald, de Washington, président du troisième Congrès d'anthropologie criminelle, envoie à l'Académie de Belgique une lettre et une brochure concernant la nécessité qu'il y aurait de créer, dans chaque État ou dans chaque province, un laboratoire spécial où serait étudié, d'après les méthodes anthropologiques et physiologiques, tout individu déséquilibré qui enverrait, à des personnes appartenant au Gouvernement, à la Législature ou occupant des situations en vue, des lettres de menaces ou qui montrerait une insistance particulière à être reçu par elles.

On pourrait arriver à éviter ainsi bien des attentats, souvent fort préjudiciables aux nations.

La lettre et la brochure exposent les vues de l'auteur à ce

sujet et les moyens de les réaliser. — Renvoi à l'Académie royale de médecine.

— Hommages d'ouvrages :

L'œuvre de Spring en géogénie; par Max Lohest.

Sur la constance de la radiation solaire; par Ém. Schwoerer.

— Remerciements.

ÉLECTION.

Il est procédé à l'élection du directeur de la Classe des sciences pour 1914.

M. Paul Pelseneer est élu.

M. Pelseneer remercie l'assemblée et assure ses confrères qu'il ne négligera rien pour maintenir à l'Académie de Belgique toute l'estime dont elle jouit, tant dans le pays qu'à l'étranger.

M. Francotte, directeur, prie M. Pelseneer de bien vouloir prendre place au bureau, puis il remercie cordialement ses honorés confrères de l'honneur qu'ils lui ont fait en l'élevant à la présidence. Il cède ensuite le fauteuil à M. Jorissen, directeur pour 1913.

M. le Directeur remercie son prédécesseur, et espère pouvoir compter sur la bienveillance de ses confrères dans l'accomplissement de ses fonctions.

COMMISSION POUR LES RECHERCHES SOLAIRES.

La Classe avait à nommer d'abord les membres chargés de la représenter dans l'Union internationale pour les recherches solaires, puis un délégué au Comité de cette Union.

Après quelques explications fournies par M. Stroobant, la Classe désigne comme représentants : MM. De Heen, Lecoïnte, le Paige, Stroobant et Verschaffelt.

M. Stroobant est nommé délégué au Comité.

PRIX PERPÉTUELS.

PRIX THÉOPHILE GLUGE (1000 francs).

Destiné à l'auteur belge ou étranger du meilleur travail de physiologie.

(Sixième période biennale : 1911-1912.)

M. Henri Fredericq, assistant à l'Institut de physiologie de l'Université de Liège, soumet cinq travaux imprimés publiés en 1911 et 1912.

Commissaires : MM. Nolf, Van Lair et Willem.

PRIX CHARLES LAGRANGE (1200 francs).

Destiné à l'auteur belge ou étranger du meilleur travail mathématique ou expérimental constituant un progrès important dans la connaissance mathématique de la Terre.

(Troisième période quadriennale : 1909-1912.)

Trois concurrents ont soumis leurs travaux :

1° Le lieutenant L. BIXON, du 11^e régiment de ligne : *Les lois de la météorologie, contribution à la physique du globe.* (Manusc. 18 pages.)

2° Le professeur D^r RUDOLF SPITALER, de Prague : *Die Eiszeiten und Polschwankungen der Erde*. 1 brochure de 49 pages. Vienne, 1912.

3° Le D^r WILHELM SCHWEYDAR, de Potsdam : *Ein Beitrag zur Bestimmung des Starrheitskoeffizienten der Erde*. 1 brochure. Leipzig, 1907.

Untersuchungen über die Gezeiten der festen Erde und die hypothetische Magmaschicht. Potsdam, 1912.

Commissaires : MM. le Paige, Lecoq et Stroobant.

PRIX ÉMILE LAURENT.

(Troisième période quadriennale : 1909-1912.)

Flore du Congo.

Aucun travail n'a été soumis.

RAPPORTS.

Il est donné lecture des rapports de :

1° MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Deruyts (*Nombre de solutions d'un système algébrique d'équations et d'inéquations*).

— Restitution du manuscrit à l'auteur pour complément ;

2° M. De Heen (*Recherches thermochimiques sur la dissolution* (2^e note), *précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions salines* ; par Nicolas de Kolossowsky). — Impression au *Bulletin*.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur l'unicité du développement trigonométrique,

par CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, membre de l'Académie.

NOTE ADDITIONNELLE.

1. — Dans mon travail *Sur l'unicité du développement trigonométrique* qui a paru dans le *Bulletin* du mois de novembre dernier, j'ai démontré le théorème suivant (p. 703) :

Toute série trigonométrique même divergente est la série de Fourier d'une fonction sommable, pourvu que son terme général ait pour limite 0 et que ses limites d'indétermination soient des fonctions finies et sommables. (Elles ne doivent pas être bornées.)

Plus généralement, le théorème subsiste dans le cas où la somme de la série ou bien ses limites d'indétermination deviennent infinies en certains points, pourvu que l'ensemble de ces points soit dénombrable, ou encore n'ait pas la puissance du continu, ou encore ne contienne pas d'ensemble parfait. (Il ne doit pas être réductible.)

Je me propose dans cette note additionnelle d'ajouter deux simples remarques à mon mémoire précédent et je profite d'abord de la circonstance pour combler une lacune importante dans la bibliographie de l'*Encyclopédie des sciences mathématiques* à laquelle je me réfèrais.

M. W. H. YOUNG a publié sur la question des séries de Fourier d'importants articles qui n'y sont point renseignés. C'est lui, en particulier, qui a obtenu la première extension du théorème d'unicité par la considération des limites d'indétermi-

nation de la série trigonométrique. Cet important résultat se trouve dans son remarquable mémoire : *On the conditions that a trigonometrical series should have the Fourier form* (*Proceedings of the London math. Soc.*, sér. 2, vol. 9, part 6, 1910).

M. Young prouve, dans ce mémoire, que toute série trigonométrique est une série de Fourier si ses limites d'indétermination sont *bornées* et, plus généralement, si l'ensemble des points aux environs desquels elles ne sont pas bornées est dénombrable (ce qui exige dans ce cas-ci qu'il soit *réductible*).

La comparaison des deux énoncés met en évidence ce qui appartient à M. Young et ce qu'il y a de neuf dans mon résultat. Dans leur ensemble, d'ailleurs, mon travail et celui de M. Young sont très différents.

2. — J'arrive maintenant à ma première remarque. Comme je l'indiquais en note au bas de la page 703 du précédent article, la condition que le terme général de la série trigonométrique

$$\alpha_n \cos nx + \beta_n \sin nx$$

ait pour limite 0, c'est-à-dire que α_n et β_n tendent vers 0, ne doit être énoncée que pour la seconde partie du théorème rappelé au début.

La seule chose à prouver pour le justifier, c'est que la fonction

$$F(x) = \alpha_0 \frac{x^2}{2} - \sum \frac{\alpha_n \cos nx + \beta_n \sin nx}{n^2}$$

sera une fonction continue sous la seule condition que la série trigonométrique soit finie. Il suffit pour cela de prouver que α_n et β_n sont bornés dans cette hypothèse. On en trouve déjà la démonstration dans un lemme à la page 427 de l'article déjà cité de M. Young et d'après lequel α_n et β_n sont nécessairement bornés si les limites d'indétermination de la série sont finies dans un intervalle.

Je vais établir le résultat suivant, qui est un peu plus précis.

Si α_n et β_n ne sont pas bornés, les limites d'indétermination de

la série trigonométrique ne peuvent être finies que dans un ensemble de mesure nulle.

Mettons la série trigonométrique sous la forme

$$S = \sum \rho_n \cos n(x - \gamma_n),$$

où $\rho_n > 0$. Le théorème revient au suivant :

Si la suite $\rho_1, \rho_2, \dots$ n'est pas bornée, les limites d'indétermination de la série S ne peuvent être finies que pour un ensemble de valeurs de x de mesure nulle.

Montrons d'abord que, x étant donné, ces limites ne peuvent être finies que si le terme général de la série

$$|\rho_n \cos n(x - \gamma_n)|$$

est borné quel que soit n .

A cet effet, écrivons

$$\rho_n \cos n(x - \gamma_n) = S_n - S_{n-1}.$$

On aura

$$\overline{\lim}_{n=\infty} |\rho_n \cos n(x - \gamma_n)| \leq \overline{\lim} |S_n| + \overline{\lim} |S_{n-1}|.$$

Donc les limites de S_n ne peuvent être finies que si celle du premier membre est finie.

Nous sommes ainsi amenés à prouver que *si la suite $\rho_1, \rho_2, \dots$ n'est pas bornée, la suite*

$$(1) \quad \rho_n \cos n(x - \gamma_n), \quad \text{pour } n > 1, 2, \dots$$

ne peut l'être que pour un ensemble de valeurs de x de mesure nulle.

Si ρ_n n'est pas borné, on peut extraire de la suite (1) une suite dans laquelle ρ_n va constamment en croissant d'un terme au suivant. Il suffit de démontrer la proposition pour celle-ci. Admettons donc que la suite (1) vérifie déjà cette condition.

Considérons alors les valeurs de x de l'intervalle $(0, 2\pi)$ et désignons par E_n l'ensemble des points de cet intervalle pour lesquels on a

$$|\rho_n \cos n(x - \gamma_n)| > \sqrt{\rho_n},$$

c'est-à-dire pour lesquels

$$|\cos n(x - \gamma_n)| > \frac{1}{\sqrt{\rho_n}}.$$

La mesure de E_n tend évidemment vers 2π quand n , et ρ_n avec lui, tendent vers l'infini.

Or $\rho_n \cos n(x - \gamma_n)$ où n croît à l'infini ne peut être borné si x appartient à une infinité d'ensemble de la suite

$$E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$$

c'est-à-dire à l'ensemble-limite complet E de cette suite. Mais, quelque petit que soit ε positif, il y a une infinité d'ensembles E_n de mesure $> 2\pi - \varepsilon$. Donc (*) l'ensemble-limite E est de mesure $> 2\pi - \varepsilon$, il est donc de mesure 2π . L'ensemble complémentaire est, par conséquent, de mesure nulle, C. Q. F. D.

3. — Voici ma seconde remarque.

J'ai considéré à la fin du mémoire précédent une série trigonométrique non identiquement nulle

$$(2) \quad \Sigma (\alpha_n \cos nx + \beta_n \sin nx),$$

qui, sommée par le procédé de Riemann, converge vers 0 *presque partout*. Cette série est la dérivée de la série de Fourier d'une fonction $\varphi(x)$ qui demeure constante dans chaque intervalle contigu à un ensemble parfait E .

Je me propose de montrer que la série (2) a aussi pour somme 0 *presque partout* par le procédé de la moyenne arithmétique.

(*) BOREL, *Leçons sur les fonctions de variables réelles*, p. 19.

La moyenne σ_n des n premières sommes de la série de Fourier de $\varphi(x)$ est fournie par l'intégrale connue de M. Fejèr :

$$\sigma_n = \frac{1}{n\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\varphi(x+2t) + \varphi(x-2t)] \left(\frac{\sin nt}{\sin t} \right)^2 dt.$$

Celle relative à la série dérivée (2) sera donc

$$\sigma'_n = \frac{1}{n\pi} D_x \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\varphi(x+2t) + \varphi(x-2t)] \left(\frac{\sin nt}{\sin t} \right)^2 dt.$$

Nous avons donc à prouver que σ'_n tend vers 0 pour $n = \infty$ en tout point x intérieur au sens étroit à un intervalle contigu à E. Il suffit évidemment de prouver la convergence vers 0 d'un des deux termes de σ'_n , par exemple

$$\frac{1}{n\pi} D_x \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(x+2t) \left(\frac{\sin nt}{\sin t} \right)^2 dt.$$

Donnons-nous un ε positif assez petit pour que $\varphi(x+2t)$ soit constant au voisinage du point x considéré et dans l'intervalle $(0, \varepsilon)$ de t , ce qui aura lieu si $x+2t$ ne sort pas de l'intervalle contigu. Alors, en négligeant une intégrale constante par rapport à x dont la dérivée est donc nulle, l'expression précédente se réduit à

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n\pi} D_x \int_{\frac{\varepsilon}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \varphi(x+2t) \left(\frac{\sin nt}{\sin t} \right)^2 dt \\ &= \frac{1}{n\pi} D_x \int_{\frac{\varepsilon}{2} + \frac{x}{2}}^{\frac{\pi+x}{2}} \varphi(2t) \left(\frac{\sin n \left(t - \frac{x}{2} \right)}{\sin \left(t - \frac{x}{2} \right)} \right)^2 dt. \end{aligned}$$

La dérivation de cette dernière intégrale (à l'inverse de celle

de la précédente), ne soulève aucune objection et se fait par les règles élémentaires.

On aperçoit de suite que les termes provenant de la variation des limites s'évanouissent pour $n = \infty$, et il ne reste à considérer que ceux qui proviennent de la dérivation sous le signe.

En observant que

$$D \left(\frac{\sin nt}{\sin t} \right)^2 = \frac{n \sin 2nt}{\sin^2 t} - 2 \frac{\cos t \sin^2 nt}{\sin^3 t},$$

ces termes sont

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{x}{2} + \frac{\omega}{2}}^{\frac{\pi + \omega}{2}} \left[\frac{\sin 2n \left(t - \frac{x}{2} \right)}{\sin^2 \left(t - \frac{x}{2} \right)} - 2 \frac{\cos \left(t - \frac{x}{2} \right) \sin^2 n \left(t - \frac{x}{2} \right)}{n \sin^3 \left(t - \frac{x}{2} \right)} \right] \varphi(2t) dt \\ & = - \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\varphi(x + 2t)}{\sin^2 t} \sin 2nt dt + \frac{1}{n\pi} \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\varphi(x + 2t) \sin^2 nt}{\sin^3 t} dt. \end{aligned}$$

Le dernier terme tend vers 0 parce que l'intégrale est bornée et divisée par n ; le précédent tend vers 0 parce que toute intégrale de la forme

$$\int f(t) \sin ktdt,$$

où $f(t)$ est continue, tend vers 0 quand k tend vers l'infini. Notre démonstration est faite.

PALÉONTOLOGIE. — Sur un Dipneuste nouveau, de grandes dimensions, découvert dans le Dévonien supérieur de la Belgique,

par LOUIS DOLLO, correspondant de l'Académie.

1. Introduction. — Le 13 octobre 1912, M. A. Lassine, Ingénieur aux Chemins de Fer de l'État belge, recueillait, près de Gembloux, une forte mâchoire de Poisson dévonien.

Connaissant le programme du Musée royal d'Histoire naturelle, — qui, comme on le sait, est l'Exploration méthodique du pays, — M. Lassine s'empessa de nous signaler la pièce et consentit même à nous la céder pour les collections de l'Établissement.

Je suis charmé d'avoir l'occasion de remercier, ici, cet Ingénieur de son précieux concours.

La mâchoire en question ayant une importance particulière, le Musée de Bruxelles fit, ensuite, exécuter des recherches pour retrouver le reste de l'animal. Mais ce fut, malheureusement, sans succès.

2. Localité. — Notre mâchoire provient de la Carrière Dejaiffe, à *Mazy* (Province de Namur), non loin de Gembloux.

3. Gisement. — La roche qui la contenait renfermait quelques Brachiopodes.

Je les ai communiqués à M. E. Maillieux, Aide-Naturaliste au Musée, qui s'occupe spécialement de la Conchyliologie dévonienne.

Il a bien voulu les nommer et a, ainsi, fixé l'âge du terrain comme étant la partie inférieure du *Frasnien* (Dévonien supérieur).

Je le remercie également de son obligeance.

4. Détermination. — 1. — Maintenant, notre pièce est une *Mandibule de Dipneuste*, encore garnie de ses deux plaques dentaires.

2. — Comme elle mesure 0^m12 de long, sur 0^m175 de large, et comme elle provient du Dévonien supérieur, elle fait immédiatement penser au genre *Palædaphus*, P.-J. Van Beneden et L.-G. De Koninck, 1864.

3. — Or, nous connaissons deux espèces de ce genre :

1. *Palædaphus insignis* ⁽¹⁾,

2. *Palædaphus devoniensis* ⁽²⁾.

4. — Notre mandibule se distingue aussitôt de celle de *Palædaphus insignis* par ses plaques dentaires beaucoup plus étroites, et dont les deux crêtes centrales sont transformées, chacune, en un unique tubercule conique très saillant.

5. — La comparaison avec *Palædaphus devoniensis* est plus délicate, puisque cette espèce-ci n'est représentée que par une plaque dentaire supérieure.

Mais la correspondance qui existe, chez les Dipneustes, entre les plaques dentaires supérieures et inférieures permet d'affirmer que les plaques mandibulaires étaient fort différentes dans l'animal de P.-J. Van Beneden et dans le nôtre.

6. — Le Dipneuste de Mazy est donc nouveau.

Je crois même qu'il appartient à un genre inédit. Cependant, j'attendrai, pour créer celui-ci, d'avoir des matériaux plus complets.

Quant à l'espèce, je me fais un plaisir de la dédier à mon excellent collègue et ami, M. O. Abel, Professeur de Paléontologie à l'Université de Vienne, qui, le premier, a compris l'im-

(1) P.-J. VAN BENEDEN et L.-G. DE KONINCK. *Notice sur le Palædaphus insignis* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE. 1864. Vol. XVII, p. 143).

(2) P.-J. VAN BENEDEN. *Un Palædaphus nouveau du terrain dévonien* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE. 1869. Vol. XXVII, p. 378).

portance de la Phylogénie des Dipneustes pour la Paléontologie éthologique.

Ce sera, par conséquent, le *Palædaphus Abeli*.

5. Dimensions. — Longueur de la symphyse des plaques dentaires :

- | | |
|--|--------|
| 1. <i>Palædaphus Abeli</i> (inférieures) | 50 mm. |
| 2. <i>Palædaphus insignis</i> (inférieures) | 80 |
| 3. <i>Palædaphus devoniensis</i> (supérieures) | 135 |

6. Éthologie. — Les plaques dentaires, beaucoup plus étroites et armées de tubercules coniques très saillants, chez *Palædaphus Abeli*, indiquent un régime *conchifrage* moins accusé que dans les deux autres espèces du même genre.

7. Biogéographie. — Le genre *Palædaphus* n'a été rencontré qu'en *Belgique* jusqu'à présent :

1. *P. insignis*. — Localité inconnue.
2. *P. devoniensis*. — Hingeon, près d'Eghezée (P. de Namur).
3. *P. Abeli*. — Mazy, près de Gembloux (P. de Namur).

L'incorporation de Dipneustes de l'Étranger dans le genre prémentionné repose, pour le moment, sur une base insuffisante.

8. Biostratigraphie. — Actuellement, le genre *Palædaphus* n'a été observé que dans le *Dévonien supérieur* :

1. *P. insignis*. — Gisement inconnu.
2. *P. devoniensis*. — Frasnien (Assise de Bovesse et de Gougnyes).
3. *P. Abeli*. — Frasnien (Roches rouges et poudingue de Mazy).

Le *Palædaphus Abeli* serait donc un peu plus ancien que le *Palædaphus devoniensis*.

9. Description. — La description détaillée du *Palædaphus Abeli* paraîtra, prochainement, dans un autre recueil.

PHYSIO-PATHOLOGIE. — Contribution à l'étude de l'hémolyse
par les sérums,

par P. NOLF.

Quand du sang s'hémolyse, l'hémoglobine des globules rouges se répand dans la partie liquide du sang, plasma ou sérum. Beaucoup d'auteurs considèrent cette diffusion de l'hémoglobine comme étant l'essence même de l'hémolyse. Dans cette conception, il est implicitement admis que l'hémoglobine est combinée chimiquement à la partie insoluble du globule rouge, appelée stroma. L'hémolyse consisterait essentiellement en la dissociation du composé stroma-hémoglobine, elle serait un phénomène chimique d'hydrolyse. Quand elle est opérée par un sérum, on admet en outre que l'hémolysine du sérum agit en activant cette hydrolyse à la façon d'un catalyseur.

Cette opinion, qui a pour elle l'apparence grossière du phénomène, n'a jamais été prouvée par des expériences précises. Elle est en contradiction avec un grand nombre de faits qui tendent à faire croire que dans le globule rouge, l'hémoglobine n'est pas combinée à un support insoluble, mais simplement dissoute en une solution très concentrée qui occupe les cavités creusées dans le stroma. Normalement la paroi du globule est imperméable à l'hémoglobine, dont elle empêche la diffusion. Surviennne une altération de la paroi, causée par une cause chimique ou physique, et l'imperméabilité disparaît, l'hémoglobine s'échappe dans le milieu ambiant. On peut démontrer, à l'appui de cette opinion, que tous les agents chimiques d'hémolyse ont une vive affinité pour le stroma des globules, sur lequel ils se fixent. Dans cette explication du phénomène d'hémolyse, l'issue de l'hémoglobine n'est plus qu'un épiphénomène. L'agent hémolytique porte son action exclusivement sur le stroma et c'est la nature de cette action qu'il importe seule de considérer. A vrai

dire, la diffusion de l'hémoglobine est un témoin précieux de l'altération du stroma, qu'elle seule décèle et qu'elle permet en quelque sorte de mesurer.

L'hémolyse par un sérum n'est pas le fait d'une substance unique, mais d'un groupe de substances qui toutes sont des colloïdes protéiques. Pour que l'hémolyse se produise, il faut que ces différents constituants de l'hémolysine se fixent sur l'hématie. Une fois faite, cette fixation est définitive, le phénomène est irréversible. Au début du phénomène d'hémolyse se produit donc une insolubilisation dans l'épaisseur du stroma des globules rouges d'un certain nombre des colloïdes qui étaient dissous dans le milieu baignant les globules rouges. De sorte que le phénomène est, dans son essence, non pas une hydrololyse, mais plutôt son inverse, une coagulation.

Mais il convient d'étudier de plus près les conditions de cette coagulation des constituants de l'hémolysine par le stroma globulaire. En effet, le milieu humoral est le siège d'une coagulation banale dont le produit est la fibrine. De sorte que la question se pose de savoir quels peuvent être les rapports entre la formation de la fibrine et les coagulations spécifiques qui aboutissent à l'hémolyse, à la bactériolyse, aux agglutinations des microbes et des cellules par les sérums d'animaux vaccinés. Cette question présentait, à mon point de vue personnel, un intérêt d'autant plus vif que si j'ai consacré plusieurs années à l'étude de la coagulation du sang, c'est en partie dans l'espoir d'y trouver la clef des phénomènes d'immunité. Il y a de nombreuses années déjà, dans une note à l'Académie ⁽¹⁾, j'assimilais l'hémolyse à une coagulation et j'indiquais l'analogie qui existe entre l'imprégnation de l'hématie par les constituants de l'hémolysine, l'anticorps et le complément, et la fixation du throm-

(1) P. NOLF, Des modifications de la coagulation du sang chez le chien après extirpation du foie. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1903, pp. 81-94.)

bogène (appelé alors hépatothrombine) et du fibrinogène par les leucocytes au cours de la formation de la fibrine. Depuis, mon attention ne se détourna jamais complètement de ce problème et je pus me convaincre de plus en plus de l'existence d'analogies étendues entre les phénomènes que j'avais rapprochés ⁽¹⁾. Mais je dois avouer que mes efforts pour mieux pénétrer la nature intime de ces analogies restèrent longtemps infructueux. Pour autant que je puisse en juger par les nouveaux résultats que j'apporte dans cette note préliminaire, cela résulte de ce que les termes des deux séries expérimentales que je comparais n'étaient pas comparables. Dans les essais de coagulation se trouvaient en présence des leucocytes, du thrombogène, du fibrinogène; dans ceux d'hémolyse, des hématies, de l'anticorps, du complément. En présence de ces deux groupes de trois éléments qui réagissent entre eux pour produire une coagulation, l'idée qui se présente d'abord est de faire du thrombogène l'homologue de l'anticorps et du fibrinogène l'homologue du complément. Cette opinion ne se vérifia pas par l'expérience.

Ultérieurement, je pus établir que dans la coagulation du plasma trois substances albuminoïdes, le fibrinogène, le thrombogène et la thrombozyme, s'unissent entre elles pour donner la fibrine. La tendance à s'unir que présentent ces substances varie suivant les plasmas. Moindre dans le plasma des vertébrés inférieurs, plus forte dans celui des mammifères, elle est toujours insuffisante à produire la coagulation du plasma, tant que celui-ci reste complètement pur, tel qu'il est dans les vaisseaux. Quand le plasma est peu stable (plasma des mammifères), le simple contact d'une paroi de verre en produit la gélification; s'il est plus stable (plasma des poissons), il faut, pour que le

(1) P. NOLF, De l'origine du complément hémolytique et de la nature de l'hémolyse par les sérums (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1908, pp. 748-772.)

verre exerce une action coagulante, qu'il soit réduit en poudre fine (ce qui augmente sa surface d'action) avant d'être mélangé au plasma. A défaut de verre, on peut utiliser l'influence coagulante de précipités inorganiques nombreux, de corps poreux ou de substances en suspension fine ou même en solution dans l'eau.

Toutes ces influences coagulantes, qui sont exercées par les substances les plus dissemblables au point de vue chimique sur les plasmas ou sur toutes espèces de liquides contenant les trois constituants de la fibrine, ont été appelées par moi thromboplastiques. Les extraits cellulaires sont thromboplastiques à un haut degré, les cellules intactes à un degré moindre, mais cependant très net. C'est ainsi que le mélange à un plasma stable d'hématies fournies par une autre espèce animale, le mélange de spermatozoïdes, de microbes, en favorise très nettement la coagulation. Or, ces mêmes cellules ajoutées à un sérum frais subissent dans ce sérum les phénomènes d'hémolyse, d'agglutination, de bactériolyse, dont l'essence est aussi une coagulation, comme il a été dit.

Si l'on envisage la question de ce point de vue, on sera amené à étendre aux phénomènes d'hémolyse la notion de l'influence thromboplastique, en disant qu'une espèce d'hématies n'est hémolysée par un sérum qu'à la condition d'exercer sur lui une influence thromboplastique. Cette extension est parfaitement licite. En effet, il n'est pas absolument nécessaire, pour qu'un liquide subisse l'influence thromboplastique, qu'il renferme les trois constituants de la fibrine. Il suffit qu'il en contienne deux, la thrombozyme et le thrombogène. Lorsqu'on mélange une substance thromboplastique active à un sérum frais de mammifère, on détermine dans ce sérum qui ne possède plus de fibrinogène (au moins en quantité décelable par les moyens usuels) une union des excédents de thrombozyme et de thrombogène de ce sérum. Ces substances s'unissent entre elles pour donner, non plus de la fibrine, mais de la thrombine.

Je crois pouvoir admettre que l'hémolyse produite par un sérum normal frais auquel on a ajouté des hématies étrangères, s'identifie avec cette action thromboplastique dont le produit principal est la thrombine. A côté du produit principal peuvent d'ailleurs apparaître, dans ces conditions, de petites quantités du produit habituel de l'action thromboplastique, la fibrine. Quiconque a ajouté des hématies étrangères à du sérum très frais de chien ou d'autres mammifères a pu constater qu'avec l'hémolyse coïncidait souvent une production de fibrine suffisante pour transformer le milieu en une gelée molle.

Il était intéressant d'observer à la lumière de cette conception l'hémolyse produite, non plus par un sérum naturel, mais par un sérum d'immunisation. On sait, depuis les travaux de Bordet, que l'on peut immuniser un mammifère non seulement contre des microbes, mais aussi contre des globules rouges prélevés à une espèce étrangère, et que l'immunisation a pour effet de faire apparaître dans les humeurs de l'animal immunisé une substance protéique spéciale, douée d'affinité spécifique pour les globules rouges injectés, substance appelée anticorps hémolytique.

Cette réaction est d'ordre général. Elle est provoquée par l'administration parentérale aux mammifères de toutes les substances albuminoïdes étrangères à leur milieu humoral, albumines qu'on appelle antigènes quand on veut mettre en relief leur propriété de provoquer la formation d'un anticorps. Quand des hématies sont mises en présence de l'anticorps correspondant seul (sérum d'immunisation chauffé à 56°), elles ne sont pas détruites, mais, après s'être imprégnées de l'anticorps, elles sont devenues très sensibles à l'action des sérums normaux frais qui n'avaient pas d'action hémolytique sur elles. Ainsi les hématies de mouton ne sont pas détruites par le sérum chauffé d'un lapin injecté d'hématies de mouton, mais, imprégnées par lui, elles se détruisent aisément dans le sérum de cobaye qui est sans action sur les hématies de mouton non imprégnées. Le

sérum de cobaye pourrait être remplacé par un autre sérum normal, l'action hémolytique sur les hématies chargées d'anticorps pouvant être produite par un groupe de substances protéiques présentes dans tout sérum normal frais. D'après des travaux récents, le complément n'est pas une substance unique, comme on l'a cru longtemps. On lui reconnaît actuellement au moins deux constituants, le *Mittelstück* et l'*Endstück* des auteurs allemands. Comme il a été dit, c'est à la fixation du complément sur l'hématie chargée d'anticorps qu'est due l'hémolyse.

En se chargeant d'anticorps hémolytique, les hématies ont donc acquis une affinité particulière pour les éléments du complément. On a démontré dans ces dernières années que cette affinité appartient à tous les complexes antigène-anticorps. Tous fixent le complément, le coagulent.

Ceci étant établi, il devenait intéressant de rechercher si les complexes antigène-anticorps exercent une action thromboplastique sur un plasma stable, action qui devra se manifester principalement par une production de fibrine. *A priori*, on pouvait affirmer que cette action thromboplastique existe, car le plasma étant de par sa teneur en fibrinogène moins stable que le sérum, il est clair que toute substance ou groupe de substances pouvant coaguler le sérum pourra *a fortiori* coaguler le plasma. Aussi n'est-il pas étonnant de constater que les antigènes exercent en général une action thromboplastique sur les plasmas normaux, même en l'absence d'un anticorps spécifique dans ces plasmas, tandis que certains d'entre eux peuvent être sans action sur les sérums correspondants.

Au point de vue expérimental, ce qu'il importait de faire, c'était donc moins de mesurer l'action thromboplastique de l'antigène seul que de comparer l'intensité de cette action à celle du complexe antigène-anticorps. J'avais déjà procédé, il y a de nombreuses années, à des essais de ce genre sans résultats probants. Ceux que je communique aujourd'hui à l'Académie, obtenus dans de meilleures conditions expérimentales, me paraissent

avoir toute la netteté désirable. Ils ont trait à deux antigènes : les hématies de mouton et une solution de caséine de lait de vache. Les anticorps furent fournis par des lapins injectés de ces antigènes. Le plasma stable utilisé fut le plasma salé et dilué de Wooldridge, obtenu en recevant du sang de lapin ou de cobaye dans son volume d'eau salée à 10 ‰, en séparant le plasma de ce mélange et en restituant son isotonicité au plasma par une dilution au cinquième dans l'eau distillée. Ce plasma, de préparation facile, est beaucoup plus stable que le plasma pur du lapin, à raison surtout de la dilution au dixième que la préparation a fait subir aux sels de calcium du plasma pur. Il convient très bien à la mise en évidence de la propriété thromboplastique.

Dans les essais faits au moyen des hématies de mouton, on employait des hématies de sang oxalaté frais, lavées trois fois avec de grandes quantités d'eau salée et mises en suspension en eau salée isotonique, de façon à obtenir une émulsion de richesse égale à celle du sang. Elles étaient mises au contact du sérum spécifique (chauffé à 56°) pendant une heure à 37°, la proportion de sérum correspondant au moins à 10 à 12 unités hémolytiques. On lavait ensuite deux fois à l'eau salée isotonique, on décantait soigneusement les liquides surnageant les hématies ; on mélangeait *immédiatement* celles-ci au plasma salé dilué, en secouant énergiquement les tubes de façon à désagréger les amas d'hématies agglutinées par le sérum spécifique. Hématies et plasma étaient mélangés en proportions variables. Dans une série parallèle, on faisait des mélanges équivalents d'hématies normales ou ayant passé une heure dans un sérum de lapin non immunisé contre les hématies de mouton. Les mélanges étaient laissés à la température du laboratoire.

TABLEAU I.

Hématies de mouton chargées d'anticorps hémolytique et lavées.	Plasma salé dilué de lapin normal	RESULTATS.	Hématies de mouton ayant séjourné dans un sérum anticaséine et lavées.	Plasma salé dilué de lapin normal.	RESULTATS.
Hématies de 0 ^{cc} 25 de sang.	1 c. c.	Caillot mou après 29 m.; se rétracte fortement.	0 ^{cc} 25	1 c. c.	Caillot après 54 m.; non rétractile.
Id. 0.15	1	Caillot mou après 29 m.; se rétracte fortement.	0.15	1	Caillot après 54 m.; non rétractile.
Id. 0.05	1	Caillot ferme après 39 m.; non rétractile.	0.05	1	Caillot après 56 m.; non rétractile.
Id. 0.05	3	Caillot ferme après 1 h. 9 m.; non rétractile.	0.05	3	Caillot après 1 h. 19 m.; non rétractile.
Id. 0.05	5	Caillot ferme après 4 h. 44 m.; non rétractile.	0.05	5	Caillot après 4 h. 34 m.; non rétractile.

On constate à la lecture du tableau que la coagulation s'est opérée dans les mélanges contenant les hématies chargées d'anticorps plus rapidement que dans les mélanges contenant les hématies non sensibilisées (à l'exception du dernier tube) ⁽¹⁾. De plus, elle présente un aspect un peu spécial dans les deux premiers tubes de la série des hématies sensibilisées. Dans ces tubes, le caillot s'est constitué surtout au contact des hématies, de façon à les agglutiner intimement. Après cette coagulation péricellulaire très hâtive, la quantité de matière coagulable s'est trouvée être trop faible pour suffire à la production d'un caillot bien ferme. Il ne s'est plus formé que des voiles fibrineux faisant intimement corps avec les amas de globules. Ces voiles se sont rétractés ultérieurement en laissant exsuder une grande quantité de sérum. Le pouvoir thromboplastique intense des hématies sensibilisées se manifeste ainsi de deux façons : d'abord par un raccourcissement du temps de coagulation, ensuite par la formation d'un caillot rétractile quand la quantité d'hématies employée est suffisamment forte. Cette double constatation est intéressante non seulement au point de vue du point traité dans cette note, mais encore parce qu'on voit les hématies se comporter un peu, dans ces expériences, à la façon des plaquettes dans la coagulation du sang normal et produire comme elles la rétraction du caillot ⁽²⁾.

Dans d'autres expériences, cette localisation des dépôts de fibrine à la surface des hématies sensibilisées a été tellement

(1) Il existe, dans ces expériences, des irrégularités inévitables à raison du grand nombre de facteurs qui interviennent. Il faut juger les expériences dans leur allure générale et faire abstraction des petites anomalies qui peuvent dépendre simplement de ce que certains dépôts de globules ont été moins complètement divisés par l'agitation énergique et autant que possible égale qui devait les mettre en suspension homogène dans les liquides à coaguler.

(2) Ceci tend à faire croire, en accord avec d'autres faits d'observation, que la première condition de la rétractilité d'un caillot, c'est la localisation d'une grande partie de la fibrine à la surface d'éléments figurés de petites dimensions et très nombreux.

considérable qu'elle a consommé toute la matière coagulable du plasma, de sorte que la coagulation s'est manifestée seulement par une agglutination (assez tardive) des cellules qui se sont fusionnées en un amas visqueux unique, tandis que le liquide surnageant restait indéfiniment fluide. On peut dire qu'ici le caillot a en quelque sorte été absorbé par les cellules.

En voici un exemple (voir tableau II) :

Si l'on n'observait que des séries de ce genre, on serait tenté, à première vue, de conclure dans un sens opposé à celui indiqué à propos de la série précédente et de dire que les hématies chargées d'anticorps, loin d'exercer une action coagulante, empêchent plutôt la coagulation. En réalité, s'il n'apparaît pas de caillot dans le liquide, c'est, ainsi qu'il a été dit, parce que toute la matière coagulable est accaparée par les cellules. La fluidité définitive du liquide résiste d'ailleurs à l'adjonction de toute espèce de substance coagulante, elle est le résultat d'une défibrination. C'est ce qui explique pourquoi, dans les derniers termes de la série, dans les tubes qui n'ont reçu qu'une petite quantité d'hématies, la coagulation du plasma s'opère et s'opère même plus rapidement que dans les tubes de la série témoin.

On peut d'ailleurs s'assurer par un autre moyen de l'absence de toute influence anticoagulante vraie chez les hématies chargées d'anticorps. Il consiste à faire le mélange des hématies et du plasma d'une façon un peu différente de celle utilisée dans les séries qui précèdent.

Le plasma est du plasma salé à 5 % dilué dans quatre volumes d'eau distillée. Dans les expériences qui viennent d'être citées, la dilution du plasma était faite avant l'adjonction des hématies. Dans l'expérience dont le protocole suit (tableau III), expérience faite au moyen des mêmes hématies et du même plasma que celle du tableau II, on ajouta d'abord les hématies à l'eau distillée et ensuite le plasma salé. En agissant ainsi, on détruit complètement l'édifice structuré des hématies dont on répartit tous les matériaux constitutifs dans le liquide ambiant. On constate dans

TABEAU II.

Hématies de mouton chargées d'anticorps hémolytique et lavées.	Plasma salé dilué de lapin.	RÉSULTATS.	Hématies de mouton traitées par le sérum d'un lapin infecté de peptone de Witte et lavées.	Plasma salé dilué de lapin.	RÉSULTATS.
0 ^{cc} 5	1 c. c.	Agglutination incomplète des hématies après 3 heures, complète le lendemain. Li- quide surnageant indéfini- ment fluide.	0 ^{cc} 5	1 c. c.	Voile après 4 h. 5 m. Caillot rétracté le len- demain ⁽¹⁾ .
0.3	1	Idem.	0.3	1	Voile après 4 h. 5 m. Caillot non rétractile après 4 h. 40 m.
0.4	1	Idem.	0.4	1	Caillot après 4 h. 30 m., non rétractile.
0.05	1	Voile après 4 h. 20 m. Caillot mou le lendemain.	0.05	1	Caillot après 4 h. 10 m., non rétractile.
0.05	3	Caillot après 2 h. 35 m., non rétractile.	0.05	3	Caillot après 4 h. 30 m., non rétractile.
0.05	5	Caillot après 4 h. 35 m., non rétractile.	0.05	5	Caillot après 4 h. 38 m., non rétractile.
0.05	10	Caillot après 4 h. 40 m., non rétractile.	0.05	10	Caillot après 3 h. 5 m., non rétractile.
0	1	Caillot après 2 h. 42 m.			

(1) La rétraction produite par les fortes doses de globules rouges normaux est attribuable aux petites quantités de plaquettes que renferment les émulsions d'hématies.

TABLEAU III.

Hématies chargées d'anticorps.	Eau distillée.	Plasma au chlorure sodique 5 %.	RÉSULTATS.	Hématies traitées par le sérum d'un lapin injecté de peptone.	Eau distillée.	Plasma au chlorure sodique 5 %.	RÉSULTATS.
0 ^{cc} 5	0 ^{cc} 8	0 ^{cc} 2	Caillot après 44 m. ; non rétractile.	0 ^{cc} 5	0 ^{cc} 8	0 ^{cc} 2	Caillot après 48 m. ; non rétractile.
0.3	0.8	0.2	Caillot après 44 m. ; non rétractile.	0.3	0.8	0.2	Caillot après 26 m. ; non rétractile.
0.4	0.8	0.2	Caillot après 24 m. ; non rétractile.	0.4	0.8	0.2	Caillot après 23 m. ; non rétractile.
0.05	0.8	0.2	Caillot après 30 m. ; non rétractile.	0.05	0.8	0.2	Caillot après 37 m. ; non rétractile.
0.05	2.4	0.6	Caillot après 45 m. ; non rétractile.	0.05	2.4	0.6	Caillot après 53 m. ; non rétractile.
0.05	4 c. c.	4 c. c.	Caillot après 58 m. ; non rétractile.	0.05	4 c. c.	4 c. c.	Caillot après 4 h. 6 m. ; non rétractile.
0.05	8	2	Caillot après 4 h. 45 m. ; non rétractile.	0.05	8	2	Caillot après 1 h. 40 m. ; non rétractile.

ces conditions que les hématies chargées d'anticorps provoquent, à toutes les concentrations, une coagulation plus rapide que les hématies témoins.

On obtient des résultats du même genre si, au lieu d'hématies imprégnées d'anticorps hémolytique, on utilise un mélange de caséine et d'anticaséine (sérum d'un lapin injecté quatre fois de caséine de vache). Mais ici les conditions expérimentales sont moins simples. Quand on utilise des hématies, on peut, ainsi qu'il a été fait, mettre à profit leur propriété de fixer l'anticorps, ce qui permet d'éliminer les autres constituants du sérum. Il n'en va pas aussi facilement pour les solutions de caséine. A vrai dire, ces solutions se troublent quand on les mélange au sérum anticaséine, par suite de l'insolubilisation d'une partie du complexe caséine-anticaséine. Mais avec la solution que j'ai employée, ce trouble était peu intense et ne correspondait qu'à une fraction très faible de la caséine employée. J'ai donc été forcé d'utiliser le mélange même de la caséine et du sérum correspondant avec tous les facteurs de complications que ce milieu renferme.

Cependant, même dans ces conditions défavorables, j'ai pu constater une action coagulante plus forte des mélanges de la solution de caséine avec deux sérums anticaséine que des mélanges de cette solution avec deux sérums témoins provenant de deux lapins normaux.

Le tableau suivant (tableau IV) en fournit la preuve.

Les mélanges renfermaient tous une partie de la solution de caséine et trois parties de sérum chauffé à 56° (proportions paraissant correspondre à une précipitation optima), laissés au préalable pendant deux heures à la température ordinaire avant d'être ajoutés au plasma salé dilué. Les milieux coagulables furent conservés à la température du laboratoire.

TABEAU IV.

Mélange du sérum anticaséine A et de la solution de caséine.	Mélange du sérum anticaséine B et de la solution de caséine.	Mélange du sérum normal A et de la solution de caséine.	Mélange du sérum normal B et de la solution de caséine.	Solution isotonique de chlorure sodique.	Plasma salé dilué.	RÉSULTATS.
0 ^{cc} 05	—	—	—	0 ^{cc} 95	0 ^{cc} 5	Caillot après 2 h. 36 m.
0.15	—	—	—	0 85	0.5	Caillot après 1 h. 43 m.
0.5	—	—	—	0.5	0.5	Caillot après 58 m.
1 c. c.	—	—	—	—	0.5	Caillot après 1 h. 8 m.
—	0 ^{cc} 05	—	—	0.95	0.5	Caillot après 2 h. 37 m.
—	0.15	—	—	0.85	0.5	Caillot après 1 h. 28 m.
—	0.5	—	—	0.5	0.5	Caillot après 45 m.
—	1 c. c.	—	—	—	0.5	Caillot après 45 m.
—	—	0 ^{cc} 05	—	0.95	0 5	Caillot après 3 h. 20 m.
—	—	0.15	—	0 85	0.5	Caillot après 2 h. 3 m.
—	—	0.5	—	0.5	0.5	Caillot après 3 h. 20 m.
—	—	1 c. c.	—	—	0.5	Caillot après 3 h. 20 m.
—	—	—	0 ^{cc} 05	0.95	0.5	Caillot après 2 h. 43 m.
—	—	—	0.15	0.85	0.5	Caillot après 1 h. 47 m.
—	—	—	0.5	0 5	0.5	Caillot après 1 h. 16 m.
—	—	—	1 c. c.	—	0.5	Caillot après 2 h. 13 m.
—	—	—	—	1 c. c.	0.5	Caillot après 3 h. 24 m.

Il semble bien résulter de ces expériences que les complexes antigène-anticorps sont doués d'un pouvoir coagulant plus fort que celui qui résulte du simple mélange de l'antigène aux éléments d'un sérum normal.

Les faits observés viennent donc confirmer complètement l'hypothèse qui est le point de départ de ces recherches, hypothèse suivant laquelle il y a identité de nature entre la coagulation d'un plasma par une substance thromboplastique et la fixation des éléments du complément d'un sérum par un complexe antigène-anticorps.

Mais il est important de faire remarquer que le pouvoir thromboplastique (par rapport au plasma) d'un groupe antigène-anticorps ne se met pas très nettement en évidence dans tous les cas; au moins ne se manifeste-t-il pas toujours par une plus grande tendance du milieu coagulable à se coaguler. C'est ce qui est apparu dans les expériences du tableau II, où de grandes quantités d'hématies chargées d'anticorps semblèrent empêcher la coagulation du plasma. Dans ce cas, on put démontrer facilement que ce pouvoir empêchant n'était pas réel, en ce sens que la fluidité du plasma dépendait en réalité de la coagulation des substances coagulables à la surface des hématies. La démonstration est rendue possible par l'observation des hématies. On constate qu'elles prennent dans le plasma une consistance visqueuse qui les agglutine en gros paquets, ce qui est manifestement dû à ce qu'elles se chargent de fibrine. Si l'on étudie les propriétés du plasma décanté, on s'assure de la disparition de toute matière coagulable par l'absolue incoagulabilité du liquide quand on le soumet aux agents usuels de coagulation.

Mais cette démonstration devient très difficile quand l'agent thromboplastique employé est soluble. Il est alors impossible de s'assurer, par un examen direct, de la transformation que peut avoir subie l'agent thromboplastique. Tout ce qui apparaît, c'est une incoagulabilité plus ou moins absolue du milieu

coagulable, qui peut résister, lorsqu'elle est très marquée, à l'adjonction de tous les moyens de coagulation. C'est le phénomène connu sous le nom de déviation du complément lorsqu'il s'agit de sérum. Lorsque la déviation du complément est produite par un complexe antigène-anticorps soluble, elle trouve son analogue, en matière de coagulation du plasma, dans mes observations sur le mode d'action des substances thromboplastiques solubles. Lorsqu'on en ajoute des quantités croissantes à des milieux coagulables, on constate, passé une certaine concentration, un renversement du sens de l'action. Coagulants en dessous de cette concentration, ils deviennent anticoagulants au-dessus. Cette démonstration se fait d'autant plus facilement que les milieux coagulables sont plus dilués, moins riches en matière coagulable.

Dans les expériences relatées plus haut, faites au moyen de caséine et d'anticaséine, l'anticaséine était contenue dans un sérum et le complexe caséine-anticaséine fut ajouté à un plasma normal dont il accéléra la coagulation. Au lieu de procéder de cette façon, on peut mélanger directement la caséine au plasma salé dilué frais de l'animal qui a reçu les injections de caséine, plasma contenant et l'anticaséine et la matière coagulable. Or l'expérience faite dans ces conditions produit assez souvent le résultat complètement opposé à celui qui a été décrit : on observe un ralentissement de la coagulation plutôt qu'une accélération.

C'est ce que j'ai obtenu avec la même solution de caséine, quand elle fut ajoutée directement au plasma des animaux A et B dont le sérum a servi aux expériences du tableau IV. J'ai fait connaître antérieurement déjà des observations de ce genre ⁽¹⁾.

La coexistence de ces faits avec ceux que je publie dans cette

(1) P. NOLF, De l'anaphylaxie. (*Arch. intern. de physiol.*, 1910, X, pp. 37-77.)

note prouve que les uns ne s'opposent pas aux autres, mais qu'ils sont les expressions diverses des rapports qui s'établissent entre les nombreux colloïdes qui prennent part à ces phénomènes, rapports qui peuvent varier suivant les conditions de l'expérience.

Il résulte incontestablement de ce qui vient d'être dit que les complexes antigène-anticorps ont exercé, dans les cas examinés, une influence thromboplastique plus considérable que les antigènes seuls. Il reste à voir si l'on peut se rendre compte de la signification de ce fait.

Par une étude des phénomènes d'anaphylaxie chez le chien, je suis arrivé à l'idée que ce que l'on appelle l'anticorps est probablement un complexe à la constitution duquel la thrombozyme prend une part prépondérante. Cette thrombozyme produite par l'organisme après l'injection d'un antigène est douée d'affinité spécifique pour cet antigène. Introduit-on l'antigène dans le plasma de l'animal vacciné, on constate la fixation sur lui de la thrombozyme spécifique qui entraîne, dans sa coagulation, du thrombogène et du fibrinogène. L'antigène est-il introduit dans le sérum, il se produit une coagulation moins complète, par manque de fibrinogène, qui aboutit à la formation, non plus de fibrine, mais de thrombine. Le phénomène est encore réduit en importance si le sérum spécifique est vieilli ou s'il a été chauffé à 56°. Dans ces conditions, il est probable que les colloïdes qui se coagulent en même temps que la thrombozyme spécifique au contact de l'antigène sont beaucoup moins abondants. Il en résulte que les suites habituelles de cette coagulation, l'hémolyse s'il s'agit de globules rouges, la bactériolyse s'il s'agit de microbes, manquent dans ce dernier cas. Mais ces aspects sont, comme il a été dit, secondaires. Le phénomène essentiel, la coagulation, s'est opéré, moins important, mais incontestable.

Or on démontre que lorsqu'un début de coagulation s'est produit dans un milieu coagulable, il en résulte de nouveaux

centres de coagulation. La coagulation est dans un certain sens une autocatalyse. La fibrine, la thrombine sont thromboplastiques. Quand un antigène a provoqué ainsi une coagulation, même incomplète, dans un sérum vieilli, il s'est chargé d'un complexe équivalent à de la thrombine vieillie et il peut acquérir de ce chef un supplément de pouvoir thromboplastique. On sait en effet que, même vieillie, la thrombine est thromboplastique. Un sérum vieilli coagule un plasma frais. (Bordet et Gengou.)

Dans cette conception du phénomène d'hémolyse, l'anticorps n'est pas, comme le supposent tous les auteurs, une substance essentiellement différente du complément. Elle est seulement un complément doué d'affinité spécifique. Elle est de plus, dans le sérum vieilli ou chauffé, un complément devenu plus stable, moins coagulable, devenu incapable de produire seul des altérations cellulaires graves. Mais ce complément altéré peut encore, en se fixant sur l'antigène, lui conférer le pouvoir de coaguler plus facilement un plasma ou un sérum sur lesquels cet antigène a peu d'action à l'état de pureté.

La fixation de l'anticorps, la fixation du complément trouvent leur équivalent physiologique dans la production de la thrombine aux dépens de ses constituants sous l'influence d'un agent thromboplastique.

PHYSICO-CHIMIE. — Recherches thermochimiques sur la dissolution (deuxième note), précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions salines,

par NICOLAS DE KOLOSSOVSKY.

En partant de l'hypothèse de l'hydratation ionique dans les dissolutions, hypothèse à laquelle nous n'attribuons d'ailleurs de l'importance que dans la mesure de l'utilité qu'elle peut avoir pour guider l'esprit dans la voie des recherches expérimentales, nous sommes arrivé à constater certaines relations, encore bien imparfaites pour le moment, mais qui, croyons-nous, doivent acquérir après de nouvelles études une importance considérable.

Admettant que la variation d'une propriété quelconque d'un mélange ou d'une combinaison chimique a pour cause l'action des forces de l'affinité chimique et appliquant immédiatement cette proposition aux solutions aqueuses des électrolytes, nous dirons que la variation d'une propriété de la solution par rapport à la moyenne des mêmes propriétés du dissolvant pur et du corps dissous est due au phénomène de l'hydratation, et, attendu que nous avons supposé la formation des hydrates par les ions, cette variation doit nécessairement être une propriété additive.

D'autre part, attendu que les variations de plusieurs propriétés produites par un ion A sont les effets de la même cause (hydratation de l'ion A), et que les variations provoquées par un ion B sont toutes les effets de l'hydratation de l'ion B, leurs rapports respectifs doivent être les mêmes et égaux au rapport des énergies d'hydratation des ions A et B.

C'est précisément cette dernière conclusion qui est la plus

importante; nous n'entrerons pas dans la discussion de sa généralité, et c'est le degré de concordance de la théorie avec les données expérimentales qui montrera la mesure de l'application qu'il en faut faire.

Nous représenterons cette proposition sous une forme plus maniable.

Pour toute propriété additive, la variation de la propriété du dissolvant provoquée par l'addition d'une molécule (par exemple) de sel quelconque peut être exprimée par la formule

$$V = M + M', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

V étant la variation de la propriété observée, M et M' les modules des ions positif et négatif du sel introduit; ceux-ci étant produits par la réaction des ions avec le dissolvant, leur grandeur relative ne dépend d'une manière générale que de la nature de l'ion (pour le même dissolvant) et non de la propriété étudiée par elle-même.

Par conséquent, la variation d'une seconde propriété s'exprimera par la formule

$$V' = K'(M + M'), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

K' étant une constante caractérisant la propriété; pour une troisième propriété, on a

$$V'' = K''(M + M') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

et ainsi de suite, d'où nous tirons :

$$\frac{V'}{V} = K'; \quad \frac{V''}{V} = K''; \quad \frac{V'''}{V} = K''', \text{ etc.,}$$

et ceci indépendamment de la nature du sel dissous.

Ces relations sont vérifiables par l'expérience, mais, attendu qu'il n'est pas toujours facile d'avoir la valeur absolue de la variation, notamment avec les données actuellement acquises à la science, nous chercherons l'expression des rapports entre les variations relatives; dans ce but, nous choisissons tout à fait

arbitrairement un point de départ et nous posons les variations de toutes les propriétés provoquées par une solution normale de KNO_3 égales à zéro :

$$V_0 = 0; \quad V'_0 = 0; \quad V''_0 = 0, \text{ etc.};$$

d'autre part, nous avons

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= M_0 + M'_0 \\ V'_0 &= (M_0 + M'_0)K' \\ V''_0 &= (M_0 + M'_0)K'' \end{aligned} \right\} (2)$$

En soustrayant respectivement les équations (2) des équations (1), nous avons

$$\begin{aligned} V - V_0 &= (M + M' - M_0 - M'_0) \\ V' - V'_0 &= (M + M' - M_0 - M'_0)K' \\ V'' - V''_0 &= (M + M' - M_0 - M'_0)K'', \end{aligned}$$

d'où nous tirons

$$\frac{V' - V'_0}{V - V_0} = K'; \quad \frac{V'' - V''_0}{V - V_0} = K''; \quad \frac{V''' - V'''_0}{V - V_0} = K''', \text{ etc.,}$$

c'est-à-dire que les rapports des valeurs relatives sont égaux aux mêmes constantes.

Ces dernières relations peuvent déjà être très facilement vérifiées par l'expérience.

Voici les propriétés que nous choisissons pour notre comparaison :

V , variation du coefficient de partage de l'acide acétique entre l'eau et l'éther sous l'influence d'un gramme équivalent de sel dissous (*).

V' , variation de la température du dédoublement d'une solu-

(*) *Bull. de la Soc. chim. de France*, 1911 (4), IX, p. 634.

tion aqueuse d'acide isobutyrique sous l'influence d'un demi-gramme équivalent de sel dissous (*).

V'', variation de la solubilité de l'anhydride carbonique dans l'eau sous l'influence d'un gramme équivalent de sel dissous (**).

TABLEAU I.

NATURE du sel.	DONNÉES EXPÉRIMENTALES.						RAPPORTS CALCULÉS	
	V	V - V ₀	V'	V' - V' ₀	V''	V'' - V'' ₀	K'	K''
KNO ₃	+ 0,03	0	8°3	0	- 0,101	0	—	—
KBr	- 0,14	- 0,17	26°8	18°5	- 0,152	- 0,051	- 109	0,30
KCl	- 0,16	- 0,19	29°5	21°2	- 0,170	- 0,069	- 111	0,36
$\frac{1}{2}$ K ₂ SO ₄	- 0,18	- 0,21	29°4	21°1	—	—	- 100	—
NaClO ₃	- 0,23	- 0,26	—	—	- 0 201	- 0,100	—	0,38
NaBr	- 0,27	- 0,30	—	—	- 0 202	- 0,101	—	0,37
NaCl	- 0,29	- 0,32	40°8	32°5	- 0,210	- 0,103	- 102	0,34
$\frac{1}{2}$ BaCl ₂	- 0,30	- 0,33	43°2	34°9	- 0,206	- 0 105	- 116	0,32
$\frac{1}{2}$ MgSO ₄	- 0,41	- 0,44	—	—	- 0,273	- 0,172	—	0,39
$\frac{1}{2}$ ZnSO ₄	- 0,43	- 0,46	—	—	- 0,270	- 0,169	—	0,37
MOYENNE . . .							- 108	0,35

(*) SMIRNOW, *Journ. de la Soc. phys. chim. de Russie*, 1907, t. XXXIX, p. 78. Nous nous sommes cru en droit d'employer ici les variations produites par les demi-grammes équivalents (qui se trouvent par interpolation, tandis que l'action des grammes équivalents entiers exigerait quelquefois une extrapolation), car le tracé graphique des résultats (pp. 83, 86 et 88) montre une proportionnalité satisfaisante du phénomène.

(**) J. SETSCHENOW, *Mém. de l'Acad. imp. des sciences de Saint-Petersbourg* (VII), 1875, n° 6, t. XXII; 1886, n° 3, t. XXXIV; 1887, n° 7, t. XXXV, et *Journ. de la Soc. phys. chim. de Russie*, t. V. VII, XVIII et XX.

La constance de K' et K'' nous semble être satisfaisante.

Si nous considérons d'autres propriétés telles que, par exemple, la densité, la hauteur capillaire, etc., nous ne retrouvons plus de relations aussi simples, mais il est aisé de remarquer que nous avons trouvé une constance de rapports en comparant des propriétés qu'on pourrait nommer chimiques, tandis que les propriétés qui viennent d'être indiquées ci-dessus sont plutôt des propriétés physiques, dont la cause, peut-être, ne réside pas exclusivement dans l'action des forces de l'affinité.

On aurait tort de faire une distinction trop absolue entre les propriétés physiques et chimiques; cependant elle est provisoirement nécessaire. Il se pourrait bien que les propriétés chimiques fussent des effets simples, tandis que les propriétés physiques seraient des effets combinés des mêmes causes.

En résumant, nous devons dire que les propositions énoncées sont applicables aux propriétés des dissolutions, dont la nature est incontestablement chimique et de ce fait nécessairement additive.

Après ces remarques, la constatation perd en généralité, mais en même temps elle montre d'une manière tangible la dépendance des propriétés dites chimiques du phénomène de l'hydratation, et non pas de causes inconnues. Quoiqu'on ait souvent nié l'existence d'une relation directe entre la chaleur de dissolution et l'action des forces de l'affinité, nous voudrions contribuer à faire valoir l'opinion contraire et notamment montrer la prépondérance des causes chimiques dans les chaleurs de dissolution.

Dans ce but, nous montrerons d'abord que le rapport des valeurs relatives des chaleurs de dissolution (dans les limites où cette propriété obéit à la loi additive) et des variations d'une propriété chimique quelconque examinée précédemment est une constante, ce qui prouverait leur dépendance du phénomène de l'hydratation.

En désignant par Q la chaleur moléculaire de dissolution d'un sel quelconque et par Q_0 la chaleur de dissolution de KNO_3 , nous dressons le tableau II.

TABLEAU II.

NATURE DU SEL.	$V-V_0$	Q (*)	$Q - Q_0$	$K''' = \frac{Q - Q_0}{V - V_0}$
KNO_3 . . .	0	- 8,234 (**)	0	—
$NaNO_3$	- 0,13	- 5,103 (**)	+ 3,131	$- 24 \times 10^5$
KCl	- 0,19	- 5,080	+ 3,154	$- 20 \times 10^5$
$NaCl$	- 0,32	- 4,230	+ 7,004	$- 22 \times 10^5$
$\frac{1}{2} K_2SO_4$. . .	- 0,21	- 3,190	+ 5,044	$- 24 \times 10^5$
$\frac{1}{2} Na_2SO_4$. . .	- 0,34	+ 0,230	+ 8,464	$- 25 \times 10^5$
MOYENNE. . . .				$- 23 \times 10^5$

La constance de K''' doit être considérée comme remarquable et il n'est pas impossible qu'il y ait une certaine compensation dans les valeurs relatives des effets secondaires; d'ailleurs nous aurons encore à y revenir à la fin de cette note.

Il y a lieu de remarquer ici que de nombreux observateurs n'ont pas été loin de trouver des relations analogues aux nôtres; notamment on a souvent constaté le même ordre d'actions des différentes substances en étudiant les propriétés diverses des

(*) J. THOMSEN, *Systematische Durchführung thermochemischen Untersuchungen*, 1906, p. 12.

(**) J. VON ZAWIDSKI et A. SCHAGGER, *Kosmos*, 85, 501. — *Tables annuelles des constantes et données numériques*, 1910, t. I, p. 432.

dissolutions et plus particulièrement l'abaissement de la solubilité des différentes substances sous l'influence des sels dissous. Bref, c'est à un certain point de vue l'extension de la loi de Nernst (*).

Ici nous terminerons les considérations introductives et nous passerons à nos recherches expérimentales.

La première partie de ce travail, relative à la chaleur de dissolution de NaCl dans les solutions aqueuses d'alcool, a été publiée antérieurement (**). La présente note a pour objet les déterminations des chaleurs de dissolution de NaNO_3 , KCl et KNO_3 dans les mêmes dissolvants. Les résultats expérimentaux sont consignés dans les tableaux III à XXII.

Toutes les désignations sont conservées et les résultats calculés au moyen des mêmes formules, mais nous les reproduisons de nouveau, attendu que la température moyenne des présentes expériences exige l'introduction d'une nouvelle grandeur l :

$$Q = -\frac{M}{p}(t_0 - t'_n)lW - \frac{M}{p}(t_0 - t'_n)l \cdot SC$$

$$C = \frac{V(T - t_n) - W(t'_n - t_0)l}{S(t'_n - t_0)l},$$

l étant la valeur du degré du thermomètre qui est, pour les températures comprises entre 15° et 20° , égale à 0,998 et, pour les températures de 20° à 25° , égale à 1,000.

(*) NERNST, *Zeit. für physik. Chemie*, 1890, t. VI, p. 19.

(**) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1912, pp. 591-609.

TABLEAU III.

NaCl + 200H ₂ O + 15C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,97535			
o/o d'alcool.	16.09 o/o			
<i>Chaleur de dissolution de NaCl.</i>				
Dissolvant.	1288,18	1288,18		
p	17,538	17,538		
s	1305,72	1305,72		
$\frac{M}{p}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{10}{3}$		
t_o	19°4000	19°3840		
t'_n	18°8969	18°8812		
$t'_n - t_o$	- 0°5031	- 0°5028		
$(t'_n - t_o) l$	- 0°5021	- 0°5018		
w	42,6	42,6		
A + BC	71,3 + 2185,7 C.	71,3 + 2184,0 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	16°2689	18°3351	18°3460	17°5218
t'_n	17°1616	19°2019	19°2082	18°3955
$t'_n - t_o$	+ 0°8927	+ 0°8668	+ 0°8622	+ 0 8737
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°8909	+ 0°8651	+ 0°8605	+ 0°8720
T - t_n	81°32	78°99	78°89	80°11
s	1300	1300	1300	1300
v	14,863	14,863	14,863	14,863
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	1.0155	1 0159	1.0201	1.0223
G moyenne.	1,018			
Q	- 2296 cal.	- 2295 cal.		
Q moyenne.	- 2295 cal.			

TABLEAU IV.

NaNO ₃ + 200 H ₂ O + 15 C ₂ H ₅ OH				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,97535			
°/o d'alcool.	16.09 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de NaNO₃.</i>				
Dissolvant.	1288,18		1288,18	
p	25.503		25,503	
s	1313,68		1313,68	
$\frac{M}{p}$	$\frac{10}{3}$		$\frac{10}{3}$	
t_o	19°2350		19 0300	
t'_n	17°8423		17°6436	
$t'_n - t_o$	- 1°3927		- 1°3864	
$(t'_n - t_o) l$	- 1°3899		- 1°3836	
w	50,1		50,1	
A + BC	232,1 + 6086,3 C.		231,1 + 6058,7 C.	
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°9793	16°1180	17°8510	17°7621
t'_n	18°8547	16°6533	18°7258	18°6383
$t'_n - t_o$	+ 0°8754	+ 0°5353	+ 0°8748	+ 0°8742
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°8737	+ 0°5342	+ 0°8731	+ 0°8725
T - t_n	79°59	81°92	79°63	79°96
s	1300	1300	1300	1300
v	14,863	8,833	14,863	14,863
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	1,0134	1,0139	1,0147	1,0197
C moyenne	1,015			
Q	- 6410 cal.		- 6381 cal.	
Q moyenne	— 6395 cal.			

TABLEAU V.

NaNO ₃ + 200H ₂ O + 30C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,96008			
°/o d'alcool.	27.72 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de NaNO₃.</i>				
Dissolvant.	1246,15		1246,15	
p	21,2525		21,2525	
s	1267,40		1267,40	
$\frac{M}{p}$	4		4	
t_o	18°8770		19°1620	
t'_n	17°5977		17°8797	
$t'_n - t_o$	- 1°2793		- 1°2823	
$(t'_n - t_o)1$	- 1°2767		- 1°2797	
w	50,1		50,1	
A + BC	255,9 + 6472,4 C.		256,4 + 6487,6 C.	
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°5016	18°1080	17°1537	16°5510
t'_n	18°3887	18°6858	18°0426	17°4453
$t'_n - t_o$	+ 0°8871	+ 0°5776	+ 0°8889	+ 0°8943
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°8853	+ 0°5764	+ 0°8871	+ 0°8925
T - t_n	79°76	79°24	80°30	80°85
s	1300	1250	1300	1300
v	14,863	9,400	14,863	14,863
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	1,0020	1,0046	1,0069	1,0076
C moyenne.	1,005			
Q	- 6761 cal.		- 6776 cal.	
Q moyenne.	- 6767 cal.			

TABLEAU VI.

NaNO ₃ + 200H ₂ O + 35C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{45,56}$	0.95507			
% d'alcool.	30.91 %			
<i>Chaleur de dissolution de NaNO₃.</i>				
Dissolvant.	1303,72	1303,72		
p	21,2525	21,2525		
s	1324,97	1324,97		
$\frac{M}{p}$	4	4		
t_o	19°1860	19,1850		
t'_n	17°9468	17,9425		
$t'_n - t_o$	- 1°2392	- 1°2425		
$(t'_n - t_o) l$	- 1°2367	- 1°2400		
w	50,1	50,1		
A + BG	247,8 + 6554,4 C.	248,5 + 6571,9 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°7985	17°4016	17°9732	17°9904
t'_n	18°6970	18°2996	18°5386	18°5528
$t'_n - t_o$	+ 0°8985	+ 0°8980	+ 0°5654	+ 0°5624
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°8967	+ 0°8962	+ 0°5643	+ 0°5613
T - t_n	79°85	80°10	79°78	79°70
s	1300	1300	1300	1300
v	14,863	14,863	9,400	9,400
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9900	0,9938	0,9942	0,9986
C moyenne	0,994			
Q	- 6763 cal.			- 6781 cal.
Q moyenne	- 6772 cal.			

TABLEAU VII.

NaNO ₃ + 200H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
°/o d'alcool.	33.83 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de NaNO₃.</i>				
Dissolvant.	1210,01	1210,01		
p	18,8911	18,8911		
s	1228,9	1228,9		
$\frac{M}{p}$	4,5	4,5		
t_o	16°6624	17°1469		
t'_n	15°4418	15°9282		
$t'_n - t_o$	- 1°2206	- 1°2187		
$(t'_n - t_o) l$	- 1°2182	- 1°2163		
w	42,6	42,6		
A + BC	233,5 + 6736,6 C.	233,2 + 6726,2 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°9364	17°1429	16°2259	17°3696
t'_n	18°5576	17°7684	16°8582	17°9919
$t'_n - t_o$	+ 0°6212	+ 0°6255	+ 0°6323	+ 0°6223
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°6199	+ 0°6242	+ 0°6310	+ 0°6210
T — t_o	78°85	79°58	80°47	79°29
s	1200	1200	1200	1200
v	9,572	9 572	9,572	9,572
w	36,5	36 5	36,5	36,5
C	0,9842	0,9865	0,9868	0,9880
C moyenne	0,986			
Q	— 6876 cal.		— 6865 cal.	
Q moyenne	— 6871 cal.			

TABLEAU VIII.

NaNO ₃ + 200 H ₂ O + 50 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,94048			
°/o d'alcool.	38.99 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de NaNO₃.</i>				
Dissolvant.	1181,12	1181,12		
p	17,002	17,002		
s	1198,12	1198,12		
$\frac{M}{p}$	5	5		
t_o	16° 8426	16° 4931		
t'_n	15° 7194	15,3665		
$t'_n - t_o$	- 1° 1232	- 1° 1266		
$(t'_n - t_o) 1$	- 1° 1210	- 1° 1243		
w	42,6	42,6		
A + BC	238,8 + 6715,5 C.	239,5 + 6735,2 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	15° 3000	16° 2250	16° 2763	16° 6067
t'_n	15,9597	16,8813	16,9371	17,2643
$t'_n - t_o$	+ 0° 6597	+ 0° 6563	+ 0° 6608	+ 0° 6576
$(t'_n - t_o) 1$	+ 0° 6584	+ 0° 6550	+ 0° 6595	+ 0° 6563
T - t_o	81° 26	80° 62	80° 80	80° 22
s	1190	1188	1183	1180
v	9,572	9,572	9,572	9,572
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9621	0,9610	0,9605	0,9606
C moyenne.	0,961			
Q	- 6692 cal.	- 6712 cal.		
Q moyenne.	- 6702 cal.			

TABLEAU IX.

NaNO ₃ + 200H ₂ O + 100 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,90372			
‰ d'alcool.	56.10 ‰			
<i>Chaleur de dissolution de NaNO₃.</i>				
Dissolvant.	1231,20	1231,20		
p	12,7515	12,7515		
s	1243,95	1243,95		
$\frac{M}{p}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3}$		
t_o	17°4405	17°1303		
t'_n	16°6748	16°3576		
$t'_n - t_o$	- 0°7657	- 0°7727		
$(t'_n - t_o)1$	- 0°7642	- 0°7712		
w	42,6	42,6		
A + BC	217,0 + 6336,2 C.	219,0 + 6395,6 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°4637	16°7751	17°2546	17°9073
t'_n	17°8744	17°4619	17°9686	18°6134
$t'_n - t_o$	+ 0°7107	+ 0°6868	+ 0°7140	+ 0°7061
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°7093	+ 0°6854	+ 0°7126	+ 0°7047
T - t_n	79,57	79,73	79,54	78,84
s	1200	1243	1200	1198
v	9,572	9,572	9,572	9,572
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,8642	0,8664	0,8599	0,8636
C moyenne	0,864			
Q	- 5692 cal.		- 5744 cal.	
Q moyenne	- 5718 cal.			

TABLEAU X.

KCl + 200H ₂ O + 15C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,97535			
°/o d'alcool.	16.09 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KCl₃.</i>				
Dissolvant.	1288,18		1288,18	
p	22,368		22,368	
s	1310,55		1310,55	
$\overline{M}$	40		40	
$\overline{p}$	3		3	
t_o	49°3000		49°0350	
t'_n	18°4301		17°8583	
$t'_n - t_o$	- 4°4699		- 4°1767	
$(t'_n - t_o)1$	- 4°4676		- 4°1743	
w	50,1		50,1	
A + BC	195,0 + 5100,7 C.		196,1 + 5129,9 C.	
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	18°3870	17°3604	18°2106	18°1368
t'_n	19°2614	18°2450	19°0791	18°8516
$t'_n - t_o$	+ 0°8744	+ 0°8846	+ 0°8685	+ 0°7148
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°8727	+ 0°8828	+ 0°8668	+ 0°7134
T - t_n	79°42	80°38	79°00	79°84
s	1300	1300	1300	1300
v	14,863	14,863	14,863	12,106
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	1,0085	1,0129	1,0139	1,0141
C moyenne	1,012			
Q	— 5357 cal.		— 5388 cal.	
Q moyenne	— 5372 cal.			

TABLEAU XI.

KCl + 200 H ₂ O + 30 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,96008			
°/o d'alcool.	27.72 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KCl.</i>				
Dissolvant.	1246,15	1246,15		
p	18,64	18,64		
s	1264,79	1264,79		
$\frac{M}{p}$	4	4		
t_o	18°8580	19°0787		
t'_n	17°7164	17°9436		
$t'_n - t_o$	- 1°1416	- 1°1351		
$(t'_n - t_o) l$	- 1°1393	- 1°1328		
w	42,6	42,6		
A + AB	194,1 + 5763,9 C.	193.0 + 5731,0 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°9793	18°2045	16°7235	18°3589
t'_n	18°8929	19°1179	17°6156	19°0783
$t'_n - t_o$	+ 0°9136	+ 0,9134	+ 0°8921	+ 0°7194
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°9118	+ 0°9116	+ 0°8903	+ 0°7180
T - n	79°21	79°18	80°64	79°27
s	1250	1250	1300	1300
v	14,863	14,863	14,863	12,156
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	1,0037	1,0036	1,0075	1,0043
C moyenne.	1,005			
Q	- 5987 cal.	- 5953 cal.		
Q moyenne.	- 5970 cal.			

TABLEAU XII.

KCl + 200H ₂ O + 35C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95507			
°/o d'alcool.	30.91 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KCl.</i>				
Dissolvant.	1303,72		1303,72	
p	18,64		18,64	
s	1322,36		1322,36	
$\frac{M}{p}$	4		4	
t_o	16°5629		16°6124	
t'_n	15°4182		15°4702	
$t'_n - t_o$	- 1°1447		- 1°1422	
$(t'_n - t_o)1$	- 1°1424		- 1°1399	
w	42,6		42,6	
A + BC	194,7 + 6042,7 C.		194,2 + 6029,4 C.	
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	16°3863	16°8545	16°2278	17°5504
t'_n	16°9604	17°4263	16°8007	18°1175
$t'_n - t_o$	+ 0°5741	+ 0°5718	+ 0°5729	+ 0°5682
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°5729	+ 0°5707	+ 0°5718	+ 0°5671
T - t_n	80°93	80°50	81°08	79°90
s	1300	1300	1300	1300
v	9,400	9,400	9,400	9,400
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9934	0,9919	0 9972	0,9907
C moyenne	0,993			
Q	— 6195 cal.		— 6181 cal.	
Q moyenne	— 6188 cal.			

TABLEAU XIII.

KCl + 200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,50}$	0,95010			
°/o d'alcool.	33.83 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KCl.</i>				
Dissolvant.	1210,01	1210,01		
p	16,5689	16,5689		
s	1226,58	1226,58		
$\frac{M}{p}$	4,5	4,5		
t_o	17°2828	16°9725		
t'_n	16°1785	15°8577		
$t'_n - t_o$	- 1°1043	- 1°1148		
$(t'_n - t_o)1$	- 1°1021	- 1°1126		
w	42,6	42,6		
A + BC	211,3 + 6083,2 C.	213,3 + 6144,1 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	16°6168	17°6971	16°3964	17°3465
t'_n	17°2410	18°3171	17°0217	17°9731
$t'_n - t_o$	+ 0°6242	+ 0°6200	+ 0°6253	+ 0°6266
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°6229	+ 0°6187	+ 0°6240	+ 0°6253
T - t_n	80°14	79°05	80,17	79°42
s	1212	1200	1210	1200
v	9,572	9,572	9,572	9,572
w	36,5	36 5	36,5	36,5
C	0,9860	0,9887	0,9862	0,9827
C moyenne.	0,986			
Q	- 6209 cal.	- 6269 cal.		
Q moyenne.	- 6239 cal.			

TABLEAU XIV.

KCl + 200 H ₂ O + 50 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,94048			
°/o d'alcool.	38.99 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KCl.</i>				
Dissolvant.	1181,12	1181,12		
p	14,912	14,912		
s	1196.03	1196,03		
$\frac{M}{p}$	5	5		
t_o	18°3780	18°1727		
t'_n	17°3562	17°1532		
$t'_n - t_o$	- 1°0218	- 1°0195		
$(t'_n - t_o)^1$	- 1°0198	- 1°0175		
w	42,6	42,6		
A + BC	217,2 + 6098,6 C.	216,7 + 6084,8 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	18°1788	17°4855	18°4030	17°3273
t'_n	18°8364	18°1297	19°0657	17°9716
$t'_n - t_o$	+ 0°6576	+ 0°6442	+ 0°6627	+ 0°6443
$(t'_n - t_o)^1$	+ 0°6563	+ 0°6429	+ 0°6614	+ 0°6430
T - t_n	77°42	78°77	77°20	79°28
s	1150	1195	1140	1195
v	9,572	9,572	9,572	9,572
w	36,5	36,5	36 5	36,5
C	0,9501	0 9509	0,9480	0,9571
C moyenne	0,952			
Q	— 6023 cal.		— 6009 cal.	
Q moyenne	— 6016 cal.			

TABLEAU XV.

KCl + 200H ₂ O + 100C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,90375			
% d'alcool.	56.10 %			
<i>Chaleur de dissolution de KCl.</i>				
Dissolvant.	1231,20	1231,20		
p	11,184	11,184		
s	1242,38	1242,38		
$\frac{M}{p}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3}$		
t_o	17°7303	17°9606		
t'_n	16°9977	17°2232		
$t'_n - t_o$	- 0°7326	- 0°7374		
$(t'_n - t_o)1$	- 0°7311	- 0°7359		
w	42,6	42,6		
A + BC	207,6 + 6055,4 C.	209,0 + 6095,1 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	18°4693	17°9606	17°3435	17°4324
t'_n	19°2038	18°6888	18°0836	17°8739
$t'_n - t_o$	+ 0°7345	+ 0°7282	+ 0°7401	+ 0°4415
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°7330	+ 0°7267	+ 0°7386	+ 0°4406
T — t_n	78°29	79°05	79°60	79°04
s	1150	1180	1170	1242
v	9,572	9,572	9,572	6,141
w	36,5	36,5	36 5	36,5
C	0,8573	0 8515	0 8505	0,8576
C moyenne	0,854			
Q	— 5379 cal.		— 5414 cal.	
Q moyenne	— 5397 cal.			

TABLEAU XVI.

KNO ₃ + 200H ₂ O + 10C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,98122			
°/o d'alcool.	11,33 °/o			
Chaleur de dissolution de KNO ₃ .				
Dissolvant.	1354,57	1354,57		
p	33,7033	33,7033		
s	1388,27	1388,27		
$\frac{M}{p}$	3	3		
t_o	19°1047	18°8780		
t'_n	16°9702	16°7363		
$t'_n - t_o$	- 2°1345	- 2°1417		
$(t'_n - t_o)1$	- 2°1302	- 2°1374		
w	50,1	50,1		
A + BC	320,2 + 8871 9 C.	321,3 + 8901,9 C.		
Chaleur spécifique.				
t_o	18°2820	17°8793	17°9116	15°9772
t'_n	19°1689	18°7690	18°8029	16°7239
$t'_n - t_o$	+ 0°8869	+ 0°8897	+ 0°8913	+ 0°7467
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°8851	+ 0°8879	+ 0°8895	+ 0°7452
T — t_n	79°55	79°94	79°96	82°07
s	1300	1300	1300	1300
v	14,863	14,863	14,863	12,106
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9995	1,0013	0,9997	0,9975
C moyenne.	1,000			
Q	- 9192 cal.		- 9223 cal.	
Q moyenne.	- 9208 cal.			

TABLEAU XVII.

KNO ₃ + 200H ₂ O + 15C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant d ₄ ^{15,56}	0.97535			
°/o d'alcool.	16.09 °/o			
Chaleur de dissolution de KNO ₃ .				
Dissolvant.	1288,18		1288.18	
p	30,333		30,333	
s	1318,51		1318,51	
M	10		10	
p	3		3	
t _o	18°7768		18°8830	
t' _n	16°6898		16°7929	
t' _n — t _o	— 2°0870		— 2°0901	
(t' _n — t _o) ¹	— 2°0828		— 2°0859	
w	50,1		50.1	
A + BC	347,8 + 9154,0 C.		348,3 + 9167,6 C.	
Chaleur spécifique.				
t _o	18°2361	17°3925	18°4823	16°6490
t' _n	19°1136	18°2778	19°0584	17°3810
t' _n — t _o	+ 0°8775	+ 0°8853	+ 0°8761	+ 0°7320
(t' _n — t _o) ¹	+ 0°8758	+ 0°8835	+ 0°8744	+ 0°7305
T — t _n	79°52	80°33	79°46	81°21
s	1300	1300	1300	1300
u	14,863	14,863	14,863	12,156
w	36,5	36 5	36,5	36,5
C	1.0100	1,0114	1,0109	1,0115
C moyenne	1,111			
Q	— 9606 cal.		— 9617 cal.	
Q moyenne	— 9611 cal.			

TABLEAU XVIII.

KNO ₃ + 200H ₂ O + 30C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,96008			
°/o d'alcool.	27.72 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KNO₃.</i>				
Dissolvant.	1246,15	1246,15		
p	25,2775	25,2775		
s	1271,43	1271,43		
$\frac{M}{p}$	4	4		
t_o	19 1780	19 2427		
t'_n	17 3272	17 3963		
$t'_n - t_o$	- 1 8508	- 1 8464		
$(t'_n - t_o)1$	- 1 8471	- 1 8427		
w	50,1	50,1		
A + BC	370,2 + 9393,8 C.	369,3 + 9371,5 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17 6733	17 5450	17 6581	18 3100
t'_n	18 5993	18 4683	18 5477	19 1921
$t'_n - t_o$	+ 0 9260	+ 0 9233	+ 0 8896	+ 0 8821
$(t'_n - t_o)1$	+ 0 9244	+ 0 9215	+ 0 8878	+ 0 8803
T - t_n	79 99	79 93	80 02	79 45
s	1250	1250	1300	1300
v	14,863	14 863	14,863	14,863
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	1,0000	1,0022	1,0024	1,0036
C moyenne.	1,002			
Q	- 9783 cal.		- 9760 cal.	
Q moyenne.	- 9772 cal.			

TABLEAU XIX.

KNO ₃ + 200H ₂ O + 35C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95507			
‰ d'alcool.	30.91 ‰			
Chaleur de dissolution de KNO ₃ .				
Dissolvant.	1303,72	1303,72		
p	25,2775	25,2775		
s	1329,0	1329,0		
$\frac{M}{p}$	4	4		
t_o	17°5096	18°9720		
t'_n	15°7012	17°1705		
$t'_n - t_o$	- 1°8084	- 1°8015		
$(t'_n - t_o)1$	- 1°8048	- 1°7979		
w	50,1	50,1		
A + BC	361,7 + 9594,3 C.	360,3 + 9557,6 C.		
Chaleur spécifique				
t_o	17°2773	16°2114	18°1348	15°3340
t'_n	17°8520	16°7959	19°0324	16°2592
$t'_n - t_o$	+ 0°5747	+ 0°5845	+ 0°8976	+ 0°9252
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°5735	+ 0°5833	+ 0°8958	+ 0°9233
T - t_n	80°26	81°75	79°47	82 18
s	1300	1300	1300	1300
v	9,400	9,400	14,863	14,863
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9839	0,9853	0 9862	0,9895
C moyenne.	0 986			
Q	- 9822 cal.	- 9784 cal.		
Q moyenne.	- 9803 cal.			

TABLEAU XX.

KNO ₃ + 200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d^{15,56}$	0,95010			
°/o d'alcool.	33.83 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KNO₃.</i>				
Dissolvant.	1089,02	1089,02		
p	20,222	20,222		
s	1109,24	1109,24		
$\frac{M}{p}$	5	5		
t_o	18°3210	18°4291		
t'_n	16°5898	16°7057		
$t'_n - t_o$	- 1°7312	- 1°7234		
$(t'_n - t_o)1$	- 1°7277	- 1°7200		
w	42,6	42,6		
A + BC	368,0 + 9582,2 C.	366,4 + 9539,5 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	18°3530	17°7904	16°6271	16°7628
t'_n	18°9795	18°4169	17°2628	17°3975
$t'_n - t_o$	+ 0°6265	+ 0°6265	+ 0°6357	+ 0°6347
T - t_n	+ 0°6252	+ 0°6252	+ 0°6344	+ 0°6334
$(t'_n - t_o)1$	79°36	80°02	80°57	80°55
S	1200	1200	1200	1200
V	9,572	9,572	9°572	9,572
W	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9821	0,9905	0,9826	0,9840
C moyenne	0,985			
Q	- 9806 cal.		- 9763 cal.	
Q moyenne	- 9785 cal.			

TABLEAU XXI.

KNO ₃ + 200 H ₂ O + 50 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,94048			
°/o d'alcool	38.99 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KNO₃.</i>				
Dissolvant.	1181,12		1181,12	
<i>p</i>	20,222		20,222	
<i>s</i>	1201,34		1201,34	
$\frac{M}{p}$	5		5	
<i>t₀</i>	16°6436		16°7584	
<i>t'_n</i>	15°0288		15°1456	
<i>t'_n - t₀</i>	- 1°6148		- 1°6128	
$(t'_n - t_0)l$	- 1°6116		- 1°6096	
<i>w</i>	42,6		42,6	
A + BC	343,3 + 9680,4 C.		342,9 + 9668,4 C.	
<i>Chaleur spécifique.</i>				
<i>t₀</i>	16°3441	16°1702	17°3120	16°6338
<i>t'_n</i>	17°0057	16°8366	17°9682	17°3062
<i>t'_n - t₀</i>	+ 0°6646	+ 0°6664	+ 0°6562	+ 0°6724
$(t'_n - t_0)l$	+ 0°6633	+ 0°6651	+ 0°6549	+ 0°6710
T - <i>t_n</i>	80°48	80°77	79°53	80°30
<i>s</i>	1175	1174	1170	1150
<i>v</i>	9,572	9,572	9,572	9,572
<i>w</i>	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9574	0,9591	0,9623	0,9642
C moyenne.	0,961			
Q	- 9646 cal.		- 9634 cal.	
Q moyenne.	- 9640 cal.			

TABLEAU XXII.

KNO ₃ + 200 H ₂ O + 100 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,90372			
°/o d'alcool.	56.10 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KNO₃.</i>				
Dissolvant.	1231,2	1231,2		
p	15,1665	15,1665		
s	1246,37	1246,37		
$\frac{M}{p}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3}$		
t_o	17° 2799	17° 9202		
t'_n	16° 1322	16° 7715		
$t'_n - t_o$	- 1° 1477	- 1° 1487		
$(t'_n - t_o) 1$	- 1° 1454	- 1° 1464		
w	42,6	42,6		
A + AB	325,3 + 9517,3 C.	325,6 + 9525,6 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17° 2284	16° 4576	17° 7208	17° 0296
t'_n	17° 9400	17° 1650	18° 4107	17° 7419
$t'_n - t_o$	+ 0° 7116	+ 0° 7074	+ 0° 6899	+ 0° 7123
$(t'_n - t_o) 1$	+ 0° 7102	+ 0° 7060	+ 0° 6885	+ 0° 7109
T - t_n	79° 45	79° 76	79° 09	79° 23
s	1200	1222	1240	1200
v	9,572	9,572	9,572	9,572
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,8619	0,8551	0,8573	0,8586
C moyenne.	0,858			
Q	- 8491 cal.	- 8499 cal.		
Q moyenne.	- 8495 cal.			

En désignant par $Q'a$, $Q''a$, $Q'''a$ et Q^0a les chaleurs de dissolution dans l'eau de NaCl , NaNO_3 , KCl , KNO_3 respectivement, par Q' , Q'' , Q''' et Q^0 les chaleurs de dissolution des mêmes substances dans un mélange quelconque d'alcool et d'eau, et par q' , q'' , q''' et q^0 leurs différences respectives (*), on devrait avoir, d'après les vues précédemment émises,

$$\frac{q - q^0}{V - V_0} = \text{const. (**)},$$

à condition que q' , q'' , q''' et q^0 obéissent aux lois de l'additivité.

C'est-à-dire que les variations des chaleurs de dissolution des sels sous l'influence de la présence d'alcool seraient des propriétés chimiques qui ont pour cause les phénomènes d'hydratation et de décomposition.

Mais l'expérience montre que les grandeurs $q - q^0$ sont tellement faibles, qu'une légère erreur d'observation peut tout à fait changer la face des choses, et par conséquent nous ne nous croyons pas en droit de nous appuyer sur des fondements aussi peu stables.

De ce fait, nous sommes obligé de faire la comparaison d'autres données expérimentales, notamment des chaleurs de dissolution Q' , Q'' , Q''' et Q^0 elles-mêmes.

L'additivité du phénomène pour un dissolvant donné ressort clairement de l'examen des tableaux XXIII et XXIV.

(*) C'est-à-dire $q' = Q' - Q'_a$, etc.

(**) Voir plus haut l'introduction théorique.

TABLEAU XXIII.

COMPOSITION du dissolvant.	Différences entre les chaleurs de dissolution des sels sodiques et des sels potassiques.	MOYENNE.
200 H ₂ O	$\text{NaNO}^5 - \text{KNO}^5 = - 5103 + 8234 = 3131$ $\text{NaCl} - \text{KCl} = - 1230 + 4440 = 3210$	3174
200 H ₂ O + 15 C ₂ H ₅ OH	$\text{NaNO}^5 - \text{KNO}^5 = - 6365 + 9611 = 3246$ $\text{NaCl} - \text{KCl} = - 2295 + 5372 = 3077$	3162
200 H ₂ O + 30 C ₂ H ₅ OH	$\text{NaNO}^5 - \text{KNO}^5 = - 6767 + 9772 = 3005$ $\text{NaCl} - \text{KCl} = - 2901 + 5970 = 3069$	3037
200 H ₂ O + 35 C ₂ H ₅ OH	$\text{NaNO}^5 - \text{KNO}^5 = - 6772 + 9803 = 3031$ $\text{NaCl} - \text{KCl} = - 3036^* + 6188 = 3152$	3092
200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH	$\text{NaNO}^5 - \text{KNO}^5 = - 6871 + 9785 = 2914$ $\text{NaCl} - \text{KCl} = - 3471 + 6239 = 3068$	2991
200 H ₂ O + 50 C ₂ H ₅ OH	$\text{NaNO}^5 - \text{KNO}^5 = - 6702 + 9640 = 2938$ $\text{NaCl} - \text{KCl} = - 2985 + 6016 = 3031$	2985
200 H ₂ O + 100 C ₂ H ₅ OH	$\text{NaNO}^5 - \text{KNO}^5 = - 5718 + 8465 = 2777$ $\text{NaCl} - \text{KCl} = - 2665 + 5397 = 2732$	2755

* Chiffre trouvé par interpolation.

TABLEAU XXIV.

COMPOSITION du dissolvant.	Différences entre les chaleurs de dissolution des chlorures et des nitrates.	MOYENNE.
200 H ₂ O	KCl — KNO ₃ = — 4440 + 8234 = 3794 NaCl — NaNO ₃ = — 4230 + 5103 = 3873	3834
200 H ₂ O + 15 C ₂ H ₅ OH	KCl — KNO ₃ = — 5372 + 9611 = 4239 NaCl — NaNO ₃ = — 2295 + 6365 = 4070	4155
200 H ₂ O + 30 C ₂ H ₅ OH	KCl — KNO ₃ = — 5970 + 9772 = 3802 NaCl — NaNO ₃ = — 2901 + 6767 = 3866	3834
200 H ₂ O + 35 C ₂ H ₅ OH	KCl — KNO ₃ = — 6188 + 9803 = 3615 NaCl — NaNO ₃ = — 3036* + 6772 = 3736	3676
200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH	KCl — KNO ₃ = — 6239 + 9785 = 3546 NaCl — NaNO ₃ = — 3174 + 6874 = 3700	3623
200 H ₂ O + 50 C ₂ H ₅ OH	KCl — KNO ₃ = — 6016 + 9640 = 3624 NaCl — NaNO ₃ = — 2985 + 6702 = 3717	3671
200 H ₂ O + 100 C ₂ H ₅ OH	KCl — KNO ₃ = — 5397 + 8495 = 3098 NaCl — NaNO ₃ = — 2665 + 5718 = 3053	3076

* Chiffre trouvé par interpolation.

TABLEAU XXV.

COMPOSITION du dissolvant.	Valeurs relatives des chaleurs de dissolution de NaCl.
200 H ₂ O	NaCl — KNO ₃ = — 1230 + 8234 = 7004
200 H ₂ O + 10 C ₂ H ₅ OH	NaCl — KNO ₃ = — 1811 + 9208 = 7397
200 H ₂ O + 15 C ₂ H ₅ OH	NaCl — KNO ₃ = — 2295 + 9611 = 7316
200 H ₂ O + 30 C ₂ H ₅ OH	NaCl — KNO ₃ = — 2901 + 9772 = 6871
200 H ₂ O + 35 C ₂ H ₅ OH	NaCl — KNO ₃ = — 3036 + 9803 = 6767
200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH	NaCl — KNO ₃ = — 3171 + 9785 = 6614
200 H ₂ O + 50 C ₂ H ₅ OH	NaCl — KNO ₃ = — 2985 + 9640 = 6655
200 H ₂ O + 100 C ₂ H ₅ OH	NaCl — KNO ₃ = — 2665 + 8495 = 5830

Mais, en outre, il ressort un fait encore plus intéressant. En effet, les différences du tableau XXIII représentent en même temps les valeurs relatives des chaleurs de dissolution de NaNO₃ ($Q'' - Q^0$); les différences du tableau XXIV représentent les valeurs relatives pour KCl ($Q''' - Q^0$), et enfin le tableau XXV donne les mêmes grandeurs pour NaCl ($Q' - Q^0$).

Nous constatons immédiatement que ces valeurs relatives changent très peu d'un dissolvant à l'autre, leur grandeur est à peu près constante et ne s'éloigne guère de celle obtenue pour la chaleur de dissolution dans l'eau pure et, par conséquent, elles doivent obéir comme celle-ci à la règle des rapports constants, comme on peut s'en assurer en examinant le tableau XXVI.

Donc, nous prétendons à la constance des chiffres suivant les lignes horizontales, mais, en réalité, nous constatons toujours un écart régulier dans le même sens.

TABLEAU XXVI.

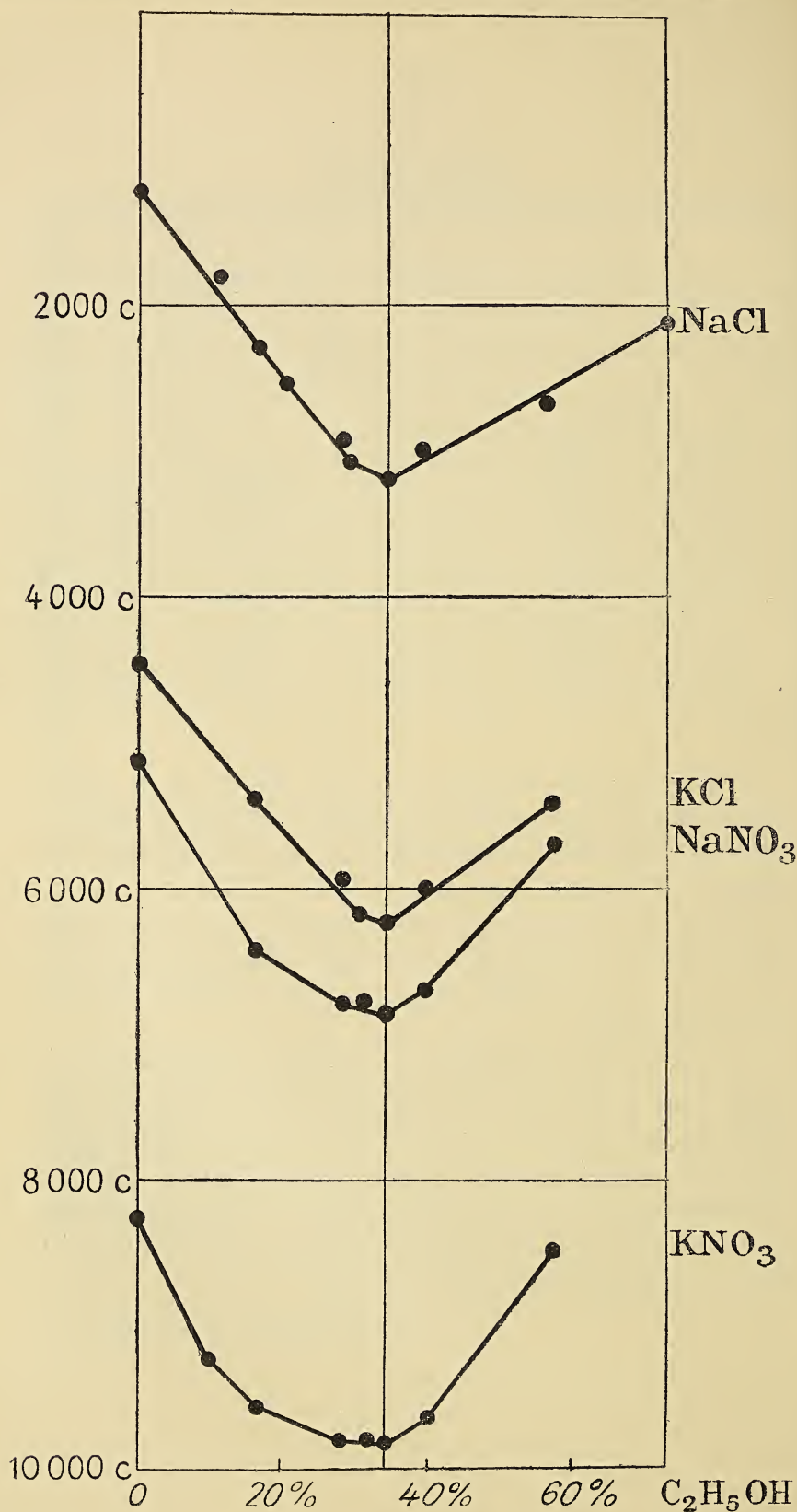
COMPOSITION du dissolvant,	$\frac{Q' - Q^o}{V_{\text{NaCl}} - V_o}$	$\frac{Q'' - Q^o}{V_{\text{NaNO}_3} - V_o}$	$\frac{Q''' - Q^o}{V_{\text{KCl}} - V_o}$
200 H ₂ O	$- 22 \times 10^3$	$- 24 \times 10^3$	$- 20 \times 10^3$
200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH	$- 23 \times 10^3$	—	—
200 H ₂ O + 45 C ₂ H ₅ OH	$- 23 \times 10^3$	$- 24 \times 10^3$	$- 22 \times 10^3$
200 H ₂ O + 30 C ₂ H ₅ OH	$- 21 \times 10^3$	$- 23 \times 10^3$	$- 20 \times 10^3$
200 H ₂ O + 35 C ₂ H ₅ OH	$- 21 \times 10^3$	$- 24 \times 10^3$	$- 19 \times 10^3$
200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH	$- 21 \times 10^3$	$- 23 \times 10^3$	$- 19 \times 10^3$
200 H ₂ O + 50 C ₂ H ₅ OH	$- 21 \times 10^3$	$- 23 \times 10^3$	$- 19 \times 10^3$
200 H ₂ O + 100 C ₂ H ₅ OH	$- 18 \times 10^3$	$- 21 \times 10^3$	$- 16 \times 10^3$

Nous ne pouvons considérer cet écart, allant même jusqu'à 20 %, surtout parce qu'il est régulier, comme une difficulté sérieuse, attendu que les valeurs $V - V_o$ nous sont connues seulement à 10 % près environ.

Peut-être y reviendrons-nous un jour en prenant pour base d'autres données, susceptibles de plus de précision, mais, pour le moment, nous sommes obligé de nous contenter de l'état présent des choses.

Au point de vue graphique, ces résultats signifient que les diagrammes représentant les chaleurs de dissolution dans les différents mélanges d'alcool et d'eau, ont la même allure générale, mais n'étant pas parfaitement superposables, leurs particularités spécifiques suivent un ordre régulier obéissant aux lois additives et à la *règle des rapports constants*, et ceci, à notre point de vue, prouve leur provenance chimique.

Saint-Petersbourg, novembre 1912.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Godeaux (Lucien). Sur les congruences linéaires de courbes planes. Cracovic, 1912, extr. in-8° (pp. 856-870).

Lohest (Max). L'œuvre de Spring en géogénie. Liège, 1912; extr. in-8° (18 p., fig.).

Philippson (Maurice), *Hannevart (Germaine)* et *Thieren (Jean)*. Sur l'adaptation d'*Anodonta cygnea* à l'eau de mer. Liège-Paris, 1910; extr. in-8° (pp. 460-472).

Philippson (Maurice) et *Hannevart (Germaine)*. L'action des acides et des alcalis sur la contraction des muscles. Bruxelles, 1912; extr. in-8° (7 p. pl.).

Heger (Paul) et *Philippson (Maurice)*. Adrénaline et circulation pulmonaire. Bruxelles, 1912; extr. in-8° (10 p., fig.).

Philippson (Maurice). Ueber die Fällung des kolloiden Silbers durch Metallplatten. Dresde, 1912; extr. in-8° (3p., fig.).

— Nouvelle méthode pour étudier les courants d'action dans les muscles. Note préliminaire. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (3 p., 1 pl.).

— L'éclosion des œufs de poissons est-elle due à un phénomène osmotique? Bruxelles, 1911; extr. in-8° (3 p.).

Wieweger (Th.). Recherches sur la sensibilité des Infusoires (alcolio-oxytaxisme, les réflexes locomoteurs, l'action des sels). Liège, 1912; extr. in-8° (pp. 723-799, 1 pl.).

Zunz (Edgard). Sur quelques réactions des protéoses et des peptones. Liège-Paris, 1912; extr. in-8° (pp. 395-408).

A propos de l'action anticoagulante des injections intraveineuses de peptone de Witte. Paris, 1912; extr. in-8° (3 p.).

— Du pouvoir protéoclastique du sang au cours de l'anaphylaxie. Bruxelles, 1912; extr. in-8° (17 p.).

— Ergänzungen zu den Methoden zur Untersuchung der Verdauungsprodukte. Berlin, 1912; extr. in-8° (pp. 458-518, grav.).

STRASBOURG. *Bureau central de l'Association internationale de sismologie.*

Catalogue régional des tremblements de terre ressentis pendant l'année 1907. (Erwin Scheu et Robert Lais.) 1912; in-4°.

— Registrierungen der Besser ausgeprägten seismischen Störungen des Jahres 1907. (Siegmond Szirtes.) 1912, in-4°.

Katalog der im Jahre 1907 registrierten seismischen Störungen. (S. Szirtes.) 1912; in-4°.

PARIS. *Académie des sciences.* Bulletin du Comité international permanent pour l'exécution photographique de la Carte du Ciel. Tome VII, 1^{er} fascicule, 1912; in-4°.

Reverdin (Frédéric). Analyse des matières colorantes organiques. Genève, 1912; extr. in-8° (56 p.).

Vayrolatty (François-Edmond). La pharmacie à Nice du XVI^e au XIX^e siècle. Un pharmacien niçois : Antoine Risso (1777-1845). Nice, 1911 : in 8° (163 p.).

Bouffall (Stanislas A.-F. de). Deuxième démonstration complète du grand théorème de P. de Fermat. Varsovie, 1912; in-8° (8 p.).



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 11 janvier 1913.

Notification du décès de J.-B.-N. Voltaire Masius, membre; son éloge par M. le Directeur.	1
Décès de sir George Darwin	2
Souhaits de bienvenue aux nouveaux correspondants.	2
Félicitations à MM. Dollo et Noll élus correspondants étrangers de la Société de biologie de Paris	2
Félicitations à M. Emile Marchal, lauréat de l'Institut de France.	3

Correspondance.

Don de M. Noll pour la fondation d'un <i>Prix van Beneden</i> . — Remerciements des nouveaux élus et des lauréats du concours de 1912 — Dépôt aux archives d'une communication de M. Henri Wilmotte. — L'Académie roumaine présente le premier fascicule de son Bulletin international. — Renvoi à l'Académie royale de médecine d'une communication de M. Mac Donald, président du III ^e Congrès d'anthropologie criminelle. — Hommages d'ouvrages.	3
---	---

Élection.

M. Paul Pelseneer élu directeur pour 1914	7
---	---

Commission pour les recherches solaires.

MM. De Heen, Lecomte, le Paige, Stroobant et Verschaffelt représenteront la Classe dans l' <i>Union internationale</i> ; M. Stroobant est nommé délégué au Comité	7
---	---

Prix perpétuels.

Travaux reçus et nomination des jurys pour la sixième période du Prix Théophile Gage, la troisième période du Prix Charles Lagrange, la troisième période du Prix Emile Laurent.	7
--	---

Rapports.

Lecture des rapports de : 1 ^o MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Deruyts (Nombre de solutions d'un système algébrique d'équations et d'inéquations; par P. Noalion); 2 ^o M. De Heen (Recherches thermochimiques sur la dissolution (2 ^e note), précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions salines; par Nicolas de Kolossowsky)	8
---	---

Communications et lectures.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — <i>Sur l'unicité du développement trigonométrique; note additionnelle</i> par Ch.-J. de la Vallée Poussin	9
PALÉONTOLOGIE. — <i>Sur un Dipneuste nouveau de grandes dimensions, découvert dans le Dévonien supérieur de la Belgique</i> ; par L. Dollo	15
PHYSIO-PATHOLOGIE. — <i>Contribution à l'étude de l'hémolyse par les sérums</i> ; par P. Noll	18
PHYSICO-CHIMIE. — <i>Recherches thermochimiques sur la dissolution (2^e note), précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions salines (1 diagr.)</i> ; par Nicolas de Kolossowsky	36

Bulletin bibliographique	69
------------------------------------	----

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

6.493

A16

C. & G. SURVEY,
LIBRARY AND ARCHIVE
CANCELLED 16 1913
Acc No.

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 2



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 1^{er} février 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. A. RUTOT, membre, ff. de secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, A. Gilkinet, Michel Mourlon, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, Ch. Francotte, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. de Hempinne, V. Willem, *membres* ; P. Stroobant, J. Verschaffelt, L. Dollo, G. Lecointe, Ém. Marchal, Van Aubel et Nolf, *correspondants*.

Absences motivées : MM. le chevalier Marchal, secrétaire perpétuel, et P. Mansion, membre.

— M. le Directeur félicite, au nom de la Classe, M. Van Lair, au sujet de sa nomination au grade de commandeur de la Légion d'honneur.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts soumet à l'appréciation de la Classe le rapport de M. V. Willem sur les résultats scientifiques du séjour qu'il a fait, en 1912, à la Station zoologique de Naples. — Renvoi à l'examen de MM. Van Bambeke, Léon Fredericq et Ch. Francotte.

— Le *Verein für Naturwissenschaft in Braunschweig* annonce à l'Académie qu'il célébrera le 50^e anniversaire de sa fondation le 16 février prochain.

— M. le commandant Adrien de Gerlache prie la Classe de bien vouloir transmettre à l'autorité compétente une demande d'allocation relative à l'obtention des trois dernières annuités de la fondation de la *Belgica*.

M. de Gerlache fournit des détails sur le résultat des croisières faites dans l'Océan glacial arctique en 1905, en 1907 et en 1909, et au cours desquelles il a ajouté de nouvelles connaissances à la géographie polaire et à l'océanographie. — Renvoi à M. le Ministre des Sciences et des Arts.

— M. Van Bambeke transmet un travail manuscrit de M. le Dr Pasquale Mola : *Fauna rotatoria Sarda*. — Renvoi à l'examen de MM. Lameere et Willem.

— M. de la Vallée Poussin dépose une communication de M. Th. De Donder, *Sur la répartition ergodique*. — Commissaires : MM. de la Vallée Poussin et Demoulin.

— Hommages d'ouvrages :

Le problème physiologique du sommeil, par Henri Piéron (présenté par M. Léon Fredericq, avec une note qui figure ci-après) ;

Distribution des étoiles doubles spectroscopiques sur la sphère céleste, par Paul Stroobant ;

Recherches cytologiques sur le genre Amblistegium, par Émile Marchal ;

Les carrés magiques de m^{ième} ordre, par Édouard Barbette (présenté par M. Neuberg) ;

La théorie du rayonnement et les Quanta, ouvrage résumant les travaux du « Conseil de physique », qui s'est tenu à Bruxelles en 1911 (offert par M. Ernest Solvay) ;

L'Année biologique, 14^e année (présenté, avec une note qui figure ci-après, par M. Ch. Francotte, au nom de M. Delage, associé) ;

Sur quelques minéraux des pegmatites du Vakinankaratra (Madagascar), par Alfred Lacroix, associé.

— Remerciements.

PRIX VAN BENEDEN.

MM. Nolf, Van Bambeke et Léon Fredericq sont chargés d'élaborer le règlement de cette fondation.

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES.

J'ai l'honneur de présenter à la Classe, au nom de l'auteur, un volume intitulé : *Le problème physiologique du sommeil*, par Henri Piéron, directeur du laboratoire de psychologie physiologique de la Sorbonne (Paris, Masson, 1913).

C'est une monographie très complète du sommeil, qui rendra les plus grands services à tous ceux qui veulent approfondir cette question difficile ou contribuer à l'élucider. L'auteur se rallie à la théorie chimique du sommeil. Il a constaté chez les animaux privés de sommeil une accumulation d'une toxine spéciale résultant du métabolisme des centres nerveux. Cette *hypno-toxine* produirait les phénomènes de dépression nerveuse qui caractérise le sommeil en excitant un centre nerveux inhibiteur. C'est une substance insoluble dans l'alcool, thermolabile, non encore isolée complètement. L'injection des liquides qui la contiennent, pratiquée sur des animaux éveillés, provoque chez eux l'apparition d'un sommeil artificiel analogue au sommeil naturel.

LÉON FREDERICQ.

Année biologique (1909), par Delage, associé de la Classe, professeur à la Sorbonne. Présenté par M. Ch. Francotte, qui lit à ce sujet la note suivante :

Au nom de notre savant confrère M. Delage, nous avons l'honneur de présenter à la Classe le quatorzième volume de l'*Année biologique*.

Ce volume, comme les précédents d'ailleurs, débute par deux intéressants chapitres : le premier constitue une revue succincte des progrès accomplis en 1909 en biologie animale, psycholo-

gique et végétale. Le deuxième chapitre concerne un point important de la biologie générale ayant un intérêt d'actualité particulier; il a pour auteur le savant professeur Angelo Gallardo et il est intitulé : *Les idées actuelles sur la mécanique de la division cellulaire*; il comprend trois titres et une bibliographie (Bipolarité de la force de division. Disposition des pôles. Nature des forces agissant pendant la division. Preuves expérimentales). Puis, comme les autres années, vient l'analyse des travaux concernant les sujets suivants :

I. La cellule. — II. Les produits sexuels et la fécondation. — III. La parthénogenèse. — IV. La reproduction asexuelle. — V. L'ontogenèse. — VI. La tératogenèse. — VII. La régénération. — VIII. La greffe. — IX. Le sexe et les caractères sexuels secondaires; le polymorphisme ergatogénétique. — X. Le polymorphisme métagénétique, la métamorphose et l'alternance des générations. — XI. La corrélation. — XII. La mort. — XIII. Morphologie générale et chimie biologique. — XIV. Physiologie générale. — XV. L'hérédité. — XVI. La variation. — XVII. L'origine des espèces et de leurs caractères. — XVIII. La distribution géographique des êtres. — XIX. Le système nerveux et les fonctions mentales. — Théories générales. — Généralités.

Les collaborateurs de renom dont s'est entouré M. Delage, et parmi lesquels nous voyons figurer Henneguy, Prenant, Bataillon, Cuénot, Lecaillon, Robert et Goldsmith, ont mis beaucoup de soin dans la rédaction des comptes rendus dont ils étaient chargés : ils ont ainsi contribué à l'édification d'une œuvre scientifique utile qui sera consultée par toutes les personnes s'intéressant au progrès de la biologie générale. Aussi, nous souhaitons de grand cœur à l'*Année biologique* tout le succès que ce recueil mérite.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — **Sur la valeur asymptotique de la meilleure approximation des fonctions analytiques admettant des singularités données,**

par SERGE BERNSTEIN (*).

1. Il résulte des propositions générales de mon mémoire (**) *Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues*, que le terme principal de la meilleure approximation $E_n(f(x))$ de la fonction analytique $f(x)$ sur le segment $-1, +1$ par des polynomes des degrés n dépend, en général, uniquement des singularités de la fonction, situées sur la plus petite des ellipses homofocales ayant -1 et $+1$ pour foyers. D'une façon plus précise, si l'on pose

$$f(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x), \quad (1)$$

où $\varphi_1(x)$ admet au moins une singularité sur l'ellipse C_1 ayant $2a$ pour grand axe, tandis que $\varphi_2(x)$ est régulière sur C_1 et à son intérieur, on a nécessairement pour toute valeur de n suffisamment grande :

$$E_n[\varphi_2(x)] < \frac{\rho^n}{(a + \sqrt{a^2 - 1})^n}, \quad (2)$$

ρ étant un nombre fixe inférieur à 1 ; au contraire, il y aura

(*) Présenté par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

(**) Publié par la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique. Deuxième série. t. IV. Voir, en particulier, le § 46.

une infinité (*) de nombres entiers n , tels que

$$E_n(\varphi_1(x)) > \frac{\rho_1^n}{(a + \sqrt{a^2 - 1})^n}, \quad (3)$$

où $\rho_1 > \rho$. Ainsi, en adoptant le signe $\sim$ pour exprimer une égalité asymptotique, on aura, en général,

$$E_n[f(x)] \sim E_n[\varphi_1(x)]. \quad (4)$$

L'étude générale de la meilleure approximation des fonctions analytiques se ramène, par conséquent, à l'étude correspondante des parties singulières relatives aux points singuliers situés sur l'ellipse C_1 .

Le cas le plus simple par lequel nous commencerons cette étude est celui où la fonction admet sur C_1 un seul point singulier au sommet a .

Dans une note présentée à l'Académie des sciences de Paris (**), j'ai examiné le cas où a est un pôle. J'ai montré, en particulier, au moyen d'un procédé d'induction mathématique, que

$$E_n\left(\frac{1}{x-a}\right)^k \sim \frac{n^{k-1}}{(k-1)!(a^2-1)^{\frac{k+1}{2}}(a+\sqrt{a^2-1})^n}, \quad (5)$$

k étant un entier positif quelconque.

On vérifie immédiatement que la formule (5) est équivalente à la formule

$$E_n\left[\frac{d^k}{da^k}\left(\frac{1}{x-a}\right)\right] \sim \frac{d^k}{da^k}\left[E_n\left(\frac{1}{x-a}\right)\right] \quad (5^{bis})$$

(*) On ne peut pas affirmer que l'inégalité (3) doit avoir lieu pour toute valeur de n assez grande, si on ne spécifie pas la nature des singularités de $\varphi_1(x)$. Cependant il en est ainsi dans la majorité des cas et, en particulier, dans tous ceux qui seront étudiés plus loin.

(**) *Comptes rendus*, 26 novembre 1912.

C'est sous cette forme que j'ai démontré ensuite directement (*) la formule (5^{bis}), en montrant en même temps que le symbole E_n est également permutable avec le signe d'intégration par rapport au paramètre a , répété un nombre quelconque de fois. Ainsi, par exemple, en intégrant deux fois la formule

$$E_n \left(\frac{1}{x-a} \right) = \frac{1}{(a^2-1)(a+\sqrt{a^2-1})^n}, \quad (6)$$

on obtient la formule asymptotique

$$E_n[(a-x) \log(a-x)] \sim \frac{1}{n^2(a+\sqrt{a^2-1})^n}, \quad (7)$$

valable pour $a > 1$.

Je me propose d'indiquer ici un troisième procédé, pour obtenir les formules indiquées, qui a l'avantage d'être applicable dans des cas plus généraux et, en particulier, lorsque k n'est pas entier.

2. Je commencerai par établir la formule (6) qui résulte de la considération du polynôme (**)

$$P(x) = \frac{1}{2} \left[(x + \sqrt{x^2-1})^n (ax-1 + \sqrt{(a^2-1)(x^2-1)}) + \right. \\ \left. + (x - \sqrt{x^2-1})^n (ax-1 - \sqrt{(a^2-1)(x^2-1)}) \right] \quad (8)$$

qui jouera un rôle important dans la suite.

On remarque sans peine que

$$\frac{P(x)}{x-a} = \cos(n\varphi + \delta), \quad (9)$$

(*) Communications de la Société mathématique de Kharkow, t. XIII (en russe).

(**) Ce polynôme est un cas particulier des polynômes considérés par Tchebicheff dans son mémoire fondamental : Sur les questions de minima qui se rattachent, etc., §§ 29-38. (*OEuvres*, t. I.)

en posant

$$\begin{aligned}\cos \varphi &= x, & \sin \varphi &= \sqrt{1-x^2}, \\ \cos \delta &= \frac{ax-1}{x-a}, & \sin \delta &= \frac{\sqrt{(a^2-1)(1-x^2)}}{x-a}\end{aligned}$$

Ainsi, on peut supposer, par exemple, que, x variant de -1 à $+1$, φ diminue de π à 0 , et δ diminue de 0 à $-\pi$; de sorte que $n\varphi + \delta$ va en diminuant depuis $n\pi$ jusqu'à $-\pi$, et, par conséquent, la fraction

$$\frac{AP(x)}{x-a}$$

atteindra $n+2$ fois dans l'intervalle $(-1, +1)$ son module maximum A , en changeant successivement de signe.

Or, on a identiquement

$$\frac{AP(x)}{x-a} = \frac{A(P(x) - P(a))}{x-a} + \frac{AP(a)}{x-a}.$$

Donc, en posant

$$A = \frac{1}{P(a)} = \frac{1}{(a^2-1)(a + \sqrt{a^2-1})^n},$$

et, en remarquant que

$$-R(x) = \frac{A(P(x) - P(a))}{x-a}$$

est un polynome de degré n , on voit immédiatement que la différence

$$\frac{1}{x-a} - R(x)$$

atteint $n+2$ fois son module maximum A en changeant suc-

cessivement de signe. Cela prouve que $R(x)$ est le polynome d'approximation de degré n de $\frac{1}{x-a}$ et que l'on a, en effet,

$$E_n\left(\frac{1}{x-a}\right) = A = \frac{1}{(a^2-1)(a+\sqrt{a-1})^n}. \quad (6)$$

3. Ceci posé, rappelons une formule qui a déjà été utilisée par M. de la Vallée Poussin dans une question analogue (*).

Si $f(x)$ est une fonction analytique régulière sur le segment $(-1, +1)$, et $R(x)$ le polynome de degré n qui se confond avec $f(x)$ aux $(n+1)$ points du segment que le polynome $P(x)$ de degré $(n+1)$ a pour racines, on a

$$f(x) - R(x) = \frac{P(x)}{2\pi i} \int_C \frac{f(z) dz}{(z-x) \cdot P(z)}, \quad (10)$$

l'intégrale étant prise le long d'un contour C entourant le segment $(-1, +1)$ et ne contenant aucune singularité de $f(x)$ à son intérieur.

Dans la suite, $P(x)$ sera toujours le polynome donné par la formule (8); le polynome $R(x)$ sera donc entièrement déterminé par la fonction $f(x)$.

En particulier, dans le cas où $f(x) = \frac{1}{x-a}$, on aura

$$\frac{1}{x-a} - R(x) = \frac{P(x)}{2\pi i} \int_C \frac{dz}{(z-a)(z-x)P(z)} = \frac{P(x)}{P(a) \cdot (x-a)},$$

en remplaçant le contour C par un petit cercle C' entourant le point a et parcouru en sens inverse, on retrouve ainsi la formule (6).

(*) Sur les polynomes d'approximation et la représentation approchée de l'angle. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1910.) Voir aussi M. RUNGE, Ueber empirische Funktionen, etc. (*Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 1901.)

Posons ensuite

$$f(x) = \frac{1}{(x - a)^k}$$

k étant un entier positif; nous aurons

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{(x-a)^k} - R(x) &= \frac{P(x)}{2\pi i} \int_c \frac{dz}{(z-a)^k (z-x) P(z)} \\ &= \frac{P(x)}{2\pi i \cdot (k-1)!} \int_c \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} \left(\frac{1}{(z-x) P(z)} \right) \cdot \frac{dz}{z-a} \\ &= \frac{-P(x)}{(k-1)!} \cdot \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} \left(\frac{1}{(z-x) P(z)} \right)_{z=a} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Or, on vérifie immédiatement les égalités asymptotiques

[illegible]

valables quel que soit le nombre donné z , dont la partie réelle est supérieure à 1.

Par conséquent,

$$\sim \frac{(-1)^{k-1}}{z-x} \cdot \frac{\frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} \left(\frac{1}{(z-x) \cdot P(z)} \right)}{(z^2-1)^{\frac{k-1}{2}} \cdot (z + \sqrt{z^2-1})^n (az-1 + \sqrt{(a^2-1)(z^2-1)})} \quad \left. \vphantom{\frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} \left(\frac{1}{(z-x) \cdot P(z)} \right)} \right\} \quad (43)$$

Donc

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{(x-a)^k} - R(x) \\ & \sim (-1)^k \cdot \frac{P(x)}{a-x} \cdot \frac{n^{k-1}}{(k-1)! (a^2-1)^{\frac{k+1}{2}} (a + \sqrt{a^2-1})^n} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

En tenant compte de (9), nous trouvons ainsi la formule indiquée au début

$$E_n \left(\frac{1}{x-a} \right)^k \sim \frac{n^{k-1}}{(k-1)! (a^2-1)^{\frac{k+1}{2}} (a + \sqrt{a^2-1})^n} \quad (5)$$

4. Posons à présent

$$f(x) = \frac{1}{(a-x)^s},$$

où s est un nombre réel quelconque non entier satisfaisant d'abord à l'inégalité

$$s < 1.$$

L'intégrale de la formule (10) dans laquelle $f(z)$ n'est pas uniforme peut être transformée en une intégrale prise le long d'un petit cercle entourant le point a en sens inverse, continuée suivant l'axe positif depuis a à l'infini, ensuite sur le cercle de l'infini et, enfin, revenant suivant l'axe positif depuis l'infini jusqu'à a . On remarque, sans difficulté, que les parties de l'intégrale relatives aux deux cercles sont nulles, puisque $s < 1$ et n devient très grand. Donc

$$\frac{1}{2\pi i} \int \frac{dz}{(a-z)^s (z-x) P(z)} = \frac{\sin \pi s}{\pi} \int_a^\infty \frac{dz}{(z-a)^s (z-x) P(z)}. \quad (15)$$

En remplaçant $P(z)$ par son expression asymptotique, on est

amené à évaluer asymptotiquement

$$I_s = \int_a^{\infty} \frac{dz}{(z-a)^s (z-x) P(z)} \sim 2 \int_a^{\infty} \frac{dz}{(z-a)^s (z-x) (az-1 + \sqrt{(a^2-1)(z^2-1)}) (z + \sqrt{z^2-1})^n} \quad (15^{\text{bis}})$$

Or, cette dernière intégrale est de la forme

$$\int_a^{\infty} \varphi^n(z) \cdot F(z) dz,$$

où $\varphi(z)$ atteint sa plus grande valeur $\varphi(a) > 0$ pour $z = a$, et $\varphi'(a) < 0$. Sa valeur asymptotique, pour n très grand, s'obtient par l'emploi d'une méthode classique (*).

On a, en effet,

$$\int_a^{\infty} \varphi^n(z) F(z) dz = \int_a^{a+\varepsilon} \varphi^n(z) F(z) dz + \int_{a+\varepsilon}^{\infty} \varphi^n(z) F(z) dz, \quad (16)$$

où l'on fait tendre ε vers 0 de telle sorte que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon n = \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon^2 n = 0.$$

Or on a, en admettant que $\varphi''(z)$ reste finie dans le voisinage de a ,

$$\frac{\varphi(z)}{\varphi(a)} = 1 + (z-a) \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)} + A(z-a)^2,$$

où A reste borné pour $z - a < \varepsilon$;

donc

$$n \log \frac{\varphi(z)}{\varphi(a)} = n(z-a) \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)} + \tau,$$

où τ tend vers 0 avec $\frac{1}{n}$, lorsque $z - a < \varepsilon$.

(*) Voir aussi M. HAMSÏ, Sur l'approximation des fonctions des grands nombres. (*Journ. de math*, t. IV (6^e série), pp. 203-287.)

On a, par conséquent,

$$\varphi^n(z) = \varphi^n(a) \cdot e^{n(z-a) \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} \cdot e^\eta. \quad (17)$$

Ainsi la première des intégrales du second membre de (16) est asymptotiquement égale à

$$\varphi^n(a) \int_a^{a+\varepsilon} e^{n(z-a) \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} F(z) dz,$$

ou bien, après avoir posé $z = a + \frac{u}{n}$ et en tenant compte de la condition $\lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon n = \infty$, elle est aussi asymptotiquement égale à

$$\frac{\varphi^n(a)}{n} \int_0^\infty e^{u \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} F\left(a + \frac{u}{n}\right) du.$$

Mais, d'autre part, il est facile de voir que la seconde partie de (16) est infiniment petite par rapport à la première, de sorte que

$$\int_a^\infty \varphi^n(z) F(z) dz \sim \frac{\varphi^n(a)}{n} \int_0^\infty e^{u \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} F\left(a + \frac{u}{n}\right) du, \quad (18)$$

pourvu que l'intégrale

$$\int_a^\infty |\varphi^n(z) \cdot F(z)| dz$$

ait un sens pour $n \geq h$ et que l'on puisse, en outre, fixer un nombre $\lambda < \frac{1}{2}$ tel que le produit

$$e^{n\lambda} \int_a^\infty e^{u \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} F\left(a + \frac{u}{n}\right) du \quad (19)$$

croisse indéfiniment avec n .

En effet, on a, par hypothèse,

$$|\varphi(z)| < \varphi(a + \varepsilon),$$

si $z > a + \varepsilon$. Donc, h étant un nombre donné, on pourra prendre n assez grand [en tenant compte de (17)] pour que

$$|\varphi(z)|^n < 2e^{\varepsilon(n-h)\frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} \cdot \varphi^{n-h}(a) \cdot |\varphi(z)|^h,$$

et, par conséquent,

$$\left| \int_{a+\varepsilon}^{\infty} \varphi^n(z) F(z) dz \right| < 2e^{\varepsilon(n-h)\frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} \cdot [\varphi(a)]^{n-h} \int_{a+\varepsilon}^{\infty} |\varphi^h(z) \cdot F(z)| dz \quad (20)$$

$$< Ae^{\varepsilon n \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} \cdot [\varphi(a)]^n,$$

A étant un nombre fixe. Or, on peut prendre dans les raisonnements qui précèdent

$$\varepsilon = n^{\lambda_1-1},$$

où λ_1 est un nombre déterminé satisfaisant à la condition

$$\frac{1}{2} > \lambda_1 > \lambda.$$

L'inégalité (20) pourra alors s'écrire

$$\left| \int_{a+\varepsilon}^{\infty} \varphi^n(z) F(z) dz \right| < Ae^{n^{\lambda_1} \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} \cdot [\varphi(a)]^n. \quad (21)$$

L'égalité (18) est donc vraie, si la condition (19) est vérifiée, puisqu'on voit immédiatement que dans ce cas

$$e^{n^{\lambda_1} \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}}$$

est infiniment petit vis-à-vis de

$$\frac{1}{n} \int_0^{\infty} e^{u \frac{\varphi'(a)}{\varphi(a)}} F\left(a + \frac{u}{n}\right) du.$$

5. Appliquons à présent l'égalité (18) au cas qui nous occupe. Nous avons à calculer la valeur asymptotique de

$$I_s \sim 2 \int_a^\infty \frac{dz}{(z-a)^s (z-x) (az-1 + \sqrt{(a^2-1)(z^2-1)}) (z + \sqrt{z^2-1})^n} \quad (15^{\text{bis}})$$

On voit sans peine que les conditions pour que l'égalité (18) soit applicable sont bien remplies et, par conséquent,

$$\begin{aligned} I^s &\sim \frac{2}{n(a + \sqrt{a^2-1})^n} \\ &\int_0^\infty e^{-\frac{u}{\sqrt{a^2-1}}} \left(\frac{u}{n}\right)^s \cdot \frac{du}{\left(a - x + \frac{u}{n}\right) \left[a^2-1 + \frac{au}{n} + \sqrt{(a^2-1) \left(a^2-1 + \frac{2au}{n} + \frac{u^2}{n^2} \right)} \right]} \quad (22) \\ &\sim \frac{n^{s-1}}{(a^2-1)(a-x)(a + \sqrt{a^2-1})^n} \int_0^\infty e^{-\frac{u}{\sqrt{a^2-1}}} u^s du \\ &= \frac{n^{s-1} \Gamma(1-s)}{(a-x)(a^2-1)^{\frac{s+1}{2}} (a + \sqrt{a^2-1})^n}. \end{aligned}$$

En tenant compte de l'identité

$$\Gamma(s) \cdot \Gamma(1-s) = \frac{\pi}{\sin \pi s},$$

on déduit, enfin, de (15), (15^{bis}) et (22),

$$\frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{dz}{(a-z)^s (z-x) P(z)} \sim \frac{n^{s-1}}{\Gamma(s) \cdot (a^2-1)^{\frac{s+1}{2}} \cdot (a + \sqrt{a^2-1})^n} \cdot \frac{1}{a-x} \quad (23)$$

L'égalité (23) ne se trouve établie par ce qui précède que pour $s < 1$. Mais, après avoir remarqué que $\Gamma(s+1) = s\Gamma(s)$, on passe immédiatement au cas de $s > 1$, grâce à la relation

$$\int \frac{dz}{(a-z)^{s+1} (z-x) P(z)} \sim \frac{n}{s \sqrt{a^2-1}} \int_c \frac{dz}{(a-z)^s (z-x) P(z)}, \quad (24)$$

que l'on vérifie sans peine en intégrant par partie et en utilisant (comme nous l'avons fait pour s entier) les formules (11).

Ainsi, nous déduisons de l'égalité (10) que, quel que soit s (non entier),

$$\frac{1}{(a-x)^s} - R(x) \sim \frac{n^{s-1}}{\Gamma(s) \cdot (a^2-1)^{\frac{s+1}{2}} \cdot (a + \sqrt{a^2-1})^n} \cdot \frac{P(x)}{a-x};$$

et, à cause de (9), nous obtenons finalement

$$E_n\left(\frac{1}{a-x}\right)^s \sim \frac{n^{s-1}}{\Gamma(s) \cdot (a^2-1)^{\frac{s+1}{2}} \cdot (a + \sqrt{a^2-1})^n}. \quad (25)$$

C'est la formule qui généralise la formule (5) pour le cas de s quelconque.

6. Il est intéressant de comparer la valeur asymptotique de $E_n\left(\frac{1}{a-x}\right)^s$ que nous venons de trouver avec l'approximation fournie par le développement

$$\frac{1}{(a-x)^s} = A_0^{(s)} + A_1^{(s)}T_1(x) + \dots + A_n^{(s)}T_n(x) + \dots$$

en série de polynômes trigonométriques ($T_n(x) = \cos n \arccos x$), arrêté au terme de degré n . Le calcul asymptotique des coefficients et du reste ne présente pas de difficultés (*); je puis donc

(*) Dans mon mémoire cité (§ 47, voir aussi le § 52), j'ai exprimé $A_n^{(4)}$ par une série hypergéométrique (aux notations près):

$$A_n^{(4)} = \frac{4}{(2a)^{n+1}} F\left(\frac{n+1}{2}, \frac{n+2}{2}, n+1, \frac{1}{a^2}\right),$$

sans avoir remarqué que la fonction hypergéométrique représente ici une fonction algébrique et $A_n^{(4)}$ se réduit simplement à

$$A_n^{(4)} = \frac{2}{\sqrt{a^2-1} \cdot (a + \sqrt{a^2-1})^n}.$$

me borner à donner le résultat. En désignant par $I_n[f(x)]$ le maximum du module du reste de la série de polynômes trigonométriques de $f(x)$ arrêtée au polynome $T_n(x)$ de degré n , on a

$$I_n\left(\frac{1}{a-x}\right)^s \sim \frac{2n^{s-1}}{\Gamma(s) \cdot (a^2-1)^{\frac{s}{2}} \cdot (a-1+\sqrt{a^2-1})(a+\sqrt{a^2-1})^n}. \quad (26)$$

En comparant l'égalité (25) à l'égalité (26), on trouve ce résultat intéressant que l'on a, quel que soit s ,

$$E_n\left(\frac{1}{a-x}\right)^s \sim \frac{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}}{2\sqrt{a+1}} \cdot I_n\left(\frac{1}{a-x}\right)^s. \quad (27)$$

Il est évident, de plus, que l'égalité (27) subsiste, si l'on prend une somme finie de termes de la forme $\frac{\Lambda}{(a-x)^s}$ et qu'on lui ajoute une fonction quelconque holomorphe à l'intérieur de l'ellipse C_1 , ayant pour foyers $(-1, +1)$ et passant par a .

Mais il est essentiel de remarquer que dans tout ce qui précède on supposait $a > 1$; il serait donc illégitime d'appliquer l'égalité (27) au cas limite $a = 1$. On vérifie d'ailleurs par le calcul direct (*) que l'égalité (27) est *inexacte* dans ce cas-là. L'étude du cas $a = 1$ présente des difficultés spéciales.

7. Appliquons encore le même procédé au cas d'une singu-

(*) Si la formule limite était exacte, on aurait

$$E_n\left(\frac{1}{1-x}\right)^s \sim \frac{1}{2} I_n\left(\frac{1}{1-x}\right)^s.$$

Il en résulterait, en particulier, que

$$E_n \left| x \right| \sim \frac{1}{\pi n};$$

ce qui est en contradiction avec les calculs de mon mémoire des *Acta Mathematica* (1913).

larité logarithmique. Pour simplifier, bornons-nous au cas de

$$f(x) = (a - x)^m \log(a - x),$$

où m est un entier non négatif. On a

$$\begin{aligned} (a - x)^m \log(a - x) - R(x) &= \frac{P(x)}{2\pi i} \int_c \frac{(a - z)^m \log(a - z) dz}{(z - x) P(z)} \\ &= -P(x) \int_a^\infty \frac{(a - z)^m dz}{(z - x) P(z)}. \end{aligned}$$

En tenant compte de la valeur asymptotique de $P(z)$ et en appliquant la formule (18), on a

$$\begin{aligned} \int_a^\infty \frac{(a - z)^m dz}{(z - x) P(z)} &\sim 2 \int_a^\infty \frac{(a - z)^m dz}{(z - x)(az - 1 + \sqrt{(a^2 - 1)(z^2 - 1)})(a + \sqrt{a^2 - 1})^n} \\ &\sim \frac{(-1)^m \cdot \Gamma(m + 1) \cdot (a^2 - 1)^{\frac{m-1}{2}}}{(a + \sqrt{a^2 - 1})^n \cdot n^{m+1} (a - x)}. \end{aligned}$$

Donc

$$(a - x)^m \log(a - x) - R(x) \sim \frac{(-1)^{m+1} \cdot \Gamma(m + 1) \cdot (a^2 - 1)^{\frac{m-1}{2}}}{n^{m+1} (a + \sqrt{a^2 - 1})^n} \frac{P(x)}{a - x}.$$

Ainsi, pour $a > 1$,

$$E_n[(a - x)^m \log(a - x)] \sim \frac{\Gamma(m + 1) \cdot (a^2 - 1)^{\frac{m-1}{2}}}{n^{m+1} (a + \sqrt{a^2 - 1})^n}, \quad (28)$$

où m est un entier non négatif.

On retrouve, en particulier, la formule (7) en posant $m = 1$.

Il resterait encore à étudier le cas où a est un point singulier *essentiel*.

Un autre problème qui se pose dans le même ordre d'idées est l'étude analogue du cas où a est complexe. On peut démontrer facilement que l'ordre de E_n ne dépend pas de la position du point singulier (de la nature de ceux que nous avons examinés) sur l'ellipse C_1 , ayant $-1, +1$ pour foyers; mais la détermination de la *valeur asymptotique* de E_n demande de nouvelles recherches.

Il faudra, enfin, examiner l'effet produit sur la valeur asymptotique de la meilleure approximation par la présence de plusieurs points singuliers de même nature sur l'ellipse C_1 .

1^{er} janvier 1913.

PHYSIOLOGIE. — Contribution à l'étude de la contraction musculaire (Influence des anélectrolytes, des électrolytes et de la pression osmotique) ⁽¹⁾,

par GEORGES KLEEFELD.

Notre but est d'étudier l'influence de différents facteurs (anélectrolytes, électrolytes, variations de la pression osmotique) sur la contractilité et l'excitabilité musculaires.

Notre mémoire comprend : 1° une étude bibliographique ; 2° un exposé des méthodes ; 3° un exposé des expériences.

Les expériences se divisent en deux groupes : *a*) celles qui concernent les contractions rythmiques spontanées (chapitre I) ; *b*) celles qui concernent les contractions provoquées par différents excitants.

Cette partie de notre étude se subdivise en un chapitre II, où nous étudions l'allure des contractions provoquées par le courant induit d'ouverture, et un chapitre III, où nous cherchons à établir la valeur absolue de l'excitation par la méthode des décharges de condensateurs. Le chapitre IV contient nos conclusions générales.

PREMIÈRE PARTIE.

Bibliographie.

Dans le phénomène complexe de la contraction, trois éléments doivent être considérés : l'excitant, le conducteur, l'élément contractile.

C'est généralement par le nerf que l'excitation arrive au

⁽¹⁾ Présenté par MM. Nolf et Fredericq.

muscle; étant donné les complications de la structure du conducteur et de la structure du muscle lui-même, on ne doit pas s'attendre à ce que les théories émises au sujet du mécanisme de la contraction soient simples.

Une d'elles est cependant d'une grande simplicité; elle appartient à Jacques Loeb. Elle fait reposer le mécanisme de la contraction musculaire sur un échange d'ions, et plus spécialement sur une sorte d'antagonisme ou de conflit permanent entre le sodium et le calcium : la substitution des ions de sodium à ceux de calcium dans la lymphe musculaire déterminerait le passage de l'état de repos à l'état d'excitation.

D'après Loeb, il y aurait production de contraction musculaire lorsque le rapport des ions Na aux ions Ca est plus grand que l'unité (Ca devant être plus grand que zéro).

Pour étayer son assertion, Loeb démontre que l'accomplissement de toute une série d'actes physiologiques est lié à un interéchange d'ions monovalents et bivalents, aidés de l'action des ions H et OH.

Analysons brièvement le travail principal que l'auteur a écrit sur la question (1).

Un muscle de grenouille, isolé du corps de l'organisme, est capable de présenter de petites contractions quand on le plonge dans diverses solutions; ces contractions apparaissent spontanément et sont appelées contractions rythmiques spontanées.

Le NaCl isotonique les fait apparaître au bout d'une heure. Elles perdurent à 40° pendant plus de vingt-quatre heures.

Le NaF agit beaucoup plus vite, mais les contractions très fortes ne durent guère. Le NaBr donne plus rapidement des contractions que le chlorure, mais moins rapidement que le fluorure. L'iodure a le même effet que le bromure. Tout semble se passer à peu près suivant l'échelle de toxicité des halogènes. La série du Na peut être remplacée par la série du Li. D'après l'auteur, le sodium et le lithium pénétreraient dans le muscle, et remplaceraient le calcium ou un autre ion bivalent; ce serait précisément cet interéchange d'ions au travers des membranes qui constituerait pour Loeb l'origine des processus d'excitabilité et de motricité du muscle.

Les mêmes corps employés en solution hypertonique, variant entre une et cinq fois la pression osmotique normale, provoquent des contractions d'autant plus vives et pendant un temps d'autant moins long que la solution est plus concentrée.

Les non-électrolytes, quelle que soit leur pression osmotique, ne déterminent pas de contractions rythmiques.

Les ions H et OH agissent catalytiquement en exagérant la faculté des solutions de chlorure sodique de déterminer des contractions rythmiques. Les solutions concentrées pures d'une base [NaOH, KOH, LiOH] ne produisent rien. Ajoutons ces bases à une solution d'un anélectrolyte, ou à une solution de KCl. Il ne se produit aucune fibrillation. Comment expliquer ce phénomène? Car si on ajoute KOH à NaCl, il y a cependant en présence des ions K, Na, Cl, OH et l'on observe des contractions. Ajoutons NaOH à KCl. Il y aura encore des ions K, Na, Cl, OH en présence, évidemment en d'autres proportions, et il n'y aura pas de contraction. On voit déjà par là que la théorie de Loeb est susceptible de discussion. En outre, cet auteur admet que les ions Li, Na, Rb, Cs, Fl, Cl, Br, I provoquent des contractions, mais que les ions Ca, K, Mg, Be, Ba, Sr, Co, Mn empêchent ces mêmes contractions de se produire à cause de la diminution de l'excitabilité qu'ils déterminent. Mais si on les ajoute à faibles doses au NaCl, l'excitabilité se maintient mieux que dans une solution pure de NaCl. Quant aux oxalates et aux citrates, ils déterminent aussi l'apparition des contractions rythmiques. Et c'est bien par action sur les éléments musculaires, car si l'on plonge le nerf ou la moelle dans ces mêmes solutions, ces contractions rythmiques n'apparaissent pas.

En résumé, les substances précipitant le calcium, de même que les ions qui peuvent le remplacer dans le muscle, déterminent des contractions rythmiques.

Loeb étudie aussi l'action de la valence sur la toxicité des ions (2) Les mono-valents, surtout le sodium, seraient des corps éminemment toxiques par eux-mêmes. Mais, additionnés d'ions bivalents, tel le calcium, ils perdraient cette propriété. L'un des principaux exemples donnés par l'auteur est celui des œufs de *Fundulus*. L'œuf de *Fundulus*, mis dans une solution de NaCl pure à concentration égale de celle de l'eau de mer, est incapable de donner un embryon parfait, alors qu'il se développe complètement dans l'eau distillée. Si on ajoute à NaCl une trace de CaCl_2 , l'œuf se développe très bien; la dose de CaCl_2 infinitésimale suffit donc pour empêcher l'action toxique de NaCl de se produire.

Dans un autre travail (3), Loeb s'occupe de ce qu'il appelle *l'irritabilité de contact* : il montre que les fluorures, les carbonates, les phosphates, oxalates, citrates et tartrates de soude produisent une irritabilité spéciale, l'irritabilité de contact, due à la précipitation du calcium. Il s'agit bien, pour Loeb, d'une augmentation de l'irritabilité dans ces circonstances, puisque le nerf plongé dans ces solutions détermine, au moment où il les touche, sans autre excitant, des contractions musculaires. Et étendant ses vues à certains phénomènes pathologiques, il en arrive à attribuer les névroses et même l'hystérie à la précipitation du calcium au niveau de certains nerfs.

Loeb a développé encore ses théories dans une série de leçons, réunies sous le titre de : « Dynamique des phénomènes de la vie. » Ici il généralise, car, outre les

phénomènes moteurs du gastrocnémien de la grenouille, il essaie de donner une théorie générale du travail du cœur de la tortue, de l'ombelle des méduses, de la sécrétion intestinale, du péristaltisme intestinal, de la coagulation du lait et de l'électrotonus. Tous ces processus physiologiques si différents seraient susceptibles d'une interprétation se basant sur un interéchange d'ions. Il serait trop long de discuter ici ces théories en détail, mais qu'il nous soit permis de faire remarquer que, si les expériences de Loeb sont appuyées — en ce qui concerne les œufs d'oursins et les muscles — sur un grand nombre de faits et de mesures, il n'en est pas de même en ce qui concerne les processus physiologiques que nous venons d'énumérer. C'est, du reste, aussi l'avis d'autres auteurs. Ainsi Bethe (4) étudie les contractions de l'ombelle de la méduse sous l'influence de différents ions. Il arrive à la conclusion que cet organisme est parfaitement adapté à la composition du milieu dans lequel il vit : toute modification saline de ce milieu trouble profondément le rythme de ses contractions. C'est ainsi que le chlorure sodique provoque des contractions rythmiques, suivies de paralysie; le chlorure potassique est excitant, son absence détermine aussi de la paralysie. Le chlorure calcique à faible dose augmente la fréquence et la force des pulsations. Le magnésium est paralysant. Les ions H excitent, les ions OH paralysent, quoique le corps de la méduse soit imperméable à ces ions. Les lois de Loeb sont donc loin de s'appliquer strictement aux contractions rythmiques des ombelles des Coelentérés. Meltzer (6) attire l'attention sur les contradictions existant entre les auteurs au sujet de l'action du calcium. Biedermann (7), Ringer (8), Loeb et ses élèves pour le muscle; Mac Callum (9) et Voegtlin pour la tétanie parathyroïdoprive, démontrent l'action déprimante du Ca sur l'excitabilité. Loeb démontre que, chez *Polyorchis*, le centre de l'hydroméduse ne bat pas dans NaCl pur, mais commence à battre rythmiquement dès qu'on y ajoute un peu de Ca. Il prouve donc que les ions Ca peuvent ramener à sa valeur primitive l'excitabilité amoindrie des terminaisons des nerfs moteurs. Carslaw (10), Locke (11), Cushing (12), Poljakoff (13) montrent que le NaCl a une action plutôt curarisante, et que l'addition d'un peu de calcium rétablit l'excitabilité indirecte diminuée. Overton (14) arrive aux mêmes conclusions et ajoute que le KCl diminue l'excitabilité, et que le CaCl_2 la fait réapparaître.

Meltzer et Auer (15) constatent que Ca détermine dans certaines circonstances du myosis, et cela par excitation des nerfs constricteurs de la pupille.

Jean V. Cooke (16) n'admet pas sans réserve les théories de Loeb; cela à propos d'un travail concernant la tétanie. A ce sujet, Quest affirme que, dans le cerveau du malade atteint de tétanie, il y aurait moins de Ca que normalement. (Nous nous demandons si une pareille détermination chimique est possible à exécuter avec quelque précision.) Netter constate que la tétanie infantile rétrocede sous l'action des sels de Ca, et Mac Callum et Voegtlin auraient constaté que les sels solubles de

Ca agissaient favorablement sur les animaux parathyroïdectomisés. Cooke remarque au sujet de ces expériences que, lorsqu'on nourrit les animaux avec du Ca, ce sel passe dans les matières fécales et non pas dans l'urine. Il n'a donc pas été résorbé par le sang et n'a pas pu agir. D'ailleurs Ca n'agit pas sur les phénomènes principaux de la parathyroïdectomie dont la cause nous reste complètement inconnue. Et Ca n'agit pas plus sur les phénomènes cachexiques spéciaux qui suivent cette opération.

Il importe de citer un autre travail de Meltzer et Auer (17). D'après ces deux auteurs, le Ca n'est ni déprimant ni inhibiteur. Au contraire, Ca jouit d'un pouvoir excitant. L'animal auquel on injecte du Mg est dans un état voisin de l'anesthésie, le calcium le ranime. La suppression de la diurèse, de la glycosurie, sous l'influence du Ca, doivent être assimilées à des phénomènes d'excitation et non pas à des processus d'inhibition.

Zoethout (18) a démontré que le KCl détermine une contraction tonique du gastrocnémien, qui cesse si le muscle est plongé soit dans le NaCl, soit dans le CaCl_2 . Il faudrait donc admettre que NaCl est inhibiteur au même titre que CaCl_2 , et que NaCl n'est donc pas antagoniste du CaCl_2 .

Don Joseph et Meltzer (19), continuant leurs recherches sur les ions, examinent la toxicité des différents ions. Ils donnent l'échelle que voici : Mg, Ca, K, Na (donc Ca est plus toxique que Na) ; le degré de toxicité des ions serait inverse de la proportion de ces ions existant naturellement dans le sérum sanguin. Ces auteurs font justement remarquer que l'on ne peut pas appliquer à tous les organismes indistinctement les résultats obtenus sur la grenouille et d'autres animaux.

J.-Gomez Ocana (20) a exploré le même problème. Il affirme que quelques minutes après injection de 1 centimètre cube de solution $\frac{1}{10}$ mol. de KCl, la grenouille est paralysée. A doses plus faibles, ce sel fait que, lors des contractions de fermeture et d'ouverture du courant galvanique, la contraction d'ouverture a une période de raccourcissement brève et de relâchement allongée, et que des contractions rythmiques surgissent souvent pendant le passage du courant. Le sodium augmente l'excitabilité et détermine des contractions rythmiques. Le Ca à doses minuscules augmente l'excitabilité. La contraction d'ouverture est petite, rythmique ou tétanique; mais à plus fortes doses, le Ca diminue l'excitabilité.

Le Mg produit l'anesthésie et la paralysie; cet auteur est donc d'accord avec Meltzer, mais non avec Loeb.

L'influence des sels inorganiques sur le cœur isolé de la grenouille a été étudiée, il y a quelque temps, par Lussana (33). Le Ca à faibles doses est excitant; à fortes doses, déprimant. Le Mg est toujours déprimant; un antagonisme net existe, pour cet auteur, entre les métaux alcalins et les alcalino-terreux.

Enfin, citons encore, dans le même ordre d'idées, une étude sur la toxicité réci-

proque des ions H et OH. Loeb expérimente sur l'œuf fécondé de *Strongylocentrotus*.

Une solution de NaCl neutre ou faiblement acide est plus facilement rendue toxique par les ions K que par les ions Ca.

Pour une solution de NaCl alcaline, l'addition de Ca est plus toxique que l'addition de K.

Si l'on ajoute à une solution renfermant du K et du Ca des ions Na. la toxicité est plus grande que si l'on ajoute en même temps les ions (Ca et Na) à une solution des ions K et Na.

Des solutions de NaCl et KCl additionnées d'alcali sont très toxiques. Mais NaCl et CaCl_2 alcalinisés deviennent moins toxiques, d'où la conclusion que K est toxique en solution alcaline et Ca en solution acide.

Il résulte, à notre sens, de ces données — évidemment très intéressantes en elles-mêmes — qu'il est impossible, en se basant sur les propres résultats de Loeb, d'admettre un antagonisme formel et constant entre les ions bivalents et monovalents.

La question des ions dans l'organisme apparaît comme extrêmement compliquée, et il suffit, pour en donner la preuve, de voir que certains auteurs affirment que c'est le Ca qui est l'ion antitoxique du sodium, alors que d'autres estiment que c'est le magnésium ; d'autres, que le K est l'antagoniste du Ca ; puis que ce sont les ions H et OH qui excitent ou qui dépriment l'irritabilité. De nombreux auteurs discutent d'ailleurs encore au sujet de ces faits.

Le désaccord étant si grand et aucune conclusion ne pouvant, à notre sens, être généralisée jusqu'à présent, nous avons voulu examiner l'action de quelques ions, de la pression osmotique et des sels sur le muscle de grenouille, en prenant tous les soins voulus pour pouvoir étudier plus quantitativement et plus objectivement qu'on n'était parvenu à le faire jusqu'à présent, la valeur de la contractilité et de l'excitabilité.

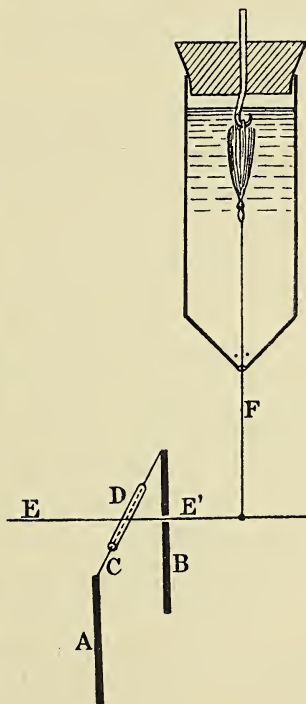
DEUXIÈME PARTIE.

Méthodes.

Les solutions que nous avons employées furent toutes faites à l'aide d'une eau distillée très pure, complètement exempte de métaux, surtout de Ca. Elles furent préparées extemporanément, pour éviter certaines causes d'erreur dues au développement de fermentations acides, ce qui se produit facilement pour les solutions de glucose ou de saccharose. La pression osmotique était calculée théoriquement suivant les formules classiques, et pour les solutions complexes, dont le calcul est, comme on sait, peu aisé, le contrôle de l'isotonicité fut fait fréquemment par voie cryoscopique.

Contractions rythmiques. — Un seul appareil permettant d'inscrire ces contractions a été décrit par Mines. L'inscription est faite photographiquement. Comme le miroir n'offre pas assez de contrepoids, il peut s'ensuivre des trépidations donnant une image inexacte du travail musculaire. Aussi avons-nous imaginé un autre dispositif, schématisé ci-contre.

Un cylindre de verre de 3 centimètres de diamètre et de 10 centimètres de longueur est effilé à son extrémité inférieure, de façon à laisser un orifice d'environ 1 millimètre de diamètre. Le cylindre est fermé en haut par un bouchon de caoutchouc percé d'une tige de verre, recourbée en crochet à sa partie inférieure. Pour opérer, on prend un muscle frais de grenouille que l'on fixe au crochet de verre; un fil de soie paraffiné est attaché au tendon et passe par l'orifice inférieur



du tube. On ferme avec le doigt l'orifice inférieur du tube et on remplit le petit vase de la solution désirée, on place solidement le bouchon et on retire le doigt. Le liquide ne s'écoule pas et le fil peut parfaitement transmettre le mouvement du muscle.

Ces mouvements étant très faibles, nous avons construit un stylet inscripteur spécial. Deux petits supports verticaux A et B sont reliés entre eux par une fine tige en acier C disposée bien horizontalement. Cette tige C traverse un fin tube de verre de 1^{cm}5 de longueur (D), tournant facilement autour de l'axe C. A ce tube de verre est fixée, au moyen d'un peu de cire, une tige de graminée très légère (E); à l'une des extrémités de cette tige s'attache le fil de soie F fixé au tendon du muscle; l'autre extrémité est disposée de telle sorte qu'elle puisse servir à l'inscription sur papier noirci. Les deux portions E et E' de la tige de graminée ont été strictement égales, cela pour supprimer toute résistance et empêcher que le muscle n'ait à exécuter un effort quelconque. Ces courbes n'ont donc pas été amplifiées.

Cet appareil doit être placé dans un endroit absolument calme, sur une table différente de celle où se trouve le kymographe, dont les secousses inévitables doivent absolument être amorties et évitées.

On peut douter qu'un muscle plongé dans une solution puisse être convenablement lavé de ses sels et influencé par d'autres éléments cristalloïdes. Normalement, en effet, le muscle baigne dans une très petite quantité de sérosité qui l'empêche de se dessécher; mais son aponévrose de recouvrement peut avoir vis-à-vis des solutions d'autres propriétés que la fibre musculaire elle-même, et être plus ou moins semi-perméable qu'elle. De plus, cette aponévrose est très variable dans ses propriétés d'un point à l'autre du muscle. Il n'est donc pas possible que les échanges d'ions se fassent également bien en tous les endroits. C'est pourquoi nous avons employé la méthode de la perfusion.

Voici comment nous procédions :

Les solutions d'irrigation maintenues à 18° se trouvaient dans des flacons de Mariotte à 25 centimètres au-dessus de la grenouille. Nous détruisons le cerveau et la moelle de l'animal au moyen du stylet, nous étendons l'animal sur le dos et l'ouvrons rapidement au niveau du tablier sternal. La portion périphérique de l'aorte droite est libérée et mise en rapport avec une canule amenant les liquides de perfusion. Ceux-ci s'échappent par un petit orifice pratiqué dans le

sinus veineux. Le tendon d'Achille du gastrocnémien est sectionné et attaché par un fil de soie à un poids tenseur (sur poulie) de 10 grammes. Le stylet inscripteur — disposé suivant le procédé de Marey — est attaché perpendiculairement au fil tenseur. Par cette méthode fournissant un myogramme légèrement déformé, le muscle même n'est nullement lésé, et si des contractions rythmiques doivent se produire, on ne pourra pas objecter qu'elles sont dues au traumatisme. Notons que le mouvement de contraction est amplifié approximativement sept fois.

Contractions musculaires par choc d'induction. — Le courant électrique est fourni par un accumulateur de 2 volts. L'une des bornes est reliée à la borne correspondante du primaire de la bobine d'induction; les bornes du primaire et du secondaire peuvent être séparées l'une de l'autre d'une distance de 1 mètre. Partant de l'autre borne du primaire, le fil se rend à un signal de Lombard, puis à une manette interruptrice; enfin il revient à l'accumulateur. Le secondaire quitte la deuxième bobine pour se rendre, d'une part, à l'insertion fémorale du gastrocnémien, d'autre part, au tendon d'Achille du même muscle. Les excitateurs étaient en fil d'argent chloruré. Un diapason marquait le temps au centième ou au cinq-centième de seconde. L'inscription des mouvements se faisait à l'aide d'un levier horizontal (contrepoids de 10 grammes), suivant le procédé de Marey. Ceci pour l'excitation directe. Quand il s'agissait d'exciter le nerf, la technique était tout à fait différente, car l'isolement du sciatique entraîne presque toujours la suppression de toute circulation dans la patte.

Nous opérons donc de la manière suivante, pour obvier à cet inconvénient. Nous cherchons le nerf par la face postérieure; pour cela nous plaçons d'abord la canule dans l'aorte de la grenouille, puis nous fixons une planchette de liège sur l'animal et assujettissons la canule à la planchette au moyen d'une pince.

Nous retournons alors la planchette et il devient aisé ainsi de prendre le sciatique tout en permettant à la circulation de se continuer. Comme ce procédé est toujours chanceux, chaque perfusion fut suivie d'une perfusion au bleu de méthylène qui permettait de s'assurer si le lavage avait été complet.

Excitation par les condensateurs. — Nous exposerons la théorie d'une façon très brève dans le chapitre relatif aux expériences. Ici, nous ne décrirons que le dispositif expérimental adopté. La source électrique est un accumulateur de 2 volts, parfois deux accumulateurs réunis en série. Les deux fils aboutissent aux extrémités d'un rhéocorde (ainsi qu'on le trouvera dans le schéma du travail de Renauld) à fil de platine de 4 ohms de résistance, long de 1 mètre et divisé en millimètres. L'un des fils continue et se rend par une bifurcation au condensateur et à l'une des bornes du shunt spécial de Lapicque. D'autre part, un curseur permet de prendre sur le rhéocorde la quantité de l'électricité voulue et de la

transmettre à un commutateur, permettant par son double mouvement de charger d'abord le condensateur, puis de le décharger ensuite dans le circuit du shunt.

Le condensateur que nous avons employé nous permettait de prendre des capacités d'un dixième à 1 microfarad, c'est-à-dire de rester dans les limites où la loi de Hoorweg est exacte.

Rappelons que le shunt de Lapicque est construit pour l'excitation du muscle et du nerf, et qu'il suffit de faire changer de place une simple fiche pour obtenir des résistances de 4,000 ou de 10,000 ohms, qui sont égales à la résistance normale approximative du nerf et du muscle. Comme dans nos expériences nous prenions parfois les deux excitabilités, nous avons ajouté à notre appareil un renverseur de Pohl, permettant de lancer la décharge du courant soit dans le muscle, où elle se produisait entre deux aiguilles d'argent fraîchement chloruré, soit dans le nerf, grâce aux électrodes impolarisables de Lapicque. Cette méthode est très précise. Seulement, on observe souvent des variations considérables d'excitabilité du muscle; d'autre part, le shunt ne se trouve plus en rapport avec la résistance du muscle, quand ce dernier est irrigué, par exemple, par des anélectrolytes. Faisons remarquer que ces mensurations doivent être exécutées avec une grande rapidité, car de trop nombreux tâtonnements fatiguent et altèrent très facilement les propriétés des organes.

TROISIÈME PARTIE.

Expériences.

CHAPITRE PREMIER.

Des contractions rythmiques.

Un muscle de grenouille, isolé du corps de l'organisme, est capable de présenter de toutes petites contractions sous l'influence de certaines solutions salines, cela sans intermédiaire d'excitants nerveux; il est alors le siège de ce que l'on appelle fibrillation spontanée ou fibrillation rythmique.

Il est probable que ce phénomène a été observé depuis longtemps par les physiologistes. Mais ce n'est qu'en 1879 que Hering signala, le premier, qu'un sartorius isolé et plongé en

tout ou en partie dans une solution de NaCl présente ce mode de réaction. Biedermann publia, en 1880, ses recherches à ce sujet et signala qu'un liquide renfermant, outre NaCl, un peu de carbonate et de phosphate de soude, détermine des contractions assez durables, si la solution est tenue à une température d'environ 10° et si le muscle est curarisé afin de supprimer toute cause nerveuse.

Ringer, Zenneck, Locke examinèrent l'action de différentes solutions, recueillirent quelques tracés, sans se préoccuper des modifications possibles de la courbe obtenue. Loeb fit une étude approfondie de cette question au moyen de toute une série de solutions; puis l'étude fut reprise par Samojloff et Georges Ralph Mines. Ces deux derniers auteurs employèrent la méthode photographique; nous avons utilisé l'inscription directe

Nous avons étudié ces contractions par deux méthodes : 1° par imbibition; 2° par perfusion.

Nous avons étudié successivement les sels NaCl, NaBr, CaCl², NaFl, puis NaOH, NO³H et le citrate de soude.

Toujours nous avons inscrit les phénomènes constatés.

Ces contractions sont extrêmement faibles et de puissance variable. Loeb signale que tantôt un vague frémissement court le long du muscle, que d'autres fois le tendon d'Achille est secoué de violents soubresauts. J'ajouterai qu'à l'examen on voit de temps en temps des faisceaux musculaires isolés se contracter, surtout aux environs des insertions tendineuses et le long de la face antéro-externe du muscle, le reste de la masse ne se contractant que dans les secousses très violentes. Dans ce cas, on observe comme des encoches se produisant dans la masse des fibres musculaires.

Influence des différents sels.

A. — *NaCl isotonique* (fig. 1). — Les contractions apparaissent, chez *Rana esculenta* et *temporaria*, après un séjour d'environ une heure dans la solution. Elles sont rares, espacées,



FIG. 1. — Contractions rythmiques du gastrocnémien plongé pendant 50 minutes dans NaCl à 6 ‰.



FIG. 2. — Contractions rythmiques du gastrocnémien plongé pendant 10 minutes dans NaBr à 6.5 ‰.



FIG. 3. — Contractions rythmiques du gastrocnémien plongé pendant une minute dans 100 centimètres cubes NaCl 6 ‰ + 1 centimètre cube NaOH $\frac{1}{10}$ normal.

tantôt isolées, tantôt groupées en séries de quatre ou cinq, se produisant souvent à des temps presque égaux. Mines a constaté un rythme presque égal à celui du cœur. Nous ne l'avons jamais observé. Les contractions sont de force presque égale et représentent quelquefois en petit la forme du tracé de contraction habituelle. Après vingt-quatre heures, il n'existait, en général, plus de contractions rythmiques.

B. — *NaCl hypertonique* donne plus rapidement des contractions, mais moins nombreuses cependant. Leur intensité est la même.

C. — Le *NaBr* donne lieu à des séries très intéressantes au point de vue rythme. Le temps séparant les fibrillations est presque constamment égal, et ici l'on peut parler réellement de contractions rythmiques (fig. 2).

D. — Quant au *KCl*, il donne des contractions très rares, semblables aux précédentes, qui cessent après un court temps.

E. — Le *CaCl²* ne détermine jamais la moindre contraction.

F. — *Influence du glucose et du saccharose*. — Nous ne pûmes jamais inscrire de contraction rythmique due au glucose ou au saccharose, que notre solution fût isotonique ou hypertonique.

G. — *Action du NaFl*. — Quand on soumet un muscle à une solution isotonique de NaFl, une réaction musculaire très vive apparaît, caractérisée par une série de contractions précipitées et de force très inégale.

Le tracé est donc très irrégulier, du moins en apparence, car il est fort probable que des faisceaux de fibres différents peuvent se contracter chacun suivant un rythme déterminé, différent du rythme des faisceaux voisins. Du reste, le NaFl étant un corps éminemment toxique, les fibrillations cessent assez rapidement pour disparaître définitivement.

H. — *Influence de l'acidité et de l'alcalinité*. — Si nous examinons maintenant l'influence de l'alcalinité en additionnant 1 centimètre cube de solution $\frac{1}{10}$ normale de soude à 100 centimètres cubes de sérum (fig. 3), après une quinzaine de minutes de frêles secousses agitent le muscle. Les contractions sont

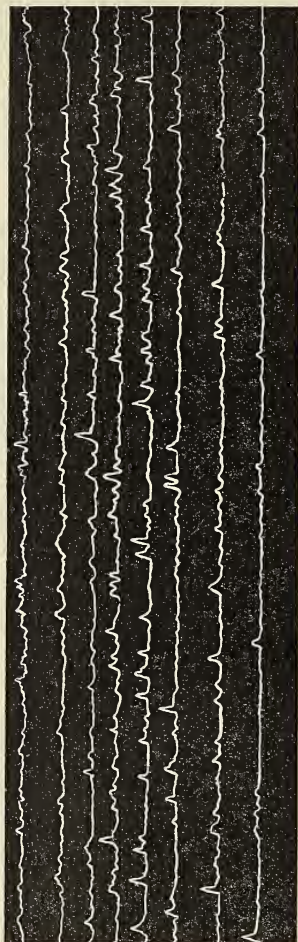


Fig. 4. — Contractions rythmiques du gastrocnémien plongé pendant 40 secondes dans du citrate de soude 32 ‰.

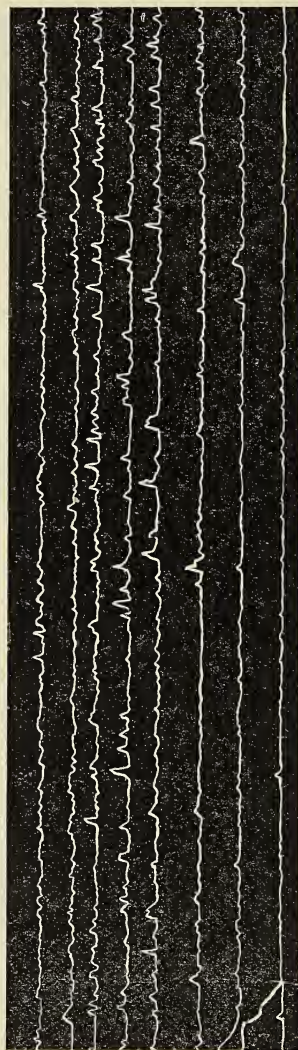


Fig. 5. — Contractions rythmiques du gastrocnémien plongé dans 50 centimètres cubes de citrate de Na isotonique + 50 centimètres cubes CaCl_2 isotonique. Durée : 30 minutes.

vives et accompagnées d'une espèce de tétanos musculaire. Les courbes présentent un plateau très net et très considérable, occupant la place de nombreuses contractions; puis il y a repos suivi d'un nouveau tétanos.

L'acide détermine, quand on l'ajoute dans les mêmes proportions que l'alcali au sérum artificiel, des contractions très étendues, avec tendance également au tétanos.

I. — *Action du citrate de soude* (fig. 4). — Le citrate de soude agit très fortement sur le muscle. Dès son immersion dans cette solution, le muscle est le siège de contractions ininterrompues; les premières sont très faibles, les suivantes deviennent de plus en plus considérables, puis diminuent à nouveau pour recommencer après; certains faisceaux paraissent être en tétanos, tandis que d'autres se contractent encore spasmodiquement, ce qui provoque la formation d'un plateau crénelé; tout à coup il se produit une large oscillation double et les contractions reprennent serrées et inégales. L'une d'elles a représenté un raccourcissement du muscle de 1 centimètre, ce qui correspond en réalité à un raccourcissement de la moitié du muscle.

Jusqu'ici, nos expériences concordent donc assez exactement avec celles des différents auteurs. Apparemment, le citrate de soude précipite Ca en pénétrant le muscle et permet au rapport $\frac{\text{Na}}{\text{Ca}}$ de devenir plus grand que 1.

Dans ces conditions, si l'on augmente la quantité des ions Ca, il ne doit pas y avoir de contraction rythmique. L'expérience suivante démontre le contraire : En mélangeant parties égales de solutions isotoniques de CaCl_2 et de citrate de soude (fig. 5), on obtient, au bout de quelques instants, des contractions rythmiques très nettes, se succédant presque aussi rapidement qu'avec du citrate de soude pur. Elles sont cependant moins intenses.

Contractions rythmiques par perfusion.

D'après la théorie de Loeb, le *saccharose* isotonique ne devrait produire aucune contraction. Ce n'est pas ce que l'expérience confirme, car ainsi que le montre la figure 6, le stylet subit des oscillations considérables, puis il revient lentement jusqu'au repos pour réosciller ensuite. Un certain état de tonus persiste longtemps, accompagné de fibrillations musculaires trop faibles pour être inscrites par cette méthode graphique. Dans une autre expérience, il y a eu contraction tonique d'emblée, avec rares fibrillations. Ces contractions durent quelques minutes à peine.

Le *glucose isotonique* (fig. 7 et 8) provoque également des contractions rythmiques. Celles-ci sont vraiment rythmiques, amples et durent parfois une quinzaine de minutes. Si le glucose est légèrement acide, les contractions sont beaucoup plus intenses.

Ces deux séries d'expériences permettent donc d'expliquer la contraction musculaire par le fait d'excitations déterminées directement par les sucres ou de la sortie des ions, et non par un interéchange d'ions.

Il était à prévoir que si nous ajoutons du NaCl au glucose ou au saccharose, tout en maintenant l'isotonie, nous devons avoir également des contractions. Le NaCl à 6, 6.5 et 7‰, en effet, provoque des contractions qui débutent quelques minutes après la perfusion et cessent généralement après une demi-heure (fig. 9 et 10).

Le liquide de Ringer seul ne produit que très rarement ce phénomène. Des tracés très nets en font foi. Or il est admis généralement que ce liquide est indifférent vis-à-vis du muscle, puisqu'il renferme précisément les éléments salins en proportions normales. Pour mettre ces faits en rapport avec les théories de Loeb, nous devons admettre que les muscles employés étaient plus riches en ions Ca que le milieu (liquide de Ringer) de la circulation : chose impossible à accepter.

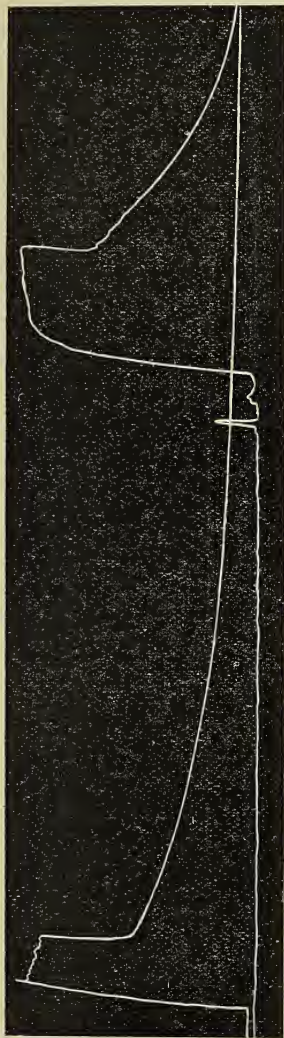


Fig. 6. — Contractions rythmiques du gastrocnémien
au début d'une perfusion de saccharose isotonique.

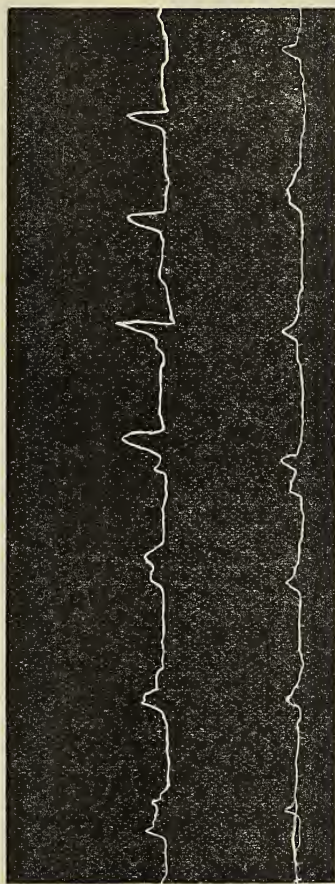


Fig. 7. — Contractions rythmiques du gastrocnémien
au début d'une perfusion de glucose isotonique.

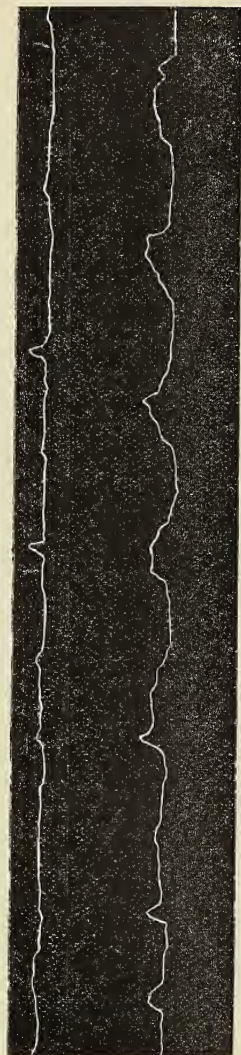


FIG. 8. — Contractions rythmiques du gastrocnémien après 15 minutes d'une perfusion de glucose isotonique.



FIG. 9. — Contractions rythmiques au début d'une perfusion de NaCl 6 ‰.

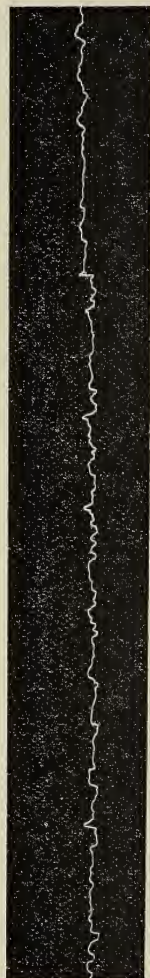


FIG. 10. — Contractions rythmiques après 15 minutes de la même perfusion.

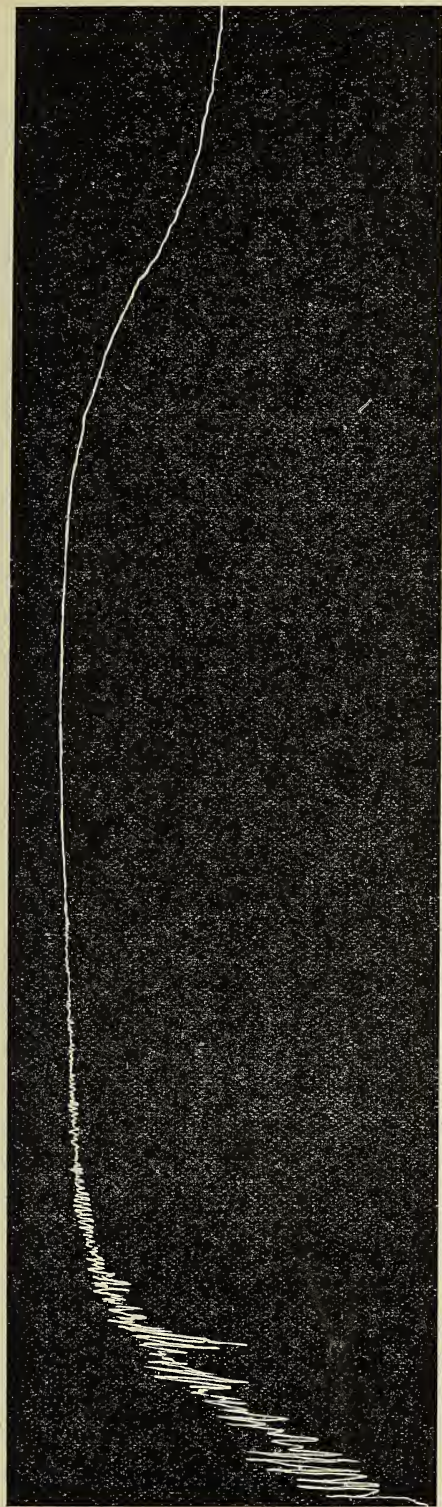


FIG. 44. — Contractions rythmiques avec téтанos au début d'une perfusion de citrate de soude isotonique.



FIG. 42. — Contractions rythmiques survenues par une perfusion de CaCl_2 isotonique à la suite d'une perfusion de citrate de Na isotonique.

Le KCl fit à peine fibriller le muscle. L'alcali et l'acide donnèrent, par contre, des contractions très nettes.

Passons au citrate de soude, qui nous intéressa déjà dans les expériences par imbibition (fig. 11). Dès qu'on fait circuler une solution isotonique de citrate, le muscle entre en contraction. Ces contractions s'accroissent de telle façon que la courbe obtenue ressemble à celle d'un tétanos imparfait. Il se raccourcit progressivement, garde une contracture, puis se relâche lentement, tandis que de nouvelles fibrillations apparaissent. De très nombreux tracés nous prouvent à l'évidence l'intensité de l'action du citrate sur le muscle, qui, chaque fois, montre une contraction tonique.

Nous avons fait circuler après le citrate du CaCl_2 isotonique et nous avons vu reparaître quelques contractions rythmiques que nous avons pu inscrire (fig. 12). Elles ne sont pas très durables et cessent après un temps assez court.

Telles sont, en résumé, les expériences que nous avons faites sur les contractions rythmiques.

Conclusions relatives aux contractions rythmiques.

Rappelons tout d'abord que Hering (22), Biedermann (7), Ringer (8), Zenneck (23), Locke (11), Samojloff (25), Zoethout (18), Loeb (21) et, en toute dernière analyse, Mines (26), ont spécialement porté leur attention sur les contractions rythmiques.

Pour eux, le Na provoque des fibrillations, Ca les empêche; les anions auraient également leur importance. L'explication des phénomènes proposée par ces auteurs n'est toutefois guère en rapport avec les théories de Loeb. C'est ainsi que Hering estima que les mouvements étaient dus aux courants de démarcation toujours variables en intensité, petits courants ayant comme effet d'exciter les fibrilles musculaires.

Mais Mines fait remarquer que l'irrigation par les solutions salines introduites dans le système artériel normal détermine

également ces mêmes contractions rythmiques; l'hypothèse de Hering est donc difficile à admettre.

Et Ringer démontra que le muscle non lésé se contractait plus longtemps que le muscle lésé : il ne peut ainsi être question de l'influence du courant de démarcation sur la production des fibrillations. Il en est de même pour l'excitation des terminaisons nerveuses, car Biedermann n'expérimentait que sur des muscles curarisés, et Garrey (27) sur des muscles dont les nerfs avaient dégénéré après des sections préalables.

L'école anglaise admet que le sodium détermine au niveau des fibres musculaires une exagération de l'excitabilité telle que le moindre excitant, une légère variation de température, de pression osmotique, une petite élongation du muscle, sa simple tension même, peut être cause de mouvements qui se produisent en dehors de l'acte volontaire et de l'arc réflexe. Telles sont aussi les conclusions auxquelles nous avons été amené par nos expériences.

La théorie qui admet que ce phénomène est dû à la diffusion des ions au travers de la paroi cellulaire trouve un appui dans le fait que les contractions rythmiques apparaissent dans les solutions pures de glucose et de saccharose. Mais il ne doit pas y avoir nécessairement interéchange d'ions, puisque la sortie de ceux-ci suffit pour expliquer certains phénomènes d'excitation qui amènent la fibrillation.

La loi de Loeb, suivant laquelle tout se passe comme si la présence d'une certaine quantité d'ions Na provoquait des contractions, mais qu'elles ne sont plus possibles lorsque le rapport des ions Ca aux ions Na devient trop grand ou trop petit, a une apparence d'exactitude en ce qui concerne certaines de nos expériences précédentes. (Nous verrons que ce ne sera pas le cas plus loin.) En effet, si on plonge le muscle dans le sérum artificiel, il s'y échange des ions Ca et Na; le nombre des ions Ca diminue, d'où contraction. Quand il n'y a plus d'ions Ca, les contractions rythmiques cessent. En outre, le citrate de soude élimine complètement Ca du muscle, d'où con-

traction très vive au début, puis arrêt. Au moment où le rapport $\frac{\text{Na}}{\text{Ca}}$ redevient plus grand que l'unité, grâce à une perfusion de CaCl^2 , mais non égal à l'infini, c'est-à-dire quand il y a juste suffisamment d'ions Ca pour permettre de petites contractions, celles-ci apparaissent. La perfusion continue, $\frac{\text{Na}}{\text{Ca}}$ devient plus petit que l'unité et les contractions cessent.

Il est à remarquer cependant que la quantité d'ions Ca empêchant la fibrillation est très variable, puisque certaines expériences démontrent nettement que ces contractions rythmiques peuvent encore se produire avec le liquide de Ringer.

CHAPITRE II.

Étude de la contraction musculaire proprement dite provoquée par le choc d'induction.

Dans les expériences suivantes, nous étudierons :

- 1° L'influence des solutions isotoniques, hyper- et hypotoniques d'anélectrolytes;
- 2° L'influence des solutions salines pures;
- 3° L'influence de mélanges de solutions salines simples;
- 4° L'influence de mélanges complexes, tels le liquide de Ringer.

Et nous pourrons déduire des courbes, de leur allure et de leurs particularités : 1° l'état de l'excitabilité et de la motricité ; 2° l'influence des sels, des ions, des pressions osmotiques salines ou dues à des anélectrolytes et le minimum d'électrolytes nécessaire au muscle pour le maintenir en état de travail.

La méthode de mensuration de l'excitant à l'aide de la bobine d'induction a été employée par nous dans une catégorie d'expériences. Mais Lapicque a fait à cette méthode une série d'objections très fondées. Aussi avons-nous également étudié les phénomènes d'excitabilité par la méthode des condensateurs, méthode indispensable pour être renseigné exactement sur la valeur absolue des seuils d'excitation.

Calcul des pressions osmotiques.

Ce calcul est nécessaire pour le titrage exact de nos diverses solutions.

a) *Anélectrolytes*. — Type : Le saccharose $C^{10}H^{22}O^{11}$. On sait que la molécule-gramme (342) dissoute dans 1 litre d'eau à 18° donne une pression osmotique de 23,85 atmosphères. Or, nous savons que la solution isotonique au sang de la grenouille est de 6,5 ‰ NaCl, ce qui représente une pression osmotique de 4,91 atmosphères.

En saccharose, 4,91 atmosphères représentent donc 70^{sr}2 ‰.

b) *Électrolytes*. — La formule suivante s'applique, comme on sait, à la pression engendrée par les solutions électrolytiques :

$$P \frac{1}{c} = i. R. T.$$

P est la pression osmotique, *c* la concentration par litre, *i* le coefficient de dissociation, R une constante = 0,0821, T la température absolue qui, dans nos expériences, est 273 + 18 = 291°.

Au moyen de cette formule, une solution étant donnée, il est possible de déterminer la concentration d'une solution d'un autre corps isotonique avec la première à même température.

On peut écrire aussi :

$$P = (i. c) R. T,$$

ou

$$R. T. = 0,0821 \times 291 = 23.89.$$

Donc

$$P = (i. c). 23,89.$$

Soit donc à préparer une solution d'un électrolytique isotonique à 6,5 ‰ NaCl; la solution P est de 4,91 atmosphères. Il vient que 4,91 = (*i. c*) 23,89.

D'où

$$i. c = \frac{4,91}{23,89} = 0,20552,$$

équation à deux inconnues dont l'une est fonction de l'autre : on sait, en effet, que le coefficient de dissociation varie avec la concentration. Pour arriver facilement à trouver la valeur de *c*, on peut employer le moyen très simple suggéré par Errera dans « la Myriotonie ». Il suffit de dresser — pour les divers électrolytes qu'on veut employer — une table des produits *i* × *c*.

On se sert pour cela des chiffres de Kohlrausch (*Leitvermögen der Electrolyten*) ou du dictionnaire des constantes de Landolt-Börnstein.

Cette table sera resserrée suivant les besoins, et dans l'exemple cité plus haut on y recherchera la valeur 0,20552 et on trouvera ainsi la valeur correspondante de C, c'est-à-dire de la concentration de la solution qui doit être rendue isotonique à 6,5 ‰ de NaCl.

1° Les anélectrolytes.

§ 1. — LE SACCHAROSE.

Pour dissocier les deux facteurs, pression osmotique et ionisation, il importait d'expérimenter la solution privée complètement d'ions, c'est-à-dire de se servir d'un anélectrolyte. Aussi avons-nous employé le saccharose et le glucose.

Saccharose isotonique, soit 70^{gr}2 par litre.

La grenouille étant fixée comme il est dit plus haut, le cœur est mis à nu, une canule est introduite dans l'aorte.

Expérience 1. — Lavage au liquide de Ringer isotonique pendant 15 minutes. Le seuil d'excitation est atteint (1) quand la bobine secondaire est à 15 centimètres de la bobine primaire, la courbe a une hauteur de 20 mm. (Cf. fig. 13 A et 13 B.)

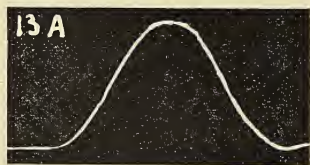


FIG. 13 A. — Courbe obtenue lorsque le muscle était irrigué au moyen de solution de Ringer.



FIG. 13 B. — Même muscle irrigué pendant 15 minutes au moyen d'une solution isotonique de saccharose. Diminution de hauteur et raccourcissement du temps de contraction.

Perfusion par solution de saccharose : En 5 minutes, la courbe a une hauteur de 18 mm.

Perfusion par solution de saccharose : En 10 minutes, la courbe a une hauteur de 9 mm.

(1) Pour abrévier, les termes « excitant 15 centimètres », par exemple, signifient toujours qu'au seuil de l'excitation, il y avait 15 centimètres de distance entre les deux bobines d'induction.

Perfusion par solution de saccharose : En 15 minutes, la courbe a une hauteur de 4 mm.

Par l'action du saccharose, la courbe diminue de hauteur, le muscle se contracte donc moins intensément, et, en outre, elle se raccourcit beaucoup; donc, l'excitant restant identique à lui-même, la contraction diminue en longueur et en amplitude.

Expérience 2. — Lavage au liquide de Ringer pendant 15 minutes.

Excitant 12 centimètres; hauteur de la courbe, 21 mm.

Solution de saccharose : En 5 minutes, hauteur de la courbe, 13 mm.

Solution de saccharose : En 10 minutes, hauteur de la courbe, 3 mm.

Excitant maximal : En 12 minutes, hauteur de la courbe, 3 mm.

On fait repasser le liquide de Ringer isotonique; après 10 minutes avec l'excitant maximal, la courbe a une hauteur de 11 mm.; avec l'excitant de 12 centimètres, une hauteur de 2,5 mm. La grenouille est œdématisée et réagit difficilement.

Expérience 3. — Même expérience, excitant restant le même (4 centimètres).

Ringer isotonique : En 20 minutes, hauteur de la courbe, 10 mm.

Solution de saccharose : En 3 minutes, hauteur de la courbe, 20 mm.

Solution de saccharose : En 10 minutes, hauteur de la courbe, 2 mm.

Solution de saccharose : En 15 minutes, presque inexcitable.

Solution de Ringer : En 15 minutes, hauteur de la courbe, 16,5 mm.

Nous constatons qu'au début de la perfusion de saccharose, la contraction a été plus considérable; il y a eu augmentation de la contractilité, suivie d'une chute très rapide.

Expérience 4 : est disposée comme la précédente. L'excitant est de 9 centimètres.

On perfuse avec du Ringer isotonique pendant 5 minutes, la courbe a 50 mm. de hauteur. Puis on remplace le Ringer par une solution de saccharose isotonique. De 5 en 5 minutes, la courbe décroît progressivement en hauteur (35, 27, 24, 18, 14, 8, 3, 1 $\frac{1}{2}$ mm.), jusqu'à inexcitabilité totale. On refait passer du Ringer. En 15 minutes, la courbe reparait normale avec une hauteur de 12 mm.; en 25 minutes, de 29 mm.

Expérience 5 : est semblable à l'expérience 4. Alors qu'avant toute perfusion, le muscle excité par l'excitant 10,5 centimètres donnait une courbe haute de 10 mm., le saccharose donna : au bout de 2, 15, 25, 55 minutes, respectivement, avec excitant 10,5, 12,5, 12 5, 12,5 centimètres, une courbe haute de 23, 21, 17, 5 mm.

Après 60 minutes, le muscle était inexcitable.

Expérience 6. — Même expérience que l'expérience 5.

Le muscle normal avait son seuil d'excitation à 10,5 centimètres et la courbe avait une hauteur de 14 mm. Alors, en faisant perfuser du saccharose isotonique pendant 10, 20, 30, 40, 50, 60 minutes, le seuil passe de 10,5 à 10,5, 10,5, 10,5, 14, 0 centimètres (excitant maximal), déterminant des courbes de 14, 16, 15, 13, 10, 17 et 0 mm.

La circulation fut très rapide au début. Le cœur s'est arrêté en diastole; alors la circulation s'est ralentie extrêmement. 100 centimètres cubes ont passé.

Expérience 7. — Même expérience que l'expérience 6, mais l'excitation fut portée par le nerf.

On fait perfuser du NaCl isotonique pendant 15 minutes. Le seuil est à 9 centimètres. La courbe a 2 mm. Après 20 minutes, le seuil est à 7 centimètres, la courbe a 10 mm. de hauteur.

Le saccharose circulant alors 20, 40, 50, 55, 60 minutes, le seuil varie et passe à 7, 7, 7, 7, 0 centimètres (maximal; la courbe a des hauteurs variant de 17, 19, 10, 2, 0 mm.

Cette expérience démontre : 1° que l'excitation nerveuse a le même effet que l'excitation directe du muscle; 2° qu'au début, on observait une légère augmentation de l'excitabilité, suivie brusquement d'une chute; 3° la suppression totale de toute contractilité. L'appareil nerveux ne parvient plus à déterminer de contraction dans un muscle irrigué par du saccharose dès que toutes les fibres musculaires ont été privées de la plus grande partie des sels dont elles ont besoin; 4° que la courbe de contraction ne se déforme pas et ne fait que diminuer en amplitude et en étendue : c'est là la preuve que le muscle fournit graduellement un travail plus petit et de durée de moins en moins longue. Le manque de substances salines et, par conséquent, d'ions empêche donc toute contractilité, tout travail du muscle de s'exécuter.

Saccharose hypertonique. — Depuis les travaux de Demoor et Philippon étudiant l'influence de la pression osmotique sur la contraction musculaire, il est démontré que les solutions hypertoniques ou hypotoniques modifient profondément l'allure de la courbe musculaire. Ces auteurs ont établi l'hypertonie de leurs solutions soit en doublant, triplant les doses de sel : c'est l'hypertonie saline; soit en ajoutant à une solution isotonique de NaCl une certaine quantité de saccharose : c'est l'hypertonie sucrée. Dans les deux cas, le même phénomène s'est produit. Dans

l'hypertonie sucrée, le liquide circule très mal et le muscle s'œdématie vite, ce qui ne s'observe pas dans l'hypertonie saline.

Nous avons étudié la propriété hypertonique proprement dite, cela en éliminant le rôle des ions. C'est pourquoi nous avons essayé une solution hypertonique de saccharose, 440 grammes par litre.

Expérience 8. — On lave pendant 15 minutes le muscle au moyen du Ringer isotonique.

Le seuil est à 7 centimètres, la courbe a l'allure normale, est haute de 22 mm.

On fait perfuser le saccharose hypertonique pendant 5, 15, 45, 50, 65, 80 minutes, respectivement le seuil est à 7,5, 8, 8,5, 9, 9, 0 centimètres (maximum), alors que la hauteur de la courbe a 22, 22, 12, 12, 2, 0 mm.

La courbe paraît un peu allongée, surtout dans sa période de relâchement. La perfusion de Ringer isotonique pendant 12 minutes permet, avec un excitant 7 centimètres, d'obtenir une courbe normale de 12 mm.

Expérience 9. — Expérience identique à la précédente.

On lave au Ringer pendant 15 minutes. Le seuil étant 7 centimètres, la courbe a une hauteur de 20 mm. Alors on fait perfuser du saccharose pendant 5, 10, 50, 60, 70, 75, 85 minutes, le seuil étant à 7, 7,5, 8,5, 9, 9, 0 centimètres (maximum), la hauteur de la courbe est de 20, 20, 10, 8, 5 mm.; une ondulation.

Après saccharose, 50 minutes, la courbe présente nettement de l'allongement de la deuxième période. Une perfusion de Ringer isotonique pendant 15 minutes ramène, avec l'excitant 7 centimètres, une courbe normale de 15 mm.

Expérience 10. — Même expérience. La solution employée est toujours le saccharose hypertonique à 440 ‰.

D'abord, lavage au liquide de Ringer : En 15 minutes, hauteur de la courbe, 25 mm.

Perfusion de saccharose : En 10 minutes, hauteur de la courbe, 23 mm.

Perfusion de saccharose : En 20 minutes, hauteur de la courbe, 22 mm.

Perfusion de saccharose : En 40 minutes, hauteur de la courbe, 21 mm.

L'imbibition est telle que l'on ne peut plus continuer l'expérience.

Expérience 11. — Même expérience que l'expérience 10.

Perfusion de liquide Ringer isotonique : Courbe normale, hauteur, 14 mm.

Alors, solution de saccharose : En 5 minutes, deuxième période allongée, 1,5 mm.

Solution de saccharose : En 10 minutes, deuxième période allongée de 1,5 mm.

Inexcitabilité.

Alors, perfusion de Ringer isotonique pendant 15 minutes. La deuxième période de la courbe reste très allongée; après 20 minutes, la courbe a 6 mm. et présente un plateau très net. Après 25 minutes, la courbe a 11 mm., le plateau a beaucoup diminué, et le muscle tend à revenir à l'état normal.

Expérience 12. — Semblable à la précédente. On excite toujours avec l'excitant 9 centimètres.

On lave le muscle avec du Ringer pendant 15 minutes. La courbe a une hauteur de 25 mm. Puis on fait perfuser le saccharose pendant 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 minutes. La hauteur varie alors et on observe : 21, 15, 13, 11, 11, 9, 3, 2 mm.

Le tracé est très allongé; après 12 minutes, inexcitabilité. On reprend du Ringer pendant 15 minutes; la courbe est presque normale et mesure 16 mm.

Expérience 13. — Même expérience que la précédente. Excitant 9 centimètres.

Perfusion de Ringer isotonique pendant 15 minutes, hauteur de la courbe, 12 mm.

Perfusion de saccharose pendant 2, 5, 10, 15 minutes; la courbe atteint 17, 12, 7, 3 mm.

Le tracé est démesurément allongé. Après 30 minutes, inexcitabilité.

Expérience 14. — Expérience similaire à l'expérience 13.

Muscle normal : Excitant, 5,5 centimètres, hauteur de la courbe, 6 mm.

Alors, perfusion de saccharose isotonique pendant 15 minutes : Excitabilité maximum, pas de contraction.

Solution de NaCl à 65 ‰ : En 15 minutes, excitant maximal, courbe avec plateau, hauteur 8 mm.

Alors, solution de saccharose hypertonique : En 10 minutes, excitant maximal, hauteur, 11 mm.

Solution de saccharose hypertonique : En 10 minutes, excitant, 3 centimètres, hauteur, 4 mm.

Après 25 minutes, inexcitabilité complète.

Le NaCl isotonique, après 5 minutes, donne une courbe hypertonique de 4 mm. Après 15 minutes, il y a une riposte à la fermeture et à l'ouverture.

Conclusion. — De ces expériences, il résulte que le muscle devient progressivement inexcitable et que la courbe de contraction s'allonge au fur et à mesure que s'exerce l'action du liquide hypertonique sucré. Ces expériences confirment donc en tous points celles de M^r. Demoor et Philippon. Nous pouvons ajouter aux conclusions de ces auteurs que, parmi les causes qui déterminent l'allongement de la phase de descente de la courbe,

il ne faut pas chercher celles qui seraient dues aux ions (puisqu'ils sont éliminés), mais on ne peut y voir qu'un effet dû à la pression osmotique proprement dite. Il nous a paru intéressant de rechercher aussi si l'hypotonicité déterminée au moyen de sucre se comporte comme l'hypotonicité saline. Aussi est-ce dans cet ordre d'idées que nous avons fait les expériences suivantes :

Expérience 15. — On fait une solution de saccharose à 35 ‰, donc hypotonique. C'est cette solution qu'on fera perfuser, après un lavage au liquide de Ringer, pendant 10 minutes, ayant donné une courbe haute de 30 mm.

Après 5 minutes de saccharose, la courbe normale a 14 mm.

Après 15 minutes, elle n'a plus que 8 mm., la période d'ascension est allongée, puis, après 20 minutes, la hauteur n'est que de 5 mm.; enfin, en 25 minutes, le muscle est inexcitable.

Le Ringer isotonique circulant alors pendant 10 minutes redonne une courbe de 14 mm., mais un peu hypertonique d'aspect. Après 15 minutes, elle s'élève à 21 mm et, après 20 minutes, la courbe, haute de 26 mm., est redevenue normale.

Les expériences faites avec un liquide hypotonique sucré sont encore beaucoup plus difficiles à réaliser qu'avec un liquide hypertonique. Dans la plupart des cas, à peine quelques gouttes de liquide circulent, l'imbibition du tissu est presque immédiate. Nous ne citons pas les autres expériences, où les résultats sont moins bien marqués que dans l'exemple choisi, qui montre très bien la double action de l'anélectrolyte hypotonique, ralentissant l'ascension et diminuant promptement l'excitabilité jusqu'à la supprimer entièrement.

§ 2. — LE GLUCOSE.

Le glucose était particulièrement intéressant à étudier parce que c'est un corps qui est assimilable et utilisable par les tissus au plus haut point. On sait que c'est l'inverse pour le saccharose, qui, injecté dans les veines, repasse intégralement dans l'urine.

Étudions d'abord l'action du glucose *en solution isotonique*, c'est-à-dire en solution à 36^{gr}9 par litre.

Expérience 16. — Faisons passer une circulation artificielle de glucose isotonique, sans dénuder le tendon d'Achille. La circulation se fait beaucoup mieux qu'avec le saccharose. Aussi, après 15 minutes, l'excitabilité est presque réduite à 0 tant pour l'excitation directe du muscle que pour son excitation indirecte.

Expérience 17. — Même expérience. Au bout de 5 minutes de circulation, la courbe n'a plus guère que 1 mm. de hauteur, tant le lavage a été intense. Après 15 minutes, inexcitabilité directe totale, indirecte presque complète, avec l'excitant maximal.

Expérience 18. — Même expérience.

Après 5 minutes de glucose, contractions rythmiques très nettes.

Excitant direct 11, courbe à plateau de 3 mm.

Excitant indirect 4, courbe à plateau de 2 mm.

Après 15 minutes, inexcitabilité complète.

Expérience 19. — Même expérience.

Solution de glucose : En 5 minutes, excitant 10,5, courbe à plateau, hauteur de 2 mm

Solution de glucose : En 10 minutes, excitant 10,5, courbe à plateau, hauteur de 2 mm.

Solution de glucose : En 60 minutes, excitant direct maximal de 3 mm.

Solution de glucose : En 90 minutes, excitant direct maximal de 2 mm.

Expérience 20. — La grenouille est fixée sur la planchette, la patte à exciter est introduite dans le manchon de verre employé dans l'appareil servant à inscrire les contractions rythmiques ; mais dans cet appareil, le bouchon est remplacé par une lame de caoutchouc percée d'un trou. Le muscle est irrigué par le glucose et baigne dans la même solution.

Solution de glucose : En 15 minutes, excitant direct 11, courbe à plateau, hauteur 3 mm.

Solution de glucose : En 20 minutes, excitant direct 11, courbe à plateau, hauteur 3 mm.

Solution de glucose : En 40 minutes, inexcitabilité complète.

Expérience 21. — Même expérience que l'expérience 20.

Muscle normal, excitant 7, hauteur de la courbe, 17 mm.

Solution de glucose : En 10 minutes, excitant, 5,5 hauteur de la courbe, 13 mm.

Solution de glucose : En 20 minutes, excitant 10, hauteur de la courbe, 7 mm., allongée à l'ascension.

Solution de glucose : En 40 minutes, excitant 10, hauteur de la courbe, 3 mm., plateau net.

Solution de glucose : En 60 minutes, excitant 10, hauteur de la courbe, 2 mm., tracé fibrillaire.

Expérience 22. — Même expérience.

Muscle normal, excitant 7,5, hauteur de la courbe, 18 mm.

Solution de glucose : En 15 minutes, excitant 7,5, hauteur de la courbe, 12, tracé allongé.

Solution de glucose : En 20 minutes, excitant 8,5, hauteur de la courbe, 9 mm., tracé allongé.

Solution de glucose : En 45 minutes, excitant 7,5, hauteur de la courbe, 7 mm., plateau.

Solution de glucose : En 60 minutes, maximum, 2 mm., plateau.

Solution de glucose : En 75 minutes, muscle inexcitable.

Puis tentative de perfusion, pendant une heure, de glucose additionné de 0,4 % NaCl. L'excitabilité ne revient pas. On exécute une circulation de NaCl isotonique (30 minutes); aucune réapparition de l'excitabilité ne fut observée.

On voit donc nettement que l'action du glucose ne diffère guère de celle du saccharose. En général, la circulation au moyen des solutions glucosées est beaucoup plus rapide, ce qui provoque un lavage plus intense. Grâce à cela, les sels sont plus facilement éliminés du suc musculaire et les processus d'inexcitabilité s'installent rapidement. Mais le résultat global est le même qu'avec le saccharose, puisque c'est aussi un anélectrolyte qui ne peut pas remplacer l'action des ions. Il est à remarquer cependant que quand la circulation est ralentie, l'excitabilité diminue moins vite qu'avec le saccharose; on pourrait en conclure que le glucose serait en quelque sorte utilisé par le muscle et lui fournirait une source d'énergie capable de suppléer dans une faible mesure à la perte des ions. Nous donnerons plus loin la preuve expérimentale directe de cette interprétation.

Glucose hypertonique. — Sauf la remarque ci-dessus, il n'y

a guère de différences appréciables d'avec l'action du saccharose hypertonique. Dès le début de la circulation apparaissent des contractions rythmiques très violentes, bientôt suivies d'une chute considérable de la contractilité. Quant à l'excitabilité, elle reste à peu près normale pendant trente-cinq minutes, pour diminuer après.

Glucose hypotonique. — Dès le début, contraction rythmique rare, mais puissante, élevant le contrepois de 10 grammes à plusieurs millimètres. Puis, après vingt minutes, le cœur s'arrête, la circulation devient nulle. Les tissus s'œdématisent et l'excitabilité, après avoir diminué, reste presque stationnaire, mais ne devient cependant pas nulle.

2° Les électrolytes.

§ 1. — LE CHLORURE DE SODIUM.

Dans ce paragraphe, nous étudierons :

- a) L'action du chlorure de sodium isolé;
- b) Le minimum de NaCl nécessaire au muscle; et cela :
 - 1. quand la pression osmotique est établie par le saccharose;
 - 2. quand la pression osmotique est établie par le glucose.

A. — Action du chlorure de sodium.

On sait que Loeb a émis, il y a quelques années, une théorie retentissante sur la toxicité du NaCl. Nous avons vu plus haut ce qu'il fallait en penser. Voici quelques expériences qui démontreront que rien n'est moins fondé en ce qui concerne le muscle. Nous avons essayé de trancher la question en faisant des perfusions prolongées.

Expérience 25. — On laisse circuler du NaCl isotonique.

Le muscle est excité directement avec l'excitant constant (5 centimètres).

Alors que la perfusion dure 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105 minutes, la hauteur de la courbe est de 11, 12, 11, 11, 11, 11, 11 mm.

Donc, après 105 minutes, l'excitant reste le même, le seuil reste le même, la courbe parfaitement normale.

Expérience 24. — Même expérience; un réservoir de 40 litres de solution est en rapport avec la canule fixée dans l'aorte.

Perfusion de NaCl isotonique : En 10 minutes, excitant direct 9,5, hauteur 13 mm.

Perfusion de NaCl isotonique : En 15 minutes, excitant direct 10, hauteur 12 mm.

Perfusion de NaCl isotonique : En 18 minutes, excitant direct 11, hauteur 10 mm.

Après 10 minutes NaCl : contractions rythmiques intenses. Le lendemain, on constate, après 23 heures : la circulation s'est arrêtée, la grenouille est extrêmement œdématisée et inexcitable, tant directement qu'indirectement.

Expérience 25. — Sans prendre l'excitabilité du gastrocnémien, la circulation artificielle est établie. Le lendemain, on constate que la circulation est arrêtée, la grenouille œdématisée et inexcitable.

Conclusion. — Nous voyons que le chlorure sodique en solution isotonique est capable d'entretenir longtemps l'excitabilité du muscle. Passé un certain temps, il n'en est plus ainsi, les cellules meurent, le muscle s'œdématie en devenant inexcitable. Nous verrons plus loin que les choses changent légèrement si l'on fait perfuser du liquide de Ringer.

NaCl hypertonique, 15 grammes ‰.

Après quinze minutes de circulation, la période de relâchement s'allonge et le sommet de la courbe s'aplatit considérablement. Après vingt-cinq minutes, le muscle ne revient plus à sa longueur primitive; on obtient un tracé typique d'hypertonie. L'excitabilité mesurée par la bobine varie peu. Après quarante minutes, le plateau est réalisé. Après soixante minutes, l'excitabilité diminue en même temps que la contractilité qui persiste encore après cent dix minutes.

NaCl hypotonique, 3 grammes ‰.

La circulation est très lente, partant l'excitabilité variera très peu, puisque l'échange des ions, s'il doit s'en faire, sera très faible. Les modifications de la courbe sont à peu appréciables,

à peine une très légère augmentation du temps de la contraction par rapport au temps du relâchement.

Conclusion. — Les solutions pures de NaCl hypertoniques et hypotoniques agissent sur les cellules endothéliales des vaisseaux et sur le cytoplasme musculaire suivant les lois ordinaires de l'osmose. Le NaCl en solution isotonique n'est pas toxique, puisqu'il peut maintenir un muscle normal pendant plusieurs heures.

B. — Détermination du minimum de NaCl nécessaire au muscle.

1. — *La pression osmotique additionnelle est fournie par le saccharose.*

Les anélectrolytes agissent sur le muscle, en déterminant plus ou moins rapidement son inexcitabilité. La présence de sels est absolument indispensable, semble-t-il, pour permettre à l'état physiologique de la fibre musculaire de se maintenir.

La question est de savoir quelle est la quantité minimale capable de maintenir cette excitabilité.

Nous avons indiqué précédemment comment nous avons calculé les solutions isotoniques d'électrolytes et d'anélectrolytes. Comme nous nous proposons de faire circuler des solutions isotoniques au sérum sanguin, solutions renfermant cependant très peu de sels, il importait d'y ajouter des substances capables de fournir la pression osmotique additionnelle nécessaire.

Le problème qui se posait était donc de faire, par exemple, une solution isotonique à 6,5 ‰ NaCl, mais ne renfermant que 1,17 ‰ NaCl.

On sait que 1,17 ‰ NaCl, suivant la formule $P = (i. c.) R. T.$, possède une pression, soit

$$P = 0,0382 \times 23,89 = 0,913 \text{ atmosphère.}$$

Or, 6,5 ‰ NaCl exercent une pression osmotique de 4,91 atmosphères.

A la solution de 1,17 NaCl il manque donc $4,91 - 0,913 = 3,997$ atmosphères pour être isotonique à la solution de 6,5 ‰ NaCl. Ces atmosphères sont addi-

tionnées à la solution saline par l'adjonction d'une certaine quantité de saccharose.

Le calcul se fait simplement.

On sait que 1 PM de saccharose, soit 342, exerce à 18° une pression égale à

$$22,42 \text{ atm.} \left(1 + \frac{1}{273} \cdot 18 \right) = 23,85 \text{ atmosphères.}$$

Donc 3,997 atmosphères seront exercées par

$$\frac{342 \times 3,997}{23,85} = 57,72 \text{ ‰ de saccharose.}$$

La solution de 1,17 ‰ NaCl. pour être rendue isotonique à la solution de 6,5 ‰ de NaCl. devra donc être additionnée de 57,72 ‰ de saccharose.

Il est évident que ce mode de calcul des mélanges de solutions n'a pas la prétention d'être mathématiquement correct, mais ses résultats se sont montrés suffisamment précis dans la pratique, toutes nos solutions ayant présenté un Δ analogue à la solution 0,65 ‰ de NaCl.

Expérience 26. — On fait circuler une solution de NaCl à 0,417 ‰ 57,72 saccharose.

Solution de NaCl isotonique : En 10 minutes, excitant 6, courbe normale, 6 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 4 minutes, excitant 7, courbe normale, 10 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 8 minutes, excitant 9, léger plateau, 7 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 12 minutes, excitant maximal.

Alors, NaCl isotonique : En 12 minutes, excitant 8, courbe normale, 8 mm.

Alors, NaCl isotonique : En 28 minutes, excitant 6, courbe normale, 13 mm.

Expérience 27. — Même expérience, mais avec NaCl à 0,234 + 4,3 ‰ saccharose.

Solution de NaCl isotonique : En 10 minutes, excitant 4,2, courbe normale 8 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 5 minutes, excitant 4,2, léger plateau, 11 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 12 minutes, excitant 4,5, léger plateau, 9 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 20 minutes, excitant 4, léger plateau, 6 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 27 minutes, excitant maximal, courbe hypotonique, 4 mm.

Solution de NaCl saccharose : En 35 minutes, excitant maximal, courbe en plateau, 1 mm

Solution de NaCl saccharose : En 40 minutes, excitant maximal, inexcitabilité.

Solution de NaCl isotonique : En 20 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur 4 mm.

Après 35 minutes, excitant 4, la courbe a 6 mm ; et après 45 minutes, seuil à 4,5,

la hauteur est 5 mm. A remarquer que l'œdème est apparu 20 minutes après le début de l'expérience. (Cf. fig. 14 A.)

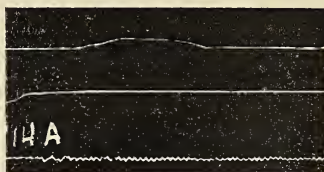


FIG. 14 A. — Tracé supérieur = contraction musculaire.
Tracé moyen = moment de l'excitation.
Tracé inférieur = temps en $\frac{1}{500}$ de sec.
Muscle irrigué pendant 35 minutes au moyen d'une solution
de 4,3 % de saccharose renfermant 0,234 % de NaCl.

Expérience 28. — La solution essayée renferme 0,351 NaCl % et 3,21 % saccharose. Après un lavage au NaCl à 6 ‰ pendant 20 minutes, on trouve le seuil à 6 centimètres, la courbe ayant 15 mm. de hauteur.

On fait perfuser la solution à étudier 5, 10, 20, 30 minutes. Le seuil reste à 6 centimètres. Les courbes ont des hauteurs de 9, 11, 12, 11 mm.

Après 50, 55 minutes, le seuil tombe brusquement à 0 (excitant maximal), la courbe a un plateau et n'a que 2 mm. de hauteur. Après 65 minutes, il n'y a plus de riposte.

On refait circuler du NaCl à 6 ‰, pendant 15 minutes. Le seuil est à 0. La courbe, très allongée, a 2 mm. Après 30 minutes, le seuil revient à 6 centimètres, la courbe a 5 mm. et l'allure est presque normale.

Expérience 29. — On étudie une solution renfermant 0,468 % NaCl et 2,57 % saccharose. (Cf. fig. 14 B et 14 C.)

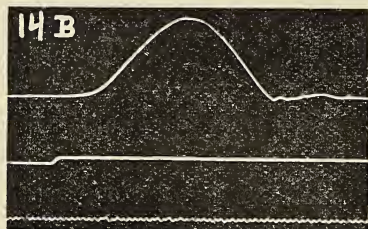


FIG. 14 B. — Courbe d'un muscle irrigué pendant 75 minutes au moyen d'une solution renfermant 0,468 ‰ NaCl et 2,57 % saccharose.

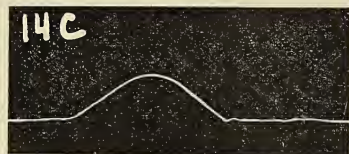


FIG. 14 C. — Même muscle après 110 minutes d'irrigation.

Le lavage avec NaCl 6 ‰, pendant 15 minutes, donne un seuil de 9 centimètres, une courbe de 10 mm.

On laisse perfuser la solution à expérimenter : 15, 30, 45, 60, 75, 95, 110 minutes.

Le seuil varie alors de 10 à 10, 10, 10,5, 10,5 10,5 10,5 centimètres.

Les courbes présentent des hauteurs de 11, 11, 13, 11, 11, 9, 6 mm.

Il résulte des expériences 26, 27 et 28 que les quantités de NaCl employées sont trop peu considérables pour maintenir normale l'excitabilité du muscle. Quand la perfusion s'opère, il y a au début augmentation de l'excitabilité, puis, progressivement, celle-ci diminue jusqu'à disparaître. Les courbes obtenues ont une allure de courbes hypotoniques, mais bientôt se marque un plateau très net, la descente s'allonge d'autant plus que dure la circulation et elle a souvent un caractère onduleux. Seule la solution à 4.68 ‰ NaCl est capable d'entretenir une contractilité et une excitabilité normales du muscle, ainsi que le démontre l'expérience 29. En effet, au bout de cent dix minutes, le muscle était encore aussi excitable que s'il avait été irrigué avec du Ringer isotonique. Il se contractait à la vérité un peu moins fort (6 millimètres au lieu de 10), mais cela peut tenir parfaitement, non à l'action de la qualité du liquide de perfusion, mais bien au long temps pendant lequel l'organe fut irrigué.

Expérience 30. — Nous avons poussé plus loin nos investigations, pour trouver le seuil exact du minimum de NaCl . Aussi avons-nous essayé une solution renfermant 0,4095 ‰ NaCl et 2,71 ‰ saccharose.

Perfusion de NaCl isotonique : En 13 minutes, excitant 7, hauteur de la courbe, 4 mm.

Perfusion de NaCl isotonique : En 25 minutes, excitant 7, hauteur de la courbe, 8 mm.

Expérience 31. — Même expérience. Excitation indirecte, par le nerf.

Solution de NaCl isotonique : En 20 minutes, excitant 15, hauteur de la courbe, 12 mm.

Alors, perfusion de NaCl 0,4095 ‰ : En 20 minutes, excitant 15, hauteur de la courbe, 13 mm.

Perfusion de NaCl 0,4095 ‰ : En 40 minutes, excitant maximal, courbe allongée, hauteur 2 mm.

Solution de NaCl isotonique : En 10 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur 2 mm.

Solution de NaCl isotonique : En 15 minutes, excitant 15, courbe normale, hauteur 20 mm.

Conclusion. — Les expériences 30 et 31 démontrent que l'on se trouve avec 0,4095 % près de la limite minimale, car l'inexcitabilité directe ou indirecte survient au bout d'un temps assez court. D'autre part, la déformation de la courbe est minimale; il est donc certain que, pour que l'excitabilité et la motricité se maintiennent, il faut, dans un liquide rendu isotonique au moyen de saccharose, une teneur minimale de 0,468 % de NaCl.

Remarquons en passant que le NaCl rend moins bien l'excitabilité indirecte que l'excitabilité directe à un muscle. On pourrait rapprocher de cela le fait que le NaCl, ainsi que de nombreux auteurs l'ont affirmé, possède une légère action curarisante sur le muscle. [Carlslaw (10), Locke (11), Cushing (12), Poljakoff (13).]

Cela démontre encore une fois de plus qu'il est dangereux de confondre, à l'exemple de Loeb, l'excitabilité et la motricité, puisque nos expériences attestent qu'il importe de distinguer soigneusement le mécanisme nerveux et musculaire de l'excitabilité proprement dite.

2. — *La pression osmotique additionnelle est fournie par le glucose.*

Il est intéressant d'étudier, à côté du saccharose, — corps inutilisable par les cellules de l'organisme, — un sucre que le muscle peut assimiler. Aussi avons-nous refait les mêmes expériences en remplaçant le saccharose par le glucose.

Expérience 32. — On fait circuler du glucose isotonique (36,7 %) jusqu'à perte totale de l'excitabilité. La circulation à la fin est lente et laborieuse, le muscle présente de l'œdème.

Alors on opère une circulation au moyen de glucose 1,22 ‰ et NaCl 0,468 %. Après 45 minutes, l'excitabilité directe donne une courbe allongée, courbe

d'œdème haute de 2 mm. L'excitabilité indirecte donne une courbe similaire. Il y a un retour de l'excitabilité, mais le glucose paraît avoir trop altéré le muscle pour que l'excitabilité redevienne normale.

Expérience 33. — Même expérience.

Circulation artificielle de glucose isotonique. Inexcitabilité directe et indirecte au bout de 2 heures.

Alors, perfusion pendant 35 minutes avec solution renfermant 0,4095 % NaCl plus du glucose. L'excitation directe montre une légère riposte, l'excitant indirect n'en montre pas.

Expérience 34. — Perfusion du glucose isotonique 36,7 ‰ pendant 2 heures. Inexcitabilité complète, mais l'excitabilité indirecte persiste encore, on constate à peine quelques fibrillations. (Cf. fig. 15 C, D, E.)

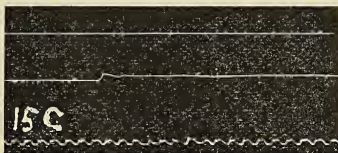


FIG. 15 C. — Absence d'excitabilité et de contractilité après une perfusion de 160 minutes au moyen de glucose isotonique.

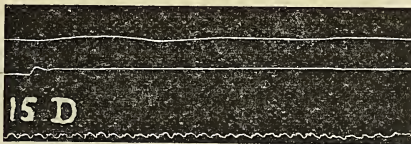


FIG. 15 D. — Légère contractilité après perfusion au moyen de la solution glucosée 1,35 ‰ renfermant 0,409 ‰ NaCl. Courbe obtenue après 10 minutes de perfusion.

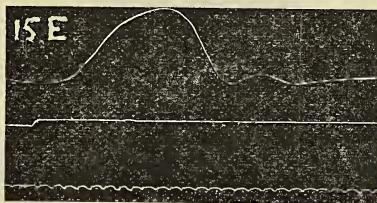


FIG. 15 E. — Courbe obtenue après 45 minutes.

Ligne supérieure = tracé.

Ligne moyenne = moment d'excitation.

Ligne inférieure = temps en $\frac{1}{100}$ de sec.

Alors on opère une circulation artificielle de glucose 1^{er}35 ‰, 0,4095 NaCl. Retour à l'excitabilité directe, courbe hypotonique, hauteur 11 mm. Il est particulièrement intéressant de remarquer que l'excitation indirecte reste inopérante.

Expérience 35. — Perfusion *immédiate* de NaCl 0,2950 ‰ plus glucose, afin d'éviter l'œdème provoqué par la circulation antérieure de glucose isotonique.

Solution de NaCl 0,295 ‰ : En 25 minutes, excitant 9,5, courbe hypotonique, hauteur 10 mm.

Solution de NaCl 0 295 ‰ : En 25 minutes, excitant 9,5, courbe hypotonique, hauteur 12 mm.

Solution de NaCl 0,295 ‰ : En 90 minutes, excitant 9,5, courbe hypotonique, hauteur 14 mm.

Solution de NaCl 0,295 ‰ : En 95 minutes, excitant 9,5, courbe hypotonique, hauteur 16 mm.

Expérience 36. — Même expérience, mais avec NaCl 1 ‰, et 30^{er}12 glucose.

Muscle normal, excitant 6,5, courbe normale, hauteur 14 mm.

Alors perfusion de glucose isotonique : En 20 minutes, excitant 7,5, courbe hypertonique, hauteur 14 mm.

Alors perfusion de glucose isotonique : En 20 minutes, excitant 7,5, courbe en plateau, hauteur 3 mm.

Alors, perfusion de glucose et NaCl 1 ‰ : En 15 minutes, excitant 7,5, courbe hypertonique, hauteur 6 mm.



FIG. 15 A. — Courbe à caractère hypertonique obtenue après 30 minutes d'une perfusion au moyen d'une solution isotonique de glucose. (Excit. : 7,5 cm.)

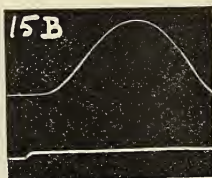


FIG. 15 B. — Même muscle que dans 15 A. Perfusion au moyen d'une solution contenant 30,12 ‰ de glucose + 1 ‰ NaCl. La courbe a été obtenue après 45 minutes de perfusion. (Excit. 6,5 cm.)

Alors, perfusion de glucose et NaCl 1 ‰ : En 30 minutes, excitant 7,5, courbe hypertonique, hauteur 8 mm.

Alors, perfusion de glucose et NaCl 1 ‰ : En 45 minutes, excitant 6,5, courbe hypertonique, hauteur 10 mm.

Dès le début de la perfusion de glucose pur, il y a eu des contractions rythmiques. (Cf. fig. 15 A et B.)

Expérience 37. — Même expérience, mais avec NaCl 0,05 ‰ et glucose.

Muscle normal : excitant 7, courbe normale, hauteur 22 mm.

Perfusion de NaCl 0,05 ‰ : En 35 minutes, excitant 8, courbe hypertonique, hauteur 12 mm.

Perfusion de NaCl 0,05 ‰ : En 75 minutes, excitant 8, courbe hypertonique, hauteur 12 mm.

Perfusion de NaCl 0,05 ‰ : En 85 minutes, excitant 8, courbe hypertonique, hauteur 4 mm.

Perfusion de NaCl 0,05 ‰ : En 95 minutes, excitant maximal, pas de riposte.

Perfusion de NaCl 0,1 ‰ : En 10 minutes, excitant maximal, légère contraction.

Conclusion. — Un liquide isotonique, renfermant 4,68 ‰ NaCl et du glucose en quantité suffisante pour fournir la pression osmotique additionnelle, suffit à maintenir l'excitabilité directe, mais non indirecte, du muscle.

Mais nous ne sommes pas à la limite minimale du NaCl. Les expériences 33 et 34 avec NaCl à 4,095 ‰ et l'expérience 35 avec NaCl à 2,950 ‰ montrent que ces solutions ramènent encore l'excitabilité directe, mais non pas indirecte, du muscle, excitabilité abolie par une perfusion antérieure de glucose pur.

L'expérience 36 avec 1 ‰ NaCl, qui maintient l'excitabilité quoique la courbe devienne déjà hypertonique, établit le seuil de NaCl nécessaire. En effet, la solution à 0,5 ‰ de NaCl est déjà trop faible. En deux mots, si nous comparons les expériences exécutées sur le glucose et le saccharose, nous voyons que *les deux sucres sont essentiellement différents au point de vue de la physiologie musculaire*. Car le glucose, contrairement au saccharose, peut être considéré comme une vraie substance nutritive, puisque, *en sa présence, le muscle a besoin d'une quantité quatre fois moindre de NaCl*.

Et nous avons ici un exemple typique et tout à fait inattendu d'un anélectrolyte pouvant jouer dans le muscle le même rôle physiologique qu'un électrolyte. Nous ne ferons ici aucune hypothèse au sujet de la nature intime de ce rôle. Nos expériences ne nous le permettent pas; mais nous pensons pouvoir faire remarquer combien peu de pareils faits expérimentaux peuvent corroborer la théorie de Loeb relative à la toxicité du NaCl et à l'antagonisme des ions mono- et bivalents.

§ 2. — LE CHLORURE DE CALCIUM.

Dans ce paragraphe, nous étudierons :

- 1° Influence du CaCl^2 seul;
- 2° Influence de CaCl^2 sur le muscle irrigué par du saccharose ;
- 3° Influence sur le muscle irrigué par le glucose ;
- 4° Influence d'un mélange de $\text{CaCl}^2 + \text{NaCl}$.

1. — Influence de CaCl^2 isotonique, soit 0^{gr}9 %.

Chaque fois que l'on tente une perfusion avec du CaCl^2 isotonique, on échoue. Dès que la solution arrive au contact des vaisseaux, le cœur s'arrête et à peine quelques gouttes passent. Quand la circulation parvient par un hasard quelconque à s'établir pendant un court temps, on constate que le muscle est complètement inexcitable.

Conclusion. — On peut dire que la solution isotonique de CaCl^2 détermine l'inexcitabilité totale du muscle.

2. — CaCl^2 additionné de saccharose.

Overton (28) cite que l'addition d'une faible quantité de CaCl^2 à du saccharose isotonique est capable de déterminer une augmentation de l'excitabilité, puis de ramener l'excita-

bilité dans un muscle l'ayant perdue dans une solution de saccharose pur. (Cf. 28, p. 222.)

Voici une de nos expériences à ce sujet (fig. 16 A, B). La solution renferme 0,2 % de CaCl_2 + du saccharose jusqu'à pression osmotique de 4,91 atmosphères, soit 5,22 % de sucre.

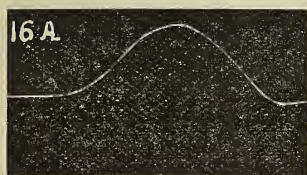


FIG. 16 A. — Courbe témoin. Muscle irrigué au moyen de solution de Ringer.

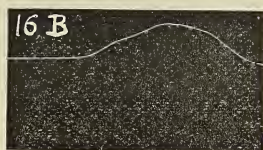


FIG. 16 B. — Le muscle a été irrigué pendant 15 minutes au moyen d'une solution renfermant 2 ‰ de CaCl_2 et 62.2 ‰ de saccharose.

Muscle normal, excitant 3,5, courbe normale, hauteur 10 mm.

Solution de CaCl_2 0,2 % : En 5 minutes, excitant 6,5, courbe normale, hauteur 10 mm.

Solution de CaCl_2 0,2 % : En 10 minutes, excitant 6,5, courbe normale, hauteur 8 mm.

Solution de CaCl_2 0,2 % : En 15 minutes, excitant 7,5, courbe normale, hauteur 5 mm.

L'excitant a donc pu être diminué, car alors que le seuil était 3^{em}5, il s'est abaissé jusqu'à 7,5; *il y a donc eu augmentation d'excitabilité par une solution ne contenant comme électrolyte que du CaCl_2 .*

La circulation est très mauvaise, mais une heure plus tard la grenouille était encore parfaitement excitable. Ce fait ne s'accorde pas du tout avec la théorie de Loeb, la quantité de calcium n'étant pas ici infinitésimale comme dans le sang, mais bien très considérable, vingt fois autant qu'il y en a dans le liquide de Ringer.

3. — CaCl^2 additionné de glucose.

Expérience 58 (Fig. 17 A, B, C, D.). — CaCl^2 0,2 ‰ plus glucose 2,75 ‰, établissant ainsi l'isotonie.

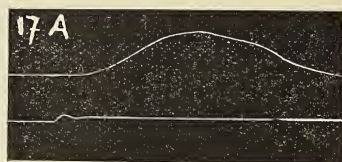


FIG. 17 A. — Courbe témoin. Muscle irrigué au Ringer.

FIG. 17 B. — Perfusion de 15 minutes au moyen d'une solution de 2 ‰ CaCl^2 + 27,5 ‰ de glucose. Inexcitabilité.

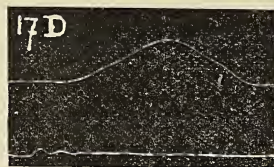
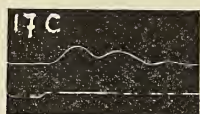


FIG. 17 C. — Même muscle après 20 minutes de perfusion. Début de la réapparition de l'excitabilité.

FIG. 17 D. — Même muscle après 120 minutes. Augmentation de la contractilité.

(La ligne inférieure marque le moment d'excitation. Le cylindre tournait à raison de 1 mm. par $\frac{1}{100}$ de seconde.)

Muscle normal, excitant 9, courbe normale, hauteur 9 mm.

Solution de CaCl^2 0,2 ‰ : En 15 minutes, excitant maximal, pas de riposte.

Solution de CaCl^2 0,2 ‰ : En 20 minutes, excitant maximal, fibrillation.

Solution de CaCl^2 0,2 ‰ : En 30 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur 4 mm.

Solution de CaCl^2 0,2 ‰ : En 55 minutes, excitant 9,5, courbe normale, hauteur 6 mm.

Solution de CaCl^2 0,2 ‰ : En 120 minutes, excitant 9,5, courbe normale, hauteur 7 mm.

Cette expérience semble démontrer que, au début, l'apport brusque de calcium détermine de l'inexcitabilité, mais que bientôt après l'action se modifie et d'inhibitrice qu'elle était au début, elle devient excitante. L'augmentation de la proportion de calcium dans le muscle a augmenté son excitabilité, phénomène entièrement opposé aux théories émises par Loeb.

Expérience 39. — On fait circuler directement la solution de CaCl_2 à 0,2 ‰, sans dénuder le muscle. Après 1 $\frac{1}{2}$ heure, l'excitabilité est parfaite et la courbe normale.

Expérience 40. — Expérience identique à l'expérience 38.

Muscle normal : excitant 7,5, courbe normale, hauteur 15 mm.

Perfusion de CaCl_2 0,2 ‰ : En 10 minutes, excitant 7,5, courbe normale, hauteur 7 mm.

Perfusion de CaCl_2 0,2 ‰ : En 25 minutes, excitant 7,5, courbe normale, hauteur 6 mm.

Perfusion de CaCl_2 0,2 ‰ : En 40 minutes, excitant 7,5, courbe normale, hauteur 4 mm.

Perfusion de CaCl_2 0,2 ‰ : En 40 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur 9 mm.

Après 1 $\frac{1}{2}$ heure, le gastrocnémien est encore excitable.

4. — CaCl_2 isotonique + NaCl isotonique.

Si le *calcium isotonique* n'est pas capable d'entretenir l'excitabilité, nous avons vu que de plus faibles doses additionnées de saccharose, ou mieux de glucose, peuvent la maintenir et, même plus, l'*augmenter*.

Il est également intéressant de connaître quelles sont les proportions de NaCl et de CaCl_2 capables de maintenir l'excitabilité normale du muscle.

Voici comment nous avons opéré :

Nous préparons des solutions isotoniques de NaCl (donc à 6,5 ‰) et de CaCl_2 (9 ‰).

On prend un certain nombre de volumes de chacune d'elles et on les mélange. On constitue ainsi des solutions qui restent à peu près isotoniques.

Expérience 41. — On constitue les trois mélanges suivants :

Mélange A : NaCl , 3 volumes; CaCl_2 , 1 volume.

Mélange B : NaCl , 2 volumes; CaCl_2 , 1 volume.

Mélange C : NaCl , 1 volume; CaCl_2 , 1 volume.

On commence par rendre le muscle inexcitable par une perfusion de CaCl_2 isotonique pur. Alors on laisse perfuser NaCl à 6,5 ‰ pur, 10 minutes. Courbe

normale de 7 mm. Puis on fait circuler le mélange A 10 minutes; la courbe a l'allure hypertonique, mesure 12 mm. Après 20 minutes, elle mesure 15 mm.

Alors passe le mélange B. Après 10 minutes, la courbe a l'allure normale, 16 mm. Après 25 minutes, elle mesure 17 mm.

Le mélange C, après 10 minutes, ne donne qu'une courbe de 12 mm.

Expérience 42 (Cf. fig. 18 A, B, C.). — On constitue trois mélanges plus riches en CaCl_2 .

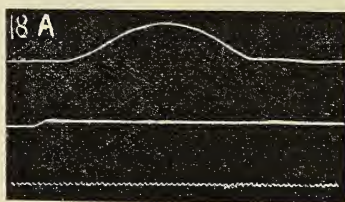


FIG. 18 A. — Le muscle ayant fourni cette courbe avait été préalablement rendu inexcitable par une solution isotonique de CaCl_2 . On lui rend alors du NaCl isotonique.

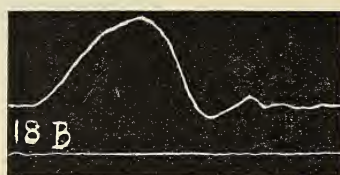


FIG. 18 B. — Contraction obtenue après 10 minutes de perfusion au moyen d'une solution contenant 1 volume de solution isotonique de NaCl + 2 volumes de solution isotonique de CaCl_2 .

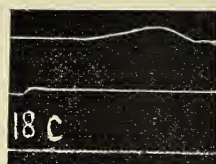


FIG. 18 C. — Contraction obtenue après 25 minutes de perfusion au moyen d'une solution contenant 1 volume de solution isotonique de NaCl + 4 volumes de solution isotonique de CaCl_2 .

Ligne du milieu = moment d'excitation.

Temps = en $\frac{1}{500}$ de seconde.

Mélange A : NaCl , 1 volume; CaCl_2 , 2 volumes.

Mélange B : NaCl , 1 volume; CaCl_2 , 3 volumes.

Mélange C : NaCl , 1 volume; CaCl_2 , 4 volumes.

On lave d'abord le muscle avec du NaCl à 6,5 ‰ 5 minutes, excitant 8, courbe 7 mm.

Puis passe le mélange A pendant 10 minutes; le seuil reste à 8 centimètres, hauteur 1,5 mm.

En augmentant l'excitant, soit 5,4, la hauteur est de 13 mm.

On fait perfuser le mélange B 10 minutes. Avec un seuil de 5,4, la hauteur est de 2 mm.

Avec un excitant 4,6, la hauteur passe à 11 mm.

Enfin passe le mélange C, 10 minutes. Le seuil est à 4 centimètres, la courbe à 6 mm.

Après 15 minutes, l'excitant maximal ne donne qu'une riposte de 2 mm. et après 25 minutes, il n'y a plus même de riposte.

Expérience 43. — Similaire à la précédente. On constitue deux mélanges.

I. — CaCl_2 , 1 volume; NaCl , 1 volume.

II. — CaCl_2 , 1 volume; NaCl , 2 volumes.

On fait passer le mélange 1 : Après 10 minutes, excitant 7, courbe hypertonique, hauteur 6 mm.

On fait passer le mélange 1 : Après 25 minutes, excitant 25, courbe hypertonique, hauteur 2,5 mm.

On fait passer le mélange 1 : Après 40 minutes, plus de riposte.

Alors, perfusion de CaCl_2 isotonique : Après 15 minutes, excitant maximal, hauteur 7 mm.

Alors, perfusion de CaCl_2 isotonique : Après 30 minutes, excitant maximal, hauteur 10,5 mm.

Alors, perfusion de mélange 2 : Après 15 minutes, excitant maximal, hauteur 8 mm.

Alors, perfusion de mélange 2 : Après 40 minutes, excitant maximal, hauteur 6 mm.

Expérience 44. — Même expérience. Mélange de solutions NaCl (2) + CaCl_2 (1) isotoniques.

D'abord perfusion de NaCl isotonique : En 20 minutes, excitant 7, courbe normale, hauteur 9 mm.

Alors, circulation au mélange : Après 15 minutes, excitant 7, courbe avec plateau, hauteur 7 mm.

Alors, circulation au mélange : Après 35 minutes, excitant 7, courbe avec plateau, hauteur 6 mm.

Alors, circulation au mélange : Après 45 minutes, excitant 7, courbe avec plateau, hauteur 2 mm.

Alors, circulation au mélange : Après 60 minutes, excitant 5,5, courbe avec plateau, hauteur 3,5 mm.

Expérience 45. — Même expérience. Mélange de NaCl (1,5) + CaCl_2 (1) isotoniques.

Lavage avec NaCl isotonique : Après 25 minutes, excitant 6,5, courbe normale, hauteur 7,5 mm.

Alors, mélange : Après 10 minutes. excitant 6,5, courbe allongée, hauteur 7,5 mm.

Alors, mélange : Après 30 minutes, excitant maximum, courbe allongée, hauteur 7,5 mm.

Alors, mélange : Après 35 minutes, excitant maximum, courbe allongée, hauteur 2 mm.

L'expérience 41 démontre que si l'on ajoute parties égales de solutions isotoniques de CaCl_2 et de NaCl, l'excitabilité n'est guère fortement modifiée. L'expérience 42 prouve que les proportions optimales sont comprises entre NaCl (1 partie) + CaCl_2 (3) et NaCl (1) + CaCl_2 (4). La courbe reste parfaitement normale ; elle modifie légèrement son amplitude. Comme il était à prévoir, les expériences 43, 44 et 45, où les mélanges renfermaient des quantités de calcium inférieures à CaCl_2 (3 parties), NaCl (1 partie), devaient conserver l'excitabilité.

Toutefois, on observe fréquemment un allongement considérable de la courbe, surtout de la descente, et souvent le sommet est remplacé par un plateau.

Conclusion. — Contrairement à ce qu'affirment Loeb et ses élèves, le sérum circulant dans les vaisseaux peut renfermer une dose très considérable de calcium, sans que l'excitabilité du muscle en soit fortement endommagée. Dans certaines de nos expériences, les trois quarts de la solution étaient représentés par du CaCl_2 , un quart seulement était du NaCl.

D'autre part, la solution était isotonique au point de vue cryoscopique, puisque l'abaissement du point de congélation était celui du 0,65 NaCl ; mais il n'en a cependant pas été de même pour son action physiologique. C'est ce que le muscle montre, en effet, par l'allure hypertonique de sa courbe de contraction.

§ 3. — LE CHLORURE DE POTASSIUM.

Nous avons étudié dans ce paragraphe :

1. Le chlorure de potassium : a) isotonique; b) hypertonique; c) hypotonique;

2. La similitude entre l'action des chlorures de Na et de K.

Nous nous sommes proposé de voir si un muscle de grenouille peut supporter l'influence d'une solution isotonique de KCl sans perdre son excitabilité.

A. — *Isotonique.*

Expérience 46. — Dispositif ordinaire, perfusion de KCl isotonique, 0,84 ‰.

Muscle normal : Excitant 10, courbe normale, hauteur 22 mm.

Solution de KCl isotonique : En 10 minutes, excitant 10, courbe normale, hauteur 25 mm.

Solution de KCl isotonique : En 70 minutes, excitant 10, courbe normale, hauteur 24 mm.

Solution de KCl isotonique : En 105 minutes, excitant 10, courbe normale, hauteur 22,5 mm.

200 centimètres cubes de solution ont passé. Le cœur ne s'est pas arrêté après 195 minutes. Alors on fait passer CaCl_2 isotonique, la circulation s'arrête net, le cœur cesse de battre. (Cf. fig. 19 A et B.)

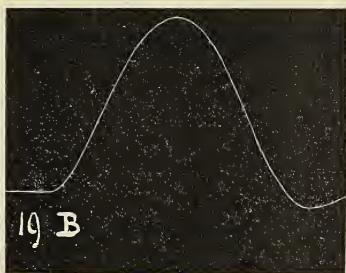
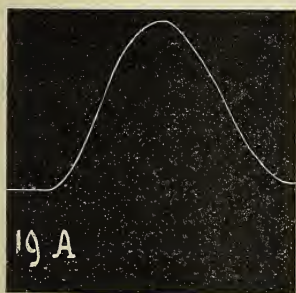


FIG. 19 A. — Muscle irrigué au moyen de solution de Ringer.

FIG. 19 B. — Même muscle irrigué au moyen d'une solution isotonique de KCl (8,4 ‰). Courbe obtenue après 105 minutes. Excit. : 10 cm.

Expérience 47. — Expérience semblable à la précédente.

L'excitant constant est 6,5 centimètres.

On lave le muscle au NaCl à 6,5 ‰; après 10 minutes, la courbe a une hauteur de 6 mm.

Alors perfuse KCl isotonique 20, 30, 50, 60, 75 minutes.

La courbe a des hauteurs de 9, 5, 9, 8, 6, 6 mm.

Expérience 48. — Expérience identique. Excitant direct constant 5,5 centimètres.

Le muscle normal donne une courbe de contracture haute de 5 mm.

Le KCl isotonique perfusant 15, 30, 45, 60, 70, 80, 95 donne des courbes hautes de 6, 6, 5, 5, 5, 5, 4 mm.

Expérience 49. — Cette expérience est destinée à constater l'effet des ions K sur la contractilité musculaire.

On ne cherche pas l'excitabilité normale.

Après 15 minutes de perfusion, l'excitant direct 7,5 donne une courbe normale de 8 mm., alors que l'excitant indirect 7,5 en donne une de 8,5 mm.

Après 30 minutes, il n'y a guère de modification.

Après 45 minutes, l'excitant direct 7,5 donne une courbe de 3 mm., et l'indirect 7,5 en donne une de 4 mm.

Après 60 minutes, l'excitant indirect 6,5 donne une courbe de 8 mm.

Alors qu'après 70 minutes le direct 7,5 ne provoque qu'une contraction de 4 mm., et l'indirect, dont le seuil est à 6,5, en donne une de 5 mm.

Voici donc toute une série d'expériences qui démontrent, contrairement à ce que disent tous les auteurs qui se sont occupés de la question, que le KCl ne détermine pas toujours l'inexcitabilité du muscle.

Au début, on observe, au contraire, une légère augmentation de l'excitabilité : la courbe augmente d'amplitude sans modifier son allure générale. Faisons remarquer ici que la preuve que la circulation a passé est fournie par le fait des contractions rythmiques qui se produisaient à un moment presque prévu, c'est-à-dire entre trente et soixante minutes après le début de la perfusion.

B. — *Le KCl hypertonique.*

Expérience 50. — KCl à 16 grammes par litre.

Muscle normal, excitant 7,5, courbe normale, hauteur de 16 mm.

Solution de KCl hypertonique : En 5 minutes, 7,5, courbe allongée, 5 mm.

Solution de KCl hypertonique : En 10 minutes, 6, courbe allongée, 4 mm.

Solution de KCl hypertonique : En 30 minutes, excitant maximum, pas de riposte.

Expérience 51. — Même expérience que la précédente.

Muscle normal, excitant 7, courbe normale, hauteur de 19 mm.

Solution de KCl hypertonique : En 15 minutes, excitant 3, courbe hypertonique, hauteur 2,5 mm.

Solution de KCl hypertonique : En 35 minutes, excitant maximal, 7 mm.

Solution de KCl hypertonique : En 50 minutes, excitant maximal, pas de riposte.

Après 15 minutes, apparition des contractions rythmiques et de la contraction due au potassium et décrite par Zoethout. C'est une puissante contraction tonique.

Nous constatons ici que bien rapidement après l'entrée du KCl hypertonique dans les vaisseaux, le seuil de l'excitabilité se modifie, de même que la courbe ; l'excitabilité diminue considérablement et très vite ; la courbe prend l'allure hypertonique type, ascension assez rapide, descente lente et prolongée. En des temps variant de trente à cinquante minutes, l'excitabilité est complètement anéantie et il n'y a plus la moindre réaction.

C. — *Le KCl hypotonique.*

On pourrait s'attendre à une perte rapide de l'excitabilité sous l'influence d'une solution de KCl hypotonique à 4 ‰.

Ce n'est cependant pas ce que cette série d'expériences confirme.

Expérience 52. — Muscle normal, excitant 7,5, courbe normale, hauteur de 12 mm.

Perfusion par KCl hypotonique : En 30 minutes, excitant 7,5, courbe normale, hauteur de 7 mm.

Perfusion par KCl hypotonique : En 60 minutes, excitant 7,5, courbe normale,

Perfusion par KCl hypotonique : En 90 minutes, excitant 7,5, courbe légèrement hypotonique, 6 mm.

Après 60 minutes, contractions rythmiques ; et après 90 minutes, œdème généralisé.

Expérience 55. — L'excitant constant, 7,5. (Cf. fig. 20.)

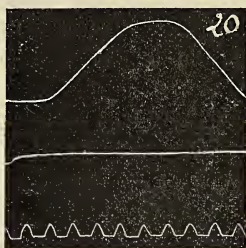


FIG. 20. — Courbe à plateau obtenue par la perfusion d'une solution hypotonique de KCl.

Temps en $\frac{1}{100}$ de seconde.

Ligne du milieu = moment d'excitation.

Muscle normal, courbe normale, hauteur de 12 mm.

Solution de KCl hypotonique : En 15 minutes, courbe hypotonique, hauteur de 10 mm.

Solution de KCl hypotonique : En 30 minutes, courbe hypotonique, hauteur de 10 mm.

Solution de KCl hypotonique : En 60 minutes, courbe hypotonique, hauteur de 9 mm.

Solution de KCl hypotonique : En 90 minutes, courbe hypotonique, hauteur de 11,5 mm.

Les solutions hypotoniques de KCl agissent donc bien comme les solutions hypotoniques de NaCl. En effet, elles provoquent rapidement un état d'œdème et déterminent l'allongement de la période active de contraction, allongement qui peut aller jusqu'à l'apparition d'un plateau sur la courbe de contraction.

Quand la lenteur de la phase d'ascension s'exagère, il est aisé de comprendre que plusieurs facteurs interviennent dans ce phénomène. Il y a : 1° l'œdème ; 2° l'insuffisance de concentration des ions. La preuve en est que la perfusion hypotonique prolongée détermine l'inexcitabilité.

Et c'est là, à notre avis, l'explication la plus plausible du plateau hypotonique. Ce plateau est très légèrement oblique dans le sens de l'ascension, donc ayant une inclinaison opposée à celle du plateau provoqué par les solutions hypertoniques. Ces deux plateaux sont essentiellement différents : l'un apparaît à la phase de contraction active, l'autre à la phase de relâchement.

Il y a donc une assez grande similitude entre les actions de NaCl et de KCl.

Mais nous savons que le CaCl^2 est antagoniste du NaCl ; que, d'autre part, le NaCl peut ramener l'excitabilité disparue par la perfusion prolongée du saccharose. Voyons ce qui se passe avec le KCl.

Expérience 54. — Muscle normal, excitant 7, courbe normale, hauteur de 16 mm.

Perfusion de saccharose isotonique : En 10 minutes, excitant 7, courbe normale, hauteur de 1 mm.

Solution de saccharose isotonique : En 25 minutes, excitant maximum, pas de riposte.

Solution de CaCl^2 isotonique, parties égales : En 25 minutes, excitant maximum, pas de riposte.

Solution de KCl isotonique : En 55 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, 9 mm.

Solution de KCl isotonique : En 57 minutes, excitant 4, courbe hypertonique, 5 mm.

Le saccharose a donc annihilé l'excitabilité et la contractilité, qui ne reparaissent pas par l'addition de CaCl^2 . Peut-être faudrait-il mettre en jeu ici non une grande quantité de CaCl^2 , mais bien toute une série de proportions croissantes de ce sel. Cependant le muscle n'a pas été tué par CaCl^2 , car le KCl isotonique parvient à rendre l'excitabilité presque normale. On observe, en effet, par la perfusion au moyen de ce sel, une courbe à allure hypertonique. Ce caractère est peut-être dû à un léger degré d'œdème provoqué par le saccharose.

Expérience 55. — Expérience semblable. Mais on constitue un mélange d'une solution de KCl isotonique et d'une solution de CaCl^2 isotonique (parties égales).

Lavage avec solution de NaCl isotonique : Après 3 minutes, excitant 5, hauteur de la courbe, 7 mm.

Alors perfusion de CaCl^2 isotonique : Après 5 minutes, excitant maximal, hauteur de la courbe, 6 mm.

Alors, perfusion de NaCl isotonique : Après 10 minutes, excitant 5, hauteur de la courbe, 5 mm.

Alors, KCl isotonique : Après 10 minutes, excitant 5, hauteur de la courbe, 6 mm.

Solution de KCl isotonique : parties égales.

Solution de CaCl^2 isotonique : parties égales, 20 minutes, excitant 5, hauteur de la courbe, 5 mm.

Le cœur s'arrête, la circulation se ralentit; après 20 minutes, il y a inexcitabilité avec l'excitant 5 et contraction tonique à l'excitant maximal (0).

Perfusion de KCl isotonique : En 5 minutes, le cœur bat à nouveau, la courbe redevient normale.

Conclusion. — Ces deux expériences démontrent à l'évidence que le muscle supporte parfaitement des perfusions successives par quatre ou cinq solutions différentes, mais ce qui apparait nettement, c'est la très grande similitude existant entre l'action du NaCl et celle du KCl. *Le saccharose rend le muscle inexcitable, le KCl lui rend son excitabilité que pourra lui enlever le CaCl^2 .*

Notons que cette action favorable du KCl ne se retrouve pas dans toutes les conditions expérimentales, car, ainsi que nous le verrons plus loin, nous avons exécuté ultérieurement une série d'expériences au moyen du KCl qui nous a fourni — pour une raison inconnue — des résultats opposés à ceux que nous venons de consigner.

§ 4. — LE LIQUIDE DE RINGER.

Dans ce paragraphe a été étudiée l'action :

1° Du liquide de Ringer isotonique;

2° Du liquide de Ringer hypertonique;

3° Du liquide de Ringer hypotonique.

Nous pouvons ainsi comparer les résultats obtenus avec ceux fournis par des expériences exécutées au moyen de solutions pures de sels de Na, Ca et K. Voici la formule que nous avons couramment employée : NaCl, 6,5; KCl, 0,2; CaCl^2 , 0,2; NaHCO^3O , 1; H^2O , 1000.

1° Le liquide de Ringer isotonique.

Expérience 56. — Faisons circuler ce liquide pendant très longtemps dans le corps de la grenouille.

Perfusion durant 30, 60, 120, 180 et 240 minutes, déterminant une courbe de 20, 20, 18, 18 et 19 mm.

Après 24 heures, la circulation est arrêtée à cause de l'œdème. Le muscle est inexcitable. C'est donc un résultat analogue à celui qu'on obtient avec du NaCl pur.

Expérience 57. — Même expérience.

Solution de Ringer isotonique : En 12 minutes, excitant direct 18,25, courbe isotonique, hauteur 6 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 13 minutes, excitant indirect 23,75, courbe isotonique, hauteur 10 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 22 heures, excitant direct 9,5, courbe hypertonique 7 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 22 heures, excitant indirect 9,5, courbe hypertonique 3 mm.

Patte témoin excitant direct 9,5, courbe hypertonique 6 mm.

Patte témoin excitant indirect 9,5, courbe hypertonique 5 mm.

Conclusion. — *Le liquide de Ringer maintient l'excitabilité un peu plus longtemps que le NaCl pur.* Mais, pas plus que la solution de NaCl pur, il n'est capable de remplacer le sang. Le Ringer, — au sens de Loeb, — quoique possédant des ions de Ca, est donc aussi « toxique » que le NaCl pur. On peut émettre l'hypothèse qu'il s'agit ici d'un manque de sang, d'oxygène, d'albumine, puisque avec le Ringer seul l'œdème apparaît aussi bien qu'avec le NaCl, ce qui est un phénomène essentiellement pathologique.

Remarquons en passant que l'excitation par le nerf donne une réaction moins intense que l'excitation directe.



FIG. 21. — Courbe obtenue après 25 minutes de perfusion au moyen d'une solution hypertonique de Ringer renfermant trois fois plus de sels que la solution normale.

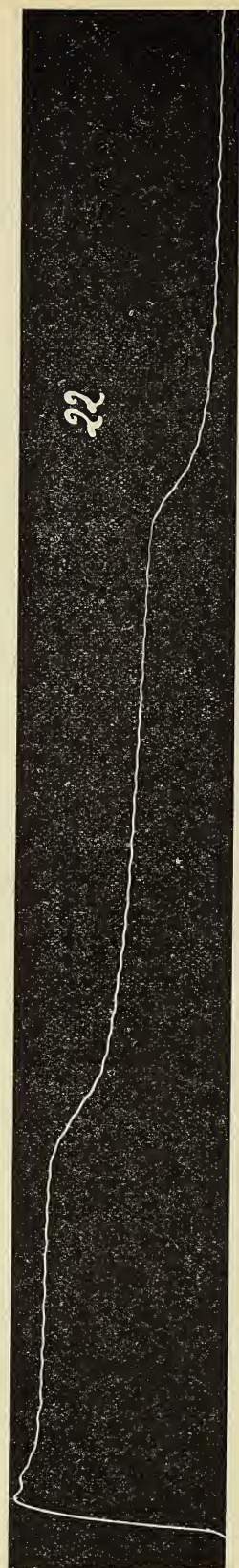


FIG. 22. — Même muscle après 35 minutes d'irrigation. Allongement considérable de la phase de relâchement.

2° Le Ringer hypertonique.

Ici encore nous citerons le travail de MM. Demoor et Philipppson, qui ont étudié cette question avec grand soin.

Aussi ne nous sommes-nous préoccupé que du fait suivant : suivre pas à pas les réactions provoquées par la solution hypertonique et rechercher quelle est l'hypertonicité minimale capable de produire un effet.

Expérience 58 (fig. 21 et 22). — On fait une solution de Ringer hypertonique renfermant trois fois la dose de sels que renferme le Ringer isotonique.

Le phénomène caractéristique se dessine nettement après 23 minutes. La descente subit un crochet, puis le ralentissement de la courbe s'opère. Progressivement, on voit le plateau se rapprocher de plus en plus du sommet, qui finit par disparaître. En toute dernière analyse, après 33 minutes, on constate que l'ascension est brusque, suivie d'un plateau, puis un allongement, un nouveau plateau, un nouvel allongement. Ce sont là des symptômes bien nets de l'augmentation des frottements internes du muscle.

Expérience 59. — Même solution hypertonique saline.

Solution de Ringer isotonique : En 5 minutes, courbe normale, hauteur 21 mm.

Solution de Ringer hypertonique : En 5 minutes, courbe normale, 4 mm.

Solution de Ringer hypertonique : En 10 minutes, courbe hypertonique, 5 mm.

Solution de Ringer hypertonique : En 20 minutes, excitant maximum, plus de riposte.

Ringer isotonique : En 10 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique 5 mm.

Ringer isotonique : En 15 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, 15 mm.

Ringer isotonique : En 15 minutes, excitant du début, courbe hypertonique, 2 mm.

Après 20 minutes, l'allure de la courbe est plutôt celle provoquée par la solution hypotonique. On reprend du Ringer hypertonique pendant 5 minutes : la courbe change d'aspect et reprend l'allure hypertonique.

Quand, après la solution hypertonique, circule la solution isotonique, celle-ci agit peu au début, le tracé ne se modifie pas, puis il devient caractéristique de l'action hypotonique. Si l'on fait recirculer l'hypertonique, le tracé montre de suite le ralentissement de la descente, caractéristique de l'action hypertonique.

Expérience 60. — Même expérience, circulation excellente.

Lavage avec solution de Ringer isotonique : En 10 minutes, hauteur 22 mm.
L'excitant est constant : 9 centimètres.

Solution de Ringer hypertonique : En 1 minute, courbe hypotonique, 11 mm.

Solution de Ringer hypertonique : En 2 minutes, courbe hypotonique, 6 mm.

Solution de Ringer hypertonique : En 3 minutes, inexcitabilité.

Solution de Ringer isotonique : En 7 minutes, courbe hypertonique, 6 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 15 minutes, courbe hypotonique, 2 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 30 minutes, courbe hypotonique, 12 mm.

Cette expérience est très caractéristique. Au bout d'une minute, le muscle reste raccourci ; dans le tracé, la descente est normale. En 3 minutes, l'inexcitabilité est complète.

Le muscle n'est pas mort et revient parfaitement sous l'influence de l'isotonique.
Remarquons à nouveau la courbe à allure hypotonique provoquée par la solution isotonique, cela dans un muscle rendu préalablement inexcitable par une perfusion hypertonique.

Expérience 61. — Hypertonique salin, renfermant deux fois la dose de sels contenus dans le Ringer isotonique.

On lave le muscle avec du Ringer isotonique. Après 10 minutes, la courbe normale mesure 20 mm. Alors perfuse le Ringer hypertonique 1, 2, 5, 10, 30, 50 minutes. La courbe devient hypertonique et mesure 20, 9, 6, 5, 3, 3, 3 mm.

Après 60 minutes : inexcitabilité.

Solution de Ringer isotonique : En 10 minutes, courbe hypertonique, hauteur 1,5 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 20 minutes, courbe hypertonique, hauteur 6 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 30 minutes, courbe hypotonique, hauteur 5 mm.

Solution de Ringer isotonique : En 40 minutes, courbe hypotonique, hauteur 8 mm.

Même observation que pour l'expérience 60. L'hypertonie étant moindre, l'excitabilité garde beaucoup plus longtemps sa valeur normale.

Expérience 62. — On essaie une solution renfermant 1 1/2 fois la dose de chacun des sels renfermés dans l'isotonique de Ringer. Nous désignerons cette solution sous les termes de solution hypertonique 1 1/2 fois isotonique.

On lave 10 minutes au Ringer isotonique. La courbe est normale et mesure 30 mm.

Alors passe l'hypertonique pendant 1, 3, 30, 45 minutes.

La courbe reste normale, mesure 30, 27, 27, 27 mm.

Après 75 minutes, elle devient hypertonique et a une hauteur de 22 mm.

Après 95 minutes, sa hauteur est réduite à 20 mm.

Un lavage de 5 minutes avec du Ringer isotonique rend une courbe presque normale (de 20 mm.); cette courbe se rapproche encore plus de la normale après 15 minutes.

Conclusion.— Les solutions hypertoniques minimales doivent donc contenir $1 \frac{1}{2}$ fois la proportion des sels renfermés dans la solution isotonique. On constate par ces solutions une perte de l'excitabilité et une diminution de la contractilité, cela avant que l'allure de la courbe ne traduise un état d'augmentation de la viscosité du muscle. Quand le muscle a été précédemment soumis à l'hypertonique fort, la solution isotonique joue ultérieurement le rôle d'une solution hypotonique.

3° Le Ringer hypotonique.

Les résultats de pareilles expériences sont très difficiles à interpréter, car les circulations ne s'opèrent pas bien, à cause de l'œdème qui se développe bientôt. Le seul phénomène net observé est le ralentissement dans l'ascension de la courbe. La descente n'est guère modifiée. Nous n'oserions, dans ces conditions, rien affirmer concernant les modifications de l'excitabilité.

§ 5. — LE CITRATE DE SOUDE.

L'idée d'expérimenter avec le citrate de soude a été émise en premier lieu par Loeb. Ainsi que nous l'avons fait ressortir dans la partie bibliographique de ce travail, Loeb a été amené à se servir de ce corps dans le but de précipiter le calcium des tissus.

Dans ce chapitre seront étudiés :

- 1° Les solutions isotoniques de citrate;
- 2° Les solutions hypotoniques de citrate;
- 3° Les mélanges de citrate et CaCl^2 ;
- 4° L'action du CaCl^2 après l'action du citrate.



FIG. 23 A. — Muscle ayant été perfusé pendant 30 minutes au moyen d'une solution isotonique de citrate de soude.



FIG. 23 B. — Même muscle après 35 minutes de perfusion.

Nous avons fait usage de solutions contenant 32 grammes de citrate de Na par litre; elles possèdent le même point cryoscopique que 6,5 ‰ NaCl. On peut donc les considérer comme isotoniques.

I. Solutions isotoniques.

Expérience 63. (Figures 23 A et B.)

Muscle normal, excitant 11, courbe normale, 12 mm.

Solution de NaCl isotonique : En 10 minutes, excitant 11, courbe normale, hauteur 15 mm.

Solution de citrate isotonique : En 10 minutes, excitant 9, courbe hypertonique, hauteur 11 mm.

Solution de citrate isotonique : En 30 minutes, excitant 4, courbe hypertonique, hauteur 5 mm.

Solution de citrate isotonique : En 35 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 6 mm.

Solution de citrate isotonique : En 45 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 6 mm.

Solution de citrate isotonique : En 95 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 2 mm.

Après 120 minutes, il n'y a plus de riposte.

Des contractions rythmiques ont apparu lors du début de la perfusion au moyen de citrate. Elles ont cessé après 45 minutes.

L'action du citrate — il nous paraît imprudent d'écrire, comme le ferait Loeb : l'action de l'absence d'ions Ca — se porte donc principalement sur la phase de relâchement, qui est considérablement allongée.

Expérience 64. — Même expérience que la précédente.

Muscle normal, excitant 9, courbe normale, hauteur 13 mm.

Perfusion de citrate Na : En 15 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 7 mm.

Perfusion de citrate Na : En 30 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 7 mm.

Perfusion de citrate Na : En 40 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 7 mm.

Perfusion de citrate Na : En 100 minutes, inexcitabilité complète.

Le citrate de soude finit donc par abolir la contractilité musculaire.

II. Solutions hypotoniques de citrate.

Expérience 65. — Ces solutions provoquent des contractions rythmiques. L'inexcitabilité est amenée au bout de 15 minutee, la courbe reste hypertonique.

Conclusion. — Les expériences 63 et 64 nous montrent que le citrate de Na isotonique réagit vis-à-vis du muscle comme une solution hypertonique, qu'il abaisse son excitabilité au point de la supprimer, et qu'il n'augmente jamais cette excitabilité. Les solutions hypotoniques amènent également l'inexcitabilité.

On aurait cependant pu s'attendre — d'après la théorie même de Loeb — à une augmentation passagère de l'excitabilité, puisque le premier effet du citrate est de précipiter le Ca. Nous n'avons jamais rien observé de pareil.

III. Mélanges de citrate et de CaCl^2 .

Il était évidemment intéressant de se demander si les phénomènes observés avec le citrate sont bien dus à la précipitation du Ca, et non à l'action particulière du citrate sur la fibre musculaire et l'élément nerveux. Pour cela, nous avons fait des expériences dans lesquelles nous fournissions simultanément du citrate de Na et du CaCl^2 à un muscle, et dans lesquelles nous rendions du Ca à un muscle irrigué préalablement au moyen de citrate de Na.

Expérience 66. — Muscle normal, excitant 11, courbe normale, hauteur 16 mm.
Perfusion de NaCl isotonique : En 10 minutes, excitant 11, courbe normale, hauteur 9 mm.

Solution de citrate isotonique : En 30 minutes, excitant 9, courbe hypertonique, hauteur 4 mm.

Solution de citrate isotonique : En 35 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 20 mm.

Solution de citrate et de CaCl^2 à parties égales : En 10 minutes, excitant maximum, courbe normale, hauteur 13 mm.

Solution de citrate et de CaCl^2 à parties égales : En 10 minutes, excitant 12, courbe normale, hauteur 7 mm.

Expérience 67. — Muscle normal, excitant 11, courbe normale, hauteur 15 mm.

Solution de citrate : En 20 minutes, excitant 9, courbe hypertonique, hauteur 2 mm.

Solution de citrate : En 22 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 9 mm.

Solution de citrate : En 30 minutes, excitant maximum, pas de riposte.

Solution de CaCl_2 isotonique : En 10 minutes, excitant 11, courbe hypotonique, hauteur 6 mm.

Solution de CaCl_2 isotonique : En 20 minutes, excitant 9, courbe hypotonique, hauteur 9 mm.

L'excitabilité est tombée à 0 après 30 minutes de perfusion de citrate de Na. Des contractions rythmiques nouvelles se sont produites quand le CaCl a été mis en circulation. (Cf. fig. 24 A, B, C.)

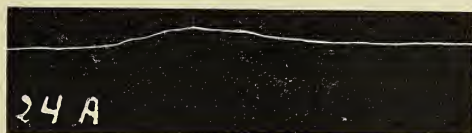


FIG. 24 A. — Contraction obtenue après 20 minutes de circulation au moyen de citrate de Na.

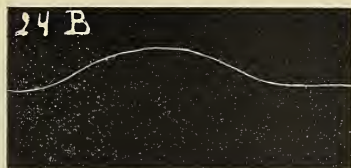


FIG. 24 B. — Le muscle a été irrigué ensuite au moyen de CaCl_2 . Après une courte période d'inexcitabilité, il fournit au bout de 10 minutes la courbe B. Excit. 11 cm.

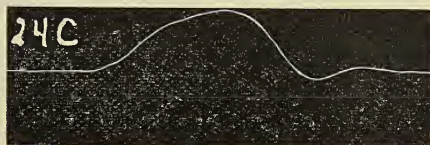


FIG. 24 C. — Même muscle après une perfusion de 20 minutes au moyen d'une solution de CaCl_2 . Excit. 9 cm.

Expérience 68. — Muscle normal, excitant 11, courbe normale, hauteur 14 mm.
Perfusion de citrate : En 40 minutes, excitant 11, courbe hypertonique, hauteur 9 mm.

Perfusion de citrate : En 75 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 6 mm.

Solution de NaCl isotonique et de CaCl_2 parties égales : En 15 minutes, excitant 11, courbe normale, hauteur 16 mm.

Expérience 69. — Muscle normal, excitant 12, courbe normale, hauteur 10 mm.
Perfusion de citrate : En 15 minutes, excitant 7, courbe hypertonique, hauteur 2 mm.

Perfusion de citrate : En 40 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 2 mm.

Alors, solution de CaCl_2 isotonique : En 10 minutes, excitant maximum, pas de réaction.

Alors, solution de CaCl_2 isotonique : En 15 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 2 mm.

Alors, solution de CaCl_2 isotonique : En 10 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 3 mm.

Alors, solution de CaCl_2 isotonique : En 50 minutes, excitant maximum, courbe hypertonique, hauteur 2 mm.

La circulation s'opère parfaitement, contrairement à ce qu'on observe quand une perfusion de CaCl_2 isotonique suit directement une perfusion de liquide de Ringer. (Fig. 25.)

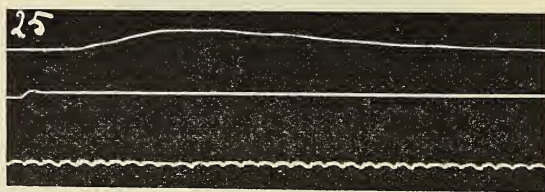


FIG. 25. — Muscle irrigué pendant 50 minutes au moyen d'une solution isotonique de CaCl_2 , cela après avoir été perfusé pendant 40 minutes au moyen d'une solution isotonique de citrate de soude.
Temps en $\frac{1}{100}$ de seconde.

Conclusion. — Il est certain que le CaCl_2 ramène l'excitabilité supprimée par la perfusion de citrate de soude pendant un temps prolongé. Ce fait concorderait donc entièrement avec la théorie de Loeb. *Mais nos expériences démontrent — contrai-*

rement à ce que l'on pouvait prévoir d'après Loeb — que la perfusion pendant cinquante minutes, au moyen d'une solution isotonique de CaCl^2 , ne rend pas du tout le muscle inexcitable. Il est à remarquer en outre que, contrairement à ce qu'on observe en employant d'emblée les solutions de CaCl^2 , la circulation du CaCl^2 après le citrate se fait extrêmement bien.

Il est donc impossible d'admettre que ce soit la précipitation du Ca, qui existe seulement en petites quantités dans le sang et le muscle, qui détermine l'augmentation, puis la diminution de l'excitabilité.

En effet, Loeb exige, pour que l'excitation musculaire se produise, que le rapport $\frac{\text{Na}}{\text{Ca}}$ soit plus grand que 1. Or, après notre perfusion de CaCl^2 pur, il est certain que nous avons — pour employer le terme de Loeb — $\frac{\text{Na}}{\text{Ca}}$ infiniment plus petit que 1.

Les phénomènes ne sont donc pas aussi schématiques; bien au contraire, ils sont complexes, puisque nous voyons une excitabilité redevenir normale en présence de citrate de soude, et cela grâce à un agent, le Ca, qui détruit cette même excitabilité dans d'autres conditions expérimentales.

§ 6. — INFLUENCES DES IONS OH.

La question de l'alcalinité des liquides organiques est encore à l'heure actuelle très épineuse. Le sang — d'après les dernières recherches — est neutre, mais renferme une réserve de bases capables de saturer immédiatement une acidité naissante. Cette question est très importante cependant, car la quantité plus ou moins grande d'ions OH et H influe fortement sur toutes les réactions. Aussi l'étude de leur influence occupe-t-elle dans l'œuvre de Loeb une place très marquante. Nous avons étudié :

1° L'action du NaOH;

2° L'action du bicarbonate Na mélangé à du glucose.

Expérience 70. — NaCl 0,6 % et 1 % solution $\frac{1}{10}$ normale de soude.

Muscle normal, excitant 5, courbe normale, hauteur de 11 mm.

Perfusion de NaCl + NaOH : Après 10 minutes, excitant 5, courbe normale, hauteur de 13 mm.

Perfusion de NaCl + NaOH : Après 45 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur de 10 mm.

Perfusion de NaCl + NaOH : Après 85 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur de 9 mm.

Perfusion de NaCl + NaOH : Après 90 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur de 3 mm.

Au début de son action, la soude augmente l'excitabilité musculaire et fait apparaître des contractions rythmiques. Bientôt la sensibilité diminue progressivement, le muscle devient presque inexcitable. L'allure générale de la courbe n'est guère modifiée.

Expérience 71. — Pour bien nous rendre compte de l'action particulière de l'alcali, nous avons additionné du bicarbonate de Na à des solutions de glucose. Glucose, 17*5; bicarbonate Na, 50 centigrammes; eau distillée, 500.

Muscle normal, excitant 8,5, courbe normale, hauteur de 12 mm.

Perfusion de glucose + bicarbonate : En 15 minutes, excitant, 8,5, courbe normale, hauteur de 13 mm.

Perfusion de glucose + bicarbonate : En 30 minutes, excitant 8,5, courbe normale, hauteur de 14 mm.

Perfusion de glucose + bicarbonate : En 45 minutes, excitant 8,5, courbe normale, hauteur de 12 mm.

Perfusion de glucose + bicarbonate : En 60 minutes, excitant 9,5, courbe normale, hauteur de 11 mm.

D'abord excitation, puis dépression.

Expérience 72. — On fait une solution alcaline renfermant 16 grammes de glucose, bicarbonate de Na 1 gramme et eau 500 grammes.

Le muscle normal a son seuil à 8 centimètres, donne une courbe haute de 14 mm. On perfuse avec la solution alcaline pendant 10, 15, 30, 60, 65, 150, 160 minutes.

Le seuil varie peu : 8, 7,5, 8, 8, 9, 9, 10,5, 10,5. Les courbes ont des hauteurs de 4, 11, 17, 11, 2, 9, 2 et 2 mm.

Nous voyons donc qu'une solution alcaline de glucose maintient encore l'excitabilité au bout de 160 minutes, alors qu'une solution isotonique neutre du même sucre provoque en général une inexcitabilité au bout de 100 à 120 minutes.

Conclusions. — L'addition d'un alcali à dose non toxique au sérum détermine une augmentation passagère de l'excitabilité, suivie parfois d'une diminution. Le seuil d'excitabilité s'abaisse. La courbe n'est guère modifiée. Ces expériences concordent avec le fait qu'une très légère alcalinité est un facteur favorable au fonctionnement physiologique du muscle.

En outre, l'alcali conserve un peu plus longtemps l'excitabilité d'un muscle irrigué par une solution isotonique de glucose. Cela pourrait être dû à la neutralisation partielle des acides produits par l'activité musculaire.

§ 7. — INFLUENCES DES IONS H.

Il n'est guère aisé, en pratique, de faire des expériences de perfusion au moyen d'acides. En effet, de faibles doses d'acide sont souvent extrêmement toxiques, empêchent une perfusion régulière de s'établir, et ne donnent pas toujours des effets bien marqués.

Voici le compte rendu d'une expérience faite avec NaCl 0,6% + 1 cm³ d'une solution $\frac{1}{10}$ normale d'acide nitrique par litre, solution qui a été employée par Loeb.

Expérience 73. (Fig. 26.)

Muscle normal, excitant 11, courbe normale, hauteur de 10 mm.

Solution acide : En 10 minutes, excitant 9, courbe normale, hauteur de 14 mm.

Solution acide : En 40 minutes, excitant 7, courbe normale, hauteur de 14 mm

Solution acide : En 70 minutes, excitant maximal, courbe normale, hauteur de 14 mm.

Solution acide : En 70 minutes, excitant 5, courbe normale, hauteur de 6 mm.

La courbe a le caractère hypertonique.

Notons que d'autres expériences nous ont donné des résultats analogues.

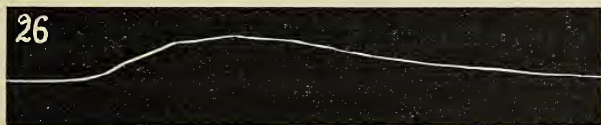


FIG. 26. — Courbe obtenue chez un muscle perfusé au moyen d'une solution de NaCl isotonique + 1 % d'une solution n/10 de HNO₃.

Conclusion. — L'acidité diminue donc l'excitabilité, sans toutefois l'annihiler. L'allure générale de la courbe prend, au bout d'un certain temps, le caractère hypertonique.

Loeb avait affirmé à ce sujet que l'acidité commençait par augmenter l'excitabilité, pour la diminuer ensuite. Nous sommes donc d'accord avec lui sur ce dernier point.

Philippon et Hannevert ⁽¹⁾ ont observé, en employant des acides en solutions $\frac{1}{400}$ et $\frac{1}{1000}$ normales, que ces substances produisent en général dans le muscle une fibrillation passagère. Pendant et après cette période de fibrillation, la secousse musculaire est modifiée très considérablement. Après une première riposte normale se produit « une série de contractions à allure tétanique ».

Cette seconde phase peut, en se fusionnant avec la première, donner à la contraction tout entière l'allure d'une contracture. Et en particulier l'acide lactique, après avoir produit ce premier phénomène, détermine une inexcitabilité progressive du muscle que les acides inorganiques ne provoquent pas. Cette inexcitabilité disparaît progressivement.

CHAPITRE III.

Étude de l'excitabilité musculaire par la méthode des condensateurs.

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié, par la bobine d'induction et par la courbe prise au seuil d'excitation, le phénomène de la contraction du muscle, quand ce dernier est irrigué par diverses solutions.

Ainsi que nous l'avons dit dans la partie réservée à l'exposé des méthodes, la mesure fournie par la bobine est, en ce qui concerne la détermination du seuil et de la valeur absolue de l'exci-

(1) *Bull. Soc. roy. des sciences méd. et nat. de Bruxelles*, n° 8, oct. 1912.

tabilité, très inexacte. En effet, Renauld (32) donne, dans son travail, les oscillogrammes de la bobine de Du Bois-Reymond, oscillogrammes qui démontrent que la décharge se fait toujours dans le même temps, sans qu'il soit possible d'en faire varier la durée, facteur très important en ce qui concerne la physiologie de l'irritabilité. Nous admettons donc avec lui que seule la méthode des condensateurs de Lapicque et Weiss est à même de donner une idée du paramètre chronologique, facteur si important pour l'étude de l'excitabilité et de la contractilité musculaires.

Théorie.

Rappelons en quelques mots comment s'interprètent les chiffres fournis par la méthode des condensateurs de Lapicque et Weiss.

On sait que pour exprimer le seuil de l'excitation en temps (seuil mesuré au moyen de décharges de condensateurs), on se sert de la formule de Hoorweg :

$$V = \frac{\alpha}{C} + \beta R,$$

formule dans laquelle V = la force électromotrice exprimée en fractions de volt ; C la capacité du condensateur exprimée en microfarads ; R la résistance totale externe du circuit ; α et β sont deux constantes.

Quand on excite un muscle au moyen de capacités et d'une force électromotrice données et qu'on détermine son seuil d'excitation, les termes V , C et R sont connus. R étant du reste rendu constant par la mise en série (entre les condensateurs et le muscle) d'une résistance pratiquement beaucoup plus grande que celle du muscle lui-même, peut être posé égal à 1, d'où la formule devient

$$Vc = \alpha + \beta c. \quad (I)$$

Pour connaître les valeurs numériques des deux constantes α et β , on prendra donc chez le même muscle un second seuil au moyen d'une capacité un peu plus grande et d'un voltage un peu plus petit.

On obtiendra ainsi une seconde équation :

$$V'c' = \alpha + \beta c', \quad (II)$$

grâce à laquelle les valeurs réelles de α et de β pourront facilement être calculées. Or, puisqu'on exprime le seuil d'excitation en fonction d'une force électromotrice, d'une résistance et d'une capacité, les deux constantes ne peuvent être relatives qu'à l'intensité du courant et à la quantité d'électricité nécessaires pour la production de la première excitation musculaire. L'une des constantes (β) indiquera l'intensité minima du courant électrique qu'il a fallu pour provoquer la première riposte, l'autre (α) indiquera la quantité minimale d'électricité nécessaire à cet effet.

Et on aperçoit de suite que de la connaissance des valeurs α et β on pourra tirer celle de la longueur du temps d'excitation nécessaire au déclenchement d'une petite secousse musculaire. En effet, le rapport $\frac{\alpha \text{ (quantité)}}{\beta \text{ (intensité)}}$ ne peut qu'exprimer la durée même de l'excitant électrique. Nous voyons donc que, en employant cette méthode qui a été si heureusement développée dans un grand ensemble de travaux par Lapicque et ses élèves, il est possible d'exprimer un seuil d'excitation, non plus en cas d'écart des bobines d'induction, mais bien : 1° en une intensité électrique (β), et 2°, ce qui est plus important, en une durée d'excitant électrique.

En thèse générale, l'intensité limite (chez la grenouille) pour le nerf (β) est voisine de 4; pour le muscle, elle varie de 8 à 9. Quant au paramètre chronologique $\frac{\alpha}{\beta}$, il a la même valeur pour le muscle et le nerf (gastrocnémien), et oscille entre 0,6 et 1.

Il est évident que c'est ce dernier rapport qui est surtout important à connaître pour l'étude du seuil et qui représentera réellement le degré d'excitabilité d'un nerf ou d'un muscle, car, lorsque les processus d'excitabilité se ralentissent, par exemple (β travail de Renauld, fig. 123), le muscle a besoin, pour réagir, non d'un excitant plus intense, mais bien d'un excitant plus long. C'est ce qu'on avait du reste déjà observé en employant la bobine d'induction : on avait déterminé, en effet, que certains muscles à excitabilité diminuée ne réagissaient qu'aux chocs de fermeture, toujours beaucoup plus longs que les chocs d'ouverture. Il s'ensuit donc que tout gastrocnémien de grenouille, dans lequel :

1) $\frac{\alpha}{\beta}$ sera plus grand que 0,6 à 1, pourra être considéré comme *moins excitable* qu'un muscle normal. (Il est évident que dans ces recherches il importe que les expériences témoins soient strictement établies.)

2) $\frac{\alpha}{\beta}$ sera plus petit que 0,6 à 1, pourra être considéré comme *plus excitable*.

Ainsi qu'on peut le voir par les expériences de Renauld, les valeurs de β , qui expriment les valeurs de l'excitabilité en intensité, ne varient pas toujours dans le même sens que les valeurs de $\frac{\alpha}{\beta}$. Et cela tient à ce que l'intensité du courant β

dépend trop directement et trop absolument de la résistance électrique, de la conductibilité du muscle ou du nerf étudié. Aussi peut-on dans un même muscle observer le rapport $\frac{\alpha}{\beta} < \text{que } 0,6-1$, alors que β est $>$ que 4. Si on ne déterminait donc que l'intensité minimale nécessaire au seuil d'excitation, on pourrait dire ici que le muscle est devenu moins excitable, alors que $\frac{\alpha}{\beta}$ prouve qu'il réagit manifestement à un excitant plus court.

Ajoutons, pour finir, que dans toutes nos expériences l'exactitude de chaque voltage a été vérifiée graphiquement. Comme la formule de Hoorweg $Vc = \alpha + \beta c$ est à effet linéaire, il s'ensuit que si on porte c en abscisses et Vc en ordonnées, les différents points obtenus dans des expériences correctement exécutées devront se trouver sur une ligne droite. Le point d'intersection de cette droite avec l'axe des abscisses donnera la valeur de $\frac{\alpha}{\beta}$.

Nous avons donc, dans toutes nos expériences, porté sur un système de coordonnées les capacités c et les Vc observées, cela pour être fixé sur l'exactitude de nos déterminations de seuils, et rejeté les expériences dans lesquelles les quatre ou cinq points déterminés ne satisfaisaient pas au corollaire graphique de la formule de Hoorweg.

Au moyen de cette méthode, nous avons étudié la valeur de l'excitabilité de muscles irrigués au moyen :

- I. De solutions de NaCl isotoniques ;
- II. De solutions de saccharose isotoniques ;
- III. De solutions de glucose isotoniques ;
- IV. De solutions de saccharose isotoniques (additionnées d'un minimum de NaCl) ;
- V. De solutions de CaCl^2 isotoniques ;
- VI. De solutions de KCl isotoniques ;
- VII. De solutions de citrate de Na isotoniques ;
- VIII. De solutions de NaCl légèrement alcalines ;
- IX. De solutions de NaCl légèrement acides.

I. — Solutions de NaCl isotoniques.

Il est à noter que ces expériences sont quelquefois rendues très difficiles par les contractions rythmiques qui empêchent de prendre exactement le seuil, c'est-à-dire la première contraction fibrillaire visible, succédant à une excitation.

Expérience 74. — Muscle avant toute perfusion.

0,1 microf.	10.9	(¹ / ₁₀ de volt).
0,2 »	9	»
0,5 »	7.8	»
1 »	7.2	»
B = 6,79 »	$\frac{a}{B} = 0,6$	

Perfusion de NaCl 0,65 % pendant 30 minutes.

0,1 microf.	10	(¹ / ₁₀ de volt).
0,2 »	7.8	»
0,5 »	6.4	»
1 »	6	»
B = 5,5 »	$\frac{a}{B} = 0,9$	

Expérience 75. — Muscle avant toute perfusion.

0,1 microf.	8.2	(¹ / ₁₀ de volt).
0,2 »	6.4	»
0,5 »	5.6	»
1 »	5.2	»
B = 0,486 »	$\frac{a}{B} = 0,7$	

Après 2 minutes d'irrigation par la solution NaCl.

0,1 microf.	6.5	(¹ / ₁₀ de volt).
0,2 »	5.7	»
0,5 »	5.3	»
1 »	5.2	»
B = 0,505 »	$\frac{a}{B} = 0,267$	

Expérience 76. — Muscle normal.

0,1 microf.	6	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	5.2	»
0,5 »	4.4	»
1 »	4.2	»
B = 0,4 »	$\frac{a}{B} = 3,7$	

Après 4 minutes de perfusion de la solution de NaCl.

0,1 microf.	9.2	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	7.8	»
0,5 »	6	»
1 »	5.2	»
B = 0,435 »	$\frac{a}{B} = 0,93$	

Il y a donc en général, à la suite d'une perfusion avec le NaCl isotonique, diminution de l'excitabilité et ralentissement des processus d'excitation.

II. — *Solution de saccharose isotonique.*

Expérience 77. — Muscle normal.

0,1 microf.	10.4	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	7	»
0,5 »	4.8	»
1 »	4	»
B = 3,7 »	$\frac{a}{B} = 1,8$	

Après perfusion de 45 minutes de saccharose isotonique.

0,1 microf.	5.4	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	4.6	»
0,5 »	3.8	»
1	3.2	»
B = 2,95 »	$\frac{a}{B} = 0,6$	

Expérience 78. — Muscle normal.

0,1 microf.	10.9	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2	9	»
0,5	8.5	»
1 »	8	»
B = 7,66 »	$\frac{a}{B} = 0,4$	

Après 10 minutes de perfusion de saccharose isotonique.

0,1 microf.	8.2	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	6.8	»
B = 5,4 »	$\frac{a}{B} = 0,519$	

Après 20 minutes de perfusion de saccharose isotonique.

0,1 microf.	5.6	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	5	»
0,5 »	4.4	»
1 »	3.6	»
B = 3,36 »	$\frac{a}{B} 0,410$	

Après 30 minutes de perfusion de saccharose isotonique.

0,5 microf.	16.8	($\frac{1}{10}$ de volt).
1 »	9.6	»
B = 2,4 »	$\frac{a}{B} = 6$	

Après 45 minutes, muscle inexcitable.

Il résulte de ces expériences que l'excitabilité se modifie d'une façon irrégulière sous l'influence de la perfusion au moyen de solutions de saccharose. Dans certaines expériences, il faut une quantité d'électricité moindre, en même temps qu'il y a diminution du temps d'excitation. D'autres fois, on constate qu'au début $\frac{a}{B}$ augmente momentanément, puis diminue, pour augmenter ensuite subitement d'une façon considérable. C'est-à-dire que le muscle est devenu très peu excitable. Et cependant B diminue constamment.

Ce n'est là qu'une contradiction apparente : des faits de ce genre ont en effet été rencontrés et discutés à maintes reprises dans le travail de Renauld.

III. — Solutions de glucose isotoniques.

Les circulations au moyen de ces solutions sont souvent très difficiles à exécuter et les seuils d'excitation peu faciles à saisir.

Expérience 79. — Muscle normal.

0,1 microf.	6.2	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	6	»
0,5 »	5.6	»
1 »	5.2	»
B = 0,509 »	$\frac{a}{B} = 0,22$	

Après pertusion du glucose pendant 10 minutes on a :

0,5 microf.	3.92	($\frac{1}{10}$ de volt).
1 »	2.52	»
B = 1,22 »	$\frac{a}{B} = 2,22$	

Après perfusion du glucose pendant 20 minutes, on obtient l'inexcitabilité complète.

Expérience 80. — Muscle normal.

0,1 microf.	12	($\frac{1}{10}$ de volt)
0,2 »	9	»
0,5 »	6 6	»
1 »	5.8	»
B = 0,511 »	$\frac{a}{B} = 1,34$	

Passage de glucose, contraction rythmique.

Après 1 minute . . . 1 microf. 15 ($\frac{1}{10}$ de volt).

Après 3 minutes . . . inexcitabilité.

Alors perfusion de NaCl isotonique pendant 30 minutes.

0,2 microf.	8.4	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,5 »	8	»
1 »	7.6	»
B = 0,72 »	$\frac{a}{B} = 0,9$	

Les circulations au moyen des solutions de glucose sont souvent très malaisées à exécuter et les seuils d'excitation peu faciles à saisir.

Il résulte de ces expériences que le glucose ne peut pas entretenir l'excitabilité. $\frac{a}{B}$ est augmenté. Les valeurs de B sont variables. La perfusion ultérieure avec du NaCl détermine le retour de l'excitabilité : le rapport $\frac{a}{B}$ est plus petit que la normale, ce qui indique une diminution de la longueur limite d'excitation.

IV. — Solutions de saccharose additionnées d'un minimum de NaCl.

Ces recherches étaient nécessaires pour vérifier si les solutions renfermant moins de 6 ‰ de NaCl entretenaient réellement l'excitabilité.

Expérience 84. — Muscle normal.

0,1 microf.	9.5 ($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	7.5 »
0,5 »	6.2 »
1 »	5.6 »
B = 5,15 »	$\frac{a}{B} = 0,844$

Après 7 minutes de perfusion, saccharose + NaCl. 4,68 ‰

0,2 microf.	19.4 ($\frac{1}{10}$ de volt).
0,5 »	15 »
1 »	13 »
B = 11,6 »	$\frac{a}{B} = 0,237$

Après 15 minutes de perfusion.

0,5 microf.	19.6 ($\frac{1}{10}$ de volt).
1 »	15.6 »
B = 11.4 »	$\frac{a}{B} = 4.8$

Après 45 minutes de perfusion.

1 microf.	19 ($\frac{1}{10}$ de volt).
-----------	-------------------------------

Expérience 82. — Excitation par le nerf. Muscle normal.

0,1 microf.	0.88	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	0.64	»
0,5 »	0.54	»
1	0.50	»
B = 0,457 »	$\frac{a}{B} = 0,87$	

Après 15 minutes de perfusion.

0,1 microf.	1.9	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	1.36	»
0,5 »	1.1	»
1 »	1	»
B = 0,9 »	$\frac{a}{B} = 1,11$	

Expérience 83. — Excitation par le nerf. Muscle normal.

0,1 microf.	2.44	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	2.24	»
0,5 »	2.206	»
1 »	9,6	»
B = 1,906	$\frac{a}{B} = 0,22$	

Après 30 minutes de perfusion.

0,1 microf.	2.9	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	2.36	»
0,5 »	2.2	»
1 »	2	»
B = 1,9 »	$\frac{a}{B} = 0,53$	

Conclusion. — Que l'excitation soit directe ou indirecte, la solution de 0,468 % de NaCl additionnée de saccharose n'entretient pas une excitabilité normale. Les processus d'excitation sont plus lents et exigent un courant plus long et d'une intensité supérieure. Il est évident que ce résultat n'a pu être mis en relief au moyen de la bobine, et à première vue il n'est d'ailleurs nullement en rapport avec les données des réactions motrices du muscle. C'est un exemple qui prouve nettement qu'il ne faut jamais — ainsi que l'a fait Loeb — apprécier une valeur d'exci-

tabilité par un phénomène de motricité. D'ailleurs, dans un travail antérieur, M. Demoor a montré combien sont différents, dans le muscle, les phénomènes de sensation et de réaction, et combien il est aisé de les dissocier par l'étude de la fatigue.

V. — *Solutions isotoniques de chlorure de calcium.*

La perfusion est complètement entravée par la vasoconstriction qui se déclare dès le début. De très nombreuses expériences ont été faites sans aucun résultat.

VI. — *Solution de KCl isotonique.*

Alors que dans toute une série d'expériences antérieures nous avons obtenu avec la perfusion de KCl des effets semblables à ceux produits par le NaCl, nous n'avons plus pu obtenir les mêmes résultats dans une série ultérieure d'expériences. Dès que la solution circulait, la grenouille devenait complètement inexcitable. Le NaCl rendu au muscle ne fait que faiblement repaître l'excitabilité. La raison de cette divergence de résultats nous est inconnue : tout ce que nous pouvons dire, c'est que la première série d'expériences avec le KCl fut faite au moyen de grenouilles fraîches, la seconde au moyen de grenouilles ayant été conservées pendant plusieurs mois sans nourriture. Le premier lot d'animaux a mieux résisté à l'action toxique du KCl que le second lot, et ces animaux paraissaient jusqu'à un certain point indifférents à l'action du KCl. On voit que cette propriété s'altère avec les conditions de nutrition générale, et c'est cette circonstance qui explique vraisemblablement aussi les divergences de vues très nombreuses exprimées dans les auteurs au sujet de l'action de ce sel.

Comme avec le KCl isotonique, nous avons obtenu antérieurement des contractions dans d'autres conditions expérimentales ; il nous est encore pour le moment impossible d'exprimer notre avis au sujet de l'action inconstante de ce sel. De nouvelles recherches s'imposent donc encore à ce sujet.

VII. — Solutions de citrate de soude isotonique.

Expérience 84. — Muscle normal.

0,1 microf.	13.4	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	11.4	»
0,5 »	10.2	»
1 »	9.8	»
B = 0,906 »	$\frac{a}{B} = 0.48$	

Après 10 minutes, contraction rythmique.

0.1 microf.	11	($\frac{1}{10}$ de volt).
1 »	7.2	»
B = 0,677 »	$\frac{a}{B} = 0.63$	

Après 40 minutes, inexcitabilité.

Expérience 85. — Citrate de soude puis CaCl_2 . Muscle normal.

0,1 microf.	14.8	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	12	»
0,5 »	9.4	»
1 »	8.4	»
B = 0,761 »	$\frac{a}{B} = 0.94$	

Après 10 minutes citrate. 1 » 15 »

Après 20 minutes inexcitabilité, alors perfusion de CaCl_2 isotonique.

Après 10 minutes. . . 0,5 microf.	13	($\frac{1}{10}$ de volt).
1 »	12	»
B = 0,40 »	$\frac{a}{B} = 0.44$	

Après 12 minutes . . 0,2 microf.	13	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,5 »	3.2	»
B = 0,50 »	$\frac{a}{B} = 0.16$	

Expérience 86. — Même expérience. Muscle normal.

0,1 microf.	14.8	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	12	»
0,5 »	9.4	»
1 »	8.4	»
B = 0,768 »	$\frac{a}{B} = 0,92$	

Après 20 minutes citrate, inexcitabilité complète, alors perfusion avec CaCl^2 isotonique. Après 10 minutes

0,5 microf.	13	($\frac{1}{10}$ de volt).
1 »	12	»
B = 0,9 »	$\frac{a}{B} = 4,40$	

Après 11 minutes de perfusion avec CaCl^2 .

0,2 microf.	1.30	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,5 »	8.2	»
B = 0,5 »	$\frac{a}{B} = 3,01$	

Conclusions. — Il résulte de ces expériences que le citrate de soude supprime assez rapidement l'excitabilité qui revient d'ailleurs sous l'influence de CaCl^2 . L'action de cette seconde perfusion est d'exagérer beaucoup l'excitabilité et de diminuer la durée d'excitation minimale.

VIII. — Influence des solutions légèrement alcalines.

CO^3HNa 0,2 % et NaCl 0,6 %.

Expérience 87. — Muscle normal.

0,1 microf.	17	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	14	»
0,5 »	12	»
1 »	10	»
B = 1,03 »	$\frac{a}{B} = 0,65$	

Après 10 minutes, les contractions rythmiques sont très vives :

$$B = 1,22 \quad \text{et} \quad \frac{a}{B} = 0,21$$

Après 15 minutes, il n'y a plus de réaction.

Expérience 88. — Muscle normal.

	0,1 microf.	6.6	($\frac{1}{10}$ de volt).
	0,2 »	5.7	»
	0,5 »	5.2	»
Après 5 minutes de perfusion . . .	0,5 «	6.4	»
Après 15 minutes de perfusion . . .	0,5 »	7.6	»
Après 40 minutes de perfusion . . .	0,5 »	1.20	»
Après 60 minutes de perfusion . . .	0,5 »	1.40	»
Après 90 minutes de perfusion . . .	inexcitabilité.		

Au début, il y a donc une légère excitation, puis diminution de l'excitabilité en intensité et en temps.

IX. — Influence des solutions légèrement acides.

NaCl 0,6 % + 1 ‰ acide lactique.

Expérience 89. — Muscle normal.

	0,1 microf.	7.9	($\frac{1}{10}$ de volt).
	0,2 »	7.5	»
	0,5 »	6.8	»
	1 »	6.6	»
B = 0,634	»	$\frac{a}{B} = 0,24$	

Après 5 minutes de perfusion.

0,2 microf.	12.8	($\frac{1}{10}$ de volt).
-------------	------	----------------------------

Après 15 minutes de perfusion.

0,5 microf.	13.4	($\frac{1}{10}$ de volt).
1 »	12.2	»

Après 20 minutes de perfusion, inexcitabilité.

Expérience 90. — Muscle normal.

0,1 microf.	13.8	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	12.3	»
0,5 »	10.6	»
1 »	10.5	»
B = 1,01 »	$\frac{a}{B} = 0,366$	

Après 40 minutes de perfusion.

0,1 microf.	16.8	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	13.8	»
0,5 »	12.8	»
1 »	12	»
B = 1,035 »	$\frac{a}{B} = 0,62$	

Après 30 minutes de perfusion.

0,1 microf.	18.6	($\frac{1}{10}$ de volt).
0,2 »	16.6	»
B = 1,46 »	$\frac{a}{B} = 0,29$	

Après 60 minutes plus de réaction.

Il y a diminution progressive de l'excitabilité, atteignant surtout B, $\frac{a}{B}$ est régulier.

Conclusions. — Il résulte de toutes ces expériences que les résultats qu'on obtient au moyen de la méthode de Lapique cadrent assez bien, en général, avec ceux qu'on obtient avec la bobine d'induction, quand il ne s'agit que du phénomène brutal de l'inexcitabilité. Mais cette méthode met en lumière la complexité des phénomènes qui se passent dans le muscle pendant la perfusion : des modifications s'y produisent sans cesse et elles sont dues aux phénomènes chimiques et physiques complexes qui se passent dans l'intimité des éléments neuro-musculaires. La méthode des condensateurs, qui donne à la mesure de l'excitabilité une valeur précise, tant en ce qui concerne la valeur absolue de l'excitant que sa durée, met aussi en évidence certains

faits qui ne cadrent pas du tout avec les constatations faites par Loeb. Les phénomènes que nous étudions ici sont en réalité beaucoup trop complexes pour pouvoir être schématisés : la méthode des condensateurs prouve, en effet, qu'il peut y avoir des excitabilités très diminuées avec des motricités normales.

Nous voyons donc que toutes les expériences qui ont été exécutées au cours de ce travail nous amènent à partager absolument l'avis déjà exprimé par Bethe et d'autres auteurs à propos de l'absence de caractère général des théories émises par Loeb au sujet des phénomènes complexes de la contractilité et de l'excitabilité musculaires.

CHAPITRE IV.

Conclusions générales.

Nos expériences destinées à vérifier certaines théories et assertions de Loeb concernant l'antagonisme entre les ions de Ca et Na, Ca et K et la toxicité de Na, nous ont conduit à constater l'exactitude de certaines affirmations émises par l'auteur précité.

Mais, par contre, un certain nombre d'autres données de Loeb n'ont pu être confirmées par nos recherches expérimentales.

C'est ainsi que nous avons vérifié que :

1° Une perfusion avec une solution de CaCl_2 isotonique supprime l'excitabilité ;

2° Le citrate de Na annihile l'irritabilité musculaire ;

3° Le potassium est quelquefois presque indifférent vis-à-vis de la fibre musculaire ; d'autres fois, il supprime toute excitabilité.

Mais il s'en faut de beaucoup, ainsi que l'ont prouvé du reste aussi Bethe et d'autres auteurs, que les théories de Loeb puissent être appliquées dans leur intégralité en ce qui concerne l'action physiologique des ions.

En effet :

1° Certains anélectrolytes, tels le saccharose, le glucose, sont capables de déterminer des contractions rythmiques;

2° Le calcium est quelquefois un excitant de la contractilité, car il peut ramener l'excitabilité supprimée par le citrate de soude;

3° Le calcium peut exister dans les liquides de perfusion en quantités dépassant un très grand nombre de fois la proportion normale, sans que pour cela l'excitabilité musculaire soit supprimée;

4° Et par la méthode de Lapicque-Weiss, on peut mettre en relief que l'excitabilité électrique peut diminuer, alors même que le muscle accomplit des contractions normales. On ne peut donc rien inférer des processus de contractilité au sujet d'états d'excitabilité : choses parfois confondues dans les publications de Loeb.

Pouvons-nous admettre, comme le fait Loeb, une théorie simple, unique et formelle de la contraction musculaire? Nous ne le pensons pas : le mécanisme intime de la contraction musculaire — mécanisme certes complexe — n'est pas encore suffisamment connu pour qu'il soit possible d'en établir une théorie simpliste, cela sur la seule proportion d'ions en présence dans le tissu contractile.

Comment expliquer, en effet, d'après la théorie du savant américain, que, dans nos expériences, le glucose ait pu remplacer partiellement le NaCl, puisqu'une solution de saccharose, pour conserver l'excitabilité, devait être additionnée de 0,468 de NaCl %, alors qu'une solution de glucose n'en demandait que 0,1 %?

Comment expliquer, d'autre part, qu'un muscle à motricité normale puisse présenter une excitabilité qui, mesurée par la méthode de Lapicque-Weiss, se trouve être tout à fait réduite?

A chaque pas donc, nos expériences démontrent que les théories basées sur un interéchange d'ions — théories partiellement

exactes dans certains cas spéciaux — sont cependant dépourvues de tout caractère général.

En appliquant ces théories à l'analyse de certains phénomènes qui se passent lors de la contraction musculaire, nous arrivons, au contraire, à confirmer les conclusions de Bethe relatives à ses études sur la motricité de l'ombelle des méduses.

On ne peut nier que les sels et les électrolytes aient une action sur l'excitabilité musculaire ou nerveuse, et que les phénomènes contractiles musculaires n'en dépendent d'une façon étroite. Les expériences faites par un grand nombre de physiologistes, et en dernier lieu par nous-même, démontrent que, en l'absence d'électrolytes, il y a inexcitabilité et absence totale de contraction musculaire. Mais il est bien établi que les différents électrolytes n'agissent pas de la même façon. C'est ainsi que dans un muscle normal, le calcium est — dans certaines conditions du moins — inhibiteur de l'excitabilité et de la contractilité, alors que le sodium possède une action nettement inverse.

De quoi résultent ces différences d'actions des ions sur les contractions musculaires? Le muscle, pour se contracter, doit bien être alimenté par des solutions contenant des électrolytes; mais pour qu'il puisse fournir un travail, il lui faut — à notre sens — un élément énergétique que les fibres ne peuvent exclusivement trouver dans les substances salines : il doit le chercher dans des substances anélectrolytiques de diverses natures, telles que les substances albuminoïdes et les hydrates de carbone. Il faut donc au muscle des proportions définies des deux ordres de substances, et il n'est pas sans intérêt de constater, comme nous l'avons fait, que, dans une certaine mesure, le glucose peut suppléer dans le travail musculaire à une certaine quantité de NaCl.

Quant à l'action exacte des différents ions, on peut supposer qu'ils agissent de façons très différentes sur les colloïdes musculaires et modifient plus ou moins leur état physique. Nous savons, en effet, que les ions déplacent différemment les colloïdes de leurs pseudo-solutions en les faisant flocculer. Mais

avant d'arriver à ce stade gel, il est certain qu'ils modifient en des sens très divers la viscosité des colloïdes.

Et nous pouvons faire remarquer, à ce propos, que si l'on essaie d'exécuter pendant un temps appréciable une perfusion au moyen d'une solution isotonique de CaCl_2 , on ne réussit pas, tandis qu'une perfusion préalable de citrate de Na rend possible une circulation artificielle ultérieure au moyen de la solution calcique. Le citrate de Na modifie donc l'endothélium vasculaire de façon à permettre le passage du sel de calcium; mais le muscle lui-même est cependant aussi influencé : en effet, après la perfusion par le citrate, il est plus ou moins complètement privé de Ca; et la perfusion au moyen de la solution isotonique de CaCl_2 lui restitue cet élément. Une fois que le calcium indispensable au muscle a été fourni, l'excédent n'est plus utilisé, reste sans effet, et le muscle demeure désormais indifférent à l'action d'un excès d'ions calciques. Il a donc dû se produire une modification profonde dans les propriétés physiques et chimiques du plasma musculaire; et lorsqu'on fait agir sur du cytoplasme vivant des solutions semblables aux solutions citratées, il faut se garder, à notre avis, de n'y voir, comme Loeb, qu'un effet décalcifiant. Pareille conclusion est à la fois trop simpliste et dangereuse en ce qui concerne le développement et l'application de théories générales.

La question est donc loin d'être résolue. Nous ne savons nullement où se porte l'action des ions, si c'est sur les terminaisons nerveuses, sur la plaque terminale, sur la fibrille musculaire elle-même; tout ce qu'on peut dire, c'est que cette action paraît plutôt localisée à l'élément contractile. En effet, on sait que le muscle curarisé ou dont le nerf a dégénéré est encore parfaitement excité par les solutions salines. Est-ce à dire que les ions salins n'agissent pas du tout sur les nerfs et sur les plaques terminales? C'est ce qu'il serait prématuré de prétendre.

En résumé, l'étude de la contraction musculaire nous fait supposer que les ions interviennent grâce à leur action physico-

chimique sur les éléments divers des fibrilles musculaires. Cette étude pourra être complétée encore par l'examen qualitatif du travail fourni par les muscles irrigués au moyen de solutions de diverses natures. C'est dans cette voie que s'engageront nos expériences ultérieures.

*
* *

Qu'il nous soit permis, en terminant, de remercier MM. les Prof^{rs} P. Heger et J. Demoor pour l'accueil qu'ils nous ont réservé dans leur laboratoire, et MM. les D^{rs} De Meyer et Philippson pour leur obligeance et leurs précieux conseils.

Travail du laboratoire de physiologie.
Institut Solvay, Bruxelles.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.

1. LOEB, J., Ueber Ionen welche rythmische Zuckungen der Skelettmuskeln hervorrufen. (Sonderabdruck : *Beiträge zur Physiologie*, 1899.)
2. LOEB, J., Ueber den Einfluss der Wertätigkeit und möglicher Weise der elektrischen Ladung von Ionen auf ihre antitoxische Wirkung. (*Pflüg. Arch.*, t. LXXXVIII.)
3. LOEB, J., On an apparently new form of muscular irritability produced by solutions of salts, whose anions are liable to form insoluble calcium compounds. (*Amer. Journ. of Phys.*, vol. V, juillet 1901.)
4. LOEB, J., Dynamique des phénomènes de la vie.
5. BETHE, A , Die Bedeutung der Electrolyten für die rytischen Bewegungen der Medusen. (*Pflüg. Arch.*, 127, 1909, p. 219.)
6. MELTZER, J., Einiges zur Physiologie und Pharmakologie des Magnesiums und Kalciums. (Pharmakologische Sektion des internationalischen Kongress in Budapest, 1909.)
7. BIEDERMANN, Sitzungsberichte der Wiener Akademie, 1880, t. LXXXII, n° 3, p. 101.
8. RINGER, Journ. of Phys., 1886, vol. VII, p. 291.

9. MAC CALLUM et VOEGTLEN, Journ. of exp. Med., 1909, vol. II, p. 118.
10. CARSLAW, Arch. für Phys., 1887, p. 429.
11. LOCKE, Zentralbl. für Phys., 1894, vol. VIII, p. 166.
12. CUSHING, Amer. Journ. of Physiol., 1902, vol. VI, p. 77.
13. POLJAKOFF, Zeitschr. für Biol., 1903, t. XXXV, p. 23.
14. OVERTON, Pflüg. Arch., 1905, t. CV, p. 176.
15. MELTZER, J., et AUER, Journ. of exp. Med., vol. VIII, p. 692; vol. X, p. 45.
16. COOKE, J. V., Journ. of exp. Med., 9, I, 1900.
17. MELTZER, J., et AUER, Amer. Journ. of Phys., t. XXI, 4, 1908.
18. ZOETHOUT, W., Amer. Journ. of Phys., 1902, t. VII, p. 199.
19. JOSEPH et MELTZER, The comparative Toxicity of the chlorides of Mg, Ca, K and Na. (*Journ. of Pharm. and exp. Therap.*)
20. GOMEZ OCANA, Action biologique du K, Na, Ca et Mg. (7^e Congrès intern. de phys., Vienne, 1910.)
21. LOEB, J., Bioch. Zeitsch., 28, p. 176.
22. HERING, Sitz. d. Wien. Akad., 89, Abt. III, p. 1, 1889.
23. ZENNECK, Pflüg. Arch., 76, p. 21, 1889.
24. LOCKE, Pflüg. Arch., 54, p. 501, 1893.
25. SAMOJLOFF, Arch. für Anat. und Phys., 1907, p. 45.
26. MINES, Journ. of Phys., 37, p. 408, 1908.
27. GARREY, Amer. Journ. of Phys., 13, p. 186.
28. OVERTON, Pflüg. Arch., 105, p. 176, 1904.
29. JOSEPH et MELTZER, Centralbl. für Phys., 23, p. 350, 1909.
30. ZOETHOUT, On the influence of Sodium Chloride and Ca Chloride in the Potassium contraction.
31. DEMOOR et PHILIPPSON, Arch. int. de phys., vol. VI, fasc. II, 1908.
32. RENAULD, H., Arch. int. de phys., vol. IX, fasc. I, 1910.
33. LUSSANA, F., Arch. int. de phys., vol. II, fasc. I, 1911.
34. DEMOOR, J., Arch. int. de phys., 1901.
35. DE MEYER, J., Arch. int. de phys., 1911.
36. PHILIPPSON, M., Bulletin de la Société royale des sciences méd. et nat., Bruxelles, 1912.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

UCCLE. *Observatoire royal de Belgique*. Description des installations du service de l'heure. (H. Philippot et E. Delporte.) 1912.

Barbette (Edouard). Les carrés magiques du m^{ième} ordre. Liège, 1912; in-8° (244 p., tableaux) autogr.

Bruylants (P.). La valence chimique. Louvain, 1912; extr. in-8° (146 p., fig.).

De Donder (Th.). Sur un problème relatif aux invariants intégraux. Bruxelles, 1912; extr. gr. in-8° (pp. 583-590).

— Sur les invariants du calcul des variations. Paris, 1912; in-4° (3 p.).

Duesberg (J.). Plastosomen. « Apparato Reticolare interno » und Chromidialapparat. Liège, extr. gr. in-8° (pp. 567-916).

Errera (Alfred). Zahlentheoretische Lösung einer functionentheoretischen Frage. Palerme, 1912; extr. in-8° (38 p.).

Marchal (Em.) Recherches cytologiques sur le genre « Amblystegium ». Bruxelles, 1912; extr. gr. in-8° (pp. 189-201, 1 pl.).

Rousseau (Chas. M.). The analysis of light. San Francisco, 1913; gr. in-8° (35 p., fig.).

Stroobant (P.). Distribution des étoiles doubles spectroscopiques sur la sphère céleste. Paris, 1913; extr. in-4° (3 p.).

PARIS. *L'Année biologique*. Comptes rendus annuels des travaux de biologie générale. (Yves Delage.) 14^e année, 1909, gr. in-8°.

Lacroix (Alfred). Sur quelques minéraux des pegmatites du Vakinankaratra (Madagascar). Paris, 1912; extr. in-8° (28 p.).

— Sur les minéraux de la pegmatite d'Ampangabé et de ses environs (Madagascar), et en particulier sur un minéral nouveau (ampangabéite). Paris, 1912; extr. in-8° (36 p.).

— Sur l'existence de la bastnaesite dans les pegmatites de Madagascar. Les propriétés de ce minéral. Paris, 1912; extr. in-8° (22 p.).

— Un voyage au pays des béryls (Madagascar). Paris, 1912; extr. gr. in-8° (pp. 285-296).

Lacroix (Alfred). Minéralogie. Sur l'existence de roches à néphéline dans les schistes cristallins de Madagascar. Paris, 1912; extr. in-4° (5 p.).

— Minéralogie. Les pegmatites gemmifères de Madagascar. Paris, 1912; extr. in-4° (7 p.).

— Minéralogie. Note préliminaire sur quelques minéraux de Madagascar, dont plusieurs peuvent être utilisés comme gemmes. Paris, 1912; extr. in-4° (7 p.).

— Minéralogie. Sur la constitution minéralogique des volcans de l'île de la Réunion. Paris, 1912; extr. in-4° (7 p.).

— Minéralogie. L'origine du quartz transparent de Madagascar. Paris, 1912; extr. in-4° (6 p.).

— Les roches grenues, intrusives dans les brèches basaltiques de la Réunion : leur importance pour l'interprétation de l'origine des enclaves homogènes des roches volcaniques. Paris, 1912; extr. in-4° (6 p.).

— Minéralogie. Les niobotantalotitanates uranifères (radioactifs) des pegmatites de Madagascar; leur association fréquente à des minéraux bismuthifères. Paris, 1912; extr. in-4° (7 p.).

Langevin (P.) et de Broglie (M.). La théorie du rayonnement et les Quanta. Rapports et discussions de la réunion tenue à Bruxelles, du 30 octobre au 3 novembre 1911. Paris, 1912; gr. in-8° (461 p., fig.).

Piéron (Henri). Le problème physiologique du sommeil. Paris, 1913; in-8° (xv-520 p.).



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 1^{er} février 1913.*

Félicitations à M. Van Lair, promu commandeur de la Légion d'honneur . . . 71

Correspondance.

M. le Ministre des Sciences et des Arts soumet à l'appréciation de la Classe le rapport de M. V. Willem sur le résultat de ses travaux à la Station zoologique de Naples — Jubilé du *Verein für Naturwissenschaft in Braunschweig*. — M. le commandant Adrien de Gerlache soumet une requête relative à la Fondation de la *Belgica*.— Travaux à l'examen.—Hommages d'ouvrages . . . 72

Prix Van Beneden.

MM. Nolf, Van Bambeke et Léon Fredericq sont chargés d'élaborer le règlement 73

Bibliographie.

PIÉRON (HENRI). — *Le problème physiologique du sommeil*; note par Léon Fredericq 74
 DELAGE (YVES). — *L'année biologique*, 14^e année; note par Ch. Francotte . . . 74

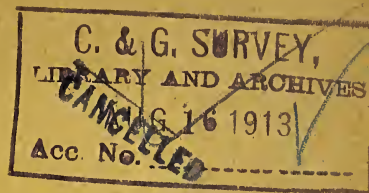
Communications et lectures.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la valeur asymptotique de la meilleure approximation des fonctions analytiques admettant des singularités données*; par Serge Bernstein 76
 PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la contraction musculaire (Influence des anélectrolytes, des électrolytes et de la pression osmotique)* (27 fig.); par Georges Kleefeld 91

Bulletin bibliographique 179

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

6. 472
A16



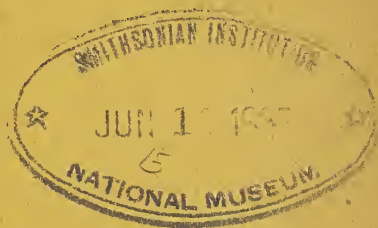
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 3



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES

Séance du 1^{er} mars 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, M. Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, C. Vanlair, Ch. Francotte, A. Gravis, Aug. Lameere, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, Al. de Hemptinne, Victor Willem, *membres* ; P. Stroobant, J.-E. Verschaffelt, L. Dollo, Ch. Julin, G. Lecointe, Émile Marchal, Van Aubel et P. Nolf, *correspondants*.

Absences motivées : MM. le chevalier Edmond Marchal, secrétaire perpétuel, et A. Rutot, membre.

M. Maurice Wilmotte, membre de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques, assiste à la séance.

M. le directeur annonce que M. Rutot ne pourra assister à la séance par suite d'une indisposition. M. Léon Fredericq le remplacera comme secrétaire ff. de secrétaire perpétuel.

— M. le Directeur félicite, au nom de la Classe, M. Paul Pelseneer, à qui le prix décennal des sciences zoologiques vient d'être décerné.

En remerciant M. le Directeur, M. Pelseneer constate que le Jury précédent (pour la période 1892 à 1901) avait déjà déclaré que « ses publications doivent figurer au tout premier rang de celles qui peuvent aspirer au prix décennal », c'est-à-dire qu'il ressort de ces jugements concordants des deux Jurys successifs, que son activité et sa productivité dans le domaine de la Zoologie ont été prépondérantes en Belgique, d'une façon ininterrompue, depuis 20 ans.

Mais de la façon dont ont été attribuées les trois chaires zoologiques vacantes dans les Universités de l'État, tout à la fin de cette longue période de vingt ans (en 1909 et 1910), il ressort au contraire que ses mérites scientifiques et pédagogiques sont minimales.

Ne voulant pas bénéficier personnellement du doute qui résulte de cette contradiction, M. Pelseneer décide de consacrer le prix qui lui est attribué, à une fondation scientifique, en doublant les 5,000 francs du prix décennal par deux années du traitement que l'État lui alloue après vingt-cinq ans de service dans l'enseignement public.

MM. Vanlair, Fredericq et d'autres membres déclarent que le doute dont parle M. Pelseneer ne saurait exister dans l'esprit d'aucun des membres de l'Académie. Tous ont applaudi aux décisions des Jurys qui ont proclamé les mérites exceptionnels des travaux de M. Pelseneer. Ces réserves étaient nécessaires pour que l'Académie put accepter la généreuse donation de M. Pelseneer.

Le Directeur remercie M. Pelseneer au nom de la Classe. La donation est acceptée.

— M. Vanlair, qui était absent à la dernière séance, remercie M. le Directeur et l'Académie pour les félicitations qui lui ont été adressées à l'occasion de sa nomination au grade de commandeur de la Légion d'honneur.

CORRESPONDANCE

M. le Ministre des Sciences et des Arts invite la Classe à lui présenter une liste double de candidats disposés à faire partie du jury de la Fondation de la *Belgica*.

— Le même Ministre transmet une expédition de l'arrêté royal du 27 janvier décernant à M. Paul Pelseneer le prix décennal des sciences zoologiques pour la 2^e période (1902-1911). Il demande que ce prix soit proclamé dans la prochaine séance publique de l'Académie.

— M. le Ministre du Mexique fait connaître que la Société d'astronomie du Mexique a décidé d'offrir, à partir de cette année, une médaille et un diplôme à l'astronome qui découvrira une comète. Ce prix sera désigné sous le nom de *Médaille Carolina Herschell*.

— M. O. Backlund, président du bureau de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg, fait savoir que l'assemblée générale de l'Association internationale des Académies se tiendra du 11 mai/28 avril au 17/4 mai et demande à connaître au plus tôt les noms des délégués de l'Académie qui prendront part aux travaux.

M. Jorissen, directeur, ne pouvant se rendre à Saint-Pétersbourg pour représenter la Classe officiellement (avec voix délibérative), M. Malaise accepte de le remplacer.

M. Lecoq est désigné également comme délégué de la Classe (sans voix délibérative).

— L'Académie des sciences de Paris transmet des exemplaires des rapports qu'elle présente à la 5^e assemblée générale de l'Association internationale des Académies.

— La Société des mathématiciens et des physiciens tchèques, à Prague, remercie l'Académie des félicitations qui lui ont été adressées à l'occasion de son cinquantième anniversaire.

— M. Ch. Francotte propose à la Classe de participer à la manifestation que l'on organise en l'honneur de M. Maupas, associé, par l'achat de la médaille frappée à cette occasion. — Adopté.

— Un travail de M. H. Van Laer, *Sur la nature de l'amylase*, est envoyé à l'examen de MM. Jorissen et Gilkinet.

— Un mémoire manuscrit de M. Goetghebuer : *Recherches sur les larves et les nymphes des Chironomides de Belgique*, sera examiné par MM. A. Lameere et V. Willem.

— Hommages d'ouvrages :

Les Prix Nobel en 1911, publication faite par ordre des corporations chargées de décerner les Prix Nobel ;

Revision des Prionides ; Étude de zoologie systématique et de géographie animale, (deuxième partie), par Auguste Lameere ;

Expériences de tectonique, par Max Lohest.

— Remerciements.

ÉLECTION.

La Classe procède à la formation d'une liste de dix noms pour le jury de la Fondation de la *Belgica*. — Renvoi à M. le Ministre des Sciences et des Arts.

PROGRAMME DU CONCOURS POUR 1914.

SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

PREMIÈRE QUESTION.

Apporter une contribution à l'étude des propriétés des fonctions analytiques qui ne prennent pas certaines valeurs dans un domaine donné. — Prix : 1000 francs.

DEUXIÈME QUESTION.

Faire l'historique concis de l'état de nos connaissances sur les propriétés calorifiques et lumineuses du spectre, et compléter celles-ci par des expériences nouvelles en s'attachant principalement à la comparaison du spectre de luminescence et d'incandescence. — Prix : 1000 francs.

TROISIÈME QUESTION.

Faire l'historique des faits et des arguments qui ont été émis afin de décider s'il existe ou s'il n'existe pas deux phases (une phase liquide et une phase gazeuse) au-dessus de la température

critique. Élucider la question par de nouvelles expériences. — Prix : 1000 francs.

QUATRIÈME QUESTION.

Faire un exposé critique des déterminations du mouvement du système solaire dans l'espace et apporter une contribution originale à nos connaissances sur cette question. — Prix : 1000 francs.

CINQUIÈME QUESTION.

On demande une contribution à l'étude de la valence. — Prix : 1000 francs.

SCIENCES NATURELLES

PREMIÈRE QUESTION.

On demande de nouvelles contributions à l'étude des roches cristallines de la Belgique. — Prix : 1000 francs.

DEUXIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur le rôle des matières minérales dans la production et les transformations des composés organiques chez les végétaux. — Prix : 1000 francs.

TROISIÈME QUESTION.

On demande des observations originales sur les relations éventuelles existant, chez les êtres vivants, entre les groupements systématiques ou éthologiques et les caractères cytologiques (par exemple : nombre des chromosomes). — Prix : 1000 francs.

QUATRIÈME QUESTION.

Déterminer par de nouvelles recherches les voies de propagation de la systole à travers les différents étages du cœur. — Prix : 1000 francs.

CINQUIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur la morphologie de la carapace des Tortues. — Prix : 1000 francs.

SIXIÈME QUESTION.

On demande des recherches originales sur les relations entre les végétaux et la composition chimique des sols : terrains calcaires, dolomitiques, calaminaires, etc. — Prix : 1000 francs.

SEPTIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur les dépôts tertiaires et quaternaires de la Campine. — Prix : 1000 francs.

Les mémoires devront être inédits et écrits lisiblement. Ils pourront être rédigés en français ou en flamand; ils devront être adressés, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel, au Palais des Académies, avant le 1^{er} août 1914.

Dispositions générales concernant les concours annuels.

L'Académie exige la plus grande exactitude dans les citations; les auteurs auront soin, par conséquent, d'indiquer les éditions et les pages des ouvrages cités. On n'admettra que des planches manuscrites ou photographiques.

Les auteurs ne mettront point leur nom à leur ouvrage; ils y inscriront seulement une devise, qu'ils reproduiront sur un pli cacheté renfermant leur nom et leur adresse; il est défendu de faire usage d'un pseudonyme. Faute de satisfaire à ces formalités, le prix ne pourra être accordé.

Les mémoires remis après le terme prescrit et ceux dont les auteurs se feront connaître, de quelque manière que ce soit, seront exclus du concours.

L'Académie croit devoir rappeler aux concurrents que les mémoires soumis à son jugement sont et restent déposés dans ses archives. Toutefois, les auteurs peuvent en faire prendre copie, à leurs frais, en s'adressant à cet effet au Secrétaire perpétuel.

PRIX PERPÉTUELS.

PRIX CHARLES LEMAIRE.

QUESTIONS RELATIVES AUX TRAVAUX PUBLICS.

(Douzième période : 1^{er} juillet 1913 au 30 juin 1915.)

Conformément aux dispositions testamentaires de M^{lle} Lemaire, un prix de *quatorze cents francs* sera décerné, tous les deux ans, à l'auteur du meilleur mémoire publié sur des questions relatives aux travaux publics.

Seront seuls admis les ouvrages présentés par des auteurs belges ou naturalisés. Ils devront être rédigés en français ou en flamand, et publiés en Belgique pendant la période du 1^{er} juillet 1913 au 30 juin 1915.

Ils devront être adressés, francs de port, avant le 30 juin 1915, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie, au Palais des Académies, à Bruxelles.

La Classe des sciences, interprétant largement les termes de la donation, considérera comme questions relatives aux travaux publics :

a) Tout d'abord et de préférence, les expériences et les œuvres pratiques se rattachant directement à l'art et à la science de l'ingénieur;

b) Puis, et subsidiairement, les recherches théoriques sur la résistance des matériaux, sur la stabilité de construction, sur l'hydraulique.

La Classe admettra comme concurrents non seulement ceux qui feront parvenir à M. le Secrétaire perpétuel, dans le délai déterminé ci-dessus, des mémoires publiés pendant la période fixée, sur les objets précités, mais encore ceux qui signaleront leurs études, leurs expériences, leur pratique concernant les mêmes objets par un simple rapport, bref et précis, adressé également au Secrétaire perpétuel de l'Académie.

PRIX ÉDOUARD MAILLY.

POUR FAVORISER LES PROGRÈS DE L'ASTRONOMIE EN BELGIQUE.

Sixième période : 1912-1915.

Un prix de *mille francs* sera décerné au savant belge ou naturalisé qui, dans cette période, aura fait faire quelque progrès à l'astronomie, ou aura contribué à répandre le goût et la connaissance de cette science dans le pays.

Si un ouvrage imprimé pendant cette période fait partie d'un travail dont le commencement a paru antérieurement, l'ensemble est admis au concours.

Toutefois, si une partie a déjà été couronnée antérieurement, elle ne pourra plus entrer en ligne de compte.

Pour les concurrents qui auront contribué à répandre le goût et la connaissance de l'astronomie, l'appréciation devra autant que possible être basée sur des documents publiés.

PRIX LOUIS MELSENS.

CHIMIE OU PHYSIQUE APPLIQUÉES.

(Quatrième période : 1^{er} juillet 1912-30 juin 1916.)

Sont seuls admis, les travaux imprimés ou manuscrits d'auteurs belges ou naturalisés. Ils peuvent être rédigés en français ou en flamand.

Les travaux imprimés doivent avoir été publiés pendant la période quadriennale que comprend le concours.

Si un ouvrage présenté, imprimé ou manuscrit, fait partie d'un travail dont le commencement a paru antérieurement, l'ensemble est admis au concours.

Toutefois, si une partie a déjà été couronnée, elle ne pourra plus être prise en considération.

Le prix ne pourra être partagé.

L'auteur d'un travail manuscrit peut se faire connaître; sinon, il doit inscrire son nom dans un pli cacheté portant extérieurement une devise reproduite sur le manuscrit.

Le prix attribué à un ouvrage manuscrit ne sera délivré à l'auteur que contre présentation d'un exemplaire imprimé de son travail.

Les ouvrages destinés au concours doivent être adressés, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie, au Palais des Académies, avant le 1^{er} juillet 1916.

PRIX CHARLES LAGRANGE.

PHYSIQUE DU GLOBE.

(Quatrième période : 1913-1916.)

Un prix de *douze cents francs* est offert à l'auteur (belge ou étranger) du meilleur ouvrage, imprimé ou manuscrit, répondant aux vues du fondateur.

Sont admis à concourir, les travaux adressés (francs de port) à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Belgique, au Palais des Académies, à Bruxelles, avant le 1^{er} janvier 1917.

Les ouvrages imprimés devront avoir été publiés pendant les dix années qui précèdent la clôture de la période de concours. Les travaux manuscrits pourront être signés. Dans le cas où l'auteur désirerait conserver l'anonymat, il sera tenu d'inscrire une devise sur son mémoire, devise qui sera reproduite sur l'enveloppe d'un billet cacheté faisant connaître son nom et son domicile. Il est défendu de faire usage d'un pseudonyme.

Le prix remporté par un travail manuscrit ne sera délivré que contre la présentation du premier exemplaire imprimé de ce travail.

PRIX DE SELYS LONGCHAMPS.

FAUNE BELGE.

(Troisième période : 1^{er} mai 1914-1^{er} mai 1916.)

Un prix de *deux mille cinq cents francs* sera décerné à l'auteur ou aux auteurs, belges ou étrangers, du meilleur ouvrage original, imprimé ou manuscrit, portant sur l'ensemble ou sur une partie de la faune belge.

[La Classe est d'avis que les mots « faune belge » ne doivent pas nécessairement être entendus dans le sens de la « faune actuelle ». Le prix pourra être décerné à un travail traitant d'une faune antérieure à la faune actuelle, dans le cas où aucun des mémoires ayant celle-ci pour objet ne mériterait le prix.]

Pour chaque période, seront admis à concourir :

1^o Les travaux manuscrits adressés, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Belgique, au Palais des Académies, à Bruxelles, avant le 1^{er} mai qui commence la période suivante du concours;

2^o Les ouvrages imprimés qui auraient été publiés pendant les dix années qui précèdent la clôture de la période du concours.

Les travaux manuscrits pourront être signés ou anonymes. Dans ce dernier cas, le ou les auteurs seront tenus d'inscrire une devise sur leur mémoire, devise qui devra être reproduite sur l'enveloppe d'un billet cacheté faisant connaître leurs nom et domicile.

PRIX THÉOPHILE GLUGE.

PHYSIOLOGIE.

(Septième période : 1913-1914.)

Ce prix biennal de *mille francs* sera décerné à l'auteur (belge ou étranger) du meilleur travail de physiologie, manuscrit ou publié pendant les années 1913-1914.

Les travaux manuscrits pourront être signés ou anonymes. Dans ce dernier cas, ils porteront une devise, qui sera répétée sur un pli cacheté faisant connaître le nom et le domicile de l'auteur.

Les travaux devront être rédigés en français ou en néerlandais, ou être accompagnés d'une traduction dans une de ces langues. Ils seront adressés à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie avant le 31 décembre 1914.

PRIX FRANÇOIS DERUYTS.

GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE.

(Troisième période : 1^{er} mai 1910 au 1^{er} mai 1914.)

ARTICLE PREMIER. — Il est institué, sous le nom de *Prix François Deruyts*, un prix de douze cents francs (sauf réduction motivée par l'abaissement du taux de la rente), à décerner tous les quatre ans au savant ou au groupe de savants qui aura fait faire quelque progrès à la *Géométrie supérieure synthétique ou analytique*.

ART. 2. — Sont seuls admis au concours, les travaux imprimés ou manuscrits d'auteurs belges ou naturalisés, sauf l'exception prévue à l'article 7.

ART. 3. — Les travaux imprimés doivent avoir été publiés pendant la période du concours ou pendant la période précédente.

ART. 4. — Le prix ne pourra pas être partagé, hors le cas où il serait décerné pour un travail fait en collaboration.

ART. 5. — L'auteur d'un travail manuscrit présenté pour le concours peut se faire connaître ; sinon, il doit inscrire son nom et son domicile dans un pli cacheté portant extérieurement une devise reproduite sur le manuscrit.

ART. 6. — Le prix attribué à un ouvrage manuscrit ne sera délivré que contre présentation d'un exemplaire imprimé du travail.

ART. 7. — Si le prix n'est pas décerné dans les conditions ci-dessus indiquées, la Classe des sciences de l'Académie pourra en employer le montant, suivant qu'elle le jugera convenable, soit à augmenter le capital de fondation, soit à établir un concours spécial sur une question de géométrie supérieure à proposer, en admettant indistinctement les auteurs belges et étrangers.

ART. 10. — Les auteurs qui désirent soumettre leurs travaux au concours doivent les adresser, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie, avant la fin de chaque période.

Le jury nommé par l'Académie pourra néanmoins comprendre dans le concours des travaux imprimés qui n'auraient pas été expressément envoyés pour y prendre part.

PRIX LÉO ERRERA.

BIOLOGIE GÉNÉRALE.

(Troisième période : 1912-1914.)

Un prix de *dix-huit cents francs* sera décerné à l'auteur ou aux auteurs, belges ou étrangers, du meilleur travail original de « Biologie générale », manuscrit ou publié pendant les trois années précédant la date de clôture de chaque concours.

Les travaux destinés au concours devront être adressés, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie, au Palais des Académies, à Bruxelles, avant la date de clôture de chaque période, avec la mention : *Concours pour le Prix Léo Errera*.

Les travaux manuscrits pourront être signés ou anonymes. Dans ce dernier cas, ils porteront une devise qui sera répétée à

l'extérieur d'un pli cacheté faisant connaître le nom et le domicile de l'auteur.

Les travaux pourront être rédigés en français, allemand, anglais ou italien. Les manuscrits devront être dactylographiés ou écrits très lisiblement en caractères latins.

PRIX ÉMILE LAURENT.

BOTANIQUE.

(Quatrième période : 1911-1914.)

Un prix de *neuf cents francs* sera décerné à l'auteur belge ou aux auteurs belges du meilleur travail relatif à la *botanique*, y compris ses applications agricoles et horticoles (à l'exclusion des travaux relatifs à l'étude de la flore ou des productions végétales du Congo) ⁽¹⁾.

Les ouvrages présentés peuvent être manuscrits ou imprimés.

Les ouvrages imprimés doivent avoir été publiés pendant les quatre années qui précèdent la clôture de la période du concours.

Les manuscrits seront signés. Le prix remporté par un travail manuscrit ne sera délivré que contre la présentation, dans le délai maximum d'un an à dater du jour de la proclamation des résultats du concours, d'un premier exemplaire imprimé, conforme au manuscrit couronné.

Seuls seront admis à concourir, les ouvrages écrits en français ⁽²⁾, portant la mention : *Concours pour le Prix Émile Laurent* et adressés, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie royale de Belgique, au Palais des Académies, à Bruxelles, avant la date de clôture de chaque période.

(1) La flore et les productions végétales du Congo ont fait l'objet de la période précédente.

(2) L'usage du latin est admis pour les travaux de systématique.

PRIX AUGUSTE SACRÉ.

MÉCANIQUE.

(Deuxième période : 31 juillet 1912-31 juillet 1918.)

Règlement.

Il est institué, sous le nom de *Prix Auguste Sacré*, un prix de quatre mille francs (sauf réduction motivée par l'abaissement du taux de la rente), à décerner tous les six ans, suivant les vues du fondateur, à l'auteur belge de l'invention apportant un réel et important progrès dans le domaine de la mécanique se rapportant à n'importe quelle industrie. Ce prix pourra également être donné à l'auteur belge de tout ouvrage de mécanique renfermant des théories nouvelles et de réelle valeur relatives à cette science.

Sont admis au concours, les livres et les manuscrits et plans signés ou non. L'auteur d'un travail manuscrit non signé devra inscrire son nom et son domicile dans un pli cacheté adjoint, portant extérieurement une devise reproduite sur le manuscrit. L'usage d'un pseudonyme est interdit. Les membres et les correspondants sont exclus.

Les auteurs qui désirent soumettre leurs travaux au concours doivent les adresser, francs de port, à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie avant la fin de chaque période.

PRIX THÉOPHILE GLUGE.

(Sixième période : 1911-1912.)

RAPPORT DU JURY.

Rapport de M. P. Nolf, premier commissaire

« Un seul concurrent, M. H. Fredericq, a pris part au concours du Prix Gluge pour la période 1911-1912.

Les cinq mémoires qu'il soumet à l'appréciation du jury traitent tous de sujets afférents à la physio-pathologie du cœur des mammifères.

Dans son mémoire : *La nature de la systole ventriculaire*, M. H. Fredericq reprend la question déjà souvent débattue de savoir à quelle forme de la contraction des muscles du squelette, secousse simple, contracture ou tétanos, on peut comparer le mieux la systole ventriculaire. L'analyse du graphique de la systole, du cardiogramme, et des phénomènes électriques qui l'accompagnent, inscrits dans l'électrocardiogramme, lui permet de constater de profondes différences entre la systole, d'une part, et, d'autre part, la secousse simple ou le tétanos des muscles du squelette. L'auteur note au contraire des analogies très grandes entre les tracés mécanique et électrique de la systole et les éléments correspondants de la secousse de contraction que donne un muscle vératrinisé de grenouille à la suite d'une excitation unique. Il se borne judicieusement à faire ressortir ces analogies, sans conclure à l'identité des phénomènes comparés.

Dans son mémoire : *La nature de la systole de l'oreille*, M. H. Fredericq démontre, par les méthodes utilisées dans le travail précédent, qu'il n'existe aucune différence essentielle entre la contraction d'un lambeau isolé dans la musculature du

ventricule et la contraction d'un lambeau auriculaire. L'un et l'autre donnent notamment un électrocardiogramme polyphasique.

Plusieurs auteurs, Waroux, Derouaux, avaient étudié la simplification que subit le graphique de la systole quand le muscle cardiaque est placé dans des conditions défectueuses de nutrition. Dans son troisième mémoire : *La simplification des myogrammes mécanique et électrique du ventricule par alimentation défectueuse du cœur*, M. H. Fredericq confirme ces constatations. Il attribue cette altération de la systole, non pas à la seule suppression de l'oxygène ou à l'accumulation d'acide carbonique dans le muscle cardiaque, mais à l'ensemble des altérations du métabolisme du muscle qui résultent d'un arrêt de la circulation. Il montre qu'à la simplification du graphique de contraction se superpose une simplification parallèle de l'électrocardiogramme.

Dans son quatrième mémoire : *Pouls alternant produit, chez le chien chloralisé, par excitation des nerfs accélérateurs du cœur*, M. H. Fredericq apporte une confirmation expérimentale intéressante à la notion clinique que l'accélération du pouls favorise, dans une grande mesure, l'alternance des systoles. Il a pu provoquer, chez le chien chloralisé, le phénomène du pouls alternant par l'excitation des nerfs accélérateurs du cœur. L'alternance apparaissait au début de l'excitation, quand la fréquence des pulsations était maxima, pour disparaître quand la fréquence devenait moindre. Une extrasystole provoquée au cours de l'alternance donnait toujours une pulsation faible, qui déterminait la succession du rythme alternant subséquent.

Le pouls alternant est encore l'objet des recherches exposées dans le cinquième mémoire : *La contraction alternante du myocarde et son électrogramme*. Le pouls alternant est un phénomène pathologique étudié en clinique. Il peut être reproduit chez l'animal dans diverses conditions expérimentales. D'habitude, il apparaît dans les états d'épuisement du myocarde.

Les opinions diffèrent beaucoup au sujet de son mécanisme intime. Aussi faut-il accueillir avec faveur toute donnée objective nouvelle le concernant. M. H. Fredericq a observé le pouls alternant spontané et le pouls alternant provoqué de lambeaux musculaires découpés dans la musculature des ventricules. Ayant inscrit l'électrocardiogramme concomitamment au graphique de la contraction mécanique, il a pu constater qu'il n'existe pas de rapport constant entre l'importance de la contraction mécanique et l'intensité de la variation électrique. La contraction faible du pouls alternant peut donner un électrocardiogramme plus compliqué, plus long et aux oscillations plus amples que la contraction forte, alternance discordante. Dans d'autres cas, le rapport entre phénomènes mécanique et électrique est inverse, alternance concordante. Parfois à l'alternance concordante succède une alternance discordante.

M. H. Fredericq a pu faire les mêmes observations, mais beaucoup moins fréquemment, sur des lambeaux prélevés à la musculature des oreillettes. Ses constatations permettent d'écarter dès maintenant certaines explications du pouls alternant. Elles sont une contribution intéressante à la connaissance de ce phénomène.

Dans leur ensemble, les cinq mémoires de M. H. Fredericq apportent à la physio-pathologie du cœur un certain nombre de données objectives nouvelles, observées avec beaucoup de méthode, clairement exposées et interprétées avec une rigueur toute scientifique.

Le premier commissaire propose de décerner le Prix Gluge à M. H. Fredericq. »

—

Rapport de M. Vanlair, deuxième commissaire.

« Je partage en tous points l'opinion de mon collègue M. Nolf, premier commissaire. J'estime comme lui que l'ensemble des travaux soumis par M. Henri Fredericq au jury désigné par la

Classe pour la collation du Prix Gluge répond d'une façon complète aux conditions formulées dans le règlement du concours et que le prix entier doit lui être décerné. »

Le troisième commissaire, M. Victor Willem, se rallie à l'opinion de ses collègues.

— Conformément à ces conclusions, le prix est décerné à M. Henri Fredericq, assistant à l'Université de Liège.

M. Vanlair félicite M. Léon Fredericq du succès de son fils.

M. Fredericq remercie.

RAPPORTS.

La Classe entend les rapports de :

1° MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte sur le rapport de M. V. Willem, titulaire d'une table d'études à la Station zoologique de Naples en 1912. — Les avis très élogieux des trois commissaires seront transmis à M. le Ministre des Sciences et des Arts;

2° MM. Lameere et Willem (*Fauna rotatoria sarda*, par Pasquale Mola). — Restitution à l'auteur.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

—

ASTRONOMIE. — Détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et d'Uccle,

par G. LECOINTE, correspondant de l'Académie.

Une détermination de la différence de longitude entre Paris et Uccle venant d'être effectuée, il nous a semblé opportun, à M. Baillaud, directeur de l'Observatoire de Paris, et à nous, d'en faire connaître les résultats, simultanément à l'Académie des sciences de Paris et à l'Académie royale de Belgique, par la présentation d'une note dont la rédaction a été confiée à M. Renan, astronome chef du Service méridien de l'Observatoire de Paris, qui a conduit l'ensemble des travaux relatifs à cette détermination.

Je propose à la Classe des sciences de décider l'impression, dans son *Bulletin*, de la note de M. Renan.

En 1912, on ne connaissait la différence de longitude entre Uccle et Greenwich que d'une façon indirecte et peu précise, car on ne disposait que des données suivantes :

I. — Différence de longitude entre Greenwich et Bruxelles ⁽¹⁾, mesurée en 1853 : $17^m28^s,9$.

II. — Différence de longitude entre Berlin et Bruxelles ⁽²⁾, mesurée en 1857 : $36^m06^s,37$.

III. — Différence de longitude entre Uccle et Bruxelles ⁽³⁾, mesurée en 1890-1891 : $-1^s,97$.

⁽¹⁾ *Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles*, t. XII. Bruxelles, 1857, et *Mémoires de la Société royale astronomique de Londres*, t. XXIV.

⁽²⁾ *Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles*, t. XIII. Bruxelles, 1861, et *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Berlin*, 1858.

⁽³⁾ *Annales de l'Observatoire royal de Belgique* (nouvelle série), *Annales astronomiques*, t. VII. Bruxelles, 1896.

IV. — Différence de longitude entre Uccle et Bruxelles ⁽¹⁾, mesurée sur la Carte de l'État-major belge : — 2^s,344.

V. — Différence de longitude entre Potsdam et Greenwich ⁽²⁾ ⁽³⁾, mesurée en 1903 : 52^m16^s,062.

VI. — Différence de longitude entre Berlin et Potsdam ⁽²⁾ ⁽⁴⁾, mesurée en 1890-1891-1893 : 4^m18^s,733.

VII. — Différence de longitude entre Paris et Uccle, mesurée approximativement au début de 1912, par l'observation des signaux radiotélégraphiques rythmés émis à la Tour Eiffel : 8^m5^s,2.

VIII. — Différence de longitude entre Paris et Greenwich ⁽²⁾ ⁽⁵⁾, mesurée en 1902 : 9^m20^s,932.

IX. — Différence de longitude entre Bruxelles et Leiden ⁽⁶⁾, mesurée en 1868 : — 27^s,44.

X. — Différence de longitude entre Leiden et Greenwich ⁽⁴⁾, déduite de diverses autres mesures : 17^m56^s,149.

En combinant les mesures III et I, on trouvait pour la différence cherchée :

$$G_1 = 17^m26^s,93.$$

III, II, V et VI, on avait :

$$G_2 = 17^m26^s,455.$$

III, IX et X, on obtenait :

$$G_3 = 17^m26^s,739.$$

(1) Triangulation de premier ordre, faite, en 1906, par la section géodésique de l'Institut cartographique militaire, pour rattacher le nouvel Observatoire au réseau primaire de la triangulation du Royaume.

(2) Cette donnée est corrigée de la compensation proposée par TH. ALBRECHT, *Astronomische Nachrichten*, n° 3993, de 1905.

(3) *Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes*. Berlin, 1904.

(4) *Idem.* Berlin, 1905.

(5) *Annales de l'Observatoire de Paris*, Mémoires, t. XXVI. Paris, 1910.

(6) *Annalen der Sternwarte in Leiden*, II. Band, 1870.

VII et VIII, on avait approximativement :

$$G_4 = 17^m 26^s, 4.$$

Et ces nombres devenaient respectivement :

$$G'_1 = 17^m 26^s, 556,$$

$$G'_2 = 17^m 26^s, 081,$$

$$G'_3 = 18^m 26^s, 365,$$

si on introduisait dans les trois premières combinaisons prémentionnées la mesure IV au lieu de la mesure III.

Les écarts existant entre ces valeurs de G n'ont d'ailleurs rien qui doive étonner, si on se rappellè les méthodes employées pour l'obtention des anciennes différences de longitude. En effet, en 1853, les observateurs n'avaient pu faire usage que de la méthode « de l'œil et de l'oreille »; en 1857, on avait transporté, au moyen de chronomètres, le temps de l'Observatoire de Berlin au Bureau des télégraphes de cette ville, où se faisaient les signaux et où le bruit de la transmission des autres dépêches produisait un trouble inévitable; enfin les observations de 1890-1891 avaient été réalisées au milieu d'un ensemble de circonstances plutôt défavorables.

Les avis étaient très partagés sur la valeur relative des mesures I, II et IX; c'est ainsi que M. Th. Albrecht ⁽¹⁾ attachait plus de poids à la mesure IX qu'aux deux autres, et cependant la valeur de la longitude G'_2 déduite de II est celle qui se rapproche le plus de la réalité, ainsi que le démontre le résultat final obtenu en 1912 (cette concordance est probablement due à une simple compensation des erreurs).

Cet état de choses étant préjudiciable aux travaux de notre établissement qui, notamment, collabore à l'observation des étoiles fondamentales conformément à un programme arrêté de commun accord avec divers autres Observatoires, il devenait

(1) Avis personnel communiqué par M. Th. Albrecht à M. Lecoqte, le 14 février 1913.

urgent de procéder à une nouvelle détermination de la longitude d'Uccle par rapport à l'un des méridiens fondamentaux.

Certes, il eût été logique d'effectuer cette détermination directement entre Uccle et Greenwich, dont le méridien est en fait adopté universellement aujourd'hui comme premier méridien, mais, convaincus que nous arriverions pratiquement à un résultat aussi précis en passant par l'intermédiaire de l'Observatoire de Paris ⁽¹⁾, nous saisismes une occasion particulièrement avantageuse qui se présenta à nous en 1912 : le Bureau des longitudes et l'Observatoire de Paris mettaient gracieusement à notre disposition une des deux lunettes méridiennes, avec micromètre impersonnel, dont on venait de faire usage pour la détermination de la différence de longitude Paris-Bizerte, et le Service géographique de l'armée consentait, de son côté, à émettre, à la Tour Eiffel, des battements pendulaires radiotélégraphiques pour la comparaison des pendules par la méthode des coïncidences.

D'ailleurs, en supposant même que, par la suite, une nouvelle détermination de la différence de longitude entre Paris et Greenwich apporte une correction à la valeur trouvée en 1902, cette correction sera incontestablement *très petite* et l'on pourrait, sans aucune complication, en tenir compte ultérieurement dans la valeur adoptée pour Uccle.

La différence de longitude $8^{\text{m}}5^{\text{s}},122$ qui vient d'être observée entre Paris et Uccle, combinée avec la différence de longitude $9^{\text{m}}20^{\text{s}},932$, déterminée en 1902 entre Paris et Greenwich, donne pour *longitude du centre du cercle méridien de Repsold d'Uccle* : $17^{\text{m}}26^{\text{s}},054$ Est de Greenwich.

Cette valeur concorde très sensiblement avec celle qui avait été obtenue, au début de 1912, par la simple réception des signaux rythmés émis à la Tour Eiffel.

Le compte rendu détaillé des travaux relatifs à la récente

(1) Dont la différence de longitude avec Greenwich avait été observée en 1902 avec tout le soin désirable.

détermination de la différence de longitude entre Paris et Uccle sera incessamment publié dans les *Annales de l'Observatoire royal de Belgique*; MM. Renan, Viennet et Delporte ⁽¹⁾ en rédigeant actuellement le manuscrit. Nous désirons toutefois ne pas attendre l'impression de ce travail pour remercier chaleureusement les autorités françaises du concours qu'elles nous ont prêté à cette occasion. Nos remerciements s'adressent tout particulièrement à M. Baillaud, directeur de l'Observatoire de Paris, au Bureau des longitudes ⁽²⁾, à MM. Renan, astronome chef de service, et Viennet, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris, au général Bourgeois, chef du Service géographique de l'armée française, et au commandant Ferrié, chef du Service radiotélégraphique de la Tour Eiffel.

Nous exprimons enfin notre gratitude aux Administrations des télégraphes de France et de Belgique, qui ont mis à la disposition des observateurs tous les moyens utiles aux transmissions de signaux et leur ont ainsi permis de comparer les résultats obtenus par la télégraphie sans fil et par la télégraphie avec fil, à l'aide d'expériences analogues à celles qui furent effectuées, à courte distance, en 1906, entre Potsdam et la Station de Brocken ⁽³⁾.

(1) La participation belge à cette détermination a été exclusivement assurée par M. Delporte, astronome adjoint, secondé par un aide.

(2) Présidé, en 1912, par M. Bigourdan, astronome à l'Observatoire de Paris, membre de l'Institut, et actuellement sous la présidence de M. Baillaud.

(3) *Veröffentlichung des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes*. Berlin, 1907.

BIOLOGIE. — **Les ovules et les cellules vitellines
des Crustacés Entomostracés,**

par VICTOR WILLEM, membre de l'Académie, et L. DE WINTER,
étudiant en médecine.

Dans un travail qui est actuellement à l'impression ⁽¹⁾, l'un de nous a montré que les cellules vitellines de l'ovaire des Collembolés sont simplement des ovules abortifs. De la zone germinative partent, pour chaque ponte, des cordons linéaires d'oocytes, dont l'un devient un ovule, tandis que les autres dégénèrent et sont absorbés par lui ou par ses semblables. Un cordon est constitué, en moyenne, par une douzaine d'oocytes, et celui d'entre eux qui devient un ovule doit ce privilège, non à une structure particulière, mais à une localisation plus avantageuse au point de vue nutritif; ce n'est pas un oocyte déterminé morphologiquement d'avance, qui poursuit seul, avec succès, son évolution progressive, mais celui des éléments, situé à l'un des points saillants du cordon contourné, que la croissance de celui-ci amène à la périphérie de la cavité ovarique, plus près de l'hémocèle ambiant.

Il n'y a donc pas, chez les Collembolés, de prédestination des divers oocytes, comme c'est le cas chez le Dytique et probablement d'autres Insectes Ptérygotes; et l'ovaire des Collembolés est, à ce point de vue, moins évolué que les ovaires méroïstiques étudiés jusqu'à présent, où une division différentielle ⁽²⁾ partage, de façon précoce, les oogonies en deux

⁽¹⁾ L. DE WINTER, Recherches sur l'ovaire des Podures. (*Archives de biologie*, vol. XXVIII, 1912.)

⁽²⁾ P. DEBAISIEUX, Les débuts de l'ovogenèse dans le *Dytiscus marginalis*. (*Cellule*, t. XXV, 1909.)

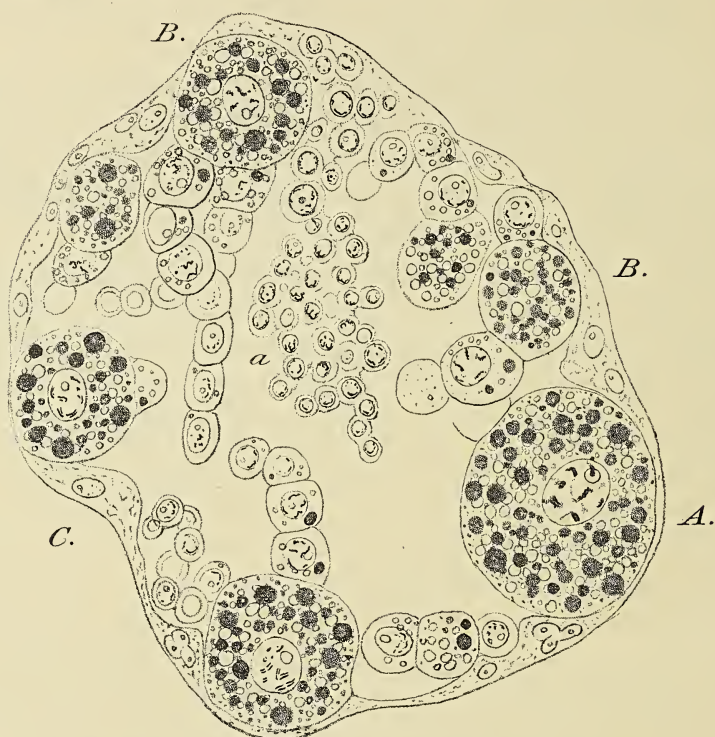
groupes : les futurs ovules d'une part, et, d'autre part, les futures cellules vitellines qui, semble-t-il, ont acquis secondairement la fonction de coopérer activement à la nutrition des premiers.

Notre attention avait été attirée, par le *Traité d'embryologie des Invertébrés* de Korschelt et Heider, sur des ovaires d'Annélides et de Copépodes, où divers observateurs ont signalé l'existence de séries linéaires persistantes d'oocytes, et dont les représentations nous faisaient soupçonner une répartition superficielle des ovules, pouvant avoir la même signification déterminante que chez les Collembles. Nous avons débuté par l'étude de *Doropygus* (*Notopterophorus*) *gibber* Thor., au moyen de matériaux rapportés de Naples par l'un de nous.

Chez ce Copépode, les cavités des ovaires contiennent ordinairement, pressés les uns contre les autres, de nombreux cordons cellulaires, généralement fort contournés et allongés surtout dans le sens de la longueur de l'animal; on peut estimer, sur des coupes, à 20 ou 30 le nombre des éléments dont ils sont formés; mais Giesbrecht ⁽¹⁾ en a compté jusque 100 chez certains *Notopterophorus*. Tous sont semblables aux stades les moins développés où nous les avons observés. Mais, dans la suite, certains oocytes se différencient des autres : leur volume croît plus rapidement, leur cytoplasme se charge de granulations deutoplasmiques, grasseuses et albuminoïdes. Ce sont tous des éléments distribués à la périphérie de la cavité; et, à certain stade, les coupes des poches génitales montrent, comme chez les Collembles, les futurs ovules appliqués contre l'épithélium pariétal; à leur face interne se trouvent accolés un ou plus souvent deux tronçons de cordons, témoignant, conjointement d'ailleurs avec la structure des noyaux dont il ne sera pas question ici, que l'oocyte privilégié est de rang quelconque

(1) W. GIESBRECHT, Beiträge zur Kenntnis einiger Notodelphyiden. (*Mitteilungen aus der zoologischen Station zu Neapel*, 1882, Bd III.)

dans la série ⁽¹⁾. Les oocytes adjacents n'ont guère dépassé le développement moyen des éléments du cordon, mais ils doivent à leur séjour dans la région périphérique, privilégiée au point de vue nutritif, un volume un peu supérieur et l'acquisition de quelques globules de deutoplasme.



Coupe transversale d'un sac ovarique de *Doropygus gibber*.

A. Oocyte-ovule, avec ses granulations deutoplasmiques, grassieuses et albuminoïdes.

B. Sommets de chaînons coudés en V.

C. Paroi du sac ovarique.

a. Amas d'oocytes à développement ralenti.

⁽¹⁾ Giesbrecht, qui a publié en 1882 une étude très soignée de l'ovaire des *Notopterophorus*, observe aussi que les ovules n'occupent pas dans le cordon une position déterminée; il figure (t. XXIII, fig. 14) un cordon en W, où deux éléments placés à des angles deviennent des ovules; mais il n'a pas remarqué la cause déterminante de cette spécialisation de certains oocytes.

L'accroissement des oocytes pariétaux finit par isoler de la paroi les tronçons centraux, dont les éléments cessent de croître et dégénèrent. Nous n'avons pas constaté sur nos préparations, qui ne comportent pas les stades précédant immédiatement la ponte, de phagocytose de ces cellules par les gros oocytes; nous n'avons pas vu jusqu'à quel point elles dégénèrent avant d'être — si elles persistent jusque-là — entraînées mécaniquement par l'expulsion des œufs. — Les éléments d'une ponte suivante se développent aux dépens d'amas d'oocytes jeunes, restés attachés à la paroi et représentant l'équivalent de la zone germinative des Collemboles.

L'ovaire de *Doropygus* est donc très analogue à l'ovaire méroïstique des Collemboles; une utilisation moins avantageuse des œufs abortifs en fait peut-être un exemple moins évolué. Le phylum des Copépodes comprend, d'autre part, des formes plus archaïques sous ce rapport.

Chez certains Copépodes, en effet, comme *Cyclops*, *Canthocamptus*, *Diaptomus*, les auteurs ⁽¹⁾ ne décrivent pas de « cellules nutritives »; toutes les oogonies peuvent devenir des œufs : l'ovaire est du type qu'on dénomme, chez les Insectes, panoïstique. On doit considérer cet aspect de l'ovaire comme plus archaïque que la structure que nous avons décrite chez *Doropygus*.

Les cytologistes qui se sont adressés à des Copépodes pour l'étude des phénomènes de l'ovogenèse n'ont pas rencontré encore, à notre connaissance du moins, d'ovaires méroïstiques analogues à ceux du Dytique, où les oogonies subissent une

(1) V. HAECKER, Die Eibildung bei *Cyclops* und *Canthocamptus*. (*Zoologische Jahrbücher* (Morph.), Bd V, 1892.) — Die Vorstadien der Eireifung. (*Archiv für mikroskopische Anatomie*, Bd XLV, 1895.)

P. LERAT, Les phénomènes de maturation dans l'ovogenèse et la spermatogenèse du *Cyclops strenuus*. (*Cellule*, t. XXII, 1905.)

H. MATSCHECK, Ueber Eireifung und Eiablage bei Copepoden. (*Archiv für Zellforschung*, Bd V, 1910.)

division différentielle qui fixe une divergence dans les destinées des cellules filles. Mais si cette prédestination n'est pas connue dans le phylum des Copépodes, elle existe vraisemblablement, malgré que ses origines n'aient pas été décrites, dans d'autres phylums de Crustacés, les Cladocères ⁽¹⁾ et les Phyllopoques ⁽²⁾.

Chez *Sida cristallina*, de la zone germinative, terminale, partent, en une file simple qui occupe toute la largeur de l'organe, des groupes constitués par quatre oocytes, certainement de même origine. De ces quatre oocytes, un seul devient un œuf : le troisième (très exceptionnellement le deuxième) compté à partir du sommet de l'ovaire. Les autres deviennent des « cellules nutritives » qui sont absorbées par la cellule privilégiée.

Dans le même groupe des Cladocères, cet avortement des trois quarts des éléments d'un même groupe existe même chez les formes où l'œuf est petit et pauvre en vitellus; et dans les cas d'œufs riches en vitellus, comme les œufs d'hiver de *Leptodora* et autres, où la formation d'un œuf exige le sacrifice de plus de quatre cellules, c'est un nombre plus ou moins grand de groupes complets (une douzaine chez *Moina*) qui dégénèrent et servent uniquement à la nutrition de l'oocyte d'une tétrade privilégiée.

Chez *Apus* aussi, chaque ovule absorbe, pendant son développement, les trois cellules nutritives qui constituent avec lui un follicule globuleux de l'ovaire. Ovule et cellules nutritives se différencient non seulement par l'aspect de leur cytoplasme, mais aussi, très tôt semble-t-il, par la structure de leurs noyaux. Et ce qui marque encore qu'il s'agit là d'une différenciation précoce, promptement indépendante des conditions exté-

(1) A. WEISMANN, Beiträge zur Naturgeschichte der Daphnoïden. (*Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie*, Bd XXVIII, 1877.)

(2) H. LUDWIG, Die Eibildung im Thierreiche. (*Arbeiten aus dem zoologischen Institut zu Würzburg*, Bd I, 1874.)

rieures de nutrition, c'est que l'ovule, dès un certain stade, ne paraît pas plus en contact avec l'hémocèle que les trois autres cellules du même follicule; c'est que, pendant tout un temps, il présente même un volume moindre que ces trois autres éléments.

Une proportion dans le nombre des éléments qui évoluent dans deux sens différents, et une régularité dans l'agencement aussi précises que celles qu'on signale chez les Cladocères et chez *Apus* ⁽¹⁾, font entrevoir l'existence d'une division différentielle des oogonies, consacrant définitivement une divergence, fixée par l'hérédité, dans les destinées de deux sortes d'éléments. On n'en a point signalé les aspects; mais on décrit dans un autre phylum de Crustacés, chez *Cypris*, un Ostracode, des différences nucléaires qui en sont probablement la trace.

Beaucoup d'Ostracodes ont un ovaire panoïstique; mais chez les Cypridines, d'après G. W. Müller ⁽²⁾, une partie des oocytes avortent dans la plupart des formes, et cela sans servir ultérieurement à la nutrition des ovules.

Et d'après Woltereck ⁽³⁾, chez *Cypris*, les oocytes se différencient, après le stade synapsis, en deux types de cellules dont les noyaux présentent des chromosomes respectivement bâtonnoïdes et globuleux (fig. 3, Taf. XIX); les premières deviennent des ovules; les secondes (Nährzellen) ne s'accroissent pas et dégénèrent. Woltereck n'a pas décrit le mode de leur disparition.

(1) Chez d'autres Phyllopoïdes [A. BRAUER, Ueber das Ei von *Branchipus Grubii* von der Bildung bis zur Ablage (*Abhandl. Berl. Acad.*, 1892)], la disposition des éléments de l'ovaire n'a pas semblable régularité; il en résulte qu'il est difficile de vérifier si le nombre des cellules nutritives, satellites d'un ovule, est le même pour tous: semblable égalité n'est que probable pour Brauer et, en tout cas, la proportion des cellules nutritives vis-à-vis des ovules dépasse le rapport 4 : 1. — Il est difficile de juger, avec les éléments qu'on possède, si ce stade de *Branchipus* est plus ou moins spécialisé que celui de *Apus*.

(2) G. W. MÜLLER, Die Ostracoden des Golfes von Neapel. (*Fauna und Flora* .. Bd XXI, 1894, p. 151, Taf. 40.)

(3) R. WOLTERECK, Zur Bildung und Entwicklung des Ostrakoden-Eies. (*Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie*, Bd LXIV, 1898.)

Pour autant que nous ayons pu en juger jusqu'à présent, les ovaires des Malacostracés présentent une homogénéité de structure plus grande, tout au moins en apparence : ils sont généralement panoïstiques, c'est-à-dire que les œufs, malgré qu'ils sont chargés de beaucoup de vitellus et souvent volumineux, sont nourris par l'épithélium pariétal de l'ovaire. La surface et le développement de celui-ci suivent le nombre et l'importance des œufs d'une ponte.

En résumé, on peut reconnaître dès à présent, dans le phylum des Crustacés, des évolutions du mode de nutrition des ovules analogues à celles dont l'étude a suscité tant de beaux travaux chez les Insectes : il sera intéressant de comparer plus en détail ces deux évolutions parallèles.

MÉCANIQUE STATISTIQUE. — Sur la répartition ergodique,

par TH. DE DONDER (*).

Dans la première partie de cette note, nous démontrons un théorème qui comprend les résultats de Boltzmann et de Maxwell, relatifs à la répartition d'états stationnaires *ergodiques*.

La seconde partie a pour but de montrer, d'une manière purement analytique, l'identité de cette répartition ergodique et de la distribution *microcanonique* introduite, par Gibbs, dans la mécanique statistique.

Invariant intégral sur une variété invariante.

1. DÉFINITION. — Considérons les équations différentielles

$$(1) \quad \frac{dx_1}{X_1} = \dots = \frac{dx_m}{X_m} = dt,$$

où $X_1 \dots X_m$ sont des fonctions continues et uniformes de $x_1 \dots x_m$ et de la variable indépendante t . Soient $\varphi_1 \dots \varphi_x$, α invariants de (1) ; par hypothèse, les équations

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = \varphi_1^\times \\ \vdots \\ \varphi_x = \varphi_x^\times \end{array} \right.$$

pourront être résolues par rapport à $x_1 \dots x_x$, par exemple, en

(*) Présenté par MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et A. Demoulin.

fonction des autres variables; $\varphi_1^\times \dots \varphi_\alpha^\times$ sont des constantes numériques. Nous dirons que les équations (2) définissent, dans l'espace des $x_1 \dots x_m$, une variété invariante $V_{m-\alpha}$.

Considérons, enfin, une intégrale β - uple

$$(3) \quad \int \sum_{i_1 \dots i_\beta} N_{i_1 \dots i_\beta} dx_{i_1} \dots dx_{i_\beta} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha + \beta \leq m \\ i_1, \dots, i_\beta = 1 \dots m, \end{array} \right\}$$

où $\sum_{i_1 \dots i_\beta}$ indique une sommation étendue à toutes les combinaisons différentes de $1 \dots m$ pris β à β ; les $N_{i_1 \dots i_\beta}$ sont des fonctions continues et uniformes de $x_1 \dots x_m$ et t . Remplaçons $x_1 \dots x_\alpha$ par les fonctions déduites des équations (2); l'intégrale (3) devient

$$(4) \quad \int \sum_{i_1 \dots i_\beta} [N_{i_1 \dots i_\beta}] \delta[x_{i_1}] \dots \delta[x_{i_\beta}],$$

où les crochets servent à indiquer cette substitution de variables.

Si l'intégrale β - uple (4) est un *invariant* intégral de

$$(5) \quad \frac{dx_{\alpha+1}}{[X_{\alpha+1}]} = \dots = \frac{dx_m}{[X_m]} = dt,$$

où les crochets ont la même signification que dans l'expression (4), nous dirons que l'intégrale (3) est un *invariant intégral* de (1) sur la variété invariante (2). Grâce au théorème suivant, on verra que cette définition ne dépend pas du choix des variables par rapport auxquelles on résout les équations (2).

2. THÉORÈME. — Pour que l'intégrale (3) soit un invariant intégral de (1) sur la variété invariante (2), il faut et il suffit que

$$(6) \quad \int \sum_{i_1 \dots i_\beta} N_{i_1 \dots i_\beta} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_\beta} \delta \varphi_1 \dots \delta \varphi_\alpha$$

soit un invariant intégral $(\alpha + \beta)$ - uple de (1).

Démonstration. — Effectuons un changement de variables défini par les équations

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(x_1 \dots x_m t) = \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_\alpha(x_1 \dots x_m t) = \varphi_\alpha, \end{array} \right.$$

où les premiers nombres sont identiques aux premiers membres des équations (2); les nouvelles variables seront $\varphi_1 \dots \varphi_\alpha$
 $x_{\alpha+1} \dots x_m$.

Représentons par

$$(8) \quad \int \sum_{i_1 \dots i_\beta} \{N_{i_1 \dots i_\beta}\} \delta\{x_{i_1}\} \dots \delta\{x_{i_\beta}\}$$

ce que devient l'intégrale (3) après ce changement de variables dépendantes (*).

Les équations (1) deviennent :

$$(9) \quad \frac{dz_1}{0} = \dots = \frac{d\varphi_\alpha}{0} = \frac{dx_{\alpha+1}}{[X_{\alpha+1}]} = \dots = \frac{dx_m}{[X_m]} = dt.$$

Pour que l'intégrale (3) soit un invariant intégral sur la variété invariante (2), il faut et il suffit qu'en vertu des équations (9)

$$(10) \quad \frac{d}{dt} \sum_{i_1 \dots i_\beta} \{N_{i_1 \dots i_\beta}\} \delta\{x_{i_1}\} \dots \delta\{x_{i_\beta}\}$$

s'annule, quand, après la dérivation par rapport à t , on remplace les variations $\delta\varphi_1, \dots \delta\varphi_\alpha$ par zéro; pour s'en rendre compte, il suffira de considérer, dans (8), respectivement un terme renfer-

(*) Sur ce sujet, on pourra consulter mon travail : Sur les invariants intégraux relatifs et leurs applications à la physique mathématique. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1911.)

mant un au moins des $\delta\varphi_1, \dots \delta\varphi_\alpha$, puis un terme ne renfermant aucune de ces variations.

Donc il faut et il suffit que

$$(11) \quad \left(\frac{d}{dt} \sum_{i_1 \dots i_\beta} \{N_{i_1 \dots i_\beta}\} \delta\{x_{i_1}\} \dots \delta\{x_{i_\beta}\} \right) \delta\varphi_1 \dots \delta\varphi_\alpha \equiv 0,$$

car en multipliant (symboliquement) par $\delta\varphi_1 \dots \delta\varphi_\alpha$ nous faisons disparaître tous les termes qui, dans (10), renferment une de ces variations au moins.

Mais les conditions nécessaires et suffisantes (11), en vertu de

$$\frac{d}{dt} \delta\varphi_1 \equiv 0, \dots \frac{d}{dt} \delta\varphi_\alpha \equiv 0,$$

peuvent aussi s'écrire

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{i_1 \dots i_\beta} \{N_{i_1 \dots i_\beta}\} \delta\{x_{i_1}\} \dots \delta\{x_{i_\beta}\} \delta\varphi_1 \dots \delta\varphi_\alpha \right) \equiv 0;$$

en d'autres termes, il faut et il suffit que l'expression précédente écrite entre parenthèses soit un invariant intégral des équations (9).

Retournons aux anciennes variables dépendantes $x_1 \dots x_m$, et nous trouverons immédiatement le résultat énoncé dans le théorème à démontrer.

3. EXEMPLES. — Si dans le théorème précédent on suppose que $\alpha + \beta = m$, il faut et il suffit que

$$\sum_{i_1 \dots i_\beta} N_{i_1 \dots i_\beta} \frac{\partial(\varphi_1 \dots \varphi_\alpha)}{\partial(x_{i_{\beta+1}} \dots x_{i_m})}$$

soit un *multiplicateur* (de Jacobi) *des équations* (1). Dans l'expression précédente, on a supposé que les permutations

$i_1 \dots i_m$ sont toutes de même parité par rapport à la permutation initiale $1 \dots m$.

Si dans le théorème précédent on suppose que

$$\sum_i^m \frac{\partial X_i}{\partial x_i} \equiv 0$$

(équations canoniques, par exemple) et que φ est un invariant des équations (1),

$$(12) \quad \int \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^{-1} \delta x_1 \dots \delta x_{i-1} \delta x_{i+1} \dots \delta x_m$$

sera un invariant intégral $(m - 1)$ -uple de (1) sur la variété invariante $\varphi = \varphi^\times$; l'indice i représente un des nombres 1, 2, ... m .

Pour le démontrer, on remarquera que

$$\int \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^{-1} \delta x_1 \dots \delta x_{i-1} \delta x_{i+1} \dots \delta x_m \delta \varphi \equiv \pm \int \delta x_1 \dots \delta x_m.$$

Si dans le théorème précédent on suppose que M est un multiplicateur, et que φ et θ sont deux invariants (*) du système (1),

$$\int \frac{M}{\frac{\partial(\varphi, \theta)}{\partial(x_i, x_j)}} \delta x_1 \dots \delta x_{i-1} \delta x_{i+1} \dots \delta x_{j-1} \delta x_{j+1} \dots \delta x_m$$

sera un invariant intégral $(m - 2)$ -uple de (1) sur la variété

(*) Quand $M = 1$, voir : L. BOLTZMANN, Einige allgemeine Sätze über Wärme-gleichgewicht (*Sitzungsberichte Math. Naturwiss. Klasse Akademie. Wien*, 1874, pp. 679-741), et J. CLERCK-MAXWELL, On Boltzmann's Theorem on the average distribution of energie in a system of material points (*Transactions Cambridge Philos. Society*, vol. XII, 1879, pp. 547-570).

invariante $\varphi = \varphi^\times$, $\theta = \theta^\times$; i et j sont deux nombres différents pris parmi $1 \dots m$.

Pour que

$$\sum_i N_i \delta x_i$$

soit un invariant intégral de (1) sur la variété invariante $\varphi = \varphi^\times$, il faut et il suffit que

$$\sum_{ij} \left(N_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - N_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right) \delta x_i \delta x_j$$

soit un invariant intégral 2 - uple du système (1).

Répartition ergodique.

4. DÉFINITION. — Considérons les équations canoniques :

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dq_\lambda}{dt} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda} \\ \frac{dp_\lambda}{dt} = - \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_\lambda} \end{array} \right. \quad \lambda = 1 \dots n$$

les $2n$ variables $q_1 \dots q_n p_1 \dots p_n$ définissent, à chaque instant t , la *phase* du système étudié (un gramme de cuivre, par exemple); ε représente l'énergie totale de ce système; par hypothèse, ε est indépendant de t ; donc ε est un *invariant* des équations (13).

Considérons la variété invariante $\varepsilon = \varepsilon^\times$, où $\varepsilon^\times$ est une constante numérique; les équations canoniques (13) admettent l'*invariant intégral* (12)

$$(14) \quad C \int_A \frac{\delta q_1 \dots \delta q_n \delta p_1 \dots \delta p_{n-1} \delta p_{n+1} \dots \delta p_n}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}}$$

sur la variété invariante $\varepsilon = \varepsilon^\times$; le facteur C est une constante;

l'intégration est étendue à une variété A prise arbitrairement sur $\varepsilon = \varepsilon^\times$.

Si, à un instant t , le nombre des systèmes dont les phases se trouvent dans la variété A divisé par le nombre total des systèmes est donné par l'expression (14), la répartition des systèmes sera, par définition (*), *ergodique*; on aura donc

$$(15) \quad C \int_{\varepsilon = \varepsilon^\times} \frac{\delta q_1 \dots \delta q_n \delta p_1 \dots \delta p_{\lambda-1} dp_{\lambda+1} \dots \delta p_n}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}} = 1,$$

l'intégration étant étendue à toute la variété $\varepsilon = \varepsilon^\times$.

La répartition des systèmes restera *toujours* ergodique, puisque l'expression (14) est un invariant intégral sur la variété invariante $\varepsilon = \varepsilon^\times$, et, par hypothèse, on ne considère que les systèmes dont les phases satisfont à cette dernière équation.

Nous écrirons l'égalité (15) d'une manière plus abrégée (**):

$$(16) \quad C\omega(\varepsilon^\times) = 1.$$

Soit l'invariant intégral ou *extension en phase*

$$(17) \quad \int \delta q_1 \dots \delta q_n \delta p_1 \dots \delta p_n$$

des équations canoniques (13). Représentons par $V(\varepsilon)$ « l'extension en phase en dessous d'une certaine limite que nous appellerons ε ; autrement dit, l'intégration est étendue (les valeurs des coordonnées extérieures étant supposées constantes) à toutes les phases pour lesquelles l'énergie est plus petite que ε . Nous supposons que la valeur de cette intégrale n'est pas infinie, excepté pour une valeur infinie de la limite supérieure ε . $V(\varepsilon)$ est une fonction de ε (et des coordonnées extérieures) qui croît d'une manière continue avec ε et qui s'évanouit pour la valeur la plus

(*) L. BOLTZMANN, *Leçons sur la théorie des gaz*. Seconde partie, 1905, p. 90.

(**) PAUL HERTZ, Ueber die mechanischen Grundlagen der Thermodynamik. (*Annalen der Physik*, Bd XXXIII, 1910.) La présente note offre plusieurs points de contact avec cet intéressant mémoire.

petite possible de ε (Gibbs) » (*). Dans l'intégrale (17), introduisons la nouvelle variable ε au moyen de l'équation $\varepsilon(q_1 \dots q_n, p_1 \dots p_n) = \varepsilon$, et éliminons, par exemple, la variable p_λ ; l'intégrale (17) pourra s'écrire

$$\int \frac{\delta q_1 \dots \delta q_n \delta p_1 \dots \delta p_{\lambda-1} \delta \varepsilon \delta p_{\lambda+1} \dots \delta p_n}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}},$$

car le jacobien des nouvelles variables $q_1 \dots q_n, p_1 \dots p_{\lambda-1}, \varepsilon, p_{\lambda+1} \dots p_n$ par rapport aux anciennes se réduit à $\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}$.

Si la limite supérieure de l'énergie totale passe de ε à $\varepsilon + \delta\varepsilon$, la fonction $V(\varepsilon)$ subira un accroissement (positif, si $\delta\varepsilon$ est positif) qui pourra s'écrire

$$\delta V(\varepsilon) \equiv \delta\varepsilon \int \frac{\delta q_1 \dots \delta q_n \delta p_1 \dots \delta p_{\lambda-1} \delta p_{\lambda+1} \dots \delta p_n}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}};$$

à la limite $\delta\varepsilon$ s'évanouit, et l'on aura

$$(18) \quad \frac{\partial V(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \int \frac{\delta q_1 \dots \delta q_n \delta p_1 \dots \delta p_{\lambda-1} \delta p_{\lambda+1} \dots \delta p_n}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}}.$$

Gibbs (**) pose

$$\frac{\partial V(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \equiv e^{\Phi(\varepsilon)}.$$

Appelons de nouveau $\varepsilon^\times$ la limite supérieure considérée de ε ; en comparant les formules (15), (16) et (18), on voit que

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V(\varepsilon^\times)}{\partial \varepsilon^\times} \equiv \omega(\varepsilon^\times) \equiv \Phi(\varepsilon^\times) \\ C \equiv e^{\Phi(\varepsilon^\times)}. \end{array} \right.$$

(*) J. WILLARD GIBBS, *Elementary Principles in statistical Mechanics*. New York-London, 1902. Voir p. 87.

(**) *Ouvr. cité*, p. 88.

5. RÉPARTITION OU DISTRIBUTION MICROCANONIQUE. — D'après Gibbs (*), la valeur moyenne d'une fonction u est donnée par

$$(20) \quad \overline{u} \Big|_{\varepsilon^\times} \equiv e^{-\Phi(\varepsilon^\times)} \int_{\varepsilon=\varepsilon^\times} u e^{\Phi_p} \delta V_p,$$

quand la distribution des systèmes d'énergie totale $\varepsilon = \varepsilon^\times$ est microcanonique. Voici la signification des symboles employés dans l'expression (20) :

$$e^{\Phi_p} \equiv \frac{\partial V_p}{\partial \varepsilon_p}; \quad V_p \equiv \int \Delta_p^{\frac{1}{2}} \delta p_1 \dots \delta p_n,$$

où Δ_p est le discriminant de l'énergie cinétique ε_p , qui est une forme quadratique homogène de $p_1 \dots p_n$, dont les coefficients sont des fonctions de $q_1 \dots q_n$; l'intégration effectuée pour obtenir V_p suppose les $q_1 \dots q_n$ constants : elle est étendue à toutes les valeurs de $p_1 \dots p_n$ pour lesquelles l'énergie cinétique ε_p a une valeur inférieure à une certaine limite déterminée qui sera ici $\varepsilon^\times - \varepsilon_q$; en effet, $\varepsilon = \varepsilon_q + \varepsilon_p$, où ε_q est l'énergie potentielle; celle-ci ne dépend que de $q_1 \dots q_n$.

Dans l'intégrale V_p , éliminons la variable p_λ et introduisons la nouvelle variable ε_p grâce à la relation $\varepsilon_p(q_1 \dots q_n p_1 \dots p_n) = \varepsilon_p$; comme au numéro 4, on démontrera que

$$\frac{\partial V_p}{\partial \varepsilon_p} = \Delta_p^{\frac{1}{2}} \int \frac{\delta p_1 \dots \delta p_{\lambda-1} \delta p_{\lambda+1} \dots \delta p_n}{\frac{\partial \varepsilon_\lambda}{\partial p_\lambda}}.$$

Enfin, on a (**)

$$\delta V_q \equiv \Delta_p^{-\frac{1}{2}} \delta q_1 \dots \delta q_n.$$

Si l'on remarque que

$$\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial p_\lambda} \equiv \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda},$$

(*) GIBBS, p. 118.

(**) Idem, p. 89.

on conclura que l'expression (20) peut s'écrire

$$\overline{u} \Big|_{\varepsilon \times} \equiv e^{-\Phi(\varepsilon \times)} \int_{\varepsilon = \varepsilon \times} u \frac{\partial q_1 \dots \partial q_n \partial p_1 \dots \partial p_{\lambda-1} \partial p_{\lambda+1} \dots \partial p_n}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}};$$

en comparant cette expression aux formules (15) et (19), on voit immédiatement que la *répartition ergodique* est *identique* à la *distribution microcanonique*.

6. EXEMPLE. — Calculons la valeur moyenne de l'énergie cinétique ε_p dans un ensemble de systèmes distribués d'une manière microcanonique. On a

$$\varepsilon_p = \frac{1}{2} \sum_1^n \lambda \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial p_\lambda} p_\lambda,$$

d'où

$$\overline{\varepsilon_p} \Big|_{\varepsilon \times} = \frac{1}{2} e^{-\Phi(\varepsilon \times)} \int \partial q_1 \dots \partial q_n \int \sum_1^n \lambda (-1)^\lambda p_\lambda \partial p_1 \dots \partial p_{\lambda-1} \partial p_{\lambda+1} \dots \partial p_n.$$

Or ε_p est une forme quadratique *positive* de $p_1 \dots p_n$, donc l'équation $\varepsilon_p = \varepsilon^\times - \varepsilon_q$ définit dans l'espace des $p_1 \dots p_n$ une variété *fermée*; on a donc

$$\overline{\varepsilon_p} \Big|_{\varepsilon \times} = \frac{1}{2} n e^{-\Phi(\varepsilon \times)} \int_{\varepsilon = \varepsilon \times} \partial q_1 \dots \partial q_n \partial p_1 \dots \partial p_n = \frac{1}{2} n e^{-\Phi(\varepsilon \times)} V(\varepsilon \times),$$

ce qui est le résultat obtenu par Gibbs (*).

7. INTERPRÉTATION CINÉMATIQUE. — La répartition ergodique peut se justifier grâce à une interprétation cinématique (**) de

(*) *Ouvr. cité*, p. 419, formule 377.

(**) A. EINSTEIN, *Annalen der Physik*, 1903, 1904, 1910 et 1911. — L. S. ORNSTEIN, *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles*, 1911 et 1912.

la formule fondamentale (14) ; en effet, celle-ci peut s'écrire

$$c \int_{\lambda} \frac{\delta \sigma}{v},$$

où

$$\begin{aligned} v &\equiv \sum_1^n \left[\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial q_\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\equiv \sum_1^n \left[\left(\frac{dp_\lambda}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dq_\lambda}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

et où

$$\delta \sigma \equiv \delta q_1 \dots \delta q_n \delta p_1 \dots \delta p_{\lambda-1} \delta p_{\lambda+1} \dots \delta p_n : \frac{\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda}}{\left[\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial q_\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_\lambda} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}.$$

On voit immédiatement que v peut être considéré comme la *vitesse* du point-phase dans l'espace des $q_1 \dots q_n p_1 \dots p_n$, et que $\delta \sigma$ peut être assimilé à un élément $(2n - 1)$ - uple pris sur la variété $\varepsilon = \varepsilon^\times$; il est alors fort naturel de supposer qu'en un point de $\delta \sigma$ la densité en phase est inversement proportionnelle à v .

24 janvier 1913.

CHIMIE. — Détermination du poids atomique du calcium,

par W. OECHSNER DE CONINCK, associé de l'Académie (*).

Je me suis proposé de déterminer le poids atomique du calcium, en transformant un poids donné de carbonate de calcium en sulfate du même métal. J'ai employé un carbonate de calcium pur préparé avec des dissolutions de chlorure de calcium et de carbonate de sodium dont la pureté avait été soigneusement vérifiée, au préalable, au moyen du spectroscope.

Le précipité de carbonate de calcium a été lavé jusqu'à ce que le chlorure de sodium fût complètement éliminé. Les dernières eaux de lavage ne donnaient aucun trouble par le nitrate d'argent, même au bout de vingt-quatre heures.

Le précipité a été séché à 100° pendant trois heures, puis analysé par calcination :

Poids du précipité	= 4 ^{gr} 54;
Poids de CaO	= 0 ^{gr} 8629;
Poids de CaO calculé	= 0 ^{gr} 8630;
CaO %	= 99,98.

Le précipité de CO³Ca a été lavé, desséché à 100°, il a été traité par un acide sulfurique très pur et concentré.

Aussitôt que le dégagement de CO² avait cessé, la masse de sulfate de calcium était délayée dans l'alcool absolu, jetée sur un filtre taré, lavée avec le même alcool, desséchée à 100° et pesée.

J'ai fait cinq déterminations.

Soient p le poids de carbonate calcique et p' le poids de sulfate de calcium; le poids atomique est donné par l'équation

$$\frac{p}{p'} = \frac{x + 60}{x + 96}.$$

(*) Présenté par MM. Swarts et Crismer.
Institut de chimie, Montpellier.

Voici les résultats expérimentaux :

- I. $p = 0^{\text{gr}}3300$; $p' = 0^{\text{gr}}4486$. P. A. = 40,16
- II. $p = 0^{\text{gr}}2640$; $p' = 0^{\text{gr}}3590$. P. A. = 40,04
- III. $p = 0^{\text{gr}}3630$; $p' = 0^{\text{gr}}4935$. P. A. = 40,13
- IV. $p = 0^{\text{gr}}2541$; $p' = 0^{\text{gr}}3454$. P. A. = 40,19
- V. $p = 0^{\text{gr}}1524$; $p' = 0^{\text{gr}}2072$. P. A. = 40,11

La moyenne de ces cinq nombres est égale à 40,12. Le poids atomique du calcium a été récemment fixé à 40,08.

Montpellier, le 26 janvier 1913.

ASTRONOMIE. — Sur la méthode de Gauss-Gibbs pour la détermination des orbites des corps célestes. — Applications numériques à l'orbite de la petite planète 1911 NB,

par M. A. TEODOSIU (*).

Dans son *Grundriss der theoretischen Astronomie*, le Prof^r J. Frischauf, après avoir analysé les formules d'approximation que Gibbs donna pour les rapports des triangles : $n : n' : n''$, entrevit la possibilité de les introduire dans la méthode de Gauss et d'avoir ainsi, — dans une première détermination d'orbite, — en même temps que la facilité pratique de cette méthode, une plus grande convergence des éléments. Plus tard il exposa complètement cette modification dans sa brochure : *Die Gauss-Gibbssche Methode der Bahnbestimmung eines Himmelskörpers aus drei Beobachtungen*.

Elle consiste dans la substitution des expressions de Gibbs :

$$n = \frac{A(1 + B : r^3)}{1 - B' : r'^3} \quad n'' = \frac{A''(1 + B'' : r''^3)}{1 - B'' : r''^3}$$

dans la formule fondamentale de Gauss :

$$\frac{\rho'}{\cos \beta'} = c - b \frac{n}{n'} - d \frac{n''}{n'}$$

(*) Présenté par M. P. Stroobant.

ce qui donne

$$\frac{\rho'}{\cos \beta'} = c - \frac{(Ab + A''d)r'^3 + ABb(r' : r)^3 + A''B''d(r' : r'')^3}{r'^3 - B'}$$

qu'on peut écrire sous la forme

$$q' = D - \frac{C + S}{r'^3 - B'}$$

et dont la résolution conduit directement aux valeurs des distances géocentriques, en prenant d'abord $r = r' = r''$, ce qui correspond à la première hypothèse de S, et corrigeant successivement ces dernières valeurs.

Dans ce qui suit, nous nous sommes proposé d'appliquer simultanément la méthode de Gauss et celle de Gauss-Gibbs à une première détermination de l'orbite de la petite planète 1911 NB, dans trois cas différents : I. Les intervalles égaux chacun à vingt-cinq jours (lieux : 21 octobre, 15 novembre, 10 décembre 1911); II. Les intervalles inégaux, respectivement de vingt-trois et vingt-sept jours (lieux : 21 octobre, 13 novembre, 10 décembre 1911); III. Les intervalles inégaux respectivement de vingt-cinq et trente-deux jours (lieux : 21 octobre, 15 novembre, 17 décembre 1911); ce sont les cas qui se présentent généralement dans une première détermination d'orbite.

Grâce à cette modification, la méthode de Gauss-Gibbs est certainement moins laborieuse que celle de Gauss, parce que les différentes hypothèses qu'on y fait sont relatives seulement aux valeurs de S, donc aux rapports n , n'' , aux r et aux ρ ; on en déduit les lieux héliocentriques et la position de l'orbite, tandis que dans la méthode de Gauss tout le calcul doit être répété pour chaque hypothèse.

La convergence des valeurs des rayons vecteurs et des distances géocentriques, dans tous les cas traités, est plus grande dans la méthode de Gauss-Gibbs que dans celle de Gauss et dépend généralement de la grandeur, de la différence des intervalles et de l'exactitude de la détermination suivant les positions dont on se sert.

Ainsi, dans le premier cas traité, les intervalles étant égaux, deux hypothèses sur S nous conduisent aux mêmes valeurs que celles déterminées après deux hypothèses de Gauss. Mais la variation des valeurs d'une hypothèse à l'autre est plus grande dans la méthode de Gauss que dans celle de Gauss-Gibbs, ce qui signifie que, dans le calcul rapide d'une première détermination d'orbite, on peut déjà s'arrêter à la première hypothèse sur S — dans cette dernière méthode — sans être trop loin des éléments définitifs.

I

MÉTHODE DE GAUSS.				MÉTHODE DE GAUSS-GIBBS.			
	1 ^{re} hyp.	2 ^e hyp.	var.	1 ^{re} hyp.	2 ^e hyp.	var.	
r	0.448730	0.448684	— 46	0.448678	0.448684	+ 6	
r'	0.448167	0.448137	— 30	0.448130	0.448137	+ 7	
r''	0.447836	0.447812	— 24	0.447804	0.447812	+ 8	
n	9.701792	9.701790	— 2	9.701791	9.701790	— 1	
n''	9.699746	9.699761	+ 15	9.699761	9.699761	0	

Dans les deux autres déterminations, où les intervalles ne sont pas égaux, nous nous sommes arrêté également à deux hypothèses pour chaque méthode. On y voit la même grande convergence des valeurs dans la méthode de Gauss-Gibbs, de sorte que, dans certains cas, les valeurs obtenues après la première hypothèse sur S sont presque les mêmes que celles obtenues après deux hypothèses dans la méthode de Gauss.

II

MÉTHODE DE GAUSS.				MÉTHODE DE GAUSS-GIBBS.			
	1 ^{re} hyp.	2 ^e hyp.	var.	1 ^{re} hyp.	2 ^e hyp.	var.	
r	0.449319	0.449281	— 38	0.449269	0.449270	+ 1	
r'	0.448954	0.448925	— 29	0.448913	0.448915	+ 2	
r''	0.448782	0.448742	— 40	0.448732	0.448737	+ 5	
n	9.733505	9.733508	+ 3	9.733510	9.733509	— 1	
n''	9.665321	9.665330	+ 9	9.665328	9.665330	+ 2	

III

MÉTHODE DE GAUSS.				MÉTHODE DE GAUSS-GIBBS.			
	<u>1^{re} hyp.</u>	<u>2^e hyp.</u>	<u>var.</u>		<u>1^{re} hyp.</u>	<u>2^e hyp.</u>	<u>var.</u>
r	0.448890	0.448821	— 69		0.448823	0.448824	+ 1
r'	0.448461	0.448411	— 50		0.448400	0.448413	+ 13
r''	0.448257	0.448211	— 46		0.448181	0.448213	+ 32
n	9.752223	9.752229	+ 6		9.752227	9.752229	+ 2
n''	9.643523	9.643547	+ 24		9.643536	9.643546	+ 10

Dans les trois cas que nous avons traités, les intervalles entre la première et la dernière observation ne dépassent pas soixante jours, par conséquent — les valeurs de f étant très petites — les corrections des valeurs de r ou de q sont presque nulles, de sorte que dans ces cas cette correction n'est pas nécessaire.

Le calcul à 7 décimales des éléments du grand cercle 1-3 ne donne pas de grandes différences avec les valeurs analogues obtenues par un calcul à 6 décimales, quand les intervalles sont courts et surtout quand ils sont égaux. Ainsi dans le premier cas, la valeur de r'' converge en plus pour 7 décimales de 2 unités du sixième ordre. Toutefois, même en calculant à 6 décimales, l'augmentation de la convergence par la méthode de Gauss-Gibbs a lieu dans la même proportion.

ASTRONOMIE. — Résultats de la discussion des observations faites par MM. Delporte, astronome adjoint à l'Observatoire d'Uccle, et Viennet, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris, pour déterminer par la télégraphie sans fil la différence de longitude entre l'Observatoire royal de Belgique et l'Observatoire de Paris,

par M. HENRI RENAN, chef du Service des longitudes à l'Observatoire de Paris ⁽¹⁾.

Comme nous avons eu l'occasion de l'exposer à propos de la mesure de la différence de longitude entre Paris et Bizerte ⁽²⁾, un des grands avantages obtenus par l'emploi de la télégraphie sans fil, dans le genre de déterminations qui nous occupe, provient de la très remarquable simplicité des appareils nécessaires. En comparant entre elles les deux pendules par l'intermédiaire de battements produits par l'émission des ondes hertziennes, et susceptibles d'être perçus téléphoniquement dans chacune des deux stations, on supprime complètement toutes les complications provenant de l'enregistrement des signaux télégraphiques ordinaires.

On est donc tout naturellement conduit à penser que, désormais, dans les mesures de longitude, on devra s'adresser exclusivement à la télégraphie sans fil; les appareils d'émission et de réception dont nous avons fait usage dans la détermination précédente étaient assez simples pour qu'il n'ait pas paru nécessaire d'y apporter actuellement quelque modification.

Une détermination aussi importante que celle de l'angle des méridiens fondamentaux de Paris et d'Uccle nous a cependant paru une occasion favorable pour comparer entre elles les deux méthodes, et cela nous a forcément amenés à modifier un peu les

(1) Présenté par M. G. Lecointe.

(2) Voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences de Paris*, t. CXIII, p. 1211, séance du 11 décembre 1911.

procédés employés. Après entente entre les directeurs des deux Observatoires, le chef du Service des longitudes à l'Observatoire de Paris a été chargé d'étudier et de réaliser la transformation des appareils. En premier lieu, nous avons considérablement simplifié la table chronographique de Lœwy, de manière à n'admettre dans le relais polarisé que des courants de même intensité, suivant toujours dans le même sens le même chemin sur cette table. Ces courants n'étaient utilisés que comme courants primaires, destinés à fermer par leur action sur le relais un circuit secondaire unique, aboutissant à l'électro-aimant du chronographe, dont dépend la plume d'enregistrement des observations. Un courant électrique, absolument indépendant des autres, servait à l'enregistrement des secondes de la pendule. Enfin, en agissant sur un commutateur, on pouvait faire fermer le circuit primaire par l'action de la pendule elle-même, de manière à mesurer le retard de la plume des observations sur celle de la pendule.

Le procédé mis en pratique pour les observations stellaires était identiquement le même que la détermination de Paris-Bizerte : en chaque station était installée une petite lunette méridienne portative, avec micromètre automatique enregistreur de P. Gautier. Pour chaque étoile, l'instrument était retourné entre les deux parties de l'observation, de manière à éliminer la collimation, la valeur et les irrégularités du pas de la vis micrométrique, ainsi que l'inégalité des tourillons; dans chaque position de la lunette, on mesurait l'inclinaison de l'axe de rotation par un nivellement simple. Toutes ces observations étaient enregistrées par l'action du courant d'une pile locale, dont, par un rhéostat, on pouvait graduer l'intensité, mesurée par un milliampèremètre.

Au moment de l'échange des signaux télégraphiques par le jeu des commutateurs, on supprimait le courant de la pile locale et on le remplaçait par celui d'une des deux piles de ligne, placées l'une à Paris, l'autre à Uccle; on avait soin de donner à l'un et à l'autre de ces deux courants l'intensité de la pile

locale, en faisant usage du rhéostat et du milliampèremètre. Deux séries, de quarante signaux chacune, étaient envoyées alternativement d'Uccle à Paris et de Paris à Uccle; ces échanges avaient lieu le plus possible au milieu de la série d'observations.

Pour les comparaisons des pendules par la télégraphie sans fil, la méthode employée dans la détermination précédente n'ayant subi que de très faibles modifications, nous n'y insistons pas davantage.

Les observations ont été faites par M. Delporte, astronome adjoint à l'Observatoire royal de Belgique, et par M. Viennet, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris. Il avait été convenu que l'on ferait une première série d'observations avec M. Delporte, à Uccle, et M. Viennet, à Paris, cette série devant comprendre dix soirées complètes; on devait alors procéder à l'échange des observateurs pour une deuxième série de dix soirées.

Les positions des étoiles observées avaient été toutes empruntées au *General Preliminary Catalogue* de M. Lewis Boss, et il avait été convenu que, dans chaque soirée, les mêmes étoiles seraient prises par les deux observateurs.

La première série commune a été obtenue le 1^{er} mai 1912; malheureusement, les conditions atmosphériques absolument défavorables de l'été dernier ont rendu les opérations beaucoup plus longues et beaucoup plus pénibles qu'on aurait pu l'espérer. Malgré le très grand zèle des observateurs, la première série d'observations n'a été terminée que le 21 juin; la seconde série a été commencée le 26 juin pour être finie le 2 août. Neuf soirées complètes forment la première partie et onze soirées composent la seconde.

L'ensemble des appareils n'a donné lieu à aucune difficulté; ils ont toujours très régulièrement fonctionné; pourtant le 1^{er} mai, par suite de mauvaise disposition des lignes télégraphiques, nous n'avons pu utiliser les signaux de télégraphie ordinaire. Nous avons donc vingt déterminations par la télé-

graphie sans fil et dix-neuf seulement par la télégraphie ordinaire. Aucune différence d'équation personnelle ne pouvant être indiquée par les observations de la première et de la seconde partie, il nous a semblé inutile de donner séparément ici les résultats.

Pour calculer les poids des soirées individuelles, nous avons employé la formule de M. Albrecht.

Pour la différence de longitude entre les piliers de nos deux instruments méridiens, nous avons trouvé :

$8^m 4^s,965$ par la télégraphie sans fil,
 $8^m 4^s,954$ par la télégraphie ordinaire.

L'erreur moyenne d'une détermination de poids 1 est

$\pm 0^s,0245$ par la télégraphie sans fil,
 $\pm 0^s,0285$ par la télégraphie ordinaire.

Enfin l'erreur moyenne des résultats définitifs est

$\pm 0^s,0060$ par la télégraphie sans fil,
 $\pm 0^s,0071$ par la télégraphie ordinaire.

Le temps de transmission de l'électricité par fil entre Paris et Uccle a été trouvé égal à $0^s,008$.

Grâce à toutes les précautions prises pour éviter les causes d'erreurs systématiques, la concordance des deux résultats est tout à fait satisfaisante; la considération des erreurs moyennes montre que le procédé de comparaison des pendules est sensiblement plus précis par la télégraphie sans fil que par la méthode ordinaire.

Si nous adoptons $8^m 4^s,96$ pour valeur de la différence de longitude entre nos deux piliers, et si nous tenons compte de leurs distances aux méridiens adoptés dans les deux Observatoires, nous trouvons $8^m 5^s,12$ pour différence de longitude entre les méridiens fondamentaux de Paris et d'Uccle. (A Paris, la méridienne de Cassini; à Uccle, le centre du cercle méridien de Repsold.)

BIOLOGIE. — Un cas de parthénogenèse observé chez
un Diptère Tentipédide (« *Corynoneura celeripes* »
Winnertz),

par le Dr M. GOETGHEBUER (1).

Au début de l'été 1912, j'avais recueilli dans une mare des environs de Gand des larves de *Corynoneura celeripes* Win., dans le but d'étudier leurs métamorphoses; mais, distrait par d'autres occupations, je les abandonnai pendant plusieurs semaines, au laboratoire de zoologie de l'Université de Gand, dans un récipient fermé. Vers la mi-septembre, j'y trouvai éclos une trentaine d'insectes parfaits, qui, tous, étaient des femelles.

J'observai en même temps des pontes flottant à la surface de l'eau, au milieu de Lemnas. Une de ces pontes présentait, à côté d'œufs non encore développés, des embryons prêts à éclore et même des larves tout récemment écloses. Cette ponte, isolée dans un cristalliseur, me fournit une quarantaine de *Corynoneura*, dont le développement, en raison d'un accident, s'arrêta au stade des nymphes. Il me fut cependant aisé de constater, par l'observation des antennes et des appendices génitaux externes, que tous ces individus appartenaient au sexe femelle.

D'autre part, dans l'aquarium originel apparurent, le 28 octobre et les jours suivants, de nombreuses éclosions d'adultes, qui ne me présentèrent encore une fois que des individus femelles.

Et ces individus donnèrent des pontes qui, laissées dans les mêmes conditions, produisirent, le 14 février dernier, une nouvelle éclosion de dix individus, tous femelles. Ce qui porte

(1) Présenté par MM. Willem et Lameere.

à trois le nombre des générations parthénogénétiques successives observées.

Deux cas analogues sont, à ma connaissance, signalés déjà dans la famille des Tentipédides. Une première observation, due à O. v. Grimm, date de 1870 ⁽¹⁾. Cet auteur a constaté une parthénogenèse pédogénétique chez une nymphe de Chironomide. Au printemps, des nymphes, peu de temps après leur sortie du fourreau larvaire, émirent dans l'eau vingt à cinquante œufs, dont sortirent des larves après trois jours et demi environ; des exemplaires observés en automne donnèrent des imagos, susceptibles aussi, semble-t-il, de se reproduire parthénogénétiquement, car des œufs, qui leur furent prélevés artificiellement, se développèrent, mais beaucoup plus lentement et plus difficilement. Malheureusement, l'espèce n'a pas été identifiée et les figures qui accompagnent le mémoire ne permettent pas de déterminer avec certitude la forme chez laquelle le phénomène a été décrit; cependant, quelques caractères figurés, comme le développement des saillies antennaires chez la larve, la présence de productions épineuses aux angles distaux du pénultième segment abdominal et les soies natatoires du dernier segment chez la nymphe, la pubescence de la surface alaire chez l'imago, font soupçonner une espèce du genre *Tanytarsus*.

Un autre exemple est cité par le Dr J. Zavrel ⁽²⁾ : les nymphes d'un *Tanytarsus* pondirent des œufs dont sortirent des larves, que l'auteur éleva pendant plusieurs générations; le même naturaliste signale, outre ce cas de pédogenèse, un cas de parthénogenèse chez une autre espèce du même genre *Tanytarsus*.

(1) O. v. GRIMM, Die ungeschlechtliche Fortpflanzung einer Chironomus-Art und deren Entwicklung aus dem unbefruchteten Ei. (*Mémoires de l'Académie impériale des sciences de Saint-Petersbourg*, 7^e série, t. XV, 1870.)

(2) Dr JAN ZAVREL, Pædogenese a parthenogenese u Tanytarsa. *Acta Soc. entom. bohem.*, 1907 (d'après *Zeitschrift für wissenschaftliche Insektenbiologie*, 15. Dec. 1912.

La reproduction des *Corynoneura* est normalement sexuée. Je ne vois pas les causes déterminantes des cas de parthénogenèse répétée que j'ai observés. Ce n'est pas l'époque tardive de la reproduction, facteur qui ne pourrait d'ailleurs s'invoquer que pour la première génération, car on rencontre des mâles de *Corynoneura celeripes* à l'arrière-saison, et j'ai pu, d'autre part, assister à l'éclosion d'exemplaires des deux sexes provenant de nymphes récoltées en septembre dans l'étang d'Overmeire. S'agit-il d'une variété parthénogénétique de l'espèce, ou, au contraire, la cause de l'anomalie, momentanée, résiderait-elle dans des conditions du milieu, bien difficiles à définir, où j'ai élevé mes échantillons? Je ne le sais pas actuellement et chercherai à l'élucider.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Lameere (Aug.). Revision des Prionides. Étude de zoologie systématique et de géographie animale. 2^e partie : Megopis, Dérancistrines, Prionines, Anacolines. Addenda et corrigenda. Bruxelles, 1909-1912, in-8° (188 p.).

Lohest (Max.). Expériences de tectonique. Liège, 1913; in-8° (39 p., grav.).

BRUXELLES. *Ministère des Colonies*. Annales du Musée du Congo belge. Botanique, série V, tome III, fasc. 3. Flore du Bas- et du Moyen-Congo. Études de systématique et de géographie botaniques. (Em. de Wilde-
man.) In-4°, 1912.



Foveau de Courmelles. L'Année électrique, électrothérapique et radiographique. Revue annuelle des progrès électriques en 1912. 13^e année, Paris, 1913; in-16 (340 p.).

BOLOGNE. *Université*. Onoranze a Giovanni Capellini nel 50^o anniversario del suo insegnamento nell' Università di Bologna, 1912; in-4°.

Oosterhuis (E.). Over het peltiereffect en de thermoketen ijzerkwikzilver. Groningue, 1911 ; in-8° (33 p., pl.).

Elte (E. L.). The semiregular Polytopes of the Hyperspaces. Groningue, 1912 ; gr. in-8° (136 p. fig.).

SAINT-PÉTERSBOURG. *Université* OEuvre de Korkine, I. 1911.

— *Wissenschaftliche-praktische Murman-Expedition*. Bericht über die Tätigkeit pro 1903. (L.-L. Breitfuss.) 1912 ; in-4°.

COPENHAGUE. *Conseil permanent international pour l'exploration de la mer*. Publications de circonstance, n° 62 : Preservation of samples and quantitative Determination of the Plankton. (H.-H. Grau.) 1912. — N° 63 : An investigation into the methods of Growth Determination in fishes. (Rosa M. Lee.) 1912.

— Bulletin statistique des pêches maritimes des pays du nord de l'Europe. Volume IV pour l'année 1909 ; in-4°, 1912.

— Rapports et procès-verbaux des réunions. Volume XIV, juillet 1910-juillet 1911) (La réunion du Conseil en avril 1912 y comprise), in-4°, 1912.

— Bulletin planktonique (année 1908-1911). (C.-H. Ostenfeld.) In-4°, 1912.

— Bulletin hydrographique (juillet 1910-juin 1911), in-4°, 1912.



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 1^{er} mars 1913.

Félicitations à M. P. Pelseneer, lauréat du Prix décennal des sciences zoologiques. — M. Pelseneer fait part de son intention de fonder un Prix perpétuel. — Remerciements de M. Vanlair pour les félicitations de l'Académie à propos de sa promotion dans l'Ordre de la Légion d'honneur 181

Correspondance.

M. le Ministre des Sciences et des Arts demande la présentation de candidats pour la formation du jury de la *Belgica*; transmet l'arrêté royal décernant le Prix des sciences zoologiques à M. Pelseneer. — M. le Ministre du Mexique annonce la création de la *Médaille Carolina Herschell*. — Invitation à l'assemblée générale de l'Association internationale des Académies (MM. Malaise et Lecointe, délégués). — L'Académie des sciences de Paris communique les rapports qu'elle présente à l'assemblée générale de l'Association internationale des Académies. — Remerciements de la Société des mathématiciens tchèques. — M. Ch. Francotte propose de s'associer à la manifestation en l'honneur de M. Maupas. — Travaux à l'examen. — Hommages d'ouvrages. 182

Élection.

Formation d'une liste de dix noms pour le jury de la *Belgica* 184

Concours pour 1914.

Programme 184

Prix perpétuels.

Programme 187

Prix Théophile Gluge.

(Sixième période : 1911-1912.)

Rapports de MM. Nolf, Vanlair et Willem (prix décerné à M. Henri Fredericq)	195, 197, 198
---	---------------

Rapports.

Lecture des rapports : 1 ^o de MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte sur le rapport de M. Willem relatif à son séjour à la Station zoologique de Naples;	
2 ^o de MM. Lameere et Willem (<i>Fauna rotatoria sarda</i> ; par Pasquale Mola).	198

Communications et lectures.

ASTRONOMIE. — <i>Détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et d'Uccle</i> , par G. Lecointe.	199
BIOLOGIE. — <i>Les ovules et les cellules vitellines des crustacés entomostracés</i> (1 fig.); par V. Willem et L. De Winter	204
MÉCANIQUE STATISTIQUE. — <i>Sur la répartition ergodique</i> ; par Th. De Donder.	241
CHIMIE. — <i>Détermination du poids atomique du calcium</i> ; par W. Oechsner de Coninck.	222
ASTRONOMIE. — <i>Sur la méthode de Gauss-Gibbs pour la détermination des orbites des corps célestes. — Applications numériques à l'orbite de la petite planète 1911 N. B.</i> ; par A. Theodosiu.	223
ASTRONOMIE. — <i>Résultats de la discussion des observations faites par MM. Delporte, astronome adjoint à l'Observatoire d'Uccle, et Viennet, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris, pour déterminer par la télégraphie sans fil la différence de longitude entre l'Observatoire royal de Belgique et l'Observatoire de Paris</i> ; par Henri Renan.	227
BIOLOGIE. — <i>Un cas de parthénogenèse observé chez un Diptère Tentipédide</i> (« <i>Corynoneura celeripes</i> », Winnertz); par le Dr M. Goetghebuer	231
Bulletin bibliographique	233

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

6.493
A16

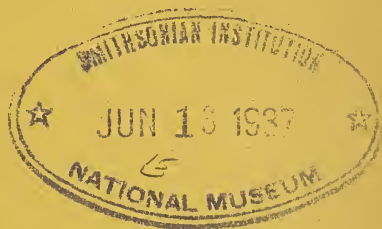
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 4



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 5 avril 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. A. RUTOT, membre, ff. de secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, Michel Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neubergh, C. Vanlair, Ch. Francotte, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. de Hemptinne, V. Willem, *membres* ; P. Stroobant, J.-E. Verschaffelt, L. Dollo, Ch. Julin, Émile Marchal, L. Crismer, Van Aubel et P. Nolf, *correspondants*.

Absences motivées : MM. le chevalier Edmond Marchal, secrétaire perpétuel, et G. Lecointe, correspondant.

M. le Directeur notifie à l'assemblée le décès de M. Louis Henry, doyen de la Section des sciences mathématiques et physiques. Il prononce, à cette occasion, les paroles suivantes :

« La Classe des sciences de l'Académie, déjà si éprouvée dans ces dernières années par la mort d'Éd. Van Beneden et de Spring notamment, vient encore de perdre l'un de ses membres les plus distingués.

» Le 9 mars dernier est mort, à Louvain, notre savant

confrère, le Professeur Louis Henry, que la maladie tenait éloigné de nos réunions depuis quelque temps déjà. Au cours de sa longue et brillante carrière professorale, Louis Henry, dont l'activité était inlassable, a publié de nombreux travaux intéressant divers domaines de la chimie : je rappellerai spécialement ses recherches sur les lois qui, en chimie organique, régissent la solidarité fonctionnelle et sur le dipropargyle, qui valurent à notre regretté confrère une notoriété qui s'étendit bien au delà de nos frontières. Louis Henry avait reçu de nombreuses marques de distinction et son nom restera parmi ceux des chimistes belges qui honorèrent leur pays. Au nom de la Classe, je salue respectueusement la mémoire de Louis Henry. »

M. le Directeur annonce ensuite que, empêché de se rendre aux funérailles du regretté confrère, il a prié M. de Hemptinne de bien vouloir le remplacer. M. de Hemptinne a accepté cette mission et il dépose entre les mains de M. le Directeur le manuscrit du discours qu'il a lu à la cérémonie; enfin il transmet à l'Académie les remerciements de M. Henry fils, pour l'honneur qu'elle a bien voulu lui faire en désignant un délégué pour la représenter en ces tristes circonstances.

M. Delacre sera sollicité d'écrire la notice biographique de M. Henry pour l'*Annuaire*.

— M. le Directeur félicite ensuite chaleureusement M. le vice-directeur Pelseneer de la nouvelle et haute distinction dont il vient d'être l'objet.

Notre éminent confrère s'est en effet vu attribuer, par la Société impériale des naturalistes de Saint-Petersbourg, le Prix Alexandre Kowalesky; la proclamation a été faite en séance du IX^e Congrès international de zoologie, à Monaco.

CORRESPONDANCE.

L'Association internationale des Académies transmet le rapport de la Commission pour le levé magnétique le long d'un parallèle.

— La *Königliche. Gesellschaft der Wissenschaften*, de Göttingen, adresse le *Bericht über das Septuaginta-Unternehmen* qu'elle soumet à l'assemblée générale de l'Association internationale des Académies.

— Le président du Comité exécutif du XII^e Congrès géologique international prie l'Académie d'envoyer une délégation à la session qui se tiendra au Canada, en août 1913. — MM. Mourlon, Malaise et Lohest acceptent une délégation.

— M. le D^r Henri Fredericq remercie l'Académie pour le Prix Gluge qui lui a été décerné.

— M. F. Tramonte, de Massafra (Italie), soumet une notice sur un nouveau système de paratonnerre. — Renvoi à l'examen de M. De Heen.

Discours prononcé aux funérailles de Louis Henry, membre de la Classe ; par A. de Hemptinne, membre de l'Académie.

MONSEIGNEUR, MESSIEURS,

Ce n'était pas à moi que revenait le douloureux honneur de prendre la parole dans ces tristes circonstances. Mais le directeur de la Classe des sciences de l'Académie royale, dans l'impossibilité d'assister aux funérailles, m'a prié de le remplacer pour rendre un dernier hommage à notre collègue.

La carrière scientifique de celui que nous pleurons fut si féconde que je dois nécessairement me borner à vous rappeler quelques-uns des faits les plus saillants de son activité académique.

A l'âge où beaucoup d'hommes commencent à peine leur carrière scientifique, les travaux de L. Henry furent remarqués par les membres les plus éminents de la Classe des sciences, dont il fut élu correspondant en 1865. Sa collaboration aux publications de l'Académie fut considérable. Grâce à une activité inlassable et à une carrière académique de près de cinquante années, le nombre de ses mémoires, notices et rapports atteint un chiffre exceptionnel. Il fut également l'inspirateur des nombreux travaux de ses élèves. Si je dois laisser à d'autres, plus autorisés, le soin de faire valoir tous les mérites scientifiques de notre regretté collègue, je ne puis omettre de rappeler que les publications de l'Académie ont eu à différentes reprises la primeur de ses découvertes les plus importantes.

Celles-ci, appréciées à leur juste valeur à l'étranger, ont contribué à étendre au delà de nos frontières le renom de l'Académie royale de Belgique.

Déjà en 1873, comme l'a narré un de nos collègues, l'illustre chimiste Kekulé attachait une grande importance aux travaux de Louis Henry sur le dipropargyle et ses dérivés.

Un savant de son envergure devait nécessairement aimer à s'attaquer à la solution des grands problèmes de la chimie, et parmi ceux-ci il convient de citer « la détermination de la valeur relative des quatre unités d'action du carbone ».

Dans la séance du 4 décembre 1886, peu de temps avant son élection comme membre titulaire, il expose dans les *Bulletins* de l'Académie les grandes lignes de la question et la façon dont il se propose de la résoudre. « Je prévois, dit-il, que ce travail ne pourra être terminé que dans le courant de l'année prochaine, à une époque que je ne puis préciser, sans doute assez éloignée. L'esprit qui conçoit vole, mais la main qui expérimente marche et ne le suit que de loin. » Quatorze mois plus tard, le 4 février 1888, L. Henry annonce à l'Académie la réalisation de son programme.

Sans doute la stupéfaction des membres compétents de la Classe a dû être grande, car notre collègue venait de publier deux mémoires très importants sur « la volatilité des composés du carbone ».

On ne pouvait prévoir, en effet, qu'un même homme pût mener de front dans un temps aussi limité des travaux de pareille envergure.

Tous ceux qui ont pratiqué la science expérimentale savent combien il est difficile de mener à bien une tâche conçue d'après un plan déterminé. Une telle œuvre suppose des qualités maîtresses : une science profonde, un jugement sûr et une puissance de travail soutenue par une volonté tenace, inlassable. Ce furent là quelques-unes des qualités qui distinguèrent celui qui fut une des gloires de l'Académie.

Le prix décennal des sciences physiques et chimiques lui fut attribué en 1900. Cette distinction scientifique bien méritée ne ralentit pas son activité.

Le savant continue à produire jusqu'au jour où la maladie le réduisit à l'inactivité.

Louis Henry avait une personnalité peu banale qui s'imposait.

Son front large et puissant, son regard profond, vif et ferme, sa bouche volontaire, toute sa manière d'être dénotaient une grande fermeté d'esprit et de sentiment qui lui valurent l'estime générale. Sa physionomie était celle d'un penseur tenace et infatigable, et tel il fut.

Sans jamais se laisser distraire par aucune considération d'intérêt, il consacra toute son activité aux recherches scientifiques; ce fut grâce à cette unité et à cette continuité dans l'action qu'il put produire l'œuvre qui le place au rang des premiers savants belges.

Déjà depuis quelques années il n'assistait plus aux séances de l'Académie, mais il y occupait toujours sa place dans l'esprit de ses collègues.

Dieu a ravi à notre affection l'ami dévoué, mais le souvenir de l'homme intègre, aux convictions fortes, du travailleur infatigable et du savant éminent subsistera parmi nous.

RAPPORTS.

Sur rapports de MM. A. Lameere et V. Willem, un mémoire de M. le Dr Maurice Goetghebuer : *Recherches sur les larves et les nymphes des Chironomides de Belgique*, sera publié dans la collection des *Mémoires* in-8°.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

CHIMIE. — Sur quelques dérivés aromatiques fluorés,

par FRÉD. SWARTS, membre de l'Académie.

Les recherches calorimétriques que j'ai entreprises sur les combinaisons atomiques fluorées m'ont obligé à préparer moi-même les corps qui ont fait l'objet de ces travaux. J'ai d'ailleurs obtenu ainsi un certain nombre de corps non encore décrits.

Je crois intéressant de publier le résultat de mes observations, même lorsqu'elles se rapportent à des substances déjà connues : j'ai eu, en effet, dans le cours de ces recherches, l'occasion de modifier les procédés de préparation déjà publiés, ou de les contrôler ; il en est de même pour les constantes de ces composés.

La préparation de composés fluorés à fonctions multiples peut se faire en substituant le fluor à NH_2 dans une amine possédant en même temps une autre fonction, en passant par le diazoïque. Cette méthode, acquise depuis longtemps, est devenue pratique depuis que Valentiner et Schwarz, et surtout M. Holleman et ses élèves ont montré que l'on obtenait un rendement en général satisfaisant en diazotant en présence d'un grand excès d'acide fluorhydrique concentré. C'est le procédé dont j'ai usé le plus souvent.

Une seconde méthode consiste à nitrer le dérivé fluoré ; on transforme alors NO_2 en d'autres groupements par les méthodes connues.

La décomposition d'un diazoïque par l'acide fluorhydrique exige l'emploi d'acide fluorhydrique très concentré, si l'on veut

réduire la part prise par l'eau dans cette décomposition, avec production de phénol. Un perfectionnement important a été apporté à la méthode par M. M. Holleman (*), qui diazote l'aniline en dissolution dans un grand excès d'acide fluorhydrique concentré, sans passer, comme le faisaient Valentiner et Schwarz ainsi que Beekman, par la préparation du chlorure ou du sulfate de diazonium. Si l'on emploie le chlorure, il se produit toujours des dérivés chlorés; dans le cas du sulfate, on augmente la production de phénol.

M. Holleman a utilisé le fluorure de diazonium à la préparation du fluorbenzol. C'est par le même procédé que j'ai obtenu les deux fluornitrobenzènes, les fluorphénétols et le difluorbenzène.

La préparation du méta- et du parafluornitrobenzène a été décrite par Beekman (**), qui décompose le sulfate de nitrodiazobenzol par l'acide fluorhydrique. Mais les indications qu'il donne sur la préparation du diazoïque ne précisent pas la quantité d'eau qu'il met en œuvre. Si l'on s'en tient exclusivement au texte, il semble qu'il diazote en l'absence d'eau, mais il m'a été impossible de diazoter dans ces conditions. D'autre part, il emploie sensiblement une demi-molécule-gramme d'acide sulfurique : 52 grammes d'acide réel pour une demi-molécule-gramme de nitraniline; je ne suis jamais parvenu à empêcher, dans de telles conditions, la production de diazoamino-composé, et les recherches de F. Erban et Mebus (***), de Schwalbe (iv), ainsi que l'expérience journalière des chimistes teinturiers, ont démontré que la diazotation des nitranilines en présence d'acide sulfurique ne réussit bien qu'en présence d'un excès assez important d'acide.

Les mauvais rendements que l'on réalise dans ces conditions

(*) *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas*, t. XXIV, p. 28.

(**) *Ibid.*, t. XXIII, p. 235.

(***) *Chem. Zeit.*, t. XXXI, pp. 663-678.

(iv) *Zeitschr. für Färben- und Textilindustrie*, 1903, p. 433.

m'ont amené à effectuer toutes les diazotations en milieu fluorhydrique, selon la méthode de M. M. Holleman.

J'emploie de l'acide commercial titrant de 60 à 70 % d'acide.

Si la décomposition du diazoïque à chaud entraîne fatalement dans ces conditions un dégagement important d'acide fluorhydrique gazeux, ce qui ne laisse pas d'être un inconvénient sérieux, par contre, les rendements sont augmentés d'une manière très avantageuse et fréquemment je les ai vus s'élever au-dessus de 60 %.

Au début, j'opérais dans des appareils en cuivre ou en plomb; mais, ainsi que je le montrerai avec plus de détails à propos de la préparation de l'orthofluorphénétol, j'ai observé que ces métaux peuvent, surtout chez les orthodérivés, provoquer une réduction du diazoïque, et j'emploie généralement un appareil en argent ou en platine.

La description de la préparation des fluornitrobenzènes suffira pour indiquer le *modus operandi*.

Fluornitrobenzols.

L'obtention de ces trois dérivés devait me conduire à la préparation de la plupart des composés fluorés à deux fonctions; mais, pas plus que Beekman et Holleman, je ne suis parvenu à obtenir l'orthofluornitrobenzol par diazotation de l'orthonitraniline.

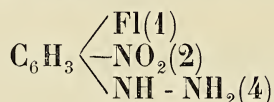
J'ai cependant varié les méthodes de manière à éviter autant que possible l'action de l'eau qui décompose l'orthofluornitrobenzol. J'ai essayé sans succès la diazotation en solution dans l'acide acétique glacial, par H_2SO_4 concentré et NaNO_2 solide, par l'acide nitrosylsulfurique, introduisant ensuite le produit de diazotation dans l'acide fluorhydrique à 55 % chauffé à 80°, dans un ballon de cuivre.

Trois opérations faites dans l'acide acétique glacial, avec 100 grammes d'orthonitraniline pour chacune, m'ont fourni en tout 18 grammes d'un nitrodérivé bouillant à 208°, après

rectification, et se solidifiant à $+ 5^{\circ}$. L'analyse de ce produit m'a démontré que c'était du nitrobenzol pur. Je reviendrai plus loin sur ce curieux phénomène de réduction dû au cuivre de l'appareil.

Des essais faits dans un appareil de platine n'ont pas fourni de meilleurs résultats.

Holleman (*) a réussi à isoler de petites quantités d'ortho-fluornitrobenzène aux dépens de la fluornitrohydrazine



J'ai essayé de me procurer ainsi de l'ortho-fluorbenzène pour mes recherches calorimétriques, mais le rendement de l'opération est si médiocre que la préparation d'une quantité de produit suffisante pour permettre les purifications indispensables aux recherches calorimétriques eût été extraordinairement longue et coûteuse.

J'ai, par contre, obtenu, avec de fort bons rendements, le para- et le métafluornitrobenzol.

Une molécule-gramme de nitraniline est dissoute dans 700 grammes d'acide fluorhydrique commercial à 70 %. L'opération se fait dans un ballon en platine, d'une capacité de 2 litres. Après refroidissement à 0° , j'ajoute goutte à goutte 1 molécule-gramme de nitrite de sodium en solution huit fois normale. Lorsque le nitrite tombe à la surface de la solution très concentrée d'acide fluorhydrique, il se dégage de l'anhydride azoteux, ce qui entraîne des pertes. C'est pourquoi je me sers d'un entonnoir à robinet de Bulk, permettant de contrôler le débit, à la tubulure duquel j'adapte un tube de caoutchouc; grâce à ce dispositif, la solution de nitrite peut être amenée au fond du vase renfermant la solution fluorhydrique de nitraniline. J'évite ainsi complètement le dégagement d'anhydride azoteux.

(*) *Recueil*, t. XXIV, p. 29.

Pour agiter le liquide, j'use d'une baguette de caoutchouc durci.

J'ai observé qu'il est avantageux de provoquer la décomposition du diazoïque en chauffant progressivement, sous réfrigérant à reflux ; les rendements sont meilleurs et l'on n'est pas gêné, lors de la distillation, par le dégagement abondant d'acide fluorhydrique gazeux et par l'entraînement de produits résineux qui se fait facilement lorsque l'on décompose le diazoïque en distillant directement. Pour capter l'acide qui se dégage pendant la chauffe au reflux, on le dirige, par un réfrigérant descendant en plomb, dans la soude caustique mélangée de glace.

Lorsque le dégagement d'azote est terminé, on distille ; le dérivé fluoré entraîné par l'acide fluorhydrique aqueux est recueilli dans de la potasse mélangée de glace. Il est avantageux d'ajouter au contenu du ballon la soude ayant servi à retenir l'acide fluorhydrique gazeux ; la dilution de l'acide fluorhydrique que l'on provoque de la sorte prévient la production d'acide gazeux au début de la distillation.

Après avoir distillé 200 à 300 centimètres cubes de liquide, on achève l'entraînement du nitrofluorbenzol par injection de vapeur d'eau. Le parafluornitrobenzol recueilli dans l'eau glacée se solidifie ; on essore à la trompe et on lave à l'eau glacée (*).

On le dissout ensuite sur le filtre par l'éther ; on le sépare ainsi d'un peu de silice ; la solution éthérée est agitée avec de la potasse à 5 % pour enlever le nitrophénol qui se forme en petite quantité, puis séchée sur CaCl_2 et rectifiée.

Le rendement est très bon : j'ai obtenu régulièrement de 90 à 100 grammes de parafluorbenzol aux dépens d'une molécule de nitroniline, soit 70 % du rendement théorique. Beekman avait réalisé des rendements de 40 %.

(*) Le fluornitrobenzol n'étant pas complètement insoluble dans l'eau, il est avantageux d'extraire le liquide aqueux par l'éther ; je le neutralise au préalable par Na_2CO_3 .

Rectifié au déphlegmateur de Sydney Young, le parafluornitrobenzol se solidifie, dès la première cristallisation à 27° , en cristaux presque incolores, bouillant à $205^{\circ}3$ sous 735 millimètres (corr.).

Le métafluornitrobenzol se prépare identiquement de la même manière, mais comme ce corps est liquide à la température ordinaire, il est impossible de le séparer par essorage. Je neutralise par Na_2CO_3 le distillat et l'agite à trois reprises avec de l'éther. La solution étherée est rectifiée après dessiccation. Le rendement est un peu moins bon que pour le para-dérivé; il atteint 50 %.

Sous 756 millimètres, le métafluornitrobenzol bout à $200^{\circ}15$. Son point de congélation est de $+ 3^{\circ}6$, soit supérieur de 2 degrés à celui que lui assigne Beekman. Sa densité est de 1.3272 à $17^{\circ}2$; son indice de réfraction n_D , de 1.5207 à la même température.

Dinitrofluorbenzol.

Ce corps a été obtenu et décrit pour la première fois par Beekman, en nitrant le parafluorbenzol par un mélange d'acide nitrique et d'acide sulfurique. Je l'ai préparé de la même manière.

A un mélange de 40 centimètres cubes de HNO_3 réel et d'un égal volume d'acide sulfurique j'ajoute, à froid, 40 grammes de parafluornitrobenzol, en une fois.

Les deux liquides se mélangent, mais après une minute, le mélange se trouble et il se fait une réaction très vive portant le liquide à l'ébullition. Je chauffe ensuite au bain-marie pendant trois heures et je verse le produit sur 600 grammes de glace. Le dinitrofluorbenzol se sépare en cristaux qui sont essorés et fondus. J'agite le produit avec une solution tiède de Na_2CO_3 jusqu'à réaction alcaline persistante, puis j'enlève le dérivé nitré par l'éther et sèche sur CaCl_2 . Après distillation de l'éther au bain-marie, j'élimine les dernières traces de ce dissolvant en chauffant dans

le vide à 100° ; le dinitrofluorbenzol ainsi obtenu se solidifie à $23^{\circ}8$. Le rendement est théorique (52 grammes). Pour obtenir un produit tout à fait pur, je l'ai fait recristalliser. La cristallisation, en l'absence de tout dissolvant, entraîne naturellement des parties assez sensibles, d'autant plus qu'à l'état liquide le dinitrofluorbenzol est visqueux, et on sépare assez difficilement les cristaux des eaux mères.

Mais si, à la température ordinaire, le dinitrofluorbenzol paraît miscible en toutes proportions avec l'éther, sa solubilité dans ce dissolvant diminue très rapidement avec la température. 50 grammes de dinitrofluorbenzol se dissolvent aisément à 15° dans 50 centimètres cubes d'éther, mais à 0° il se sépare $39^{\text{gr}}5$ de cristaux, et cette énorme différence de solubilité rend la purification très facile.

Pour enlever les eaux mères des cristaux, on lave ceux-ci avec de l'alcool refroidi à 0° , dans lequel ils sont à peu près complètement insolubles, puis on les dessèche dans un exsiccateur à P_2O_5 .

Le dinitrofluorbenzol pur forme de grands cristaux durs, presque incolores, dont le point de fusion est difficile à établir avec exactitude à raison de la viscosité du produit liquide. Je l'ai déterminé sur deux échantillons, l'un de 12 grammes, l'autre de 32 grammes, recristallisés quatre fois de l'éther et dont la température fut élevée très lentement. A $25^{\circ}65$, il n'y avait pas trace de fusion, qui se fit à $25^{\circ}8$. Le plus volumineux des deux échantillons mit vingt minutes à fondre et sa température se maintint absolument constante à $25^{\circ}8$. En ne prenant pas de précautions spéciales, on trouve facilement un point de fusion plus élevé de 2° . La détermination de cette constante par voie de surfusion donne par contre des valeurs trop basses.

Sous 23 millimètres de pression, le dinitrofluorbenzol bout à 178° ; fait plus intéressant, il distille sans décomposition sous la pression atmosphérique à 296° . Si ce fait mérite attention, c'est parce que l'orthofluorbenzol n'est pas distillable sous la pression ordinaire. La présence de NO_2 diminuant la stabilité

des composés fluorés, on se serait attendu à ce que le dinitrofluorbenzol 1.4.2 fût encore moins stable que le monofluornitrobenzol 1.2. Bien au contraire, il résiste à la température relativement élevée de 300°.

Je signalerai plus loin un fait analogue pour le difluornitrobenzol $\text{Fl} \begin{array}{c} \text{NO}_2 \\ \text{NO}_2 \end{array} \text{Fl}$.

Le dinitrofluorbenzol est très peu soluble dans l'alcool et donne avec ce dissolvant un système à deux phases liquides à la température ordinaire.

Appliqué sur la peau, il provoque, au bout de quelque temps, une sensation de brûlure; il teint l'épiderme en jaune.

Il m'a paru intéressant de rechercher lequel des deux groupements NO_2 se laissait réduire le plus aisément. J'ai sur le dinitrofluorbenzol fait agir 3 molécules de chlorure stanneux en solution alcoolique à froid.

Lorsque la réduction fut achevée, j'ai étendu d'eau, ajouté de l'acétate de sodium et précipité par l'hydrogène sulfuré. Le sulfure stannique fut filtré et lavé à l'éther; j'ai épuisé le filtrat aqueux par le même dissolvant.

En évaporant l'éther, j'obtins un résidu cristallin qui fut recristallisé à l'eau bouillante, dont il cristallise en aiguilles jaunes, fusibles à 96°5, identique à la nitrofluoraniline $\text{NH}_2 \begin{array}{c} \text{NO}_2 \\ \text{NO}_2 \end{array} \text{Fl}$, décrite par M. Beekman (*). C'est donc le groupement NO_2 en paraposition par rapport au fluor qui est réduit de préférence.

Fluoranilines.

La réduction par l'étain et l'acide chlorhydrique des deux fluornitrobenzols conduit à l'obtention des anilines correspondantes, et j'estime tout à fait inutile d'insister sur cette réaction

(*) *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas et de la Belgique*, t. XXIII, p. 237.

si classique à propos de la préparation de la méta- et de la parafluoraniline, qui ont d'ailleurs déjà été décrites, la dernière par Wallach, la première par Beekman.

Je me bornerai à indiquer les points d'ébullition et les densités que j'ai observés.

La métafluoraniline bout à 186°1, sous 753 millimètres; sa densité est de 1.16004 à 15°8.

La parafluoraniline bout à 187°6, sous 757 millimètres; sa densité est de 1.1613 à 16°9.

J'ai préparé les deux acétanilides correspondantes en dissolvant les anilines dans l'acide acétique et en ajoutant ensuite une quantité équimoléculaire d'anhydride acétique. La réaction est presque immédiate.

En versant ensuite dans l'eau, j'ai précipité les anilides qui furent recristallisées de l'alcool à 60°.

La métafluoracétanilide fond à 84°5; sous l'eau, dans laquelle elle est assez soluble, elle fond à 56°. Elle cristallise en grands prismes incolores de sa solution aqueuse.

La parafluoracétanilide, déjà décrite par Wallach, est beaucoup moins soluble dans l'eau; elle en cristallise en petites aiguilles, fusibles à 152°.

Aux dépens de la parafluoraniline, j'ai préparé la *nitrofluoraniline* $\text{Fl} \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{NO}_2 \end{array} \text{NH}_2$, selon la méthode de Claus, employée

par M. Beekman. J'ai constaté que les rendements étaient meilleurs lorsque, au lieu de neutraliser par Na_2CO_3 , on emploie la magnésie calcinée. La résinification est moins importante et l'on évite le dégagement de masses de CO_2 .

J'ai observé le même point de fusion que Beekman : 96°5. En broyant cette aniline avec de l'anhydride acétique, j'ai obtenu la *parafluornitro.3.acétanilide*. Celle-ci, dissoute dans trois fois son poids d'alcool bouillant, cristallise en aiguilles d'un jaune très pâle. Elle est presque insoluble dans le benzol froid, très peu soluble dans ce dissolvant bouillant. Son point de fusion est de 138°5.

Fluorophénols.

Les phénols fluorés ont à peine été entrevus : Wallach (*) a obtenu le parafluorophénol aux dépens de la parafluoraniline, par diazotation, et se borne à dire que c'est un corps solide.

Je suis parvenu à isoler les trois fluorophénols : l'ortho- et le paradérivé aux dépens des phénétols correspondants, le méta-dérivé par diazotation de la métafluoraniline.

J'ai également essayé de préparer l'ortho- et le parafluorophénol aux dépens des aminophénols correspondants, en diazotant ces derniers en présence d'un grand excès d'acide fluorhydrique, mais cette méthode donne des rendements détestables; la décomposition du diazoïque est très difficile et donne lieu à une résinification presque totale.

Parafluorophénol.

J'ai employé, pour transformer en phénol le phénétol correspondant, la méthode de Gatterman, consistant à chauffer le phénétol avec du chlorure d'aluminium.

25 grammes de fluorophénétol, placés dans un ballon muni d'un réfrigérant à reflux, sont additionnés de 20 grammes de chlorure d'aluminium; il se fait un dégagement de chaleur assez sensible. Je chauffe légèrement jusqu'à ce que s'établisse une réaction vive avec dégagement abondant de C_2H_5Cl . En quelques minutes, le chlorure d'aluminium est dissous. Je maintiens ensuite à 130° au bain d'huile tant que de la masse, devenant peu à peu poisseuse, s'échappent des bulles de chlorure d'éthyle, ce qui dure environ trois heures.

Après refroidissement, le produit est additionné d'acide chlorhydrique à 20 %. Le phénol se sépare à la surface.

J'épuise par l'éther et j'agite la solution étherée avec de la

(*) *Liebigs Annalen*, t. CCXLIII, p. 228.

soude caustique à 10 % pour lui enlever le phénol. La dissolution alcaline de phénate est agitée à plusieurs reprises avec de l'éther, afin d'éliminer complètement le phénétol, puis additionnée d'un excès d'acide sulfurique étendu. Le fluorphénol mis en liberté est extrait par l'éther; après dessiccation de la solution étherée sur CaCl_2 , je sépare l'éther par rectification; celle-ci est achevée dans le vide. Le phénol distille entre 102° et 105° sous 30 millimètres. J'ai obtenu ainsi, aux dépens de 100 grammes de parafluorphénétol, 69 grammes de fluorphénol, plus 5 grammes de queues. Le rendement théorique est de 80 grammes.

La rectification sous la pression atmosphérique fournit un produit bouillant à $185^\circ 5-185^\circ 6$ et se maintient aisément en surfusion. Refroidi à 10° , il se transforme en cristaux tabulaires, durs et transparents, qui fondent entre $26^\circ 5$ et 27° .

Mais cette modification est instable; elle se transforme en quelques jours en une autre, fusible vers 45° et qui est constituée de cristaux aciculaires, ressemblant complètement aux cristaux de phénol ordinaire.

J'ai soumis ces cristaux fusibles à 45° à une série de cristallisations, avec décantation des eaux mères; leur point de fusion s'est élevé à $46^\circ 5$. En les maintenant ensuite pendant plusieurs semaines dans un exsiccateur à P_2O_5 , je leur ai enlevé les dernières traces d'eau et ai obtenu un point de fusion, invariable, de 48° .

Analyse :

0^{gr}2357 de substance ont donné 0^{gr}0990 H_2O et 0^{gr}5564 CO_2 , soit 64.34 % de carbone et 4.66 % d'hydrogène.

Calculé pour $\text{FlC}_6\text{H}_4\text{OH}$.

Trouvé.

C 64.29 %

64.34 %

H 4.52 %

4.66 %

Cet échantillon, distillé à l'abri de l'humidité dans un appareil soigneusement « stérilisé », m'a permis d'obtenir la forme

instable pure, dont le point de fusion est de $28^{\circ}5$. J'ai pu la conserver dans un tube scellé pendant cinq semaines; puis s'est produite la transformation en la modification stable.

Le point de transition est probablement assez élevé, car je ne suis pas parvenu à reproduire la forme instable par fusion de l'autre modification et élévation de la température vers 80° . Je n'ai jamais pu réaliser la transformation que par distillation.

Destinant le fluorphénol à d'autres recherches, je n'ai pas poursuivi l'étude de ce phénomène de dimorphisme; je compte la reprendre sous peu.

Sous sa forme stable, le parafluorphénol se présente en aiguilles incolores, possédant l'odeur du phénol ordinaire. Pur, il reste incolore à la lumière.

Il n'est pas déliquescent, mais, de même que pour le phénol, les moindres quantités d'eau abaissent fortement son point de congélation.

A 0° , 100 grammes d'eau en dissolvent 6 grammes.

La solution aqueuse saturée ne modifie pas sensiblement le titre alcalimétrique de la potasse caustique.

$53^{\text{cc}}95$ KOH n_{10} sont additionnés de $0^{\text{gr}}8539$, soit un excès de parafluorphénol. Ils exigèrent pour leur neutralisation $51^{\text{cc}}15$ HCl $0,1053$ n , alors qu'il en eût fallu 52.2 ; l'indicateur employé était la phénolphthaléine. La fonction acide du parafluorphénol est donc peu marquée; je réserve pour une communication ultérieure les résultats de mes recherches sur la constante d'ionisation des fluorphénols.

L'angle fluoré y est beaucoup plus résistant à l'action du méthylate de sodium que dans le fluorbenzol et surtout dans le fluornitrobenzol.

A 20° , l'attaque semble même nulle, comme le démontrent les données suivantes :

$1^{\text{gr}}5343$ de phénol ont été additionnés d'une quantité équivalente de méthylate de sodium en solution alcoolique et le volume porté à 100 centimètres cubes. De cette dissolution ont été prélevés, à des temps mesurés, 5 centimètres cubes, que j'ai titrés,

après dilution dans 50 centimètres cubes d'eau, par HCl 0,1053 n.

Intervalle entre le moment de préparation du mélange de phénol et de méthylate et le dosage.	Titre en HCl (pour 5 centimètres cubes).
3'	11.75
30'	11.75
100'	11.75
200'	11.75
400'	11.75
510'	11.75

Une solution alcoolique de méthylate préparée de la même manière et ne renfermant pas de phénol titrait 11.8.

M. Beekman (*) a montré que, tandis que la liaison du fluor au carbone est très solide dans le fluorbenzol, la présence du radical NO₂ diminue considérablement la résistance de l'angle fluoré, notamment vis-à-vis du méthylate de sodium. Le groupement OH se comporte tout autrement, et ces faits concordent parfaitement avec les données thermochimiques que j'ai réunies récemment (**) et qui démontrent que si NO₂ réduit la chaleur de formation des dérivés fluorés, dans le noyau, l'hydroxyle l'augmente, au contraire, dans une proportion notable.

Métafluorphénol.

J'ai préparé ce phénol par décomposition du sulfate de métafluordiazobenzol, selon la méthode de Knalle consistant à faire couler lentement le diazoïque dans une solution concentrée de sulfate acide de sodium, dont on puisse maintenir le point d'ébullition au-dessus de 130°. Dans ces conditions, la

(*) *Loc. cit.*, pp. 252 et suiv.

(**) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1912, p. 481.

résinification est presque nulle et le rendement en phénol brut atteint 80 %.

Voici les détails d'une opération : 70 grammes de métafluor-aniline sont dissous dans 200 centimètres cubes d'eau + 50 centimètres cubes d'acide sulfurique de densité 1·8 ; après refroidissement, j'ajoute 200 grammes de glace et je diazote par 45 grammes de nitrite de sodium à 97 % dissous dans 60 centimètres cubes d'eau.

La solution de diazoïque est parfaitement limpide et presque incolore.

À l'aide d'un entonnoir à robinet, je la laisse couler lentement dans un ballon de 3 litres, relié à un réfrigérant descendant et dans lequel est portée à l'ébullition une solution de 2,000 grammes de sel de Glauber dans 1,300 grammes d'acide sulfurique.

La décomposition du diazoïque se fait à mesure de son introduction dans le liquide ; le phénol est entraîné par la vapeur d'eau et enlevé au distillat par extraction à l'éther. Après dessiccation de la solution étherée sur CaCl_2 et séparation de l'éther par distillation, j'obtiens 57 grammes de métafluor-phénol.

Celui-ci fut rectifié sous pression réduite ; il bout à 108° sous 70 millimètres de pression, à $177^\circ 8$ sous pression atmosphérique.

Le métafluorphénol est un liquide incolore, à odeur pénétrante et qui, maintenu à $+ 10^\circ$, cristallise lentement en gros cristaux prismatiques. Pour obtenir le produit tout à fait pur qui devait servir à mes mesures calorimétriques, je l'ai soumis à une série de cristallisations suivies de décantations. 125 grammes de produit furent maintenus à $+ 10^\circ$ pendant douze heures ; 11 grammes d'eaux mères furent décantés ; les cristaux avaient un point de fusion de $+ 13^\circ 5$.

Ils furent fondus et recristallisés à $+ 10^\circ$; après vingt-quatre heures, je décantai 2^{gr}6 d'eaux mères. Le point de fusion des cristaux s'éleva à $+ 13^\circ 7$. Une troisième cristallisation ne

modifia pas le point de fusion, et les eaux mères séparées dans cette troisième cristallisation furent cristallisées à leur tour par surfusion et amorçage; leur point de solidification se maintint à 13°7 pendant toute la durée de la solidification.

Analyse :

0gr2871 de substance ont donné 0gr1201 H₂O, soit 0gr0133 H ou 4.65 %/
 et 0gr6757 CO₂, soit 0gr1843 C ou 64.21 %/.

Calculé pour FlC₆H₄OH.

C

H

64.29 %/

4.52 %/.

Orthofluorphénol.

J'ai préparé ce phénol de deux manières : 1° par diazotation de l'orthoaminophénol en milieu fluorhydrique; 2° par saponification de l'orthofluorphénétol brut.

La première méthode donne un très mauvais rendement; la diazotation se fait difficilement : il faut maintenir la température au-dessous de 0° pour éviter le dégagement de N₂O₃. En outre, la décomposition du fluorure de diazophénol est très lente, même à la température d'ébullition; aussi la résinification prend-elle des proportions désastreuses. De plus, il est très incommode de devoir faire bouillir pendant plusieurs heures ces solutions très concentrées d'acide fluorhydrique.

Le produit entraîné par la vapeur d'eau est neutralisé par Na₂CO₃, afin de se débarrasser de l'acide fluorhydrique; j'ajoute ensuite de l'acide tartrique jusqu'à réaction acide (l'emploi de l'acide acétique est à éviter, car il est enlevé par l'éther et sa séparation, par rectification, d'avec l'orthofluorphénol est difficile). J'épuise ensuite par l'éther. La solution étherée est rectifiée après dessiccation.

J'obtins ainsi de l'orthofluorphénol distillant de 148° à 154° et dont, par rectification, je parvins à isoler de l'orthofluorphénol pur, distillant à 151°. 100 grammes d'orthoaminophénol m'ont donné 6 grammes d'orthofluorphénol.

La préparation aux dépens de l'orthofluorphénétol brut a été

réalisée en saponifiant ce dernier par la méthode de Gatterman. L'orthofluorphénétol brut (voir plus loin), renfermant environ 40 % de phénétol, est divisé en portions de 25 grammes, qui sont additionnées de 20 grammes de chlorure d'aluminium. La réaction commence à froid; pour l'achever, je chauffe pendant trois heures à 110°, au reflux.

Le phénate d'aluminium est décomposé par l'acide chlorhydrique étendu, le mélange de phénol et d'orthofluorphénol dissous dans l'éther. La solution éthérée est traitée par la soude à 10 % pour lui enlever les phénols et séparer ainsi le phénétol non décomposé. La solution alcaline est additionnée d'acide chlorhydrique et agitée avec de l'éther. Après dessiccation sur CaCl_2 , je rectifie. La séparation des deux phénols est relativement facile, grâce à la différence de leurs points d'ébullition.

Il est plus avantageux d'achever la purification de l'orthofluorphénol par cristallisation, les distillations entraînant des pertes assez considérables.

Le produit, bouillant entre 151° et 152°S, refroidit à + 9° et cristallise par amorçage à + 14°.

En essorant dans l'air sec lorsque le point de solidification est descendu à + 13°S, j'obtins un produit cristallisant à + 15°4.

Un deuxième essorage, effectué à + 14°8, fournit des cristaux fondant à 16°. Une troisième cristallisation releva le point de fusion à + 16°4, que je ne suis pas parvenu à dépasser. 75 grammes d'orthofluorphénétol m'ont donné 32 grammes d'orthofluorphénol bouillant à 151°-152°. Les purifications par essorage ont nécessairement abaissé sensiblement le rendement en produit absolument pur.

Analyse :

0gr2588 de substance ont donné 0gr6083 CO_2 , soit 0gr1659 C ou 64.11 %,
et 0gr1061 H_2O , soit 0gr0118 H ou 4.57 %.

2gr3730 de substance ont donné 0gr8308 de CaF_2 , soit 0gr3457 F1 ou 17.06 %.

Calculé pour $\text{FlC}_6\text{H}_4\text{OH}$.

C	H	F1
64.29 %	4.50 %	16.96 %

Comme les autres phénols fluorés, l'orthofluorphénol possède une odeur pénétrante. Il attire l'humidité atmosphérique et est assez soluble dans l'eau.

Il se distingue de ses isomères par un point d'ébullition beaucoup plus bas. Le parallélisme entre les points d'ébullition des phénols fluorés et chlorés ressort du tableau suivant :

	Ortho	Méta.	Para.
	—	—	—
Fluorphénol	151°	177°8	185°5
Chlorphénol	176°	212°	217°

L'orthofluorphénol a un caractère acide plus marqué que le paradérivé. Lorsqu'on le dissout dans un excès de potasse étendue et qu'on titre celle-ci en retour par HCl en employant la phénolphtaléine comme indicateur, il ne se fait pas de virage net, la teinte rouge s'efface peu à peu et la décoloration est obtenue avec une quantité d'acide inférieure à celle qu'exige la neutralisation de la base.

0^{gr}3005 d'orthofluorphénol ont été dissous dans 50 centimètres cubes (soit un excès) de potasse, qui eussent exigé pour leur neutralisation 29^{cc}2 d'acide chlorhydrique 0.1053*n*. La décoloration de la phénolphtaléine fut complète après addition de 23 centimètres cubes d'acide.

L'orthofluorphénol n'est cependant pas un acide assez fort pour intervenir dans le titrage lorsqu'on emploie le méthylorange comme indicateur.

Quoique sa chaleur de formation soit inférieure à celle du parafluorphénol, comme dans ce dernier, son angle fluoré n'est pas entamé par l'éthylate de sodium, au moins à 18°, ce qui ressort de l'expérience suivante :

2^{gr}1 d'orthofluorphénol ont été dissous dans l'alcool; j'ai ajouté 37 centimètres cubes d'une solution d'éthylate de sodium 0.948*n* et complété à 100°.

10 centimètres cubes de cette solution devaient, si l'éthylate n'était pas attaqué, neutraliser 6^{cc}75 d'acide chlorhydrique 0.5267*n*; l'indicateur employé fut le méthylorange.

Centimètres cubes d'acide chlorhydrique neutralisés :

Après	0'	6.75
	60'	6.80
	100'	6.80
	300'	6.75
	1440'	6.75
	3000'	6.75

Le titre en éthylate reste donc constant.

ω *Métatrifluorcrésol* $\text{CFI}_3 \cdot \text{C}_6\text{H}_4\text{OH}$.

J'ai préparé ce phénol par diazotation du sulfate de trifluortoluidine et décomposition du diazoïque par l'acide sulfurique étendu. Le sulfate de trifluortoluidine étant très peu soluble, la diazotation demande quelque patience.

Le diazoïque fut chauffé au bain-marie ; il se décomposa régulièrement. Le phénol formé fut entraîné à la vapeur d'eau et enlevé par l'éther.

En rectifiant ensuite, j'obtins un produit bouillant de 176° à 179° .

Rendement 64 %.

Par deux rectifications successives, j'ai isolé du trifluorcrésol pur bouillant à $178^\circ 3$.

Analyse :

0^{gr}2939 de substance ont donné 0^{gr}0901 H_2O , soit 0^{gr}0100 H ou 3.38 %,
et 0^{gr}5584 CO_2 , soit 0^{gr}1522 C ou 51.80 %.

Calculé pour $\text{CFI}_5\text{C}_6\text{H}_4\text{OH}$.	C	H
	51.84 %	3.41 %

Le trifluorcrésol est un liquide assez visqueux qu'il est difficile de faire cristalliser ; si on le refroidit trop fortement, il se fige en une masse amorphe. En le maintenant très longtemps à -12° , on parvient à obtenir des cristaux qui fondent à $-3^\circ 6$.

Dans trois cristallisations successives suivies d'essorage dans l'air sec, j'ai obtenu un produit dont la solidification se fit intégralement entre $-1^{\circ}8$ et $-1^{\circ}9$ (*).

Fluorphénétols.

J'ai préparé les trois fluorphénétols : le métafluorphénétol a été obtenu par l'action de l'iodure d'éthyle sur le métafluorphénate de potassium, l'ortho et le paradérivé par diazotation en milieu fluorhydrique des phénétidines correspondantes.

Ces diazotations m'ont fait constater une réaction intéressante : il se produit du phénétol $C_6H_5OC_2H_5$, en proportions plus ou moins importantes. C'est surtout dans mes essais de préparation de l'orthofluorphénétol que j'ai observé ce phénomène ; la proportion de ce phénétol fluoré peut devenir insignifiante à côté de celle du phénétol ordinaire.

J'ai eu l'occasion de signaler jadis l'action hydrolysante énergique de l'acide fluorhydrique sur les oxydes éthyléniques (**), et l'on sait que l'on a reconnu l'avantage de l'emploi de cet acide pour l'hydrolyse des albumines. J'ai constaté également que l'acide fluorhydrique provoque facilement aussi la transformation de l'éther en alcool.

Il n'eût pas été étonnant dès lors que cet acide saponifie les anisols, l'alcool formé réduisant le diazoïque avec production d'aldéhyde et substitution d'un atome d'hydrogène au radical N_2R . L'énorme excès d'acide fluorhydrique mis en œuvre (25 molécules-grammes pour une molécule de phénétidine) expliquait la formation du phénétol.

Mais cette saponification, que des expériences faites en mon

(*) Une erreur dans la transcription de mes notes m'a fait attribuer à ce phénol, dans mon travail *Sur la chaleur de formation des dérivés fluorés*, où est donnée la chaleur de combustion de l' ω trifluorcrésol, le point de fusion $-4^{\circ}9$. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1912, p. 499.)

(**) *Mém. in-8° de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), t. LXI (1901), p. 13.

laboratoire ont d'ailleurs démontrée être peu importante pour l'orthophénétidine elle-même, ne pourrait fournir au maximum qu'un rendement de 50 % en phénétol : il faudrait, pour atteindre un tel rendement, que la moitié du diazoïque fût réduite par l'alcool provenant de l'autre. Or, dans plusieurs opérations, j'ai obtenu, aux dépens de l'orthophénétidine, des rendements en phénétol $C_6H_5OC_2H_5$ atteignant 70 % et ne renfermant que des traces d'orthofluorphénétol.

Ces rendements, remarquables dans une réaction de décomposition d'un diazoïque, avaient été obtenus en opérant dans un appareil en plomb. Ils étaient moins avantageux dans un appareil en cuivre, mais dans ce cas encore la proportion de phénétol excédait sensiblement celle du composé fluoré.

Dans les deux cas s'était produite une corrosion très profonde de l'appareil, mais plus marquée pour le plomb que pour le cuivre ; il se faisait une quantité importante de fluorure de plomb ou de cuivre.

J'en ai conclu que c'étaient probablement ces métaux qui jouaient le rôle prépondérant dans la réduction du diazoïque.

C'est pourquoi j'ai repris ces essais en opérant dans un matériel inattaquable. La diazotation et la décomposition du diazoïque ont été exécutées dans un appareil en platine.

Dans ces conditions, la substitution de l'hydrogène au radical N_2R devenait beaucoup moins importante, mais tout au moins pour l'orthophénétidine, la décomposition du diazoïque se faisait beaucoup plus difficilement : le dégagement d'azote était très lent et n'avait lieu qu'à température élevée. En même temps les rendements en phénétol fluoré et en phénétol ordinaire diminuaient considérablement, n'atteignant plus que 25 %. La proportion de fluorphénétol dans le produit brut s'élevait à 60 %.

La résinification devenait très considérable. La réduction du diazoïque ne se faisant plus, il réagit sur le phénol qui résulte de l'attaque soit de l'angle anisol, soit de la fonction diazoïque, et cette réaction est d'autant plus importante que la décompo-

sition du fluorure de diazonium par HFl ou H_2O se fait lentement, tandis que sa réduction par le métal est un phénomène rapide. Wallach avait déjà reconnu d'ailleurs la difficulté de diazoter l'orthoanisidine en milieu fluorhydrique (*).

Dans la préparation du parafluorphénétol aux dépens de la paraphénétidine, on observe une réduction analogue, mais beaucoup moins importante.

Il me paraît que la formation de phénétol dans un appareil de platine doit s'expliquer par une saponification d'une partie de la phénétidine et réduction par l'alcool du diazoïque.

J'ajouterai que la réduction des diazoïques par un métal comme le cuivre ou le plomb, en présence d'un acide, doit être surtout facile lorsque le groupement N_2R est en orthoposition par rapport à un radical négatif. Je signalerai notamment ce fait intéressant que dans les essais infructueux que j'ai tentés de préparation de l'orthofluornitrobenzol par diazotation de l'orthonitroniline en milieu fluorhydrique, j'ai obtenu du nitrobenzol, avec un rendement de 8 %, en opérant dans un appareil en cuivre.

Étant donné cette réduction de certains diazoïques, avec substitution par l'hydrogène, des métaux dont le potentiel de décharge est inférieur à celui de l'hydrogène, il serait, me semble-t-il, intéressant de déterminer le potentiel d'une électrode de cuivre ou de plomb, dans une solution d'un sel de ces métaux, en présence d'un diazoïque réductible.

M. Van Hove, chef de travaux à mon laboratoire, poursuit actuellement l'étude de ces curieuses réactions.

Orthofluorphénétol.

J'ai dit plus haut que la diazotation de l'orthophénétidine dans un appareil de platine donne, avec un rendement de 25 %, un mélange d'orthofluorphénétol et de phénétol ordinaire.

(*) *Loc. cit.*, p. 237.

La diazotation est très facile, le fluorure d'orthophénétidine étant très soluble dans les solutions d'acide fluorhydrique.

L'orthophénétol pur a été préparé aux dépens de l'ortho-fluorphénol. Celui-ci est dissous dans trois fois son poids d'alcool; la solution, refroidie à 0°, est additionnée d'une quantité équimoléculaire d'éthylate de sodium dissous dans l'alcool, puis immédiatement après d'un léger excès d'iodure d'éthyle. Le tout est alors chauffé au reflux pendant un jour.

L'orthofluorphénétol formé est ensuite précipité par l'eau et extrait par l'éther. J'agite avec NaOH pour enlever le phénol inaltéré et sèche sur CaCl₂. Après élimination de l'éther, je rectifie au Sydney-Young. L'orthofluorphénétol distille entre 170° et 172°. Une deuxième rectification fournit un produit bouillant à la température absolument constante de 171°4.

L'orthofluorphénétol refroidi à — 20° cristallise; par cristallisation fractionnée, je suis parvenu à relever le point de fusion jusque — 16°7.

Analyse :

0gr3021 de substance ont donné 0gr7617 CO₂, soit 0gr2077 C,
et 0gr1682 H₂O, soit 0gr187 H₂.

Calculé pour C₈H₉NO.

Trouvé.

C	68.57 %
H	6.49

68.75 %
6.0 %

Métafluorphénétol.

Il a été préparé de la même manière que l'orthodérivé.

C'est un liquide incolore, ayant l'odeur du phénétol et qui bout à 171°4 sous 755 millimètres.

Analyse :

0gr3410 de substance ont donné 0gr8545, soit 0gr2330 C,
et 0gr1997 H₂O, soit 0gr0222 H.

Calculé pour C₈H₉FO.

Trouvé.

C	68.57 %
H	6.49 %

68.33 %
6.54 %

Sa densité est de 1.0716 à 16°4; son indice de réfraction n_D , de 1.4847 à la même température.

Parafluorphénétol.

100 grammes de paraphénétidine fraîchement distillée sont versés dans 600 grammes d'acide fluorhydrique à 60 % et diazotés dans un appareil en platine ou en argent, à l'aide d'une solution à 60 % de nitrite de sodium. J'ajoute ensuite 150 grammes d'acide fluorhydrique et je chauffe au bain de chlorure de calcium. La décomposition du diazoïque commence vers 100°; elle est assez lente et régulière.

Le phénétol est entraîné par les gaz et l'eau qui distille et recueilli dans un récipient rempli de glace. A la fin de l'opération, j'achève l'entraînement par un courant de vapeur d'eau.

Le liquide distillé est agité avec de l'éther; la solution éthérée est neutralisée par Na_2CO_3 , puis desséchée et rectifiée. Aux dépens de 500 grammes de paraphénétidine j'ai obtenu 320 grammes de phénétol brut. Pour enlever à ce dernier les phénols qu'il contient, je l'ai traité par une solution de soude caustique à 10 % et lui ai enlevé ainsi 15 grammes de phénol.

Après dessiccation sur CaCl_2 , le phénétol fut rectifié au déphlegmateur de Sydney-Young à cinq éléments. Le thermomètre monte immédiatement à 170°5 et le produit distille intégralement entre 171°5 et 173°8. J'ai séparé en deux portions : 171°5-172° et 172°-172°8.

En rectifiant une deuxième fois, j'ai obtenu quelques gouttes d'un liquide distillant au-dessous de 172°, 42 grammes de produit passant de 172° à 172°6, 205 grammes distillant de 172°6 à 173° et 17 grammes de résidu, qui, rectifié dans un appareil plus petit, distilla entre 172°8 et 173°5.

La rectification des 205 grammes passant de 172°6 à 173° m'a fourni un produit à point d'ébullition absolument constant de 172°7-172°75.

Malgré la constance du point d'ébullition, ce corps n'est pas

pur : c'est un mélange de phénétol et de parafluorphénétol qu'il est impossible de séparer par rectification, ces deux substances ayant des points d'ébullition identiques.

La proportion de phénétol a été établie par combustion : elle est de 4 %. Dans les essais de préparation faits dans un appareil en plomb, elle atteignait 14 %.

Pour purifier complètement le phénétol, je l'ai soumis à une série de cristallisations partielles. Le point de congélation initial du produit bouillant à 172°7-172°75 était de — 9°8; celui de la portion distillant de 172° à 172°6, de — 10°5.

Après dix-sept cristallisations successives, je suis parvenu à obtenir un point de congélation absolument fixe et uniforme de — 8°5. C'est ce produit qui m'a servi à établir les constantes du parafluorphénétol.

Analyse :

0gr2128 de substance ont donné 0gr1256 H₂O, soit 0gr01395 H ou 6.55 %,
et 0gr5539 CO₂, soit 0gr14561 C ou 68.42 %.

Calculé pour $\text{FlC}_6\text{H}_4\text{OC}_2\text{H}_5$.

Trouvé.

C 68.57 %

68.42 %

H 6.49 %

6.55 %

Le parafluorphénétol est un liquide incolore, possédant la même odeur que le phénétol; sa densité est de 1.07148 à 18°2; son indice de réfraction n_D à la même température, de 1.48257. Il bout à 172°8 sous 766 millimètres.

Le parafluorphénétol a été décrit par Valentiner et Schwarz, qui l'ont obtenu en décomposant par l'acide fluorhydrique une solution de chlorure de diazophénétidine (*). Ils lui assignent un point d'ébullition de 197°. J'ai essayé de l'obtenir en suivant exactement leurs indications, mais sans résultat. J'ai acheté alors à cette maison un échantillon de son fluorphénétol. L'examen

(*) *Zeitschr. für angew. Chemie*, 1898, p. 444.

de ce produit m'a démontré que c'était un produit très impur, constitué très essentiellement de parachlorophénétol et ne renfermant que des traces de fluorphénétol.

Les indications fournies par ces fabricants relativement à la préparation et aux propriétés du fluorphénétol sont donc à rejeter.

Fluornitrophénols et fluornitrophénétols.

Nitration du parafluorophénol. — L'action de l'acide nitrique concentré sur le parafluorophénol est extrêmement violente. Pour effectuer la nitration, j'ai opéré en solution aqueuse étendue.

11 grammes de parafluorophénol (0.1 mol.-gr.) ont été dissous à 35° dans 40 centimètres cubes d'eau; j'y ai ajouté 10 grammes d'acide nitrique à 65 % (0.1 mol.-gr.) dilués dans 30 centimètres cubes d'eau. Le liquide est limpide au début, mais après quelques minutes il se trouble, en même temps qu'il se fait une élévation de température notable. Il se sépare une huile très foncée, qui par refroidissement se fige en même temps que dans le liquide aqueux se fait une cristallisation abondante de belles aiguilles jaunes.

J'ai épuisé ensuite par l'éther, qui dissout abondamment le nitrophénol formé, nous laisse un résidu pulvérulent d'un jaune orangé, insoluble dans l'eau, presque insoluble dans l'alcool, l'éther, le chloroforme, très peu soluble dans le benzol bouillant, et qui, chauffé, se transforme en une masse résineuse. Je n'ai pas étudié la nature de ce produit.

La solution éthérée évaporée laisse déposer des cristaux très foncés que j'ai débarrassés de résine adhérente en entraînant par un courant de vapeur d'eau. J'ai obtenu ainsi de très belles

aiguilles jaunes de nitrofluorophénol, 1. 3. 4. Fl $\xrightarrow{\text{NO}_2}$ OH.

Celui-ci est très soluble dans l'éther, assez soluble dans l'alcool bouillant, peu soluble dans l'alcool froid.

Il est encore moins soluble dans l'alcool aqueux, et je me suis servi d'alcool à 70° pour le purifier par cristallisation.

Lorsque la cristallisation est rapide, on obtient des aiguilles ; si elle se fait lentement, il se produit de très beaux cristaux tubulaires hexagonaux, dont le point de fusion est de 73°7.

Analyse :

0gr2051 de substance ont donné 0gr0494 H₂O, soit 0gr0500 H ou 2.68 %, et 0gr3440 CO₂, soit 0gr09382 C ou 45.80 %.

Calculé pour FlC ₆ H ₅ (NO ₂)OH	C	H
	45.69	2.57
Trouvé	45.80	2.68

Entre les deux isomères possibles Fl<math display="block">\begin{array}{c} \text{NO}_2 \\ \text{---} \end{array}\text{OH} \text{ et } \text{Fl}<math display="block">\begin{array}{c} \text{NO}_2 \\ \text{---} \end{array}\text{OH}, le choix ne me paraît pas douteux, quant à l'identification du produit que j'ai obtenu. L'influence prédominante de l'hydroxyle doit avoir orienté le groupement NO₂ en 2, comme c'est aussi le cas pour le parachlorophénol, et les recherches de A. Holleman et de ses élèves ont d'ailleurs démontré que le fluor, au point de vue de son pouvoir d'orientation, se compose d'une manière analogue au chlore.

Cette conclusion est corroborée par l'obtention du même phénol aux dépens du phénétol correspondant, lequel, traité par l'ammoniaque, fournit l'amino.(2).nitro.(4).phénétol.

Je ne puis écarter cependant d'une façon absolue dans la nitration du parafluorophénol la production d'une quantité infime de fluor(4)nitro(3)phénol, mais je n'ai pu en déceler la formation et n'ai obtenu qu'un seul isomère.

Il est vrai que j'ai dû opérer sur des quantités assez faibles de matière et que les rendements sont assez mauvais par suite de la résinification : 11 grammes de fluorophénol ne donnent que 5 grammes de parafluornitrophénol.

On obtient ce dernier avec un rendement bien plus satisfaisant par saponification du phénétol correspondant (voir plus loin).

12 grammes de parafluorophénétol ont été dissous dans

40 centimètres cubes d'acide acétique glacial et additionnés de 25 centimètres cubes d'une solution aqueuse d'acide bromhydrique à 50 %. A 40°, les deux liquides se mélangent parfaitement. J'ai chauffé au reflux pendant cinq heures. La réaction n'était pas terminée, comme le prouvait la précipitation par l'eau qui fournit un produit fondant vers 35°.

J'ai ajouté encore 15 centimètres cubes d'acide bromhydrique et chauffé pendant six heures à l'ébullition au reflux. Une prise d'essai précipitée par l'eau donna un produit fondant à 65°.

J'ai précipité alors par 30 centimètres cubes d'eau; j'ai obtenu un magma cristallin. Le tout fut épuisé en trois opérations par 500 centimètres cubes d'éther; j'enlevai le phénol à la solution éthérée par agitation avec un léger excès de potasse demi-normale. Cette solution aqueuse de phénate fut décantée après deux jours et filtrée sur un filtre mouillé, puis précipitée par un grand excès d'acide chlorhydrique. Le phénol fut extrait par l'éther. Le rendement en nitrofluorophénol fut de 8^{gr}5, soit de 85 %.

Je purifiai ensuite par cristallisation de l'alcool aqueux. J'obtins ainsi un produit identique à celui que m'avait fourni la nitration du parafluorophénol.

Le parafluornitrophénol est très peu soluble dans l'eau froide, un peu plus dans l'eau bouillante. Il est déjà volatil à la température ordinaire.

Les sels de potassium et de sodium sont d'un beau rouge-feu; ils cristallisent en longues aiguilles, peu solubles dans l'eau froide. Chauffés, ils font explosion.

Parafluornitrophénétol Fl $\xrightleftharpoons{\text{NO}_2}$ OC₂H₅. La nitration du parafluorophénétol par l'acide nitrique concentré est une réaction très violente; si l'on emploie l'acide nitrique étendu, elle est lente et difficile. Aussi ai-je eu recours au nitrate d'acétyle dont Pictet et Kholinsky (*) ont préconisé l'emploi.

(*) *Berichte der Deutschen chem. Gesellsch.*, t. XL, p. 1163.

18^{gr}5 d'anhydride azotique furent dissous dans 25 grammes d'anhydride acétique, et cette dissolution ajoutée goutte à goutte, à l'aide d'un entonnoir à robinet, à 48 grammes de parafluorphénétol refroidi à — 10°.

La nitration fut conduite de manière à ce que la température ne s'élevât pas au-dessus de — 5°. La réaction fut absolument régulière, sans trace d'oxydation.

Le produit fut versé dans de l'eau glacée, le nitrofluorphénétol se sépara sous forme d'une huile qui se prit rapidement en une masse cristalline presque incolore. Il fut dissous dans l'éther, la solution étherée fut agitée avec de la potasse caustique à 5 % qui se colora en rouge. J'ai repris ce traitement à la potasse étendue jusqu'à ce que la solution alcaline restât incolore.

La solution étherée fut séchée sur CaCl_2 , puis distillée. Je recueillis ainsi 10 grammes de fluorphénétol inaltéré, puis entre 255° et 257° distilla le nitrofluorphénétol, qui se condensa en un liquide visqueux, cristallisant lentement en prismes magnifiques, transparents, atteignant 3 centimètres de long. Rendement : 40 grammes.

Aux dépens de la solution alcaline, j'obtins, par traitement à l'acide chlorhydrique et extraction par l'éther, 2 grammes de nitrofluorphénol fusible à 73°7.

Le nitro(2)fluor(4)phénétol est fort soluble dans l'alcool au-dessus de 20°, mais très peu soluble dans ce dissolvant à 0°.

C'est sur cette propriété que j'ai basé sa purification. Je le dissous à 25° dans deux tiers de son poids d'alcool, puis je refroidis à 0°, en ayant soin d'agiter; les quatre cinquièmes du phénétol cristallisent en belles aiguilles qui sont lavées à 0° avec un peu d'alcool. Après deux ou trois de ces opérations, j'obtiens des cristaux tout à fait incolores, fondant à 33°7.

Je n'ai pu isoler un isomère dans les eaux mères : 28 grammes de produit ont donné, après quatre cristallisations, 27^{gr}5 de produit fondant à 33°6-33°7. S'il se fait donc du nitrofluorphénétol 1. 3. 4, ce doit être en proportion infime.

Analyse :

0^{gr}3914 de substance ont donné 0^{gr}749 CO₂, soit 0^{gr}2025 C,
et 0^{gr}1612 H₂O, soit 0^{gr}01792 H.

Calculé pour C₈H₅NO₃Fl.

Trouvé.

C 51.87 %

51.73 %

H 4.37 %

4.33 %

J'ai établi la constitution de ce composé en le traitant par l'ammoniaque en solution alcoolique en quantité équivalente. Au bout de quelques instants, il se fit un précipité cristallin jaune, qui augmenta rapidement. Après vingt-quatre heures, je l'ai recueilli sur un filtre, lavé à l'eau, puis à l'alcool froid, dans lequel il est presque insoluble. La solution aqueuse acidifiée par l'acide acétique précipita abondamment par le chlorure de calcium.

Les cristaux, lavés à l'alcool, furent recristallisés de l'alcool bouillant. J'obtins ainsi de la nitrophénétidine 1. 3. 4, fondant à 170°, qui a été décrite par la fabrique R. Hochsta.

J'avais tout d'abord essayé de nitrer le parafluorphénétol par l'action de l'acide nitrique pur réel, mais la réaction étant trop violente, je dus renoncer à ce procédé.

Je repris alors ces essais avec de l'acide nitrique à 50 %, mais les deux liquides ne se mélangèrent pas et la nitration ne se fit que d'une manière fort incomplète.

J'ajoutai alors goutte à goutte de l'acide sulfurique concentré, tout en veillant à maintenir la température au-dessous de 10°. 85 grammes de parafluorphénétol furent ainsi traités par 40 grammes d'acide nitrique étendu de son poids d'eau, puis par 75 grammes d'acide sulfurique concentré. Il se fit un dégagement lent, mais régulier, de vapeurs nitreuses, et je pus constater nettement la production d'aldéhyde acétique. Après quatre heures, j'ai traité le produit par 300 centimètres cubes d'eau; il se déposa un liquide très foncé, possédant l'odeur du

phénétol. Sans séparer ce liquide, je traitai le tout par un excès de potasse caustique à 10 %. Il se fit un précipité rouge pourpre très abondant. J'ai ensuite agité avec de l'éther et essoré pour recueillir le précipité, qui fut lavé à l'éther.

Le produit d'essorage, formé d'une couche aqueuse colorée en rouge et d'une solution éthérée, fut séparé à l'entonnoir à robinet. La solution éthérée, après dessiccation, fournit par rectification 32 grammes de parafluorphénétol inaltéré et 45 grammes de nitrofluorphénétol.

La dissolution aqueuse traitée par l'acide sulfurique en excès fut épuisée par l'éther; je pus ainsi en extraire un phénol qui fut traité par l'eau bouillante : celle-ci laissa un résidu insoluble, fusible à 48° et constitué de dinitrofluorphénol. (Voir plus loin.)

La solution aqueuse refroidie abandonna des cristaux de nitro(2)fluor(4)phénol; en extrayant les eaux mères par l'éther, j'obtins une quantité totale de 3^{gr}5 de ce phénol.

Le précipité cristallin rouge pourpre dont il a été question plus haut pesait 21 grammes après dessiccation. Je l'ai dissous dans 400 centimètres cubes d'eau bouillante; par refroidissement, j'obtins de magnifiques aiguilles rouges, ressemblant à de l'anhydride chromique.

En concentrant les eaux mères jusqu'à moitié de leur volume, j'obtins un rendement total de 18 grammes de ce sel de potassium. Il est un peu soluble dans l'alcool bouillant, dont il cristallise en très belles aiguilles. Je l'ai obtenu ainsi à un haut degré de pureté.

Le dosage du potassium démontre que c'est le sel potassique du dinitrofluorphénol.

0^{gr}4120 de substance ont donné 0^{gr}1492 K₂SO₄.

Calculé pour C₆H₂Fl(NO₂)₂OK.

Trouvé.

K 46.25 %

46.23

Ce sel, décomposé par l'acide chlorhydrique étendu, fournit le phénol correspondant, qui précipite en aiguilles microscopiques.

piques jaunes, très solubles dans l'éther. Le dissolvant qui convient le mieux à sa purification est le sulfure de carbone, dans lequel il est assez soluble à chaud, et très peu à froid. Il en cristallise en très beaux prismes jaunes, fusibles à 50°2.

Analyse :

0gr2331 de substance ont donné 0gr0333 H₂O, soit 0gr0037 H,
et 0gr3044 CO₂, soit 0gr083 C.

Calculé pour C₆H₂Fl(NO₂)₂OH.

Trouvé.

C 35.64 %

35.59 %

H 4.50 %

4.54 %

Ce dinitrofluorphénol est très soluble dans l'alcool, peu soluble dans l'eau, sous laquelle il fond à 40°. La médiocre variation de solubilité avec la température rend la cristallisation dans l'eau peu avantageuse.

Surchauffé, il déflagre en laissant un résidu charbonneux.

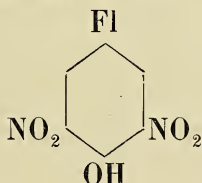
J'ai décrit plus haut son sel de potassium.

Le sel de sodium lui est très analogue. Tous deux sont fort peu solubles dans l'eau froide. Lorsqu'on les chauffe, ils font violemment explosion.

En évaporant fortement les eaux mères du sel de potassium, j'ai obtenu une cristallisation de petites aiguilles d'un pourpre très foncé, que j'ai recristallisées de l'eau chaude et décomposées ensuite par l'acide chlorhydrique. J'ai isolé ainsi environ un demi-gramme de dinitrohydroquinone 2.5 fusible à 135°.

La formation de ce composé implique une formation d'acide fluorhydrique; j'ai constaté, en effet, que l'appareil dans lequel j'avais effectué la nitration était légèrement corrodé.

La formule de constitution du dinitrofluorphénol que j'ai obtenu est très probablement



En effet, la première phase de nitration fournit le fluornitrophénol $\text{Fl} \xleftrightarrow{\text{NO}_2} \text{OH}$, et le deuxième groupement NO_2 ne peut

guère, étant donné ce que nous savons du pouvoir d'orientation de OH et NO_2 , se placer qu'en orthoposition par rapport à OH .

La production de dinitrohydroquinone $\text{HO} \xleftrightarrow{\text{NO}_2} \text{OH}$ constitue une confirmation de cette interprétation.

L'action du mélange d'acide nitrique étendu et d'acide sulfurique sur le parafluorphénétol donne donc naissance à un mélange assez complexe. A côté du phénomène de nitration, il y a en même temps saponification de l'angle anisol, avec oxydation subséquente de l'alcool et hydrolyse, peu importante il est vrai, de l'angle fluoré. La transformation de l'angle OC_2H_5 en OH facilite la nitration profonde; aussi la production de dinitrofluorphénol est-elle beaucoup plus importante que celle du phénol mononitré.

Toutes ces réactions secondaires consomment de l'acide nitrique, d'où transformation incomplète du fluorphénétol lorsque, comme dans les expériences que j'ai faites, on met en œuvre des quantités équimoléculaires de l'un et de l'autre.

Nitration du métafluorphénol.

Dans l'espoir d'obtenir le trinitrofluorphénol, dérivé fluoré de l'acide picrique, dont la formation était possible, le fluor et l'hydroxyle concordant à orienter le groupement NO_2 vers les mêmes positions, j'ai nitré le métafluorphénol en solution sulfurique et en employant un grand excès d'acide nitrique, ajouté progressivement. Malgré immersion dans la glace, il se fit une élévation notable de température. J'ai chauffé ensuite au bain-marie pendant quelques heures. Il se produisit une masse cristalline abondante, mais l'appareil de verre dans lequel j'opérais fut très fortement corrodé.

Je versai ensuite le produit de la réaction dans l'eau; le précipité cristallin que j'obtins fut essoré et recristallisé d'abord de l'alcool bouillant, puis du benzol. J'isolai ainsi, comme produit principal, de la trinitrorésorcine, que je pus caractériser par son point de fusion ($+ 75^{\circ}$) et par un dosage acidimétrique.

2 grammes de phénol ont été additionnés d'un excès de potasse décime normale, titré en retour par l'acide chlorhydrique $n/_{10}$; l'indicateur employé fut la phénolphtaléine.

Employé : $162^{\text{cc}} 2 \text{ KOH } n/_{10}$ à la neutralisation du phénol.

Calculé pour $\text{C}_6\text{H}(\text{NO}_2)_3(\text{OH})_2$: $161^{\text{cc}} 9$.

Les eaux mères alcooliques donnèrent par évaporation une masse cristalline jaune, fusible sous l'eau chaude, et dont j'ai pu retirer, par cristallisation de l'eau, un fluordinitrophénol cristallisant en grandes paillettes blanches et nacrées, jaunissant à la lumière et fondant de 72° à 74° . J'en ai obtenu une quantité trop faible pour pouvoir le purifier complètement.

Je l'ai alors transformé en sel de potassium, qui se laisse facilement obtenir à l'état pur par cristallisation de l'alcool chaud.

L'analyse a démontré que j'avais entre les mains le sel d'un dinitrofluorophénol.

0^{gr}5836 de substance m'ont fourni 0^{gr}6146 de K_2PtCl_6 , soit 0^{gr}09758 K, ou 16.72 %.

Calculé pour $\text{KOC}_6\text{H}_2(\text{NO}_2)_2\text{Fl}$.

16.25 %.

Ce sel de potassium cristallise en longues aiguilles jaunes, tandis que le sel de potassium du parafluordinitro (2.6.) phénol est rouge.

Aux dépens de 17 grammes de métafluorophénol, je n'ai obtenu que 1^{gr}3 de dinitrofluorophénol, ce qui ne m'a pas permis d'établir sa constitution.

Paradifluorbenzol.

Wallach et Heusler ont cherché à préparer ce corps aux dépens de la parafluorbenzoldiazopipéridide (*), mais le rendement fut si médiocre qu'ils ne parvinrent pas à isoler un produit donnant des résultats analytiquement satisfaisants. Ils le décrivent comme un liquide bouillant de 87° à 89°, d'une densité de 1.11 et se solidifiant à très basse température.

Je suis parvenu à préparer ce corps avec des rendements très satisfaisants par diazotation en milieu fluorhydrique de la parafluoraniline et à l'obtenir absolument pur. Ses propriétés sont fort voisines de celles que lui assignent Wallach et Heusler, et je suis porté à croire que les résultats analytiques trop peu satisfaisants qu'ils ont obtenus sont dus plutôt à la méthode de combustion qu'ils ont employée qu'à l'impureté des échantillons. J'ai observé en effet que lorsque, comme Wallach et Heusler, on brûle les composés fluorés dans des tubes de verre, en utilisant le chromate de plomb comme corps oxydant, il est presque impossible de retenir complètement le fluorure de silicium par PbCrO_4 , si la substance est riche en fluor, comme c'est le cas pour $\text{C}_6\text{H}_4\text{F}_2$.

100 grammes de parafluoraniline ont été dissous dans 500 grammes d'acide fluorhydrique à 60 % et diazotés à + 5° à l'aide de 62 grammes de nitrite dissous dans 100 centimètres cubes d'eau.

Au début, la diazotation se fait assez mal, le fluorure de fluoraniline étant très peu soluble, et il se dégage un peu de vapeurs nitreuses, mais lorsqu'on a ajouté environ un sixième de la quantité de nitrite à mettre en œuvre, la réaction devient plus facile et l'on peut introduire la solution de nitrite à raison de deux gouttes par seconde. Comme dans les autres diazotations en milieu fluorhydrique, j'ai opéré dans un appareil de platine.

(*) *Liebigs Annalen*, t. CCXLIII, p. 224.

La dissolution du diazoïque est alors amenée peu à peu, à l'aide d'un entonnoir à compte-gouttes paraffiné, dans un ballon en platine relié à un réfrigérant descendant et renfermant 200 grammes d'acide fluorhydrique à 50 % chauffé à 120°. La décomposition du fluorure de parafluordiazobenzol est beaucoup moins violente que celle du fluorure de diazobenzol (*); la vitesse du dégagement d'azote ne dépasse pas trois à quatre bulles par seconde. Le difluorbenzol distille; à mesure de la décomposition, il est recueilli dans de l'eau glacée.

La lenteur de la réaction fait qu'il ne faut pas employer de dispositif spécial pour retenir le produit entraîné par l'azote, comme c'est le cas dans la préparation du fluorbenzol.

Après introduction de tout le diazoïque et lorsque le dégagement d'azote est terminé, j'ai entraîné par un courant de vapeur d'eau.

Le contenu du ballon-récipient fut alors transvasé dans un ballon distillatoire en cuivre et j'y injectai un courant de vapeur d'eau. J'évitai ainsi la neutralisation, très désagréable, de la solution d'acide fluorhydrique et d'acide fluosilicique (**).

Le difluorbenzol distille d'abord, puis tout à la fin de l'opération la vapeur d'eau entraîne une petite quantité de nitro-

(*) Le même fait avait déjà été constaté par Wallach dans la décomposition de la difluorbenzoparadiazopipéridide par l'acide fluorhydrique.

(**) Cette manière d'opérer, que je n'ai employée qu'à la fin de ces recherches, serait applicable à la séparation de presque tous les produits fluorés que j'ai décrits d'avec la solution fortement acide que l'on obtient en même temps dans la décomposition des fluorures de diazonium.

L'impossibilité de se procurer un matériel de platine suffisant, la nécessité de pouvoir suivre la distillation font que j'ai toujours recueilli les produits de la distillation dans d'épaisses bouteilles de verre contenant de la glace.

L'acide fluorhydrique gazeux qui se dégage abondamment lorsqu'on provoque la décomposition du diazoïque attaque très fortement ces appareils, qui sont quelquefois perforés après deux opérations. La production de silice et de fluosilicate de sodium, encore accrue au moment où l'on neutralise par Na_2CO_3 avant d'agiter avec l'éther, rend l'extraction par ce dernier dissolvant très longue, si l'on veut ne rien perdre de la solution éthérée.

fluorphénol, qui cristallise en longues aiguilles dans le réfrigérant.

Le distillat fut additionné de soude caustique pour enlever les phénols et le difluorbenzol séparé à l'entonnoir à robinet. Après dessiccation, il a été rectifié au Sydney-Young. Il bout à 88°95 sous 763 millimètres.

Pour obtenir un produit tout à fait sec, je l'ai distillé sur l'anhydride phosphorique.

Le rendement est très satisfaisant. 100 grammes de parafluor-aniline donnent 55 grammes de produit distillant de 88° à 89° plus 7 grammes de têtes et queues ; soit 60 % de rendement.

Analyse :

0gr5531 de substance m'ont donné 0gr1857 H₂O, soit 0gr02063 H,
et 1gr2798 CO₂, soit 0gr349 C.

Calculé pour C ₆ H ₄ Fl ₂ .	Trouvé.
C 63.16 %	63.41 %
H 3.54 %	3.72 %

Le paradifluorbenzol a une densité de 1.1725 à 18°5. Son indice de réfraction n_D est de 1.4422 à la même température. Son point de fusion est de — 23°7.

La solution alcaline résultant du traitement par la soude du difluorbenzol brut a été acidifiée par HCl et épuisée par l'éther.

J'ai obtenu, après distillation de ce dernier, un mélange de deux phénols, du parafluorphénol et du nitro(2)fluor(4)-phénol.

En les dissolvant dans la potasse et en laissant cristalliser, j'obtins d'abord de belles aiguilles rouges de nitrofluorphénolate de potassium qui, décomposées par un acide, me fournirent du nitrofluorphénol fondant à 73°7.

Les eaux mères alcalines ont été acidifiées et agitées avec de

l'éther; par distillation, j'ai isolé du parafluorophénol distillant à 186° et fondant à + 46°.

La production d'une petite quantité de nitrofluorophénol doit être attribuée à la formation de vapeurs nitreuses au début de la diazotation.

Le paradifluorbenzol ne se laisse pas nitrer par le nitrate d'acétyle; même après quarante-huit heures, j'ai retrouvé le difluorbenzol inaltéré.

Par contre, un mélange d'acide nitrique et d'acide sulfurique concentrés l'attaquent aisément.

25 grammes de paradifluorbenzol ont été introduits goutte à goutte dans un mélange, refroidi à — 10°, de 20 grammes de HNO_3 de densité 1.52 et de 30 grammes d'acide sulfurique. Il ne se fit pas de dégagement de vapeurs nitreuses, puis le tout a été maintenu pendant trois heures à 0°.

Je versai ensuite dans un demi-litre d'eau, le nitro dérivé fut décanté et lavé avec une solution à 5 % de Na_2CO_3 . Après dessiccation, j'ai distillé le produit sous pression réduite.

Le difluornitrobenzol distille à 103° sous 25 millimètres de pression. Rendement : 28 grammes de produit pur + 5 grammes de têtes et résidu.

Analyse :

0gr3335 de substance ont donné 0gr5514 CO_2 , soit 0gr1504 C,
et 0gr0606 H_2O , soit 0gr0673 H.

Calculé pour $\text{C}_6\text{H}_3\text{F}_2\text{NO}_2$.

Trouvé.

C 45.28 %

45.11 %

H 1.89 %

2.02 %

Refroidi à — 15°, le difluornitrobenzol cristallise; par cristallisations fractionnées, j'ai obtenu un produit à point de fusion constant de — 41°7.

Comme beaucoup de nitrodérivés, le corps est très visqueux à basse température et la cristallisation se fait très lentement.

C'est à l'aide d'un produit obtenu après quatre cristallisations fractionnées, effectuées sur 52 grammes de substance, qu'ont été établies quelques constantes du difluornitrobenzol.

A l'état liquide, ce corps est d'un jaune très pâle : les cristaux sont presque incolores.

Sa densité à 17°2 est de 1.4671, son indice de réfraction n_D de 1.5115.

Il bout à 206°5 sous la pression atmosphérique sans se décomposer. Ainsi donc, de même que l'introduction d'un deuxième groupement NO_2 en paraposition augmente la stabilité de l'orthofluornitrobenzol, la présence d'un deuxième atome de fluor en paraposition rend également le premier moins sensible au voisinage du groupement NO_2 . J'ajouterai que des mesures calorimétriques que je compte publier sous peu confirment pleinement cette constatation.

L'atome de fluor voisin du nitryle se laisse néanmoins remplacer facilement par l'hydroxyle et l'oxéthyle.

A froid, la potasse aqueuse ne l'attaque que très lentement ; mais en chauffant au bain marie pendant huit jours le difluornitrobenzol avec une solution aqueuse 0.36*n* de potasse caustique, j'ai obtenu sa transformation presque complète en nitrofluorphénate de potassium $\text{Fl} \begin{array}{c} \text{<—>} \\ \text{NO}_2 \end{array} \text{OK}$, que j'ai décrit plus haut et

qui, décomposé par HCl , m'a donné le nitrofluorphénol fondant à 73°7.

L'attaque par l'éthylate de sodium est au contraire très rapide : il se fait un précipité de fluorure de sodium ; en précipitant ensuite par l'eau, j'ai obtenu, avec un rendement quantitatif, le nitrofluorphénétol $\text{Fl} \begin{array}{c} \text{<—>} \\ \text{NO}_2 \end{array} \text{OC}_2\text{H}_5$, fusible à 33°5.

Gand, Laboratoire de chimie générale de l'Université.

Le 30 mars 1913.

PHYSIO-PATHOLOGIE. — Contribution à l'étude de l'hémolyse
par les sérums (deuxième communication),

par P. NOLF, correspondant de l'Académie.

Dans l'hémolyse par les sérums, on admet généralement qu'au moins deux substances interviennent, l'anticorps hémolytique et le complément. Cette distinction date des premières recherches de Bordet sur la question. Ayant fait apparaître la propriété hémolytique dans les humeurs d'un animal en lui injectant les hématies d'une autre espèce, Bordet constata que le sérum de l'animal préparé perd son pouvoir hémolytique après un chauffage d'une demi-heure à 56°, mais que ce sérum inactivé opère la destruction des hématies si on lui ajoute le sérum frais d'un animal neuf de même espèce qui, à la concentration employée, n'exerce par lui-même aucune action hémolytique. Le constituant thermostable est l'anticorps hémolytique; le constituant thermolabile est le complément. Le complément existe dans le sérum frais de tous les vertébrés, il en est un constituant banal; l'anticorps existe seulement dans les humeurs des animaux qui ont reçu préalablement des hématies par une voie parentérale. De plus, l'anticorps est spécifique, c'est-à-dire qu'il exerce son action exclusivement sur l'espèce d'hématies injectée, tandis que le complément agit sur toutes les espèces d'hématies, à la condition qu'on ajoute l'anticorps spécifique pour chacune d'elles.

Cette distinction fut corroborée par les travaux d'Ehrlich et Morgenroth, qui démontrèrent que les hématies mises au contact du sérum spécifique inactivé fixent l'anticorps et le retiennent malgré de nombreux lavages. Ces hématies ainsi imprégnées d'anticorps sont dites sensibilisées. Elles se détruisent dans le

complément. Cette absorption est quelquefois élective, en ce sens que, mises au contact d'un mélange d'anticorps et de complément, les hématies peuvent n'absorber que l'anticorps seul, de façon à se sensibiliser sans s'hémolyser. C'est ce qui a lieu à 0°, ou dans des milieux très légèrement acidifiés, ou dans des milieux salins hypertoniques, ou dans les solutions isotoniques des sels des métaux alcalino-terreux, etc.

Avant la découverte des hémolysines d'immunisation, on savait que le sérum de certaines espèces animales exerce déjà à l'état normal une action destructive intense sur les hématies d'autres espèces. L'analyse de ce pouvoir hémolytique normal permit d'établir la même distinction entre deux constituants dont l'un fut assimilé à l'anticorps d'immunisation et l'autre au complément.

Enfin, en 1907, Ferrata put démontrer qu'il est possible de scinder le complément en deux parties qui sont séparément sans action sur les hématies sensibilisées et ne les détruisent que lorsqu'elles sont présentes en même temps. L'une de ces substances, qui appartient au groupe des globulines du sérum, fut appelée *Mittelstück*; l'autre, du groupe des albumines, reçut le nom d'*Endstück*.

Ces constatations tendaient à faire de l'hémolyse par les sérums un phénomène de plus en plus complexe. Après la découverte de Ferrata, il fallait admettre que trois substances différentes du sérum y participent; et une analyse de l'action destructive du venin de cobra sur le complément amenait récemment Ritz ⁽¹⁾ à la conclusion qu'à côté du *Mittelstück* et de l'*Endstück*, il y a lieu de croire à l'existence d'un troisième constituant du complément, ce qui porterait à quatre le nombre des substances nécessaires à la production de l'hémolyse.

La tendance de la plupart des auteurs, particulièrement de

(1) RITZ, Ueber die Wirkung des Cobragiftes auf die Komplemente. (*Zeitschr. für Immunit. und exper. Therap.*, 1912, XIII, 62-83.)

l'école allemande, est d'expliquer les diverses particularités de ces phénomènes en les attribuant à l'intervention de facteurs matériels, de supposer l'existence d'assez de facteurs matériels pour pouvoir interpréter facilement tous les faits connus et d'établir une distinction de nature et de fonction entre tous ces facteurs. En d'autres mots, anticorps hémolytique, *Mittelstück*, *Endstück*, troisième constituant seraient, pour Ehrlich et son école, des substances distinctes, ayant toutes à jouer un rôle propre et bien déterminé dans le phénomène d'hémolyse.

Or, il ne faut pas oublier qu'aucune des substances ainsi désignées n'a été isolée et que les noms qui les désignent représentent seulement des aspects divers, d'ailleurs bien décrits et bien établis, des phénomènes. De sorte que ce qu'on appelle la théorie de l'hémolyse est davantage une paraphrase des observations, une terminologie particulière qu'une véritable explication.

Je crois que notre compréhension des faits gagnerait beaucoup à se dégager de cette tendance et que, dans l'impossibilité où nous sommes actuellement d'isoler les facteurs matériels de l'hémolyse pour en faire l'étude directe, nous ferions mieux d'essayer de connaître d'abord l'essence du phénomène, qui paraît bien être une coagulation de certains constituants protéiques du sérum, et de définir ensuite les analogies profondes qui existent entre lui et la coagulation du plasma. Cette façon de procéder ne permet d'éclairer le problème de l'hémolyse que d'une lumière latérale, mais elle a l'avantage de bien situer l'hémolyse dans l'ensemble des phénomènes qui ont leur siège dans les humeurs, et de faire bénéficier son étude de toutes les notions très nombreuses et plus anciennes qui ont été recueillies sur la coagulation du plasma.

En procédant de cette façon, on doit arriver à une conception bien différente de la signification qu'il convient de donner à ce que l'on a appelé anticorps hémolytique, *Mittelstück*, *Endstück*, etc.

Pour bien comprendre ce que signifient ces mots, il convient d'examiner d'abord le cas de l'hémolyse par un sérum normal.

Je crois avoir démontré qu'un sérum peut se coaguler comme un plasma, mais qu'en l'absence de fibrinogène dans le sérum, la coagulation n'aboutit pas à la formation de fibrine insoluble, mais seulement de thrombine. Cette coagulation du sérum se fait, comme celle du plasma, sous l'influence de facteurs thromboplastiques, qui peuvent être des éléments insolubles, figurés, ou des éléments solubles. Quand elle a lieu à la surface d'une cellule ou dans l'épaisseur de son protoplasme cortical, elle peut en léser gravement la structure; si la cellule est un globule rouge, la lésion s'indique par la diffusion de l'hémoglobine, l'hémolyse. Pour qu'une espèce d'hématies soit détruite par un sérum normal, il faut donc qu'elle exerce une action thromboplastique sur ce sérum. C'est le cas de la plupart des hématies mélangées au sérum d'animaux d'espèce éloignée. Si, au lieu de sérum, on utilise le plasma, on constate que l'hémolyse s'accompagne habituellement d'une coagulation au sens usuel du mot, c'est-à-dire d'une formation de fibrine.

Dans la coagulation du sérum, il se produit de la thrombine. La thrombine se forme aux dépens de plusieurs colloïdes protéiques du sérum, dont un est fourni par les cellules blanches du sang, la thrombozyme, dont un autre, le thrombogène, est probablement d'origine hépatique. Thrombozyme et thrombogène sont suffisants pour donner la thrombine. Mais cette thrombine est un complexe qui paraît jouir de nombreuses affinités qui ont pour effet de provoquer son union avec d'autres colloïdes du plasma ou du sérum. Si du fibrinogène est présent, il s'unit à la thrombine pour former avec elle de la fibrine; en l'absence du fibrinogène dans le sérum, la thrombine ne reste pas longtemps libre. Elle s'unit à des colloïdes plus solubles que le fibrinogène, de sorte que les complexes ainsi formés ne s'insolubilisent pas comme la fibrine. Mais on s'aperçoit de la transformation de la thrombine au fait que le

sérum perd assez rapidement la propriété de coaguler le fibrinogène. Il est donc probable, comme je l'ai dit, que le mot thrombine ne désigne pas un individu chimique, mais qu'il peut s'appliquer à l'ensemble des complexes non saturés de fibrinogène, nés pendant la coagulation du plasma, qui comprennent au moins de la thrombozyme et du thrombogène, et qui sont doués d'affinité pour le fibrinogène ou pour des colloïdes de même origine que le fibrinogène, mais plus solubles que lui.

La coagulation d'un sérum ou d'un plasma par des hématies étrangères sera plus ou moins énergique suivant le plus ou moins d'affinité des colloïdes dissous pour le stroma des hématies et aussi suivant le plus ou moins de stabilité du sérum ou du plasma. Ainsi, une très légère augmentation de l'alcalinité des humeurs rendra la coagulation plus difficile, une très légère diminution de l'alcalinité favorisera au contraire le phénomène.

Quand on dilue un plasma dans plusieurs volumes d'eau distillée et qu'on l'acidifie très légèrement, soit par le simple passage d'un courant d'acide carbonique, soit par l'adjonction d'une petite quantité d'un acide dilué fixe, on provoque la formation d'un précipité de globulines. Ces globulines, lavées à l'eau distillée et redissoutes ensuite dans de l'eau salée isotonique, donnent un liquide qui se coagule après un temps habituellement court.

Le précipité contient donc tous les éléments de la fibrine. Le filtrat les contient aussi, comme le prouve la coagulation spontanée qu'il subit également quand on lui ajoute assez de chlorure sodique pour lui restituer son isotonicité. Les deux fractions obtenues aux dépens d'un plasma par le traitement précédent ne sont donc pas différentes essentiellement, elles contiennent des éléments protéiques de même valeur. Cependant le partage de ces éléments entre les deux fractions ne s'est pas fait d'une façon uniforme. Le caillot de la fraction globuline se forme plus rapidement que celui de la

fraction albumine et il s'autolyse facilement. On peut en conclure que le premier se distingue du second par un excès de thrombozyme et par un déficit de protéines d'origine hépatique.

Cette répartition entre les deux fractions se fait différemment suivant la dilution que l'on fait subir au plasma. Il est probable que la fraction globuline est d'autant plus enrichie en thrombozyme et plus appauvrie en colloïdes hépatiques que la dilution est plus faible, et l'inverse a lieu pour la fraction albumine correspondante. En faisant varier le degré de dilution, on peut donc obtenir des fractions albumine qui toutes sont capables de se coaguler, mais dont la tendance à se coaguler ira en diminuant à mesure que croîtra le degré de dilution.

Ce fait établi, il devient intéressant de comparer le pouvoir hémolytique de ces différents liquides sur une espèce d'hématies qui se détruisent dans le plasma considéré. Cet intérêt provient de ce que la précipitation des globulines par l'acide carbonique est un des moyens employés pour séparer le *Mittelstück* (globulines) de l'*Endstück* (albumines). Et il est tout indiqué d'étudier non seulement l'action de ces liquides sur des hématies normales, mais aussi sur des hématies sensibilisées ou persensibilisées.

Voici les résultats d'une expérience de ce genre. Les diverses solutions ont été faites au moyen d'un plasma oxalaté de chien, qui a été traité par un courant d'acide carbonique après avoir été dilué dans quatre volumes et dans neuf volumes d'eau distillée ⁽¹⁾. L'anticorps hémolytique employé était le sérum d'un lapin injecté plusieurs fois d'hématies de mouton. Il fut mélangé directement au mélange hémolytique à dose faible (1-2 unités). Le *Mittelstück* était préparé au moyen de sérum de mouton dilué à $\frac{1}{10}$ et traité par l'acide carbonique.

(1) Avant de procéder aux expériences d'hémolyse, il est indispensable de débarrasser les liquides de leur excès de CO₂, en les soumettant à l'action du vide.

Eau salée 0.85 %.	Plasma oxalaté de chien.	Filtrat du plasma oxalaté dilué à $\frac{1}{5}$ et traité par CO_2 .	Filtrat du plasma oxalaté dilué à $\frac{1}{10}$ et traité par CO_2 .	Sérum de lapin vacciné contre les hématies de mouton, chauffé à 56° .	<i>Mutuelitch</i> de mouton.	Hématies lavées de mouton.	RÉSULTATS.
0.75	0.02	—	—	—	—	0.05	Hémolyse complète.
0.85	0.4	—	—	—	—	0.05	Hémolyse presque complète.
0.9	0.05	—	—	—	—	0.05	Hémolyse faible.
0.45	—	0.05	—	—	—	0.05	Trace d'hémolyse.
0.65	—	0.3	—	—	—	0.05	Pas d'hémolyse.
0.85	—	0.4	—	—	—	0.05	Pas d'hémolyse.
0.45	—	0.5	—	0.005 (2 unités)	—	0.05	Hémolyse presque complète.
0.65	—	0.3	—	0.005	—	0.05	Hémolyse moyenne.
0.85	—	0.4	—	0.005	—	0.05	Hémolyse très faible.
0.4	—	0.5	—	0.005	0.05	0.05	Hémolyse presque complète.
0.6	—	0.3	—	0.005	0.05	0.05	Hémolyse moyenne.
0.8	—	0.4	—	0.005	0.05	0.05	Hémolyse très faible.
—	—	—	0.95	—	—	0.05	Pas d'hémolyse.
0.45	—	—	0.5	—	—	0.05	Pas d'hémolyse.
0.65	—	—	0.3	—	—	0.05	Pas d'hémolyse.
—	—	—	—	0.005	—	0.05	Trace d'hémolyse.
0.45	—	—	0.5	0.005	—	0.05	Pas d'hémolyse.
0.65	—	—	0.3	0.005	—	0.05	Pas d'hémolyse.
—	—	—	—	0.005	—	0.05	Trace d'hémolyse.
0.4	—	—	0.9	0.005	0.05	0.05	Hémolyse moyenne.
0.6	—	—	0.5	0.005	0.05	0.05	Hémolyse moyenne.
0.6	—	—	0.3	0.005	0.05	0.05	Hémolyse très faible.

On voit que, dans les conditions de l'expérience, le plasma de chien produisait par lui-même la destruction énergique des hématies de mouton; que sa dilution $\frac{1}{5}$ (traitée par l'acide carbonique et filtrée) avait perdu ce pouvoir quand on l'employait pure, mais l'exerçait encore en présence d'anticorps hémolytique; et enfin que sa dilution $\frac{1}{10}$ (traitée par l'acide carbonique et filtrée) ne détruisait plus les hématies, même en présence d'anticorps hémolytique, mais pouvait produire l'hémolyse en présence d'un anticorps et d'un *Mittelstück*.

Dans la terminologie de l'école allemande, on exprimerait ces résultats en disant que le dernier de ces liquides (dilution $\frac{1}{10}$) ne contient que l'*Endstück*, que le second (dilution $\frac{1}{5}$) contient l'*Endstück* et le *Mittelstück* et qu'enfin le premier (plasma non dilué) possède l'*Endstück*, le *Mittelstück* et l'anticorps hémolytique. En réalité, si l'on envisage la tendance qu'ont ces différents liquides à se coaguler, on constate que tous peuvent donner un caillot, ce qui prouve que tous ont la même constitution essentielle, mais que du premier (plasma non dilué) au dernier (plasma dilué à $\frac{1}{10}$), la stabilité va en augmentant par diminution progressive de la thrombozyme, par élimination successive des fractions les moins stables de la thrombozyme. Si l'assimilation de l'hémolyse à la formation de la fibrine est licite, il faut donc expliquer par une simple différence des conditions de stabilité des trois liquides, ce que l'école allemande attribue à l'intervention des facteurs matériels distincts, exclusivement localisés dans les diverses fractions.

On dira que le plasma pur subit l'action thromboplastique des hématies de lapin; que, privé d'une partie de sa thrombozyme (la moins stable), il ne subit plus l'action thromboplastique des hématies normales de lapin, mais bien des hématies imprégnées d'anticorps hémolytique ⁽¹⁾; que, privé

(1) J'ai démontré que les hématies sensibilisées peuvent exercer sur un plasma stable une action coagulante plus forte que les hématies normales. (Cf. *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1913, pp. 18-35.)

d'une fraction plus considérable de sa thrombozyme, il échappe à l'action coagulante d'hématies sensibilisées, à moins qu'on ne lui rende de la thrombozyme sous la forme d'un *Mittelstück* préparé au moyen du plasma ou du sérum d'une autre espèce animale.

Dans cette conception, l'*Endstück* n'est pas essentiellement différent du *Mittelstück*, ce qui explique pourquoi des hématies fortement sensibilisées peuvent être parfaitement détruites par l'*Endstück* seul à concentration suffisante, ce dont on s'assure aisément. D'autre part, l'anticorps hémolytique n'est pas essentiellement différent du *Mittelstück* ou de l'*Endstück*; il est, tout comme le *Mittelstück* d'un plasma naturellement hémolytique, un complexe comprenant une thrombozyme douée d'une affinité particulière pour l'espèce d'hématies considérée.

Mais, si l'on peut facilement se convaincre que l'*Endstück* est capable de détruire seul des hématies très sensibilisées, il n'est pas moins aisé de démontrer que le *Mittelstück* n'est pas en état d'opérer à lui seul l'hémolyse de ces hématies et qu'il peut même, lorsqu'il est très abondant dans un milieu, empêcher, dans une certaine mesure, leur hémolyse par l'*Endstück*. Ces constatations fournissent un argument très puissant en faveur de l'opinion que l'*Endstück* apporte à l'hémolyse un facteur qui est inexistant ou trop peu abondant dans la fraction *Mittelstück*.

J'ai cependant pu constater que le *Mittelstück* de mouton, préparé en faisant passer un courant d'acide carbonique dans une solution à $\frac{1}{10}$ de plasma ou de sérum de mouton, n'est pas toujours complètement inoffensif pour les hématies de mouton très sensibilisées par un sérum lapin-antimouton. Il arrive même que ce *Mittelstück* détruise directement des hématies non sensibilisées de mouton, quand celles-ci ont été conservées en glacière pendant quelques jours, hématies sur lesquelles le sérum ou le plasma complets de mouton sont sans aucune action.

En voici un exemple :

Le *Mittelstück* a été préparé en précipitant par l'acide carbonique les globulines d'un plasma oxalaté de mouton dilué dans neuf volumes d'eau distillée. Le précipité, lavé à l'eau distillée, est redissois dans un volume de solution isotonique de chlorure sodique égal à celui du plasma originel.

TABLEAU II.

<i>Mittelstück</i> de mouton.	Plasma de mouton.	Solution isotonique de chlorure sodique.	Hématies de mouton.	RÉSULTATS.
0 ^{cc} 95	—	—	0 ^{cc} 05	Hémolyse intense.
0.5	—	0 ^{cc} 45	0.05	Hémolyse intense.
0.3	—	0.65	0.05	Hémolyse modérée.
0.1	—	0.85	0.05	Hémolyse très faible.
—	0 ^{cc} 95	—	0.05	Pas d'hémolyse.
—	0.5	0.45	0.05	Pas d'hémolyse.
—	0.3	0.65	0.05	Pas d'hémolyse.
—	0.1	0.85	0.05	Pas d'hémolyse.

Il faut conclure de cette expérience que le *Mittelstück* peut contenir tous les éléments nécessaires à l'hémolyse, puisqu'il produit ici l'auto-hémolyse, c'est-à-dire la destruction des hématies de l'animal même qui a fourni le *Mittelstück*. Si, dans les conditions habituelles, le concours de l'*Endstück* lui est nécessaire, il arrive, comme dans le cas précédent, que l'*Endstück* empêche une hémolyse que le *Mittelstück* seul produit.

Il était intéressant d'étudier quelle peut être l'action hémolytique des solutions de fibrine. Comme on le sait, la fibrine se dissout assez facilement dans les solutions salines. Les solutions ainsi obtenues sont très riches en thrombine. Cette thrombine possède des caractères assez différents de la thrombine

du sérum. Elle paraît être plus active, en ce sens que des solutions moins riches en thrombine qu'un sérum produisent une coagulation plus rapide. Elle est surtout plus facile à conserver. Les solutions de fibrine peuvent être conservées pendant des jours et des semaines avant de perdre la faculté de coaguler le fibrinogène. Je me suis adressé surtout à la fibrine de porc, que l'on se procure facilement et qui provient d'un plasma dont le pouvoir hémolytique naturel est très intense.

Cette fibrine, après avoir été lavée dans un courant d'eau froide jusqu'à décoloration complète, était mise à macérer à 37° pendant deux jours dans quatre fois son volume d'une solution à 10 % de chlorure sodique. Au moment du besoin, on l'étendait de neuf volumes d'eau distillée.

Si l'on met à macérer de la fibrine de porc soit dans une solution hypertonique, soit dans une solution isotonique de chlorure sodique, on constate que le liquide de macération ne présente à aucun moment de pouvoir hétéro-hémolytique, même pour des hématies qui, comme celles du mouton, se détruisent rapidement dans le plasma de porc. Mais cette solution hémolyse énergiquement les hématies de mouton en association avec l'*Endstück* de cobaye. L'hémolyse est plus complète quand les hématies ont été préalablement sensibilisées par du sérum lapin-mouton, mais la coopération de l'anticorps du sérum n'est pas indispensable, comme le montre le tableau III.

Il faut donc conclure que la solution de fibrine agit à la façon d'une solution de *Mittelstück* qui contiendrait un anticorps hémolytique naturel, c'est-à-dire une thrombozyme douée d'affinité pour les hématies considérées.

Quelques essais faits avec des solutions de fibrine de mouton et de bœuf donnèrent des résultats négatifs, tant au point de vue de l'anticorps que du *Mittelstück*, au moins pour des hématies de mouton. Ce fait doit être opposé à la présence, dans le sérum de ces animaux, d'un *Mittelstück* actif pour les hématies de mouton.

Le résultat obtenu avec la solution de fibrine de porc n'en est pas moins remarquable. Cette solution contient, ainsi qu'il a été

dit, une thrombine tout comme le sérum, mais une thrombine plus active et dont l'activité se conserve longtemps. Or, l'inactivation de la thrombine du sérum doit être attribuée à son union avec des colloïdes protéiques d'origine hépatique. Dans la solution de fibrine, cette inactivation ne se produit pas, parce que les colloïdes hépatiques manquent. Si on les y introduit, ils s'unissent à la thrombine, mais ils sont détruits par elle, à moins d'être ajoutés en très grande quantité.

TABLEAU III.

Solution de fibrine de porc diluée à $\frac{1}{10}$.	<i>Endstück</i> de cobaye.	Solution isotonique de chlorure sodique.	Hématies de mouton sensibilisées (15 unités d'anticorps).	Hématies de mouton non sensibilisées.	RÉSULTATS.
0 ^{cc} 3	—	0 ^{cc} 65	0 ^{cc} 05	—	Pas d'hémolyse.
0.1	—	0.85	0.05	—	Pas d'hémolyse.
0.05	—	0.9	0.05	—	Pas d'hémolyse.
0.3	0 ^{cc} 1	0.55	0.05	—	Hémolyse forte.
0.1	0.1	0.75	0.05	—	Hémolyse moyenne.
0.05	0.1	0.8	0.05	—	Hémolyse moyenne.
0.3	—	0.65	—	0 ^{cc} 05	Pas d'hémolyse.
0.1	—	0.85	—	0.05	Pas d'hémolyse.
0.05	—	0.9	—	0.05	Pas d'hémolyse.
0.3	0.1	0.55	—	0.05	Hémolyse moyenne.
0.1	0.1	0.75	—	0.05	Hémolyse faible.
0.05	0.1	0.8	—	0.05	Hémolyse très faible.
—	0.1	0.85	0.05	—	Pas d'hémolyse.
—	0.1	0.85	—	0.05	Pas d'hémolyse.

C'est ce qui arrive lorsqu'on mélange la solution de fibrine à la quantité strictement suffisante d'*Endstück* de cobaye. Si ce mélange est laissé pendant quelque temps à l'étuve avant qu'on y ajoute les hématies de mouton, on constate qu'il perd la propriété de détruire celles-ci, comme le montre l'expérience suivante :

On prépare différents tubes contenant chacun 0^{cc}5 de solution isotonique de chlorure sodique, 0^{cc}3 d'une dilution $\frac{1}{10}$ d'une solution de fibrine de pore et 0^{cc}2 d'*Endstück* de cobaye.

Ces différents tubes sont mis à l'étuve à 37°.

Au premier, on ajoute au moment même 0^{cc}05 d'hématies de mouton sensibilisées (par 15 unités d'anticorps) et lavées; au second, on fait la même adjonction après un séjour de quinze minutes à l'étuve; au troisième, après trente minutes; au quatrième, après 45 minutes; au cinquième, après une heure.

Chaque tube est laissé ensuite à l'étuve pendant deux heures comptées à partir du moment où les hématies ont été ajoutées.

On constate dans le premier tube une hémolyse presque complète.

- second tube une hémolyse forte.
- troisième tube une hémolyse moyenne.
- quatrième tube une hémolyse faible.
- cinquième tube une hémolyse presque nulle.

On peut conclure de cette observation que la solution de fibrine ne contient pas tous les éléments du complément et qu'elle peut même détruire, ou tout au moins rendre inactif, l'élément qui lui manque. Cet élément est un ou des colloïdes présents dans la solution d'*Endstück*.

Il en résulte que si l'hémolyse peut être assimilée à une coagulation, qui, dans le sérum, ne peut être qu'une formation de thrombine ou une fixation sur l'hématie de la thrombine préformée du sérum, cette coagulation comprend d'autres termes que la thrombozyme et le thrombogène, puisque ceux-ci sont présents dans la solution de fibrine.

Ces autres termes ne peuvent être que les colloïdes d'origine

hépatique qui existent abondamment dans le sérum et qui possèdent la propriété de s'unir à la thrombine néoformée du sérum pour l'inactiver. Je me suis assuré par l'expérience que ces colloïdes ne sont pas le fibrinogène habituel, celui qui donne avec la thrombine la fibrine insoluble. Mais rien ne s'oppose à ce qu'on se les figure comme une sorte de fibrinogène plus soluble, donnant une fibrine soluble.

Ces colloïdes interviennent dans l'hémolyse comme le fibrinogène intervient dans la coagulation. J'ai démontré que le fibrinogène facilite l'union de la thrombozyme et du thrombogène. Pareillement on peut constater que l'*Endstück* favorise la fixation sur l'hématie de l'élément actif de la solution de fibrine. En l'absence de l'*Endstück*, la fixation est plus lente et plus incomplète.

L'expérience suivante en fait foi :

Dans trois tubes, on fait le mélange suivant :

Solution isotonique de chlorure sodique 0^{cc}7, solution de fibrine diluée à $\frac{1}{10}$ 0^{cc}1, hématies sensibilisées (15 unités d'anticorps) 0^{cc}05.

Les trois tubes sont mis à 37°; le premier reçoit à ce moment 0^{cc}2 d'*Endstück* de cobaye. Après une heure, hémolyse presque complète.

Après une heure, on retire les tubes II et III, dans lesquels il n'y a pas trace d'hémolyse. Au tube II on ajoute simplement 0^{cc}2 d'*Endstück*. Le tube III est mis à centrifuger, le liquide décanté, remplacé par 0^{cc}8 NaCl et 0^{cc}2 d'*Endstück*. Ces deux tubes sont remis à 37°.

Après une heure, l'hémolyse est presque complète dans II (égale à l'hémolyse de I), elle est d'intensité moyenne dans III (plus faible que dans I et II).

Mais il résulte de l'expérience que le rôle de ces colloïdes ne se borne pas à permettre une fixation plus massive de la thrombine. Celle-ci paraît être incapable d'opérer l'hémolyse quand elle est réduite à ses constituants principaux, thrombozyme et thrombogène. La désorganisation du protoplasme cellulaire n'est opérée que si les colloïdes qui se coagulent dans son épaisseur contiennent une proportion suffisante de colloïdes hépatiques.

C'est probablement à une teneur insuffisante en ces éléments qu'il faut attribuer l'inactivité habituelle du *Mittelstück* isolé. On peut conclure, en outre, des faits connus que pour qu'il y ait hémolyse, il faut que l'union de la thrombine ou de ses éléments et des colloïdes hépatiques se fasse dans l'épaisseur du stroma globulaire. Si elle s'opère trop tôt, avant l'adjonction des hématies, ou bien les éléments hépatiques pourront être détruits, comme dans la solution de fibrine mélangée d'*Endstück*, ou bien ils forment avec la thrombine des complexes inactifs (peut-être à cause de leur volume trop considérable), comme dans le sérum vieilli. Tous ces faits et ces interprétations sont en plein accord avec ce qui se passe dans la formation habituelle de la fibrine.

EMBRYOLOGIE ET ANATOMIE COMPARÉE. — **Recherches sur la structure et le développement du pancréas chez « Petromyzon »**,

par le D^r ROBERT PICQUÉ⁽¹⁾.

NOTE PRÉLIMINAIRE.

Le pancréas des Cyclostomes est resté longtemps méconnu.

Entrevue par Bojanus (1821) et Rathke (1826), puis reconnue comme pancréas par A. Muller (1850) et Langerhans (1873) chez *Petromyzon Planeri*, cette glande fut retrouvée par Schneider, en 1879, non seulement chez *Petromyzon* adulte, mais aussi chez sa larve (*Ammocète*), puis décrite anatomiquement par Legouis, en 1881, chez *P. marinus* adulte.

Nestler, en 1890, crut observer chez *Ammocète*, au moment de la métamorphose, la transformation progressive de la vésicule biliaire, des conduits hépatiques et cholédoque en un amas de follicules répondant au pancréas. On sait, en effet, que chez l'adulte toutes les voies biliaires sont oblitérées et que le canal cholédoque a perdu toute communication avec l'intestin.

Le pancréas, découvert chez *Petromyzon*, était bientôt décrit par Maas (1896) chez *Myxine* et chez *Bdellostoma*, et l'existence de cet organe se trouvait ainsi confirmée dans ces trois genres de Cyclostomes. Mais son développement restait inconnu.

Götte, qui en 1890 montre avec netteté, chez *P. fluviatilis*, l'origine du foie aux dépens d'une ébauche ventrale de l'intestin moyen, et la migration du canal cholédoque autour de la paroi de l'intestin par suite de la torsion de celui-ci, n'observe aucune formation pouvant être assimilée à un pancréas.

(1) Présenté par M. Charles Julin.

C'est Kupffer qui, le premier, en 1893, décrit le développement et les rapports réciproques du foie et du pancréas chez *Ammocète*.

D'après cet auteur, l'ébauche hépatique ventrale émet de bonne heure trois diverticules, l'un médian et les deux autres latéraux. Pendant que les latéraux bourgeonnent des tubes hépatiques, le médian, restant simple, forme une vésicule biliaire, et la portion commune sert de conduit excréteur à la glande.

Mais, en regard de l'ébauche hépatique ventrale, s'est formée en même temps une évagination dorsale. Bifurquée dès l'origine, elle progresse sur les côtés de l'intestin, mais inégalement. Plus active vers la droite, elle rejoint bientôt le diverticule latéral de l'ébauche hépatique, se fusionne avec lui et, se creusant d'une lumière, devient canal excréteur du foie destiné à remplacer le conduit hépatique primitif oblitéré.

Ainsi s'explique, pour Kupffer, le débouché dorsal du canal hépatique primitivement ventral.

Vers la gauche, au contraire, le diverticule dorsal se dissocie en un amas de cellules lymphoïdes.

Malgré cette destinée curieuse et différente des deux diverticules de cette ébauche dorsale, Kupffer n'hésite pas à considérer celle-ci comme pancréatique.

Mais Brachet, en 1897, reprenant l'étude du développement du foie et du pancréas chez *Ammocète*, retrouve l'ébauche hépatique trilobée; il voit ses diverticules latéraux fournir exclusivement du foie, comme chez les Sélaciens, et peut suivre les différentes étapes de la migration ventro-dorsale du canal cholédoque.

Toutefois, il n'observe aucun diverticule pancréatique, ni dorsal, ni ventral.

Aussi en arrive-t-il à douter de l'existence même d'un pancréas chez *Ammocète*. Il a bien suivi le développement des follicules de Langerhans, qu'il considère comme des prolifé-

rations épithéliales se produisant en assez grand nombre aux dépens des couches profondes de l'épithélium du tube digestif, sans participation de la cavité intestinale, et se montrant exclusivement sur tout le pourtour du point où l'intestin antérieur se continue dans l'intestin moyen; mais il ne croit pas qu'ils constituent un pancréas : tout au plus pourraient-ils représenter les îlots de Langerhans du pancréas des Vertébrés supérieurs.

En somme, chez *Ammocète*, « le pancréas ne s'est pas encore isolé en une glande spéciale », conclut Brachet.

Et cependant, à ce résultat négatif, Giacomini (1900) vient opposer la confirmation de l'existence d'un pancréas chez *P. marinus* et *Planeri* adultes. C'est un organe dépourvu de canaux excréteurs : il est formé de glandes isolées incluses dans la paroi intestinale (pancréas disséminé) et d'une masse principale (pancréas massif), poussant du sommet de la valvule spirale jusque dans le hile du foie.

Giacomini y reconnaît deux variétés de cavités sécrétantes : les unes sont des tubes peu ramifiés, à épithélium pancréatique ordinaire; les autres, des vésicules à épithélium sécréteur élevé, comparables aux îlots de Langerhans des Vertébrés supérieurs.

Laguesse (1906), qui avait déjà vu, chez la Lamproie, le pancréas massif de Giacomini, se rallie à la description de l'auteur, après examen d'une de ses préparations.

Il discute la signification des vésicules épithéliales, qui forment une partie de cet organe et furent considérées par Schneider et par Nestler comme résultant de la transformation des canaux hépatiques atrophiés, et pose la question de leur homologie avec les pancréas accessoires décrits, chez le Rat, par son élève Debeyre (1904).

M. le Prof^r Julin nous a fourni l'occasion d'étudier de nombreux matériaux relatifs à la structure et au développement du pancréas chez *Petromyzon*. Nous lui sommes vivement recon-

naissant d'avoir bien voulu nous offrir l'appui de son expérience et mettre à notre disposition les ressources de son laboratoire.

DÉVELOPPEMENT DU PANCRÉAS CHEZ « PETROMYZON ».

Nos études relatives aux premières phases du développement du pancréas chez *Petromyzon* ont porté, d'une part, sur des embryons et des larves provenant d'une culture de *P. Planeri* faite, à la Station zoologique de Naples, par M. le Dr Robert Legros, d'autre part, sur des larves de *P. fluviatilis* recueillies aux environs de Visé et préparées par M. le Prof^r Julin.

PREMIÈRES PHASES DU DÉVELOPPEMENT.

C'est au stade de 5 millimètres environ, chez *P. Planeri* (pl. I, fig. 1), le foie étant déjà complètement séparé de l'intestin sauf au niveau de l'abouchement du cholédoque, qu'apparaissent, tardivement par conséquent, les trois ébauches de l'organe que nous considérons comme le pancréas.

Elles se forment simultanément. Deux d'entre elles, les ébauches intestinales dorsale et ventrale, naissent respectivement d'une zone dorsale de l'intestin moyen, à la partie initiale de ce dernier.

La troisième, l'ébauche cholédocienne, naît d'un point bien déterminé de la paroi épithéliale ventrale du cholédoque.

Chez *P. fluviatilis*, les ébauches intestinales ventrale et dorsale se montrent chez une larve de 11 millimètres. Quant à l'ébauche cholédocienne, elle apparaît plus tardivement encore, mais pourtant avant que la larve ait atteint 18 millimètres.

1. *Ébauches intestinales*. — Les deux zones, dorsale et ventrale, dont procèdent les ébauches intestinales du pancréas,

répondent aux bourrelets d'invagination de l'intestin antérieur dans l'intestin moyen.

Elles débutent par une différenciation des cellules profondes de l'épithélium intestinal, qui, d'abord plus ou moins isolées, se groupent ensuite en deux *bandes*, l'une dorsale, l'autre ventrale, qui croissent plus tard caudo-cranialement.

En se développant, ces deux bandes deviennent de véritables cordons pleins, qui prennent un aspect moniliforme.

Au fur et à mesure de leur accroissement, ces deux cordons subissent une sorte de rotation de dehors en dedans (par rapport à l'axe de la lumière intestinale) qui, de la périphérie des bourrelets, les porte d'abord à leur sommet (stades de 20 et 21 millimètres) (pl. II, fig. 2), puis en dedans vers le fond du sillon d'invagination (stade de 34 millimètres).

Ce déplacement des cordons pancréatiques est fonction du développement même des bourrelets et, probablement, de la différenciation de la portion terminale de l'intestin antérieur en estomac.

La poussée se fait d'une façon continue pendant une assez longue période du développement, si nous nous en référons du moins à ce qui se passe chez *P. fluviatilis*, où nous avons pu la poursuivre depuis le stade de 11 millimètres jusqu'à celui de 34 millimètres. A ce dernier stade, elle a cessé, et les deux cordons pancréatiques intestinaux sont complètement détachés de leur lieu de formation.

Le développement des cordons pancréatiques d'origine intestinale résulte de la différenciation de l'épithélium, au niveau des bourrelets, en un véritable « cône d'émission » nettement localisé (pl. III, fig. 3).

Voici comment.

A distance du bourrelet, l'épithélium intestinal apparaît formé d'une assise unique de cellules très élevées, parmi lesquelles il est aisé de reconnaître deux variétés : les unes à protoplasma clair et à noyau ovalaire allongé suivant l'axe; les autres à pro-

toplasma granuleux et à noyau arrondi pourvu d'un gros karyosome.

Au niveau du bourrelet, au contraire, suivant une zone en forme de cône, l'épithélium se délamine en une assise profonde de cellules claires, dont les noyaux, au point de vue de leurs éléments chromatiques, sont intermédiaires entre les noyaux à gros karyosome et les noyaux pâles des cellules de l'épithélium avoisinant. Il est impossible de dire si les éléments cellulaires pancréatiques proviennent des cellules à gros karyosome ou des cellules à noyau pâle qui constituent l'épithélium intestinal prismatique simple.

Nous sommes pourtant assez porté à admettre qu'ils proviennent plutôt des cellules à gros karyosome.

Les ébauches pancréatiques sont donc, dès le début, des ébauches pleines et non des diverticules creux de l'épithélium de l'intestin moyen.

2. *Ébauche cholédocienne*. — L'ébauche cholédocienne émane de la paroi ventrale du cholédoque, au voisinage de l'abouchement de ce conduit.

Elle atteint son apogée, chez les larves de 20 à 21 millimètres de *P. fluviatilis*, au moment même où les deux ébauches intestinales sont le plus développées (pl. II, fig. 2).

Enfin, à cette ébauche cholédocienne principale s'en ajoute-t-il ultérieurement une autre?

Nous le pensons, pour avoir constaté au stade de 34 millimètres une vésicule paracholédocienne isolée, née sans doute précédemment du conduit hépatique (pl. IV, fig. 4).

C'est, en tout cas, une hypothèse vraisemblable, étant connue la multiplicité des ébauches pancréatiques, et en considération des faits observés chez d'autres Vertébrés où ces formations ont reçu le nom de pancréas accessoires.

Comme les cordons d'origine intestinale, l'ébauche cholédocienne constitue un bourgeon plein résultant de la prolifération de l'épithélium du canal hépatique.

En aucun cas, il n'y pénètre de diverticule de la lumière de ce conduit.

Nous avons pu croire le contraire au début de nos observations, en remarquant, sur certaines coupes transversales au stade de 20 millimètres, une légère pointe de la lumière du canal vers le bourgeon pancréatique.

Il ne s'agissait, en réalité, que de vagues échancrures ou failles, impossibles à interpréter dans le sens de diverticules vrais et attribuables sans doute à un étirement artificiel du mince épithélium canaliculaire par le volumineux bourgeon proliférant.

PHASES ULTÉRIEURES DU DÉVELOPPEMENT.

Que se passe-t-il à partir du stade de 24 millimètres, qui nous montre la formation des deux groupes d'ébauches pancréatiques : cholédocienne et intestinale, jusqu'à celui de 42 centimètres, où nous observons la constitution d'une collerette péri-intestinale occupant, dans le sillon d'invagination, les quatre cinquièmes du pourtour de l'intestin?

Évidemment, la jonction et l'interpénétration par croissance des deux ordres d'ébauches, que nous voyons déjà se dessiner, au stade de 24 millimètres, par la progression des cordons intestinaux vers le canal cholédoque.

Mais nous n'avons pas suivi sur le fait ce processus qu'il serait intéressant d'étudier ultérieurement.

Quoi qu'il en soit, l'anneau pancréatique, à la formation duquel nous venons d'assister, va en se compliquant anatomiquement et en se différenciant histologiquement.

Anatomiquement, les cordons pancréatiques se multiplient et, bourrant l'intervalle entre l'épithélium intestinal et la splanchnopleure, se groupent topographiquement partie du côté du foie, où ils formeront, chez l'adulte, le pancréas massif, partie du côté du tissu du pli spiral, où ils s'essaïmeront en îlots séparés.

Bien que très éparses et fort incomplètes soient les données que nous avons pu recueillir sur la sécrétion dans les tubo-alvéoles du pancréas chez l'Ammocète de *P. fluviatilis* et chez l'adulte de *P. Planeri* et de *P. marinus*, elles sont cependant suffisantes pour nous permettre de conclure que dans les cellules épithéliales se forment de fines granulations. En dépit de la sécrétion purement endocrine de l'organe, les cellules sécrétantes du pancréas de *P. marinus* montrent, dans les alvéoles dilatées, un cône apical bourré de fines granulations et rappelant les grains de zymogène des cellules pancréatiques, tels qu'on les observe chez la plupart des autres Vertébrés.

Le matériel que j'ai eu à ma disposition ne m'a pas permis de résoudre la question de savoir comment s'exécute le fonctionnement de cette glande si particulière.

Au point de vue topographique, les ébauches pancréatiques se produisant, chez *P. Planeri* et *fluviatilis*, à une époque où la rotation du cholédoque s'est effectuée et a reporté à gauche l'abouchement du canal, il ne peut être question de pancréas ventral et de pancréas dorsal, et les dénominations morphologiques de *pancréas cholédocien* et de *pancréas intestinal* sont préférables.

VALEUR MORPHOLOGIQUE DU PANCRÉAS CHEZ « PETROMYZON ».

Nous venons de décrire, chez *Petromyzon*, le développement d'un organe que nous avons considéré comme le pancréas. Il s'agit maintenant de fournir la démonstration de cette interprétation.

Le premier argument en faveur de l'existence d'une glande pancréatique chez *Ammocète* est, en toute logique, la constatation, chez *Petromyzon* adulte, d'un pancréas bien différencié.

En effet, tant que la signification de l'organe décrit par Langerhans (1873) chez *P. Planeri*, puis par Legouis (1881-1883)

chez *P. marinus*, resta imprécise, l'étude de son développement manqua de base solide.

Et quand les résultats obtenus dans ce sens par Kupffer, en 1893, eurent été controuvés par Brachet en 1897, cet auteur put émettre un doute sur l'existence d'un pancréas chez *Ammonoëte* et conclure que « cet organe ne s'y est pas encore isolé en une glande spéciale ».

Mais depuis, Giacomini (1900) décrit avec précision, chez *P. marinus*, un organe qui est un pancréas par sa situation et par ses rapports autant que par sa structure.

Laguesse (1906), après examen d'une préparation de Giacomini, croit que « l'organe est bien le représentant du pancréas ».

Nous constatons une structure identique sur l'individu de *P. marinus* que nous avons examiné. Et nous retrouvons le même organe chez *P. Planeri*.

Un pancréas existe donc chez les Pétromyzontides.

D'autre part, Maas décrit, en 1896, un organe pancréatique chez les Myxinoïdes : *Myxine* et *Bdellostoma*.

Anatomiquement, le pancréas des Cyclostomes adultes est donc hors de conteste à l'heure actuelle.

Il est, dès lors, logique d'en chercher l'homologie embryologiquement dans l'organe que nous voyons se dessiner topographiquement en la même région et dont nous suivons les principales étapes jusqu'à la constitution de l'organe adulte.

L'organe dont nous venons de décrire le développement chez *Petromyzon* apparaît, en effet, à l'origine de l'intestin moyen, en la zone de différenciation, habituelle chez tous les Vertébrés, des glandes annexes, et il y forme, avec le foie, une zone annulaire hépato-pancréatique, suivant l'expression de Weber (1902).

Bien plus, il y naît par deux groupes d'ébauches, intestinale et cholédocienne, qui nous rappellent aussitôt les pancréas, dits dorsal et ventral, des autres Vertébrés.

Nous savons, en effet, que dans tout le phylum des Vertébrés le pancréas se développe par deux sortes d'ébauches :

1° Les unes par évagination de la paroi dorsale de l'intestin;

2° Les autres par bourgeonnement du canal cholédoque ou de la portion contiguë de la paroi ventrale de l'intestin.

Chez les Sélaciens, l'ébauche intestinale ou dorsale existe seule, comme s'accordent à le démontrer les travaux de Balfour, de Hammar, de Brachet, de Mayr et de Choronshtitzky chez *Torpedo* (in Weber, 1902), ceux de Laguesse chez *Acanthias* (1894).

Il en est de même chez un Ganoïde (*Acipenser ruthenus*) (Nicolas, 1903).

Chez tous les autres Gnathostomes, le pancréas procède de deux ébauches : l'une, dorsale, intestinale, est simple ; l'autre, ventrale, est double.

Celle-ci (le plus souvent cholédocienne) peut parfois être intestinale (Laguesse, 1889, chez *Trutta*).

Brachet (1896) a démontré que chez *Lacerta* et chez le *Lapin* l'ébauche ventrale gauche s'atrophie secondairement.

Nous observons donc, dès les Cyclostomes, les deux ébauches pancréatiques que nous retrouvons chez presque tous les Gnathostomes : l'ébauche dorsale, ou mieux intestinale, est double ; l'ébauche ventrale, ou cholédocienne, est simple.

Étudions donc, chez les Cyclostomes, chacune d'elles au point de vue de son homologie avec celle des autres Vertébrés.

1. *Pancréas intestinal*. — A une époque du développement où le foie est formé et déjà isolé, la torsion de l'intestin effectuée et la rotation du cholédoque achevée, le pancréas apparaît, par différenciation de la portion initiale de l'intestin moyen, sous forme de deux bourrelets d'épaississement orientés dans le sens dorso-ventral ; se rejoignant presque à droite, restant, au contraire, séparés à gauche par l'épaisseur du pli spiral.

L'épithélium s'y stratifie, y prend des caractères particuliers

que nous avons définis, et les cordons pancréatiques y naissent de cellules spéciales, d'abord disséminées sous la membrane propre, puis conglomérées en amas pleins.

Il semble de plus que, des deux variétés de cellules qui constituent l'épithélium intestinal, les cellules granuleuses à gros karyosome, vraisemblablement de fonction glandulaire, donnent naissance à des cellules pancréatiques.

Nous observons donc chez les Cyclostomes, ou tout au moins chez les Pétromyzontides, le passage des cellules de l'épithélium intestinal aux cellules pancréatiques. Mais déjà, chez ces Vertébrés considérés comme les plus inférieurs, nous voyons la prolifération pancréatogène, non point « étendue à tout le pourtour du point où l'intestin antérieur se continue dans l'intestin moyen », comme le pense Brachet, mais localisée en deux zones bien définies, les cônes d'émission ou pseudobourrelets d'invagination.

La différenciation de l'organe pancréatique s'est donc déjà affirmée et nous éloigne du type primitif conçu par Mayr (1897), dans lequel, chez les ancêtres des Sélaciens, aurait existé, non une glande pancréatique distincte, mais un épithélium différencié dans le sens sécrétoire, une zone pancréatique de l'intestin.

C'est cette conception que Kupffer a étendue à toutes les glandes annexes de l'intestin moyen issues, pour cet auteur, de la différenciation fonctionnelle et morphologique d'une formation fondamentalement unique, s'étendant le long de l'intestin moyen et à laquelle Lagüesse a donné corps en appliquant aux ancêtres des Vertébrés le terme d'*hépatopancréas* qui désigne, chez les Invertébrés, une glande, semble-t-il, correspondante au foie et au pancréas.

Néanmoins, nous retrouvons, chez *Petromyzon*, la trace très évidente de cette extension primitive de la région pancréatique.

Kupffer (1893), tout en décrivant chez *Ammocète* trois ébauches pancréatiques, dont l'une dorsale et les deux autres ven-

trales, a éloigné les Cyclostomes du type primitif qu'il avait conçu, en limitant ces ébauches à des évaginations localisées, l'intestinale en particulier à la partie médiane de la paroi dorsale de l'intestin.

Au contraire, en constatant l'existence de deux zones de prolifération étendues d'abord aux trois quarts de la circonférence intestinale, puis massées dans les bourrelets dorsal et ventral, nous surprenons sur le fait le processus initial de différenciation glandulaire de l'épithélium intestinal en voie de localisation.

Les Cyclostomes nous offrent dès lors une transition intéressante entre le type primitif supposé et celui des autres Vertébrés.

Chez tous les Gnathostomes, en effet, le pancréas intestinal naîtra désormais d'une ébauche dorsale unique et localisée.

Hâtons-nous cependant de signaler les restrictions à ce schéma classique.

D'abord, au point de vue du nombre : en effet, dans certains cas, il est difficile de saisir la part qui revient au cholédoque ou à l'intestin lui-même dans la formation des ébauches ventrales ; chez *Trutta*, Laguesse (1889) montre celles-ci naissant franchement de l'intestin.

Ensuite, au point de vue de la localisation : il faut imaginer, en effet, qu'une évagination limitée de l'intestin est précédée par un épaissement de sa paroi, parfois fort étendu.

Laguesse montre, chez les Sélaciens, l'ébauche dorsale du pancréas constituée, au début, par un épaissement de la paroi épithéliale sur une certaine longueur, précédant l'apparition d'une gouttière, d'abord sans limites nettes, puis creusée en diverticule.

C'est le stade prédiverticulaire (Weber, 1902).

Weber est parti de cette notion pour rechercher, chez les Ammocètes, à une période où le rudiment de l'organe n'est pas encore isolé sous forme de diverticule, les traces de la différenciation glandulaire de l'épithélium. C'est ainsi qu'il a pu mettre

en évidence, dans l'ontogenèse des Vertébrés supérieurs, l'existence d'une zone annulaire hépato-pancréatique analogue à la zone hépato-pancréatique admise par Mayr et Kupffer comme le type phylogénique des Vertébrés.

En résumé, les ébauches intestinales doubles des *Pétromyzontides* nous apparaissent comme les homologues du pancréas dorsal des autres Vertébrés.

Aussi proposons-nous de substituer à cette dénomination topographique celle morphologique de *pancréas intestinal*.

Elles en diffèrent en ce qu'il s'agit, chez les Cyclostomes, de bourgeons pleins sans participation aucune de la lumière intestinale, par opposition aux diverticules qui les constituent chez les autres Vertébrés. Mais la différence s'atténue si l'on considère, chez ces derniers, la période prédiverticulaire.

2. *Pancréas cholédocien*. — Tandis que chez les Gnathostomes les ébauches pancréatiques, dites ventrales, se présentent comme deux évaginations creuses du canal cholédoque, nous nous trouvons en présence, chez *P. Planeri* et *P. fluviatilis*, de bourgeons pleins développés sur la paroi.

Considérée à un stade déterminé, l'ébauche cholédocienne est unique et est contemporaine des ébauches intestinales.

Toutefois, nous observons, à un stade tardif (34 millimètres), une vésicule paracholédocienne isolée, qui nous donne l'impression d'un de ces bourgeons pancréatiques accessoires tardifs décrits par Debeyre (1904) chez le Rat.

Quelle est sa destinée?

Séparée de ses connexions cholédociennes, s'ajoutera-t-elle à la masse principale ou fonctionnera-t-elle isolément?

Nous ne pouvons naturellement le préciser.

Quoi qu'il en soit, nous voyons dans cette particularité un rapprochement entre le mode de développement de la glande des Cyclostomes et celui du pancréas de certains Vertébrés supérieurs.

Nous savons que, chez *Myxine* et chez *Bdellostoma*, le pancréas cholédocien est, à l'état adulte, le seul existant.

Or, chez *Myxine*, il se montre formé d'une série de vésicules abouchées isolément dans le cholédoque et appendues, à sa paroi, d'une façon qui rappelle singulièrement les figures de Debeyre concernant les bourgeons accessoires.

Chez *Bdellostoma*, un degré de plus s'est produit dans la différenciation de l'organe, les vésicules se sont groupées en lobules et lobulins s'ouvrant dans des conduits diverticulaires du cholédoque.

Ces variétés sont encore intéressantes à rapprocher des faits précédents.

Au point de vue topographique, les ébauches pancréatiques se produisant, chez *P. Planeri* et *P. fluviatilis*, à une époque où la rotation du cholédoque s'est effectuée et a reporté à gauche l'abouchement du canal, il ne peut être question de pancréas ventral, et la dénomination morphologique de pancréas cholédocien est, ici aussi, préférable.

CONCLUSIONS.

En somme, les faits que nous apportons concernant le pancréas chez *Petromyzon* démontrent son mode de développement aux dépens de deux groupes d'ébauches : intestinales et cholédociennes.

Les ébauches intestinales, inexactement interprétées par Kupffer, entrevues depuis par Brachet, n'avaient pu être affirmées par cet auteur comme représentant le pancréas chez *Ammocète*.

Les divers stades de leur développement n'avaient pas été suivis.

L'ébauche cholédocienne n'avait pas été décrite (une ligne de Giacomini (1902) permet seule de penser que cet auteur en connaissait l'existence).

De la connaissance de ces deux groupes d'ébauches, nous concluons morphologiquement à l'homologie entre l'organe de *Petromyzon* et le pancréas des autres Vertébrés.

De plus, une ébauche cholédocienne tardive semble pouvoir être rapprochée des bourgeons pancréatiques accessoires décrits par Debeyre chez le Rat.

Enfin, à tous les stades de son ontogenèse, le pancréas de *Petromyzon* est et reste une glande endocrine.

(Travail du Laboratoire d'embryologie et d'anatomie comparée de la Faculté de médecine de Liège.)

BIBLIOGRAPHIE.

BRACHET, Recherches sur le développement du pancréas et du foie (Sélaciens, Reptiles, Mammifères). (*Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, 1896, pp. 620-700.)

BRACHET, Sur le développement du foie et sur le pancréas de l'Ammocète. (*Anatom. Anzeiger*, XIII. Bd, Nr 23, 1897, p. 621.)

DEBEYRE, Les bourgeons pancréatiques accessoires tardifs. (Thèse, Lille, 1904.)

GIACOMINI, Sul pankreas dei Petromyzonti conparticolare riguardo al pankreas di *Petromyzon marinus*. (*Anatomischer Anzeiger*, Bd 18, 1900, pp. 44-52, 4 figures.)

GIACOMINI, Relazione tra il pancreas dell' Ammocetes e del Petromyzon. Rendiconti della 3 Assemblea ordin. e del Convegno dell' Unione Zoolog. Ital., in Roma. (*Monitor Zoolog. ital.* Suppl.) 1902.

GÖTTE, Abhandlungen zur Entwicklungsgeschichte der Tiere, Heft V. Entwicklungsgeschichte des Flussneunauges, 1890. Teil I.

KUPFFER, Ueber das Pankreas bei Ammocetes. (*München. med. Abhandlungen*, 7. Reihe, 1893, Heft V.)

LAGUESSE, Développement du pancréas chez les Poissons osseux. (*Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, t. XXX, 1889.)

LAGUESSE, Note sur la rate et le pancréas du Protoptère et de la Lamproie. (*Comptes rendus de la Société de biologie*, 1890, pp. 425-426.)

LAGUESSE, Développement du pancréas chez les Sélaciens. (*Bibliogr. Anat.*, 1894.)

LAGUESSE, Le pancréas. (*Revue générale d'histologie de Renaut*. Lyon, 1906.)

LANGERHANS, Untersuchungen über *Petromyzon Planeri*. (*Th. Freiburg*, I, Br. 1873.)

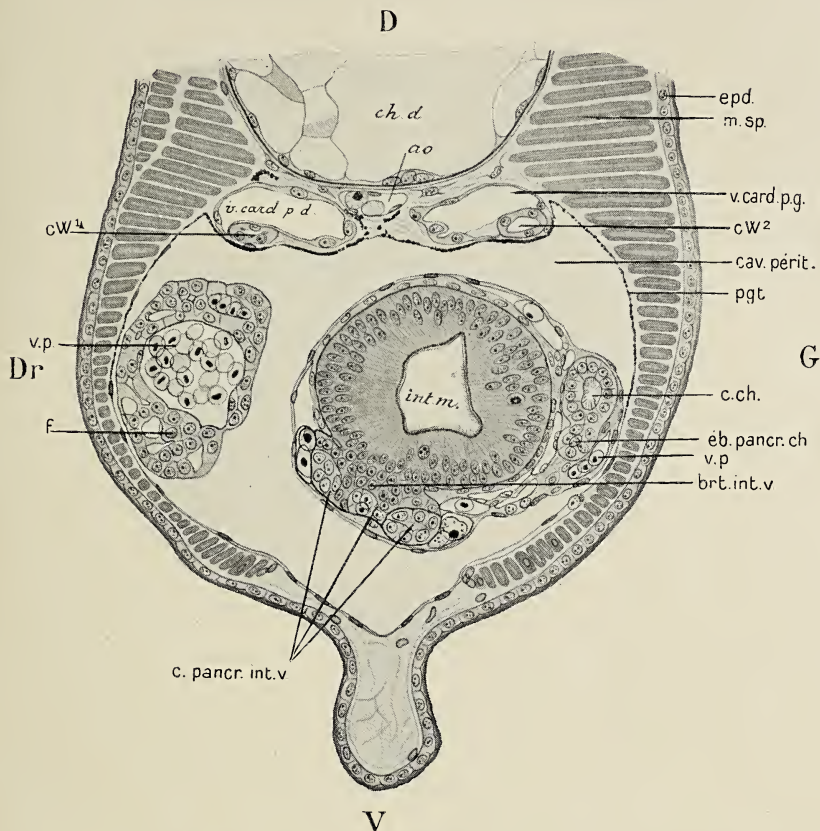


FIG. 1. — Larve de *Planeris* longue de 5^{mm}25, recueillie quarante jours après la fécondation.

(Sublimé acétique dilué, hématoxyline et éosine.) 400 diamètres. Collection Julin.

Coupe transversale intéressant les ébauches pancréatiques intestinale ventrale et cholédocienne.

Ces deux ébauches sont encore en continuité avec leurs lieux de formation.

ao. Aorte. — brt. int. v. Bourrelet intestinal ventral. — c. ch. Canal cholédoque. — c. pancr. int. v. Cordon pancréatique intestinal ventral. — c. W¹ et c. W². Portion du canal de Wolff interposée entre le pronéphros et le mésonéphros. — cav. p. Cavité péritonéale. — ch. d. Corde dorsale. — eb. pancr. ch. Ébauche cholédocienne. — epd. Épiderme. — f. Foie. — int. m. Intestin moyen. — m. s. p. Muscle spinal ou de la paroi du corps. — pgt. Pigment. — v. card. p. d. Veine cardinale postérieure droite. — v. card. p. g. Veine cardinale postérieure gauche. — v. p. Veine porte. — D. Côté dorsal. — Dr. Côté droit. — G. Côté gauche. — V. Côté ventral.

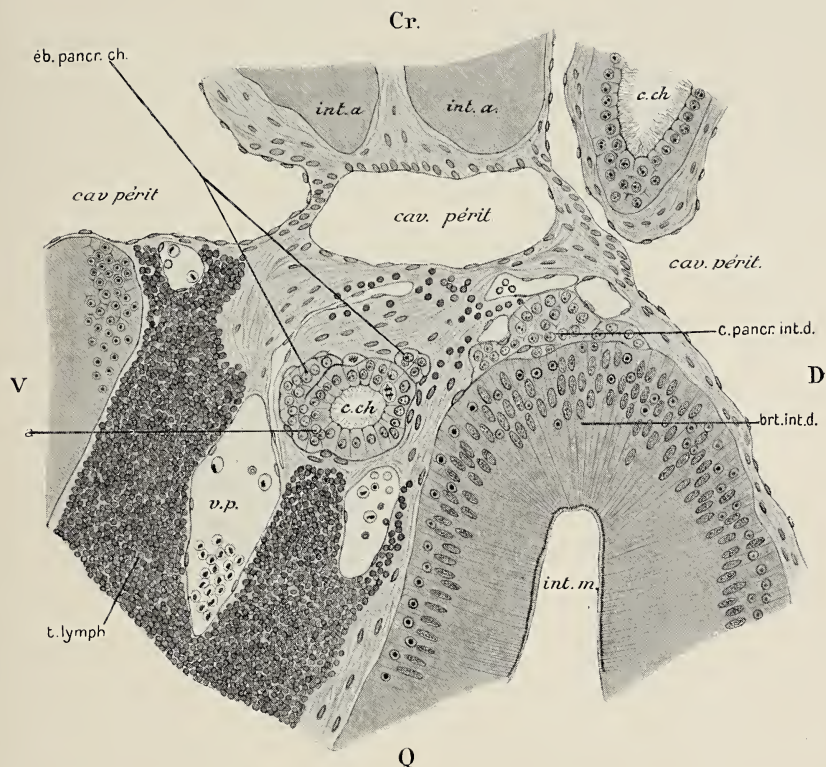


FIG. 2. — Larve de *P. fluviatilis* (Ammocète), longue de 21 millimètres. (Sublimé, carmin boracique.) 263 diamètres. Collection Julin.

Fragment d'une coupe sagittale. On voit, en *a*, le point de naissance de l'ébauche cholédocienne en continuité avec le cholédoque.

brt. int. d. Bourrelet intestinal dorsal. — *brt. int. v.* Bourrelet intestinal ventral.
 — *c. ch.* Canal cholédoque. — *c. pancr. int. d.* Cordon pancréatique intestinal dorsal.
 — *cav. périt.* Cavité péritonéale. — *éb. pancr. ch.* Ébauche cholédocienne.
 — *int. a.* Intestin antérieur. — *int. m.* Intestin moyen. — *t. lymph.* Tissu lymphoïde.
 — *v. p.* Veine porte. — *Cr.* Côté cranial. — *D.* Côté dorsal. — *Q.* Côté caudal. — *V.* Côté ventral.

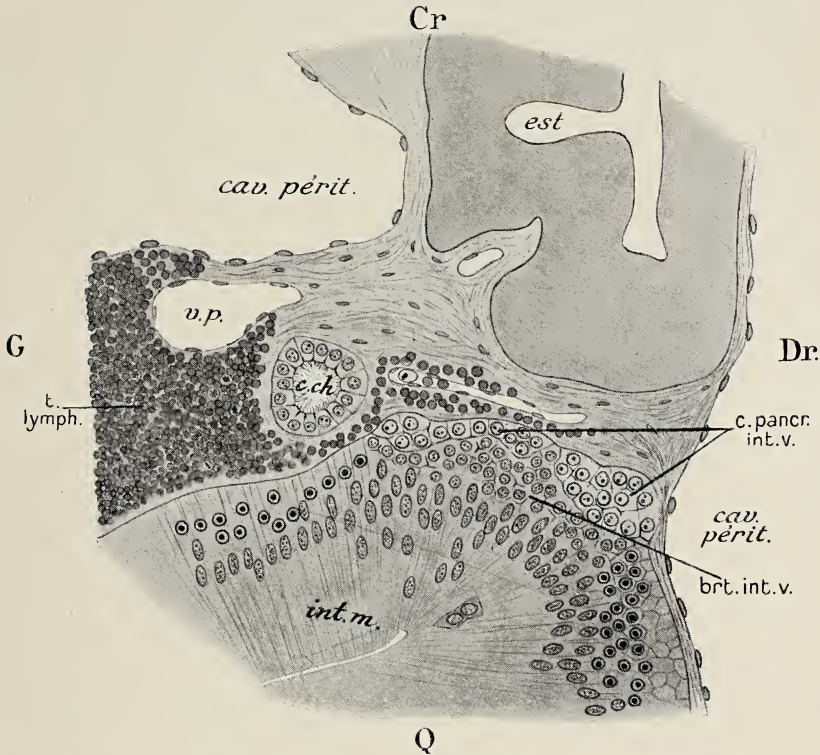


FIG. 3. — Larve de *P. fluviatilis* (Ammocète), longue de 21 millimètres. (Sublimé, carmin boracique.) 265 diamètres. Collection Julin.

Fragment de coupe frontale destiné à montrer que les cordons pancréatiques intestinaux (le ventral sur la figure) naissent par délamination de l'assise profonde du bourrelet intestinal et commencent à se détacher par leurs extrémités.

brt. int. v. Bourrelet intestinal ventral. — *c. ch.* Canal cholédoque. — *c. pancr. int. v.* Cordon pancréatique intestinal ventral. — *cav. périt.* Cavité péritonéale. — *est.* Estomac. — *int. m.* Intestin moyen. — *t. lymph.* Tissu lymphoïde. — *v. p.* Veine porte. — *Cr.* Côté crânial. — *Dr.* Côté droit. — *G.* Côté gauche. — *Q.* Côté caudal.

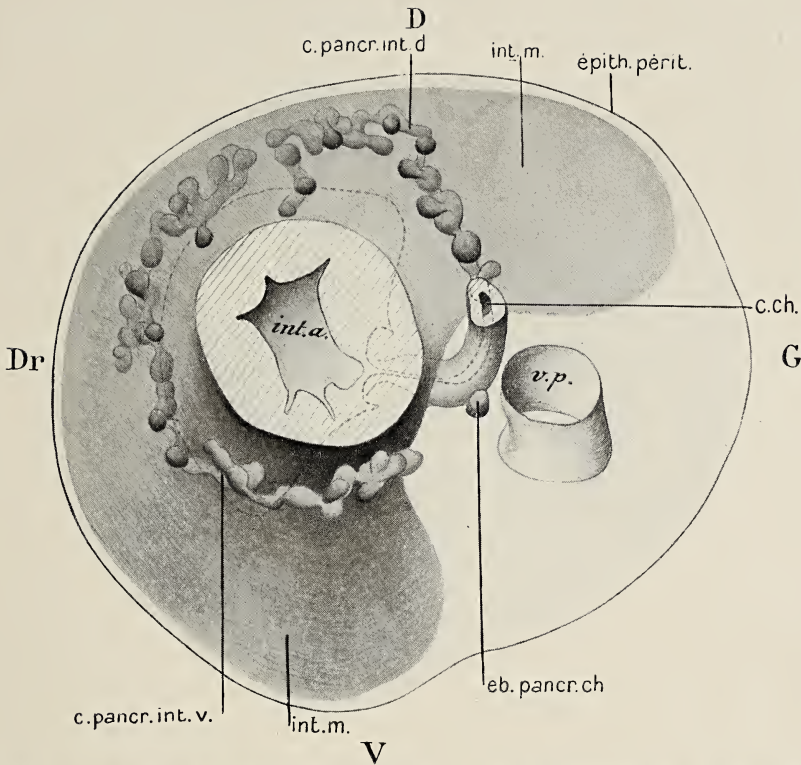


FIG. 4. — Larve de *P. fluviatilis* (Ammocète), longue de 34 millimètres. (Sublimé, carmin boracique.) 200 diamètres. Collection Julin.

Reconstruction graphique de douze coupes transversales de 40 μ destinée à montrer le pancréas dans son ensemble, à ce stade du développement.

L'intestin antérieur (face craniale du modèle) est dirigé vers l'observateur. La lumière de l'intestin moyen ainsi que le débouché du canal cholédoque à ce niveau sont indiqués par un pointillé. Le pancréas, complètement détaché des deux bourrelets intestinaux dorsal et ventral, se trouve situé dans le sillon d'invagination formé par le débouché de l'intestin antérieur dans l'intestin moyen; il se montre encore nettement constitué par ses trois ébauches.

L'ébauche cholédocienne est représentée par une vésicule isolée contre la face ventrale du cholédoque, au voisinage du débouché de ce canal dans la partie initiale de l'intestin moyen. Les deux cordons pancréatiques intestinaux dorsal et ventral sont formés l'un et l'autre par un cordon épithélial présentant des dilatactions alternant avec des rétrécissements. Dilatations et rétrécissements sont pleins.

c. ch. Canal cholédoque. — *c. pancr. int. d.* Cordon pancréatique intestinal dorsal. — *c. pancr. int. v.* Cordon pancréatique intestinal ventral. — *eb. pancr. ch.* Ébauche cholédocienne. — *épith. périt.* Épithélium péritonéal. — *int. a.* Intestin antérieur. — *int. m.* Intestin moyen. — *v. p.* Veine porte. — *D.* Côté dorsal. — *Dr.* Côté droit. — *G.* Côté gauche. — *V.* Côté ventral.

- LEGOUIS, Recherches sur le pancréas des Cyclostomes. (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 6^e année, 1881-1882, pp. 247-269; 8^e année, 1883-1884, pp. 187-304, 1 pl.)
- MAAS, Ueber ein pankreasähnliches Organ bei Myxine. (*Sitzungsberichte der Gesellschaft für Morphologie und Physiologie zu München*, 1896.)
- MAAS, Ueber ein pankreasähnliches Organ bei Bdellostoma. (*Anatomischer Anzeiger*, Bd 12, 1896, pp. 570-573, 2 fig.)
- MAYR, Ueber die Entwicklung des Pankreas bei Selachiern. (*Anatom. Hefte*, VIII. Band, XXIV. Heft, pp. 75-151, 16 fig. 1897.)
- A. MÜLLER, Müller's Archiv, 1850.
- NESTLER, Beiträge zur Anatomie und Entwicklungsgeschichte von *Petromyzon Planeri*. (*Archiv für Naturgeschichte*, 1890.)
- NICOLAS, Recherches sur le développement du pancréas, du foie et de la rate chez le Sterlet (*Acipenser ruthenus*). (*Arch. de biologie*, 1903, pp. 425-460, 3 pl.)
- RATHKE, Bemerkungen über den innern Bau der Pricke oder des *Petromyzon fluviatilis*. Dantzig, 1826.
- SCHNEIDER, Beiträge zur vergleichenden Anatomie und Entwicklungsgeschichte der Wirbeltiere. Berlin, 1879.
- WEBER, L'origine des glandes annexes de l'intestin moyen chez les Vertébrés. (*Archives d'anatomie microscopique*, vol. 5 1902-1903, pp. 485-727, 10 pl.)
-

GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE. — Sur les involutions de genres un existant sur une surface de genres un,

par LUCIEN GODEAUX, docteur en sciences physiques et mathématiques,
à Morlanwelz (*).

Dans leur beau mémoire sur les surfaces hyperelliptiques (**), MM. Enriques et Severi ont étudié les involutions existant sur une surface de Jacobi et plus particulièrement celles de ces involutions qui sont de genres un ($p_a = P_4 = 1$). En premier lieu, ils ont démontré qu'une involution d'ordre n , dotée d'un nombre fini de coïncidences, donnée sur une surface de Jacobi ou de Picard ($p_a = -1, p_g = P_4 = 1$), est engendrée par un groupe de n transformations birationnelles de la surface en elle-même, chaque groupe de l'involution étant obtenu en appliquant les n transformations à un point de ce groupe. En ce qui regarde spécialement les involutions de genres un ($p_a = P_4 = 1$) sur une surface de Jacobi, ils ont démontré que n ne peut avoir comme facteurs premiers que deux et trois et que, de plus, on a $n \leq 24$.

Il y a peu de temps, M. Enriques a démontré qu'une involution de genres un ($p_a = P_4 = 1$) et d'ordre n , située sur une surface de genres un ($p_a = P_4 = 1$), est engendrée par un groupe de n transformations birationnelles de la surface en elle-même (***). Au cours d'un séjour de quelques mois que je fis à Bologne, M. Enriques m'engagea à rechercher si l'on ne pouvait pas limiter le nombre n comme dans le cas des surfaces

(*) Présenté par M. Neuberg.

(**) ENRIQUES et SEVERI, Mémoire sur les surfaces hyperelliptiques (Prix Bordin, 1907). (*Acta Mathematica*, 1909, vol. XXXII et XXXIII.) Voir aussi BAGNERA et DE FRANCHIS. (*Società dei XL*, 1908.)

(***) ENRIQUES, Sulle trasformazioni razionali delle superficie di genere uno. (*Rend. della R. Accad. di Bologna*, 1909-1910.)

hyperelliptiques. J'ai été assez heureux pour faire faire un premier pas vers la solution de cette question et établir précisément que :

Si entre deux surfaces algébriques F, Φ , de genres un ($p_a = P_4 = 1$), il existe une correspondance $(p, 1)$, où p est premier, p peut seulement prendre les valeurs $p = 2, p = 3$.

Ce théorème peut s'énoncer d'une manière différente sous cette forme :

S'il existe une involution de genres un et d'ordre premier sur une surface de genres un, l'ordre de cette involution ne peut être que deux ou trois.

On en déduit le corollaire suivant :

S'il existe une involution de genres un et d'ordre n sur une surface de genre un, n n'admet comme facteurs premiers que deux et trois ().*

La démonstration que nous donnerons de ce théorème diffère sensiblement de celle qui a été utilisée par MM. Enriques et Severi pour établir leur théorème sur les surfaces hyperelliptiques. Ces géomètres ont en effet pu utiliser la propriété de la surface de Jacobi de représenter les couples de points d'une courbe de genre deux et les recherches de M. Bolza sur les transformations d'une pareille courbe en elle-même. C'est même ce qui a permis à MM. Enriques et Severi de prouver que l'on a $n \leq 24$, ce que nous n'avons pu faire avec notre procédé. Notons d'ailleurs que celui-ci pourrait servir à démontrer que, sur une surface hyperelliptique, une involution de genres un et d'ordre premier est nécessairement d'ordre deux ou trois. De plus, il est probable que notre procédé de démonstration pourra aussi s'appliquer à l'étude des involutions de genres $p_a = p_g = 0, P_2 = P_6 = 4$ existant sur une surface également de genres $p_a = p_g = 0, P_2 = P_6 = 1$.

* (*) Un résumé de la démonstration de ces théorèmes a été publié aux *Comptes rendus*, séance du 12 août 1912, t. CLV.

Voici maintenant une esquisse de la démonstration du théorème énoncé plus haut.

Je considère une involution I_p d'ordre premier p et de genres un, sur une surface F également de genres un. Je construis sur F un système linéaire $|D|$ de degré $N = 2p^2(\pi - 1)$ et de genre $\Pi = 2p^2(\pi - 1)$, invariant pour la transformation T , cyclique d'ordre p , qui, d'après le théorème de M. Enriques, engendre l'involution I_p . Cela me permet de construire une surface Φ , d'ordre $2p^2(\pi - 1)$, de l'espace linéaire à $p(\pi - 1) + 1$ dimensions, à sections hyperplanes de genre $p(\pi - 1) + 1$, représentative de l'involution I_p . Sur la surface Φ , en correspondance $(1, p)$ avec F , il existe un nombre fini de points de diramation; je démontre que ces points sont doubles. En utilisant les formules classiques de Zeuthen et de Zeuthen-Segre, je trouve une relation entre le nombre x des points de diramation, le nombre h qui exprime l'abaissement de la classe de Φ produit par la présence d'un de ces points, et l'abaissement i du genre d'une courbe D assujettie à la seule condition de passer par un point de coïncidence de I_p . Je démontre alors que si la transformation T équivaut à l'identité dans le voisinage d'un point de coïncidence sur F , on a $p = 2$, et que dans le cas contraire, on a $p > 2$. Cela me conduit à une limite inférieure de h , puis à l'égalité $h = p$ et, enfin, à $h = p = 3$.

Je rappellerai qu'une surface de genres $p_a = P_4 = 1$ possède tous les genres égaux à l'unité (*) :

$$p_a = p^{(4)} = p_g = P_2 = P_3 = P_4 = \dots = 1$$

et, par conséquent, son invariant de Zeuthen-Segre est $I = 12p_a + 9 - p^{(1)} = 20$.

(*) Voir ENRIQUES, *Intorno alle superficie algebriche di genere lineare $p^{(4)} = 1$* . (*Rend. della R. Accad. di Bologna*, déc. 1906.)

Les courbes canoniques et pluricanoniques d'une telle surface sont d'ordre zéro. Un système linéaire complet de genre π situé sur une surface de genres un a le degré $2\pi - 2$ et la dimension π ; il est son propre adjoint.

1. — Soit F une surface algébrique de genres un ($p_a = P_4 = 1$), d'ordre $2\pi - 2$, à sections hyperplanes de genre π , située dans un espace linéaire S_π à π dimensions. Désignons par $|C|$ le système des sections hyperplanes de F .

Supposons que sur la surface F , il existe une involution I_p , de genres un ($p_a = P_4 = 1$) et d'ordre premier p , c'est-à-dire une double infinité de groupes de p points telle qu'un point de F appartienne à un seul groupe et que l'on puisse établir une correspondance birationnelle entre ces groupes et les points d'une surface de genres un.

D'après le théorème de M. Enriques rappelé dans l'introduction, il existe une transformation birationnelle T de la surface F en elle-même, cyclique d'ordre (période) p ($T^p \equiv I$), et pour construire le groupe de I_p contenant un point donné, il suffit d'adjoindre à ce point les $p - 1$ transformés au moyen de $T, T^2, \dots, T^{p-1}$.

L'involution I_p ne peut présenter, sur la surface F , qu'un nombre fini de points de coïncidence, car s'il existait une courbe de coïncidence de I_p , cette courbe appartiendrait à la courbe canonique de F , d'après un théorème de M. Enriques (*). Ainsi F aurait une courbe canonique d'ordre supérieur à zéro, ce qui est impossible.

Un point de coïncidence de I_p sur F est invariant pour la transformation T ; par suite, il est aussi invariant pour les différentes puissances de T , et ainsi, compté p fois, ce point forme un groupe de I_p .

(*) ENRIQUES, Ricerche di Geometria sulle superficie algebriche. (*Mem. della R. Accad. di Torino*, 1893, ser. 2^a, vol. XLIV.)

2. — Nous dirons, pour abrégé le discours, qu'une courbe algébrique tracée sur F est *invariante* pour T lorsque cette transformation échange entre eux les points de cette courbe. Un système linéaire de courbes sera dit *invariant* pour T lorsque cette transformation fera correspondre à une courbe du système une courbe du même système coïncidant ou non avec la première.

Ces définitions posées, je dis que le système $|C|$ des sections hyperplanes de F peut être supposé invariant pour T .

Pour que cette supposition puisse se faire, il nous faut tout d'abord prouver que $|C|$ n'est pas composé avec I_p et ensuite prouver que si $|C|$ n'est pas invariant, on peut en déduire un système invariant qui, à son tour, pourra être pris comme système des sections hyperplanes de F .

Supposons donc que $|C|$ puisse être composé avec I_p , c'est-à-dire que les courbes C , passant par un point arbitraire, passent en conséquence par les $p - 1$ points qui, avec le point choisi, forment un groupe de I_p . Alors la surface F se réduirait à une surface F^* , $p - 1$ uple, d'ordre $\frac{1}{p} (2\pi - 2)$, et à un point de F^* correspondraient p points de F formant un groupe de I_p . Par suite, F^* serait une surface de genres un. Alors F^* serait située dans un espace linéaire à $\frac{1}{p} (\pi - 1) + 1$ dimensions. Mais par hypothèse, F^* est située dans un espace à π dimensions. L'hypothèse d'un système invariant $|C|$, composé avec I_p , nous conduit donc à une absurdité et doit être rejetée.

Supposons maintenant que $|C|$ ne soit pas invariant pour T . Alors les transformations $T, T^2, \dots, T^{p-1}$ changent $|C|$ en les systèmes

$$|C_1|, |C_2|, \dots, |C_{p-1}|.$$

Le système

$$|C'| = |C + C_1 + C_2 + \dots + C_{p-1}|$$

est invariant pour T et peut être pris comme système des sections hyperplanes de F.

Ainsi donc, on peut supposer que le système des sections hyperplanes de F est invariant pour T.

3. — Construction d'une surface Φ représentative de l'involution I_p . — Considérons une courbe C_1 du système invariant $|C|$ qui n'est pas elle-même invariante pour T (ce qui est toujours possible puisque $|C|$ n'est pas composé avec I_p). Les transformations T, T^2 , ..., T^{p-1} font correspondre à cette courbe des courbes différentes $C_2, C_3, \dots, C_p$ appartenant au système invariant $|C|$. La courbe

$$D \equiv C_1 + C_2 + \dots + C_p$$

est invariante pour T et le système complet

$$|D| = |C_1 + C_2 + \dots + C_p| = |pC|$$

est invariant pour T. Par des formules connues, on trouve que $|D|$ a le degré $N = 2p^2(\pi - 1)$ et le genre ($=$ dimension) $\Pi = p^2(\pi - 1) + 1$.

Soit Φ une surface de genres un dont les points représentent les groupes de l'involution I_p . A la courbe C_1 correspond, sur Φ , une courbe Γ , de genre effectif π , en correspondance birationnelle avec chacune des courbes $C_1, C_2, \dots, C_p$. Dans la correspondance $(1, p)$ existant entre Φ et F, la courbe Γ aura donc pour transformée la courbe dégénérée

$$D \equiv C_1 + C_2 + \dots + C_p.$$

La courbe Γ , de genre effectif π , possède $(p - 1)(\pi - 1)$ points doubles. Considérons, en effet, un point A_1 commun à la courbe C_1 et à la courbe C_2 . Le point A_2 , transformé de A_1 par T, se trouve sur C_2 et sur C_3 . D'une manière générale, le point A_{i+1} ($i > 0$), transformé de A_1 par T^i , se trouvera sur les

courbes C_{i+1} et C_{i+2} . Le point A_p , obtenu en faisant $i = p - 1$, se trouvera donc sur les courbes C_p et C_1 . Au couple de points A_1, A_p de C_1 correspondra donc un seul point de Γ et cette courbe passera avec deux branches par ce point. Le même raisonnement peut se tenir pour les points communs à C_1 et à l'une des courbes $C_2, C_3, \dots, C_p$. Or, ces points sont au nombre de $2(p - 1)(\pi - 1)$, donc Γ a $(p - 1)(\pi - 1)$ points doubles. Cette courbe Γ a donc le genre virtuel $\pi + (p - 1)(\pi - 1)$ et elle engendre par conséquent un système linéaire $|\Gamma|$, de degré virtuel $2p(\pi - 1)$, de genre virtuel $\pi + (p - 1)(\pi - 1) = p(\pi - 1) + 1$ et de dimension $p(\pi - 1) + 1$.

A une courbe Γ quelconque correspond sur F une courbe D invariante pour T . On voit donc que dans le système invariant $|D|$, de dimension $p^2(\pi - 1) + 1$, il existe un système linéaire de dimension $p(\pi - 1) + 1$, que nous désignerons par $|D_o|$, composé avec I_p ; c'est-à-dire que chaque courbe D_o du système *incomplet* $|D_o|$ est invariante pour T .

Le système $|\Gamma|$ est :

1° Dépourvu de points-bases, car si $|\Gamma|$ avait un point-base, les p points correspondants sur F seraient des points-bases de $|C|$. Or $|C|$ étant le système des sections hyperplanes de F , ne peut avoir de points-bases.

2° Simple. Supposons, en effet, que les courbes Γ passant par un point A , passent, en conséquence, par un point B . Alors les courbes C passant par un des correspondants A_1 de A sur F , passeraient, en conséquence, par l'un au moins, B_1 , des correspondants de B sur F . $|C|$ serait donc composé. Or, $|C|$ étant le système des sections hyperplanes de F , est certainement simple.

Cela étant, si nous rapportons projectivement les courbes de $|\Gamma|$ aux hyperplans d'un espace linéaire $S_{p(\pi-1)+1}$ à $p(\pi - 1) + 1$ dimensions, nous obtiendrons, comme modèle projectif de Φ , une surface (que nous désignerons encore par Φ) d'ordre $2p^2(\pi - 1)$, à sections hyperplanes de genre $p(\pi - 1) + 1$.

4. — *Relation entre p , x et h .* — Soit x le nombre des points de diramation de la surface Φ pour la correspondance $(1, p)$ entre Φ et F .

Considérons un de ces points P' et soit P le point de coïncidence correspondant sur F . Nous désignerons par h l'abaissement de la classe de la surface Φ produite par la singularité que Φ aura éventuellement en P' , par i l'abaissement du genre d'une courbe D_0 assujettie à la seule condition de passer par P .

Supposons en premier lieu que la surface Φ n'a aucune singularité en P' ($h = 0$). Considérons une courbe Γ passant par P' (courbe de genre $p[\pi - 1] + 1$) et la courbe D_0 correspondante. Entre ces courbes, nous avons une correspondance $(1, p)$, et si δ désigne le nombre des coïncidences sur la courbe D_0 , la formule de Zeuthen nous donne

$$p\{2p(\pi - 1)\} + \delta = 2p^2(\pi - 1) - 2i,$$

c'est-à-dire $\delta = i = 0$. Or δ est certainement supérieur à zéro. L'absurdité à laquelle nous sommes amenés provient de ce que nous avons supposé que P' était simple pour Φ . Cette surface possède donc un point multiple en un point de diramation. Précisément, elle y possède un point double qui ne peut être tacnodal, car l'existence d'un point de multiplicité supérieur à deux ou d'un point double tacnodal sur Φ conduirait à l'existence de systèmes linéaires de dimension supérieure au genre (*).

Considérons une courbe Γ passant par P' ; elle y possède un point double et par suite son genre est abaissé d'une unité. Soit δ le nombre de coïncidences sur la courbe D_0 correspondante à la Γ choisie. La formule de Zeuthen donne

$$p\{2p(\pi - 1) - 2\} + \delta = 2p^2(\pi - 1) - 2i,$$

c'est-à-dire

$$\delta + 2i = 2p.$$

(*) ENRIQUES, Introduzione alla Geometria sopra le superficie algebriche. (*Mem. della Soc. delle Scienze [detta lei XL]*, 1896, ser. 3, t. X.)

Mais l'involution d'ordre p existant sur la courbe D_0 envisagée est cyclique, donc δ est multiple de $p - 1$ et de plus est pair. Par suite, deux cas sont possibles :

$$a) \quad \delta = p - 1, \quad i = \frac{1}{2}(p + 1),$$

$$b) \quad \delta = 2(p - 1), \quad i = 1,$$

le second cas étant seul acceptable lorsque $p = 2$.

Dans le cas a , la singularité des D_0 est évidemment composée de points doubles infiniment voisins.

5. — Calculons l'invariant de Zeuthen-Segre des surfaces F et Φ , et rappelons-nous que cet invariant est $I = 20$.

Sur la surface Φ , nous considérons un faisceau de sections hyperplanes Γ . Un point de diramation abaissant la classe de Φ de h unités, on aura

$$I = 20 = m + xh - 2p(\pi - 1) - 4p(\pi - 1) - 4,$$

m étant la classe effective de Φ , c'est-à-dire le nombre des Γ du faisceau considéré ayant un point double en un point simple de Φ .

Les courbes D_0 correspondantes à ces Γ formeront un faisceau sur F . A une courbe Γ ayant un point double en un point simple de Φ correspondra une D_0 ayant p points doubles en des points simples de F . On aura donc, sur F :

$$I = 20 = mp + xi - 2p^2(\pi - 1) - 4p^2(\pi - 1) - 4.$$

Éliminons m entre ces deux équations. Il vient

$$x(ph - i) = 24(p - 1).$$

Plaçons-nous en premier lieu dans le cas a ($p > 2$) : il vient

$$x(2ph - p - 1) = 48(p - 1).$$

Réolvons par rapport à h :

$$h = \frac{(48 + x)p + x - 48}{2xp},$$

h étant entier (> 1), p divise $x - 48$. Posons donc

$$x = 48 \pm kp,$$

k étant un entier positif. Nous obtenons

$$h = \frac{96 \pm k(p + 1)}{96 \pm 2kp}.$$

Mais $2kp$ étant supérieur à $k(p + 1)$, le signe $-$ est seul valable, et on a

$$h = \frac{96 - k(p + 1)}{96 - 2kp} \quad (1)$$

Plaçons-nous dans l'hypothèse b ; la formule trouvée donne

$$h = \frac{24p - 24 + x}{px}.$$

Donc p divise $x - 24$. Posons, k étant un entier positif,

$$x = 24 \pm kp.$$

On voit que le signe $+$ doit être rejeté et qu'il reste

$$h = \frac{24 - k}{24 - kp}. \quad (2)$$

Nous allons maintenant examiner la manière dont T se comporte dans le voisinage d'un point de coïncidence P .

6. — *La transformation T se confond avec l'identité dans le voisinage d'un point de coïncidence.* — A un point A_1 de F , la transformation T fait correspondre un point A_2 . Lorsque A_1 s'approche indéfiniment d'un point de coïncidence P , le point A_2 s'approche également de P . Deux cas peuvent se présenter : ou bien le correspondant d'un point A_1 infiniment voisin d'un point de coïncidence P se confond avec A_1 , ou bien il en diffère généralement. Dans le premier cas, on dira que T se confond avec l'identité (ou avec la transformation identique) dans le voisinage de P .

Supposons actuellement que ce premier cas se présente. Considérons une courbe C_1 , non invariante pour T , appartenant au système invariant $|C|$, et passant par le point de coïncidence P . A C_1 , les transformations $T, T^2, \dots, T^{p-1}$ font correspondre respectivement les courbes $C_2, C_3, \dots, C_p$ de $|C|$, passant par P et touchant C_1 en ce point. La courbe réductible, invariante pour T ,

$$D'_0 = C_1 + C_2 + \dots + C_p,$$

possède en P un point p -uple avec un point p -uple infiniment voisin.

On peut évidemment former de cette manière une infinité de courbes analogues à D'_0 . Soit D''_0 l'une de ces courbes (différente de D'_0). Les courbes D'_0, D''_0 déterminent un faisceau de courbes D_0 , invariantes pour T , possédant en P un point p -uple ordinaire. D'après l'hypothèse faite, sur chaque branche d'une pareille D_0 , il y aura un point de coïncidence d'ordre p (pour l'involution cyclique γ_p existant sur cette courbe) infiniment voisin de P . Considérons une de ces D_0 et la courbe Γ correspondante. Soit y le genre de celle-ci. On a par la formule de Zeuthen :

$$p(2y - 2) + p(p - 1) = 2p^2(\pi - 1) - p(p - 1),$$

d'où

$$y = p\pi - 2p + 2.$$

D'autre part, le degré effectif du système linéaire formé par les courbes D_0 ayant un point p -uple ordinaire en P , est égal à $2p^2(\pi - 1) - p^2$. Les courbes Γ correspondantes à ces D_0 particulières forment par suite un système linéaire de degré effectif $2p(\pi - 1) - p$. Mais le degré virtuel $2y - 2 = 2p\pi - 4p + 2$ de ce système est au moins égal au degré effectif; par suite, on a

$$2p(\pi - 2) + 2 \geq p(2\pi - 3),$$

c'est-à-dire $p = 2$ (car $p > 1$ par hypothèse). Ainsi, lorsque la transformation T se confond avec la transformation identique dans le voisinage d'un point de coïncidence, on a $p = 2$.

7. — *La transformation T ne se confond pas avec l'identité dans le voisinage d'un point de coïncidence.* — Considérons le plan tangent à la surface F en un point de coïncidence P et le faisceau de rayons (tangents à F) situé dans ce plan et de sommet P . Un rayon d de ce faisceau touche F en P et par suite a en commun avec F un point infiniment voisin de P . A ce point, T fait correspondre un point également du domaine de P , mais différent du premier. Ce point détermine une seconde droite du faisceau. Ainsi, T détermine, dans le faisceau des tangentes à F en P , une correspondance cyclique. Comme on le voit, il y a deux coïncidences d'ordre $p - 1$ et ainsi il y a, dans le domaine de P , deux points de coïncidence, soit P_1, P_2 .

Considérons une courbe C_1 non invariante pour T , appartenant au système invariant $|C|$, et passant par P et P_1 (c'est-à-dire touchant en P_1 une des tangentes unies). Les courbes $C_2, C_3, \dots, C_p$ de $|C|$, transformées de C_1 respectivement par $T, T^2, \dots, T^{p-1}$, passent par P et P_1 , c'est-à-dire touchent C_1 en P . La courbe

$$D'_0 = C_1 + C_2 + \dots + C_p$$

est invariante pour T et possède en P un point p -uple avec un point p -uple infiniment voisin P_1 .

De même, on construira une courbe réductible D_0'' , invariante pour T , ayant en P un point p -uple avec un point p -uple infiniment voisin P_2 .

Les courbes D_0' , D_0'' déterminent un système linéaire, au moins simplement infini, de courbes invariantes D_0 ayant en P un point p -uple ordinaire. Si nous considérons un point s'approchant de P sur une branche d'une pareille D_0 , les $p - 1$ points correspondants au moyen de T , T^2 , . . . , T^{p-1} s'approcheront aussi de P , mais respectivement sur les autres branches de la courbe. L'involution γ_p située sur une pareille courbe D_0 n'aura donc pas de points de coïncidence. Considérons une courbe Γ correspondante à une D_0 ayant un point p -uple ordinaire en P , et dénotons par y son genre. La formule de Zeuthen donne

$$p(2y - 2) = 2p^2(\pi - 1) - p(p - 1),$$

d'où

$$y = p\pi - \frac{3}{2}(p - 1).$$

Désignons par $|D_1|$ le système linéaire formé par les D_0 ayant un point p -uple en P , par $|\Gamma_1|$ le système correspondant sur Φ .

Les courbes Γ_1 possèdent donc en P' une singularité abaissant leur genre de $p(\pi - 1) + 1 - y = \frac{1}{2}(p - 1)$ unités.

Le degré effectif de $|D_1|$ est $2p^2(\pi - 1) - p^2$, donc le degré effectif de $|\Gamma_1|$ est $2p(\pi - 1) - p$. Le degré virtuel de ce dernier système est d'autre part $2y - 2 = 2p(\pi - 1) - p + 1$. Φ ne pouvant avoir que des points doubles non tacnodaux, il faut donc nécessairement que cette surface ait, en P' , une singularité composée de $\frac{1}{2}(p - 1)$ points doubles et d'un point simple infiniment voisins. Mais on sait qu'une pareille sin-

gularité abaisse la classe d'au moins $\frac{p+2}{3}$ unités, donc on a $h \geq \frac{p+2}{3}$.

Comparant cette limite inférieure de h aux formules (1) et (2), nous trouvons les seuls cas possibles :

Hypothèse a : $p = 5, h = 7$;

$p = 3, h = 6$;

Hypothèse b : $h = p$.

8. — *Rejet de l'hypothèse a.* — Les deux cas qui *a priori* peuvent se présenter dans l'hypothèse a se rejettent séparément de la même manière. Nous ne ferons le raisonnement que dans le premier cas ($p = 5, h = 7$).

Puisque l'on a $h = 7$, le point P' ne peut être un point double uniplanaire, car un pareil point possède trois points doubles infiniment voisins et abaisse la classe d'au moins six unités (*). Il est alors aisé de constituer la singularité de Φ en P' . Cette surface possède en P' un point double biplanaire auquel est infiniment voisin un second point double biplanaire. A ce dernier est de nouveau infiniment voisin un point double biplanaire ordinaire (c'est-à-dire auquel est infiniment voisin un point simple). Mais cela ne peut nous convenir, car nous devons avoir sur Φ un système linéaire $|\Gamma_1|$ de degré effectif $2p(\pi - 1) - p = 10\pi - 15$, les Γ_1 étant des courbes Γ passant par P' . Or les courbes Γ (sections hyperplanes de Φ) passant par un, ou deux, ou trois, ou par les trois points doubles et le point simple composant la singularité de Φ en P' , forment des systèmes linéaires ayant respectivement les degrés effectifs $10\pi - 12, 10\pi - 14, 10\pi - 16, 10\pi - 17$. Par suite, le cas $p = 5, h = 7$ ne peut effectivement se présenter.

(*) SEGRE, Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche. (*Annali di Matematica*, 1897, ser. 2, vol. XXV, p. 12.)

Dans le cas $p = 3$, $h = 6$, on trouverait que la surface Φ a en P' une chaîne de trois points doubles infiniment voisins, dont le dernier est conique.

9. — *Limite supérieure de p.* — Nous avons déjà établi que, lorsque la transformation T se confond avec l'identité dans le voisinage d'un point de coïncidence, on a $p = 2$. Nous allons montrer que, dans le cas contraire, on a $p = 3$.

Nous avons vu qu'une courbe D_0 , assujettie à la seule condition de passer par P , acquiert en ce point un point double. De plus, l'involution γ_p située sur cette D_0 possède $\delta = 2(p - 1)$ coïncidences dans le voisinage de P . Comme cette γ_p est cyclique, il y a donc deux points de coïncidence (d'ordre p) dans le voisinage de P . D'après l'hypothèse faite sur la manière d'être de T dans le voisinage de P , ces deux points de coïncidence ne peuvent être que P_1, P_2 . Ainsi, les courbes D_0 assujetties à la seule condition de passer par un point de coïncidence P acquièrent en ce point un point double dont les deux tangentes sont fixes.

Le système linéaire formé par ces D_0 particulières possède donc un point-base double et deux points-bases simples (infiniment voisins au point-base double). Le degré effectif de ce système est donc $2p^2(\pi - 1) - 6$ et sa dimension est $p(\pi - 1)$ (puisque celle de $|D_0|$ est $p(\pi - 1) + 1$). Les courbes Γ , correspondantes à ces D_0 sur Φ , passent par le point double P' et forment donc un système linéaire de dimension $p(\pi - 1)$ et de degré $2p(\pi - 1) - 2$. Mais le degré de ce dernier système est aussi égal à celui du système des D_0 passant par P , divisé par p , c'est-à-dire à $2p(\pi - 1) - \frac{6}{p}$. On a donc

$$2p(\pi - 1) - \frac{6}{p} = 2p(\pi - 1) - 2,$$

c'est-à-dire $p = 3$.

Ainsi se trouve complètement démontré le théorème énoncé dans l'introduction de ce travail.

10. — *L'involution I_2 .* — Supposons $p = 2$. D'après ce qui précède, dans le voisinage d'un point de coïncidence, l'involution I_2 a ses couples formés de deux points coïncidents. De plus, on a $h = p = 2$. En un point de diramation, la surface Φ possède donc une singularité abaissant sa classe de deux unités; cette singularité ne peut évidemment être qu'un double point conique.

Nous avons établi la formule (n° 5)

$$x(ph - 1) = 24(p - 1);$$

donc il y a $x = 8$ points de diramation sur Φ .

Si entre deux surfaces Φ , F de genres un ($p_a = P_4 = 1$), on a une correspondance (1, 2), la surface Φ possède huit points de diramation et on peut prendre, comme modèle projectif de cette surface, une surface normale () sur laquelle les huit points de diramation sont huit points doubles coniques.*

Ce résultat avait déjà été obtenu par M. Severi (**).

11. — *L'involution I_3 .* — Supposons $p = 3$; alors, dans le voisinage d'un point de coïncidence, la transformation T , de période 3, qui engendre I_2 , ne se confond pas avec la transformation identique. Il y a seulement deux points du domaine d'un point de coïncidence qui, comptés chacun trois fois, donnent des groupes de I_3 .

(*) C'est-à-dire une surface qui n'est pas la projection d'une autre, du même ordre, appartenant à un espace à un plus grand nombre de dimensions.

(**) SEVERI, Sulle superficie algebriche che ammettono un gruppo continuo permutabile a due parametri di trasformazioni birazionali. (*Atti del R. Istituto Veneto*, 1907, t. LXVII.)

On a $h = p = 3$; donc en un point de diramation, la surface Φ possède un point double biplanaire (avec un point simple infiniment voisin), car il n'y a qu'une telle singularité qui abaisse la classe d'une surface de trois unités. On peut d'ailleurs voir autrement qu'un point de diramation P' de Φ est biplanaire.

Tout d'abord, P' ne peut être un point double uniplanaire, car si nous considérons une courbe D_0 ayant au point de coïncidence P (correspondant à P') un point double avec les tangentes fixes PP_1 , PP_2 , à chacun des points P_1 , P_2 , infiniment voisin de P , correspondent des points différents dans le voisinage de P' sur Φ . Par conséquent, la courbe Γ , qui correspond à la D_0 envisagée, a en P' un point double avec deux tangentes distinctes, et par suite P' n'est pas uniplanaire.

Montrons maintenant que P' ne peut être conique. Pour cela, considérons les courbes D_0 passant par P et touchant en ce point une direction différente de PP_1 , PP_2 . Ces D_0 ont en P un point triple et coïncident avec les courbes que nous avons tantôt appelées D_1 . Trois points infiniment voisins de P et situés sur les trois branches d'une D_1 forment un groupe de I_3 et à ce groupe correspond un point du domaine de P' . Par conséquent, les Γ correspondantes aux courbes D_1 ont en P' un point de rebroussement. P' n'est donc pas conique. Par suite, ce point est biplanaire ordinaire.

La formule du n° 15 nous donne actuellement

$$x(3 \cdot 3 - 1) = 24(3 - 1),$$

c'est-à-dire $x = 6$ (*). Ainsi :

Si entre deux surfaces Φ , F de genres un ($p_a = P_4 = 1$), on a une correspondance $(1, 3)$, l'involution d'ordre trois déterminée

(*) Notre résumé paru aux *Comptes rendus* donne, par erreur, dans les dernières lignes, $x = 8$ pour $p = 3$. Cette valeur ne concorde pas avec les formules précédentes du résumé; le lecteur aura donc facilement corrigé.

sur F est cyclique, la surface Φ possède six points de diramation et on peut prendre comme modèle projectif de cette surface une surface normale sur laquelle les six points de diramation sont six points biplanaires ordinaires.

12. — Corollaire. — Il nous reste à établir le corollaire du théorème fondamental énoncé dans l'introduction.

Soit, sur une surface F , de genres $p_n = P_4 = 1$, une involution I_n , d'ordre n , également de genres $p_a = P_4 = 1$. M. Enriques a établi que l'involution I_n est cyclique ou qu'elle est composée avec les groupes d'une involution cyclique I'_r , r étant un diviseur de n .

Il convient de rappeler ici un théorème bien connu dont nous allons faire usage. Si sur une surface algébrique de genres p_a , p_g , P_2 , P_3 , . . . , on donne une involution de genres π_a , π_g , π_2 , π_3 , . . . , on a

$$\pi_g - \pi_a \leq p_g - p_a, \quad \pi_g \leq p_g, \quad \Pi_2 \leq P_2, \quad \Pi_4 \leq P_4.$$

Revenons maintenant à l'involution I_n donnée sur F et supposons en premier lieu qu'elle est cyclique. Alors il existe une transformation birationnelle de F en elle-même, T , de période n . Soit p un diviseur premier de n , et posons $n = pq$. Soit Φ une surface de genres $p_a = P_4 = 1$, représentant l'involution I_n .

La transformation birationnelle T^p , de période p , engendre, sur la surface F , une involution I'_p d'ordre premier p . Soit Ψ une surface représentative de cette involution, p_a , p_g , P_4 respectivement ses genres arithmétique, géométrique et son quadrigène. D'après le théorème qui vient d'être rappelé, on a $p_g - p_a = 0$, $p_g \leq 1$, $P_4 \leq 1$. Remarquons d'autre part qu'à un groupe de I_n correspondent, sur Ψ , $q = \frac{n}{p}$ points. A l'ensemble des groupes de I_n correspond donc sur Ψ un ensemble de groupes de q points formant une involution I''_q . La surface Φ

est évidemment une surface représentative de cette involution. Par suite, on a $1 \leq p_g$, $1 \leq P_4$; donc, à cause des inégalités déjà trouvées, $p_a = p_g = P_4 = 1$. Ainsi donc, nous avons une correspondance $(1, p)$, où p est premier, entre deux surfaces Ψ , F de genres un ($p_a = P_4 = 1$); par suite, p ne peut prendre que les valeurs 2 et 3, ce qui démontre notre corollaire dans le cas où I_n est cyclique.

Supposons maintenant que I_n n'est pas cyclique, mais est composée avec une involution cyclique I'_r , r divisant n . Soit Ψ une surface représentative de I'_r , Φ une surface représentative de I_n . Comme précédemment, on voit qu'aux groupes de I_n correspondent sur Ψ des groupes de $s = \frac{n}{r}$ points, formant une involution I''_s dont Φ est une surface représentative. On en conclut que la surface Ψ a les genres $p_a = p_g = P_4 = 1$. Par suite, r ne peut avoir comme facteurs premiers que 2 et 3, puisque I'_r est cyclique.

Si I''_s est cyclique, alors s n'admet comme facteurs premiers que 2 et 3, et le théorème est démontré. Si I''_s n'est pas cyclique, on recommence le raisonnement fait dans l'alinéa précédent, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à des involutions cycliques.

De toute manière, on voit que l'on doit avoir $n = 2^\alpha 3^\beta$, α et β étant des entiers positifs ou nuls.

Le problème qui se pose actuellement et que nous espérons pouvoir bientôt résoudre est de trouver des limites supérieures pour α et β .

Göttingen, 25 janvier 1913.

PHYSICO-CHIMIE. — **Recherches thermochimiques**
sur la dissolution (troisième note),

par NICOLAS DE KOLOSSOVSKY (*).

I. — DISSOLUTION DES HALOGÉNURES ALCALINS.

Il était intéressant de savoir si les chaleurs de dissolution des bromures et iodures alcalins, dans un mélange d'alcool et d'eau, obéissent ou non aux régularités observées par Thomsen (**) dans le cas de la dissolution dans l'eau, et qui se résument par le tableau suivant :

TABLEAU I.

*Différences entre les chaleurs de dissolution dans l'eau
des sels sodiques et des sels potassiques.*

$\text{NaNO}_3 - \text{KNO}_3 = - 5103 + 8234 =$	3131 cal. (***)
$\text{NaCl} - \text{KCl} = - 4230 + 4440 =$	3210 cal. (IV)
$\text{NaBr} - \text{KBr} = - 190 + 5080 = \frac{5}{2} \times 3260$	cal.
$\text{NaI} - \text{KI} = + 4220 + 5110 = 2 \times 3165$	cal.

(*) Présenté par M. P. De Heen.

(**) THOMSEN, *System. Durchführ. d. thermochem. Untersuch.* (1906), p. 21.

(***) Données de ZAWIDSKI et SCHAGGER, *Tables annuelles des constantes*, t. I.

(IV) Il nous est absolument incompréhensible pourquoi une distraction commise par J. Thomsen se répète dans presque toutes les publications relatives à la thermochimie.

Thomsen avait trouvé la chaleur de dissolution de NaCl dans 100 H₂O être

Pour résoudre cette question, nous avons déterminé les chaleurs de dissolution de NaBr, NaI, KBr, KI dans l'alcool éthylique à 33.83 %, répondant à la composition $200\text{H}_2\text{O} + 40\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, dissolvant correspondant au maximum de chaleur absorbée, comme nous l'avons montré précédemment (*). Les détails des expériences sont réunis dans les tableaux II à V.

Pour l'iodure sodique, il n'était pas possible, à cause de sa déliquescence, de le dissoudre en quantité bien déterminée, pesée d'avance; nous l'avons introduit dans des tubes fermés et son poids était trouvé par différence.

— 1180 calories (voir *Thermochem. Untersuch.* (1883), III, p. 198, et *System. Durchf. d. thermochem. Unters.* (1906), p. 13); en plus, il a déterminé la chaleur de dilution de $\text{NaCl} + 100 \text{H}_2\text{O}$ jusqu'à $\text{NaCl} + 200 \text{H}_2\text{O}$ et trouvé le chiffre — 50 cal. (*Thermochem. Unters.*, III, p. 408); par conséquent, la chaleur de dissolution de NaCl dans $200 \text{H}_2\text{O}$ est d'après J. Thomsen — 1230 cal.

Calculant son tableau, que nous venons de reproduire, il emploie les chiffres suivants :

NaCl, $100 \text{H}_2\text{O}$ absorbe — 1180 cal.; KCl, $200 \text{H}_2\text{O}$ absorbe — 4440 cal., la différence est de 3260 cal.

Il est évident que ces deux chiffres ne sont pas absolument comparables, se rapportant à des dilutions différentes.

Depuis, personne n'a songé à corriger cette inconséquence, et le chiffre — 1180 cal. est considéré généralement comme représentant la chaleur de dissolution de NaCl dans $200 \text{H}_2\text{O}$, et pour ne citer qu'un exemple, remarquons que le chiffre — 1230 serait même plus à propos à M. BRÖNSTED dans son étude sur l'affinité chimique. (*Zeit. für physikal. Chemie* [1912], LXXX, pp. 228 et 234.)

(*) Kolossovsky, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences) (1912), p. 591, et (1913), p. 36.

TABLEAU II.

NaBr + 200H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
% d'alcool.	33.83 %			
<i>Chaleur de dissolution de NaBr.</i>				
Dissolvant.	1210,02	1210,02		
p	22,8741	22,8741		
s	1232,89	1232,89		
$\frac{M}{p}$	4,5	4,5		
t_o	17°8904	17 9096		
t'_n	17°5568	17°5775		
$t'_n - t_o$	- 0°3336	- 0°3321		
$(t'_n - t_o) l$	- 0°3329	- 0°3314		
w	42,6	42,6		
A + BC	63,8 + 1846,9 C.	63,5 + 1838,6 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°8409	16°3839	16°6215	17°3808
t'_n	18°7470	17°3011	17°5364	18°2893
$t'_n - t_o$	+ 0°9061	+ 0°9172	+ 0°9149	+ 0°9085
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°9043	+ 0°9154	+ 0°9131	+ 0°9067
T - t_n	79°60	80°93	80°75	80°25
s	1300	1300	1300	1300
v	14,793	14,793	14,793	14,793
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9736	0,9780	0,9783	0,9804
C moyenne	0,978			
Q	- 1870 cal.		- 1862 cal.	
Q moyenne	- 1866 cal.			

TABLEAU III.

NaI + 200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
°/° d'alcool.	33.83 °/°			
<i>Chaleur de dissolution de NaI.</i>				
Dissolvant.	1210,02	1210,02		
p	32,5231	36,5869		
s	1242,54	1246,61		
$\frac{M}{p}$	4,6096	4.0976		
t_o	18°8332	18°9210		
t'_n	18°8600	18°9500		
$t'_n - t_o$	+ 0°0268	+ 0°0290		
$(t'_n - t_o)l$	+ 0°0267	+ 0 0289		
w	32,6	32,6		
A + BC	- 4,0 - 152,9 C.	- 3,9 - 147,6 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°3127	18°2930	18°1268	18°3640
t'_n	18°2971	19°2632	19°1141	19°3397
$t'_n - t_o$	+ 0°9844	+ 0°9702	+ 0°9873	+ 0°9757
$(t'_n - t_o)l$	+ 0°9824	+ 0°9683	+ 0°9853	+ 0°9737
T - t_n	79°60	78°82	79,38	78°76
s	1200	1200	1200	1200
v	14,793	14,793	14,793	14,793
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9684	0,9730	0,9627	0,9667
C moyenne.	0,971		0,965	
Q	+ 152 cal.		+ 146 cal.	
Q moyenne.	+ 151 cal. (*)			

(*) Interpolation pour $p = 33.3156$ et $\frac{M}{p} = 4.5$.

TABLEAU IV.

KBr + 200 H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
°/o d'alcool.	33.83 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de KBr.</i>				
Dissolvant.	1210,02	1210,02		
p	26,4489	26,4489		
s	1236,47	1236,47		
$\frac{M}{p}$	4,5	4,5		
t_o	18°55'50	18°9'897		
t'_n	17°42'14	17°8'548		
$t'_n - t_o$	- 1°13'36	- 1°13'49		
$(t'_n - t_o)l$	- 1°13'13	- 1°13'26		
w	50,1	50,1		
A + BC	255,1 + 6294,7 C.	255,3 + 6302,8 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°28'34	16°35'40	16°40'75	17°8'843
t'_n	18°19'70	17°35'33	17°33'04	18°7'925
$t'_n - t_o$	+ 0°9'136	+ 0°9'993	+ 0°9'229	+ 0°9'082
$(t'_n - t_o)l$	+ 0°9'118	+ 0°9'973	+ 0°9'211	+ 0°9'064
T - t_n	80°16	81°15	81°07	79°81
s	1300	1200	1300	1300
v	14,793	14,793	14,793	14,793
w	36 5	36,5	36,5	36,5
C	0,9725	0,9727	0 9733	0,9739
C moyenne	0,973			
Q	— 6380 cal.		— 6388 cal.	
Q moyenne	— 6384 cal.			

TABLEAU V.

KI + 200H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
o/o d'alcool.	33.83 o/o			
<i>Chaleur de dissolution de KI.</i>				
Dissolvant.	1210,02	1210,02		
p	33,150	38,1426		
s	1243,17	1248,16		
$\frac{M}{p}$	5,0081	4,3526		
t_o	18°4290	18°5124		
t'_n	17°4391	17°3757		
$t'_n - t_o$	- 0°9899	- 1°1367		
$(t'_n - t_o)l$	- 0°9879	- 1°1344		
w	32,6	32,6		
A + BC	161,3 + 6150,6 C.	161,0 + 6162,9 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°7702	18°1177	16°3621	17°2405
t'_n	18°7627	19°1034	17°1917	18°2371
$t'_n - t_o$	+ 0°9925	+ 0°9857	+ 0°8296	+ 0°9966
$(t'_n - t_o)l$	+ 0°9905	+ 0°9837	+ 0°8279	+ 0°9946
T - t_n	79°75	79°50	81°41	79°91
s	1200	1200	1200	1200
v	14,793	14,793	12,106	14,793
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9621	0,9659	0,9579	0,9600
C moyenne.	0,964		0,959	
Q	- 6090 cal.		- 6071 cal.	
Q moyenne.	- 6076 cal. (*)			

(*) Interpolation pour $p = 36.8933$ et $\frac{M}{p} = 4,5$.

En substituant, dans le tableau de Thomsen, les chaleurs de dissolution dans l'eau par les chaleurs de dissolution dans l'alcool à 33.83 %, nous trouvons :

TABLEAU VI.

Différences entre les chaleurs de dissolution des sels sodiques et des sels potassiques dans $200\text{H}_2\text{O} + 40\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$.

$$\text{NaNO}_3 - \text{KNO}_3 = -6874 + 9785 = 2914 \text{ cal.}$$

$$\text{NaCl} - \text{KCl} = -3174 + 6239 = 3068 \text{ cal.}$$

$$\text{NaBr} - \text{KBr} = -1866 + 6384 = \frac{3}{2} \times 3012 \text{ cal.}$$

$$\text{NaI} - \text{KI} = +151 + 6076 = 2 \times 3112 \text{ cal.}$$

Comme on le voit, les différences entre les chiffres de la dernière colonne du tableau VI sont environ deux fois plus considérables que les différences correspondantes du tableau I; sans pouvoir l'affirmer d'une manière certaine, nous doutons néanmoins que les relations observées par Thomsen, lors de la dissolution dans l'eau, subsistent également lors de la dissolution dans l'alcool.

Il serait beaucoup plus probable que les abaissements des chaleurs de dissolution sous l'influence de l'alcool soient simplement additives pour les nitrates et les halogénures alcalins, mais, nous le répétons, il est impossible de fonder des hypothèses sur des grandeurs presque de même ordre que les incertitudes des observations.

2. — DISSOLUTION DANS L'ALCOOL MÉTHYLIQUE AQUEUX.

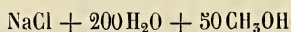
Nous avons cherché si la dissolution des électrolytes dans les mélanges d'alcool méthylique et d'eau donnent également lieu à des phénomènes analogues à ceux observés avec l'alcool éthylique aqueux comme dissolvant.

Le dissolvant employé de densité $d_4^{15.56} = 0.95239$ contenait 30.77 % CH_3OH (*), ce qui répond à la composition $200\text{H}_2\text{O} + 50\text{CH}_3\text{OH}$.

Les chaleurs spécifiques des liquides n'ont pas été déterminées expérimentalement. On les a posées égales à celles de la solution aqueuse d'alcool y contenue, suivant les données de Dorochevsky et Rakowsky (**).

Voici les résultats obtenus :

TABLEAU VII.

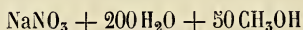


$$A + BC = 191 + 2135 \text{ C.}$$

$$C = 0,957$$

$$Q = - 2134 \text{ cal.}$$

TABLEAU VIII.

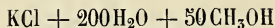


$$A + BC = 514 + 5818 \text{ C.}$$

$$C = 0,954$$

$$Q = - 6064 \text{ cal.}$$

TABLEAU IX.



$$A + BC = 446 + 5250 \text{ C.}$$

$$C = 0,949$$

$$Q = - 5429 \text{ cal.}$$

(*) Nous avons employé les données de Dittmar et Fawsitt; d'après Dorochevsky et Rostdestwensky, notre solution contiendrait 0.1 % de moins d'alcool. (Voir *Landolt-Börnstein Tabellen* (1912), 4 A, p. 300.)

(**) *Journ. de la Soc. phys. chim. de Russie* (1909), XLI, p. 958.

TABLEAU X.



$$A + BC = 777 + 9020 \text{ C.}$$

$$C = 0,945$$

$$Q = - 9300 \text{ cal.}$$

TABLEAU XI.

	NO ₃	Cl.	Différences.	Moyennes.
K	- 9300	- 5429	- 3871	- 3850
Na	- 6064	- 2235	- 3829	
Différences .	- 3236	- 3194		
Moyenne . .	- 3215			

Le tableau XI montre que les chaleurs de dissolution dans une solution aqueuse d'alcool méthylique sont également additives, et, en outre, en comparant les différences ci-dessus avec celles des tableaux XXIII et XXIV de notre mémoire précédent (*), on constate une analogie remarquable, ou plutôt presque une identité des variations de l'effet thermique, lors de la dissolution des sels dans les mélanges d'alcool méthylique et de l'alcool éthylique avec l'eau.

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences) (1913), pp. 64-65.

3. — MÉLANGES RÉFRIGÉRANTS.

Nous avons pensé à appliquer les phénomènes examinés à la production des mélanges réfrigérants plus actifs que ceux employés ordinairement; les expériences dans cette voie ont montré que qualitativement nos prévisions étaient souvent confirmées, mais au point de vue quantitatif, et surtout pratique, on est arrivé à des résultats déplorables.

En effet, voici, à titre d'exemples, quelques abaissements de température observés lors de la dissolution du même corps dans l'eau et dans l'alcool éthylique à 33.83 % (la température initiale étant de 18°0).

Chlorure de sodium.

50 parties NaCl + 100 parties H ₂ O . . .	abaissement 2°5	} différence - 3°0
50 parties NaCl + 100 parties d'alcool . .	abaissement 5°5	

Saccharose.

100 parties C ₁₂ H ₂₂ O ₄₁ + 100 parties H ₂ O . .	abaissement 2°4	} différence - 3°1
100 parties C ₁₂ H ₂₂ O ₄₁ + 100 parties d'alcool.	abaissement 5°5	

Nitrate d'ammonium.

100 parties NH ₄ NO ₃ + 100 parties H ₂ O . .	abaissement 25°5	} différence + 6°5
100 parties NH ₄ NO ₃ + 100 parties d'alcool.	abaissement 19°0	

Nitrate de potassium.

50 parties KNO ₃ + 100 parties H ₂ O . .	abaissement 10°9	} différence + 6°8
50 parties KNO ₃ + 100 parties d'alcool .	abaissement 4°1	

Phénol.

100 par. C_6H_5OH + 100 par. H_2O . . .	abaissement $6^{\circ}4$	} différence - $12^{\circ}0$
100 par. C_6H_5OH + 100 par. d'al. à 33.83% . . .	abaissement $18^{\circ}4$	
100 par. C_6H_5OH + 100 par. d'al. à 95% . . .	abaissement $14^{\circ}4$	
200 par. C_6H_5OH + 100 par. d'al. à 95% . . .	abaissement $22^{\circ}5$	

Comme on le constate, en effet, l'abaissement de la température est tantôt plus grand avec l'eau, tantôt avec l'alcool aqueux.

D'ailleurs, il n'y a rien de surprenant dans ce fait, car il n'est pas question ici de chaleur moléculaire de dissolution, mais simplement de la chaleur de dissolution d'une quantité quelconque, c'est-à-dire quantité maxima susceptible de se dissoudre.

Par conséquent, nous pouvons poser, en règle générale, que la variation de la température sous l'influence de l'alcool sera négative quand l'abaissement de la chaleur moléculaire de dissolution est plus rapide que la diminution de la solubilité, et la variation de la température sera positive quand, au contraire, la diminution de la solubilité est relativement plus considérable que l'abaissement de la chaleur de dissolution.

Les expériences faites avec le phénol nous ont conduit à des conclusions très intéressantes, que nous allons exposer dans le mémoire suivant.

Saint-Petersbourg, janvier 1913.

PHYSICO-CHIMIE. — **Recherches thermochimiques
sur la dissolution** (quatrième note),

par NICOLAS DE KOLOSSOVSKY (*).

1. — EFFET THERMIQUE ET DISSOCIATION.

Avant de continuer nos recherches sur la dissolution des électrolytes dans les mélanges binaires, il nous a semblé indispensable de fixer la question de savoir si l'augmentation de la valeur absolue de la chaleur de dissolution moléculaire dans un mélange aqua-alcoolique, par rapport à la chaleur de dissolution dans l'eau, est en relation avec la variation du degré de dissociation de l'électrolyte dissous.

Une question analogue, concernant les relations qui existent entre la diminution de la conductibilité et la variation du degré de dissociation dans un mélange binaire, a été déjà discutée plusieurs fois; néanmoins les opinions des différents auteurs n'étant pas toujours absolument concordantes, notre question parallèle ne pouvait être considérée comme épuisée.

Voici à ce propos quelques données bibliographiques.

Kabloukoff (**), en rapprochant ses données sur la conductibilité des solutions de HCl dans les alcools saturés de la série aliphatique avec les données de Rellstab sur la viscosité de ces alcools, conclut que la diminution de la conductibilité dépend et de l'augmentation du frottement des ions et de la rétrogradation de la dissociation électrolytique.

(*) Présenté par M. P. De Heen.

(**) KABLOUKOFF, *Les théories modernes des solutions en relation avec les lois des équilibres chimiques*. Moscou (1891), p. 137.

Arrhenius, dans son mémoire sur la *Variation de la conductibilité électrique d'une solution sous l'influence d'une petite quantité d'un non-électrolyte*, arrive à la conclusion que la diminution de la conductibilité dans les solutions aqueuses d'alcool dépend principalement de l'augmentation du frottement des ions dans un dissolvant binaire et non pas d'une diminution de dissociation (*).

Plus loin (**), il calcule la variation du degré de dissociation au moyen de la formule

$$\frac{dl}{l} = \frac{dF}{F} + \frac{dD}{D},$$

l étant la conductibilité électrolytique,

$$F = \frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_H},$$

R_I et R_H étant les frottements des ions et D le degré de dissociation.

Et il trouve généralement $\frac{dF}{F}$ plus grand que $\frac{dD}{D}$.

Tanatar, ayant mesuré l'effet thermique lors de la dissolution de KCl dans une solution aqueuse d'alcool, arrive à se demander si les résultats obtenus démontrent une plus forte dissociation du sel, ou bien s'il faut admettre l'existence d'une action mutuelle entre les ions et les molécules du dissolvant (**).

Tanatar, Choina et Kozireff ont mesuré les dépressions des électrolytes dans les mélanges binaires, et les résultats obtenus se sont trouvés en contradiction avec la théorie de dissociation électrolytique, car il faudrait admettre que NaCl, KCl, HCl,

(*) ARRHENIUS, *Zeit. für physikal. Chemie* (1892), IX, p. 500.

(**) *Ibid.*, p. 503.

(***) TANATAR, *Journ. de la Soc. physico-chimique de Russie* (1894), XXVI, p. 262, et *Zeit. für physikal. Chemie* (1894), XV, p. 122.

HBr (solutions diluées) sont considérablement plus dissociés en présence de l'alcool que dans l'eau pure, où ils le sont déjà à peu près complètement (*).

Ailleurs, Tanatar et Pissargewsky remarquent que, dans les solutions alcooliques, il n'y a pas lieu de considérer la dissociation de l'électrolyte (**), et enfin Pissargewsky trouve une augmentation de la constante d'équilibre de la réaction



sous l'influence d'une certaine quantité d'alcool ou de glycérine ajoutée à la solution, ce qui démontre une rétrogradation de la dissociation des substances réagissantes (***) .

Cette conclusion est diamétralement opposée au résultat des expériences sur la dépression de Tanatar, Choina et Kozireff.

Sans nous arrêter plus longtemps, mentionnons seulement les travaux de Wakemann (IV), Cohen (V), Walden (VI), Jones, Lindsay et Carroll (VII), Jones, Bingham et Mc Master (VIII), Armstrong et Eyre (IX), Hägglung (X), contenant des mesures de conductibilités électrolytiques dans les mélanges binaires et dans les dissolvants autres que l'eau, et les mémoires de

(*) TANATAR, CHOINA et KOZIREFF, *Journ. de la Soc. physico-chimique de Russie* (1895), XXVII, p. 51.

(**) TANATAR et PISSARGEWSKI, *Journ. de la Soc. phys.-chim. de Russie* (1897), XXIX, p. 185.

(***) PISSARGEWSKI, *Journ. de la Soc. phys.-chim. de Russie* (1904), XXXVI, p. 10-1.

(IV) WAKEMANN, *Zeit. für physikal. Chemie* (1893), XI, p. 49.

(V) COHEN, *Zeit. für physikal. Chemie* (1898), XXV, p. 1.

(VI) WALDEN, *Zeit. für physikal. Chemie* (1903), XLVI, p. 103 ; (1906), LIV, p. 129, et les volumes suivants de ce recueil.

(VII) JONES, LINDSAY et CARROLL, *Zeit. für physikal. Chemie* (1906), LVI p. 129.

(VIII) JONES, BINGHAM et MC MASTER, *Ibid.* (1907), LVII, pp. 193 et 257.

(IX) ARMSTRONG et EYRE, *Proc. Roy. Soc. Lond.* (1911), A, LXXXIV, p. 134.

(X) HAEGGLUNG, *Journ. de chimie physique* (1912), X, p. 207.

Deventer et Reicher (*) et Deventer et Cohen (**), relatifs à la chaleur de neutralisation dans les solutions aqueuses d'alcool.

En présence des contradictions que nous venons de mentionner, on ne pouvait avoir la certitude que réellement les variations des chaleurs de dissolution n'ont rien à voir avec les variations possibles du degré de dissociation et ne dépendent principalement, comme nous l'avons supposé, que de l'action mutuelle entre les molécules du dissolvant et du corps dissous.

Pour éclaircir ce point, nous avons déterminé les chaleurs de dissolution de quelques substances non dissociables, ou en tout cas très faiblement dissociées, dans l'eau et dans une solution aqueuse d'alcool éthylique de composition $C_2H_5OH + 5H_2O$ (c'est-à-dire 33.83 % C_2H_5OH).

1. — Glycérine $C_3H_8O_3$.

Le produit employé, chimiquement pur, provenant de Kahlbaum, avait pour densité : $d_{4^{15,56}}^{15,56} = 1,2595$, c'est-à-dire contenait en réalité vers 99 % $C_3H_5(OH)_3$.

La chaleur de dissolution dans $200H_2O$ a été trouvée + 1339 cal. (tableau I).

Berthelot trouve pour la dissolution de la glycérine liquide le chiffre + 1500 cal. (***).

La chaleur de dissolution dans $200 H_2O + 40 C_2H_5OH$ a été trouvée — 412 cal. (tableau II).

L'abaissement de la chaleur de dissolution est de — 1751 cal.

Reproduisons également, à titre de comparaison, le chiffre obtenu par Favre pour $C_3H_8O_3$ liquide + $8 C_2H_5OH$ — 760 cal. (IV)

(*) DEVENTER et REICHER, *Zeit. für physikal. Chemie* (1890), V, p. 177, et (1891), VIII, p. 542.

(**) DEVENTER et COHEN, *Ibid.* (1894), XIV, p. 126.

(***) BERTHELOT, *Thermochimie*, II, p. 466.

(IV) FAVRE, *Comptes rendus* (1860), LI, p. 316, et (1864), LIX, p. 783.

TABLEAU I.

C ₃ H ₅ (OH) ₅ + 200 H ₂ O				
Chaleur de dissolution de la glycérine.				
Dissolvant.	1201,07		1201,07	
p	30,4006		31,3625	
s	1231,47		1232,43	
$\frac{M}{p}$	3,0283		2,9355	
t _o	18°2850		18°1500	
t' _n	18°6351		18°5153	
t' _n - t _o	+ 0°3501		+ 0°3653	
(t' _n - t _o) l	+ 0°3494		+ 0°3646	
w	36,5		36,5	
A + BC	- 38,6 - 1303,0 C.		- 39,1 - 1319,0 C.	
Chaleur spécifique.				
t _o	17°4959	16°9102	16°4659	17°5849
t' _n	18°4575	17°8716	17°4386	18°5441
t' _n - t _o	+ 0°9616	+ 0°9614	+ 0°9727	+ 0°9592
T - t _n	+ 0°9597	+ 0°9595	+ 0°9708	+ 0°9573
(t' _n - t _o) l	79°51	79 73	80°36	79°52
S	1200	1200	1200	1200
V	14,793	14,793	14,793	14,793
W	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9909	0,9939	0,9900	0,9936
C moyenne	0,992			
Q	+ 1331 cal.		+ 1348 cal.	
Q moyenne	+ 1339 cal.			

TABLEAU II.

$C_3H_5(OH)_3 + 200H_2O + 40C_2H_5OH.$				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
°/o d'alcool.	33.83 °/o			
<i>Chaleur de dissolution de la glycérine.</i>				
Dissolvant.	1210,02	1210,02		
p	22,4127	20,0326		
s	1232,43	1230,05		
$\frac{M}{p}$	4,1077	4,5957		
t_o	18°3830	17°9823		
t'_n	18°3043	17°9099		
$t'_n - t_o$	- 0°0787	- 0°0724		
$(t'_n - t_o)1$	- 0°0785	- 0 0723		
w	36,5	36,5		
A + BC	11,8 + 397 4 C.	12,1 + 408,7 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°5521	17°7066	17°9651	18°1520
t'_n	18°5235	18°6707	18°9348	19°1071
$t'_n - t_o$	+ 0 9714	+ 0°9641	+ 0°9697	+ 0°9551
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°9695	+ 0°9622	+ 0°9678	+ 0°9532
T — t_n	79°57	79°23	79°55	78°90
s	1200	1200	1200	1200
v	14,793	14,793	14,793	14,793
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9813	0,9847	0,9830	0,9899
C moyenne.	0,983		0,986	
Q	- 402 cal.		- 415 cal.	
Q moyenne.	- 412 cal. (*)			

(*) Interpolation pour $\frac{M}{p} = 4,5$.

2. — *Tannin* $C_{14}H_{10}O_9$.

Substance formée essentiellement par l'acide digallique (*) $C_6H_2(OH)_3 \cdot CO_2 \cdot C_6H_2(OH)_2 \cdot CO_2 H$ de poids moléculaire 322, que nous attribuons pour les calculs également au produit dit « pro analysi » employé.

Ayant trouvé la chaleur de dissolution très faible, il était dès lors superflu de déterminer expérimentalement la chaleur spécifique du liquide, et l'ayant posée, par analogie, égale à 0.98 nous ne commettons pas une erreur supérieure à 5-10 calories dans le résultat final, c'est-à-dire une erreur de l'ordre de celles des expériences. La chaleur de dissolution du tannin dans 400 H_2O a été trouvée + 325 cal. (tableau III).

TABLEAU III.

$C_{14}H_{10}O_9 + 400 H_2O$.		
<i>Chaleur de dissolution du tannin.</i>		
Dissolvant.	1201,07	1201,07
<i>p</i>	53,68	53,68
<i>s</i>	1254,75	1254,75
$\frac{M}{p}$	6	6
<i>t₀</i>	17°5329	18°2010
<i>t'_n</i>	17°5774	18°2424
<i>t'_n - t₀</i>	+ 0°0445	+ 0°0414
$(t'_n - t_0)l$	+ 0°0444	+ 0°0413
<i>w</i>	32,6	32,6
A + BC	- 8,7 - 334,1 C.	- 8,1 - 310,9 C.
C moyenne.	0,98	
Q	+ 336 cal.	+ 313 cal.
Q moyenne.	+ 325 cal.	

(*) BERTHELOT et JUNGFLEISCH, *Traité élém. de chimie organique* (1904, II, p. 374.

La chaleur de dissolution dans $400 \text{ H}_2\text{O} + 80 \text{ C}_2\text{H}_5\text{OH}$ a été trouvée $+ 206 \text{ cal.}$ (tableau IV).

L'abaissement de la chaleur de dissolution est de $- 119 \text{ cal.}$

TABLEAU IV.

$\text{C}_{14}\text{H}_{10}\text{O}_9 + 400\text{H}_2\text{O} + 80\text{C}_2\text{H}_5\text{OH.}$		
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010	
‰ d'alcool.	33.83 ‰	
<i>Chaleur de dissolution du tannin.</i>		
Dissolvant.	1210,02	1210,02
p	35,79	35,79
s	1245,81	1245,81
$\frac{M}{p}$	9	9
t_o	17°5652	17°1802
t'_n	17°5859	17°1960
$t'_n - t_o$	+ 0°0207	+ 0°0158
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°0207	+ 0°0158
w	32,6	32,6
A + BC	- 6,4 -- 232,1 C.	- 4,6 -- 177,2 C.
C moyenne.	0,98	
Q	+ 233 cal.	+ 178 cal.
Q moyenne.	+ 206 cal.	

3. — *Saccharose* $C_{12}H_{22}O_{11}$.

On a opéré sur du sucre de canne pur en gros cristaux bien formés, qu'on pulvérisait finement, et on procédait à la dissolution sans dessiccation préalable.

La dissolution dans l'eau donne lieu à une absorption de chaleur de — 913 cal. (tableau V).

Berthelot (*) trouve le chiffre — 790 cal., sans indiquer d'ailleurs le degré de dilution.

Stackelberg (**) arrive au chiffre — 1090 cal. pour une dilution de 1 : 500.

La chaleur de dissolution dans $400 H_2O + 80 C_2H_5OH$ a été trouvée — 4290 cal. (tableau VI).

L'abaissement de la chaleur de dissolution est donc de — 3377 cal.

4. — *Phénol* C_6H_5OH .

Le phénol employé provenait de Kahlbaum. Son point de fusion a été trouvé $42^{\circ}5$. La pulvérisation avant la dissolution était inutile, car le produit tel quel se dissout immédiatement sans aucune difficulté. La chaleur de dissolution dans $200 H_2O$ a été trouvée — 2730 cal. (tableau VII).

Berthelot donne le chiffre — 2600 cal. (***).

La chaleur de dissolution dans $200 H_2O + 40 C_2H_5OH$ a été trouvée — 4578 cal. (tableau VIII).

L'abaissement de la chaleur de dissolution est par conséquent de — 1848 cal.

(*) BERTHELOT, *Thermochimie*, II, p. 479.

(**) ED. VON STACKELBERG, *Zeit. für physikal. Chemie* (1898), XXVI, p. 546.

(***) BERTHELOT, *Thermochimie*, II, p. 485.

TABLEAU V.

$C_{12}H_{22}O_{11} + 400H_2O.$				
<i>Chaleur de dissolution de $C_{12}H_{22}O_{11}$.</i>				
Dissolvant.	1201,07		1201,07	
p	57,0293		57,0293	
s	1258,10		1258,10	
$\frac{M}{p}$	6		6	
t_o	18°2690		18°4642	
t'_n	18°1505		18°3426	
$t'_n - t_o$	- 0°1185		- 0°1216	
$(t'_n - t_o) l$	- 0°1483		- 0°1214	
w	50,1		32,6	
A + BC	35,6 + 893,0 C.		23,7 + 916,4 C.	
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°1930	17°2128	16°5005	17°4046
t'_n	18°1447	18°1610	17°4566	18°3441
$t'_n - t_o$	+ 0°9517	+ 0°9482	+ 0°9561	+ 0°9395
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°9498	+ 0°9463	+ 0 9542	+ 0°9376
$T - t_n$	80°47	80 27	81°15	79°91
s	1250	1250	1250	1250
v	14,793	14,793	14,793	14,793
w	36,5	36,5	36 5	36,5
C	0,9734	0,9746	0,9773	0,9794
C moyenne	0,976			
Q	- 907 cal.		- 918 cal.	
Q moyenne	- 913 cal.			

TABLEAU VI.

C ₁₂ H ₂₂ O ₁₁ + 400 H ₂ O + 80 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
°/o d'alcool.	33.83 °/o			
Chaleur de dissolution de C ₁₂ H ₂₂ O ₁₁ .				
Dissolvant.	1210,02	1210,02		
p	38,0196	38,0196		
s	1248,04	1248,04		
$\frac{M}{p}$	9	9		
t_o	18°9260	18°8431		
t'_n	18°5532	18°4694		
$t'_n - t_o$	- 0°3728	- 0°3737		
$(t'_n - t_o) l$	- 0°3721	- 0°3730		
w	50,1	50,1		
A + AB	167,8 + 4179,6 C.	168,2 + 4189,7 C.		
Chaleur spécifique.				
t_o	18°1924	16°1910	17°2642	17°1803
t'_n	19°1588	17°1818	18°2395	18°1574
$t'_n - t_o$	+ 0°9664	+ 0,9908	+ 0°9753	+ 0°9761
$(t'_n - t_o) l$	+ 0°9645	+ 0°9888	+ 0°9733	+ 0°9741
T - n	79°31	81°32	80°10	80°54
s	1200	1200	1200	1200
v	14,793	14,793	14,793	14,793
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9833	0,9834	0,9841	0,9888
C moyenne.	0,985			
Q	- 4285 cal.		- 4295 cal.	
Q moyenne.	- 4290 cal.			

TABLEAU VII.

C ₆ H ₅ OH + 200H ₂ O.				
<i>Chaleur de dissolution du phénol.</i>				
Dissolvant.	1201,07		1201,07	
<i>p</i>	31,3493		31,3493	
<i>s</i>	1232,42		1232,42	
$\frac{M}{p}$	3		3	
<i>t</i> ₀	18°1156		18°4140	
<i>t</i> ' _{<i>n</i>}	17°4031		17°6937	
<i>t</i> ' _{<i>n</i>} — <i>t</i> ₀	— 0°7125		— 0°7203	
(<i>t</i> ' _{<i>n</i>} — <i>t</i> ₀)1	— 0°7111		— 0°7189	
<i>w</i>	50,1		50,1	
A + BC	106,9 + 2629,1 C.		108,0 + 2658,0 C.	
<i>Chaleur spécifique.</i>				
<i>t</i> ₀	17°6894	16°2470	16°0999	18°2850
<i>t</i> ' _{<i>n</i>}	18°6519	17°2215	17°0806	19°2397
<i>t</i> ' _{<i>n</i>} — <i>t</i> ₀	+ 0°9625	+ 0°9745	+ 0°9807	+ 0°9547
(<i>t</i> ' _{<i>n</i>} — <i>t</i> ₀)1	+ 0°9606	+ 0°9726	+ 0°9787	+ 0°9528
T — <i>t</i> _{<i>n</i>}	79°51	80°55	81°15	79°24
<i>s</i>	1200	1200	1200	1200
<i>v</i>	14,793	14,793	14,793	14,793
<i>w</i>	36,5	36,5	36 5	36,5
C	0,9899	0,9905	0,9917	0,9948
C moyenne	0,992			
Q	— 2715 cal		— 2745 cal.	
Q moyenne	— 2730 cal.			

TABLEAU VIII.

C ₆ H ₅ OH + 200H ₂ O + 40 C ₂ H ₅ OH.				
Dissolvant $d_4^{15,56}$	0,95010			
°/o d'alcool.	33.83 °/o			
<i>Chaleur de dissolution du phénol.</i>				
Dissolvant.	1210,02	1210,02		
p	20,8996	20,8996		
s	1230,92	1230,92		
$\frac{M}{p}$	4,5	4,5		
t_o	17°9329	17°6995		
t'_n	17°4362	16°8987		
$t'_n - t_o$	- 0°7967	- 0°8008		
$(t'_n - t_o)1$	- 0°7951	- 0°7992		
w	50,1	50,1		
A + BC	179,3 + 4404,2 C.	180,2 + 4426,9 C.		
<i>Chaleur spécifique.</i>				
t_o	17°2420	16°7272	17°4184	16°9371
t'_n	18°2088	17°6975	18°3768	17°8968
$t'_n - t_o$	+ 0°9668	+ 0°9703	+ 0°9584	+ 0°9597
$(t'_n - t_o)1$	+ 0°9649	+ 0°9684	+ 0°9565	+ 0°9578
T - t_n	80°41	80°52	79°68	80°02
s	1200	1200	1200	1200
v	14,793	14,793	14,793	14,793
w	36,5	36,5	36,5	36,5
C	0,9931	0,9946	0,9965	0,9995
C moyenne	0,996			
Q	— 4566 cal.		— 4589 cal.	
Q moyenne	— 4578 cal.			

TABLEAU IX.

SUBSTANCE.	CHALEUR DE DISSOLUTION		ABAISSEMENT.
	dans 200 H ₂ O.	dans 200H ₂ O+40C ₂ H ₅ OH	
	calories.	calories.	calories.
Tannin	+ 325	+ 206	— 119 (*)
KI	— 5110	— 6076	— 966
NaI	+ 1220	+ 151	— 1069
KBr	— 5080	— 6384	— 1304
KNO ₃	— 8234	— 9785	— 1551
NaBr	— 190	— 1866	— 1676
Glycérine.	+ 1339	— 412	— 1751
NaNO ₃	— 5103	— 6871	— 1768
KCl	— 4440	— 6239	— 1799
Phénol	— 2730	— 4578	— 1848
NaCl	— 1230	— 3171	— 1941
Saccharose	— 913	— 4290	— 3377 (*)

Pour comparer les actions respectives des différentes substances dans des conditions analogues, nous avons réuni dans le tableau IX les différences entre les effets thermiques de dissolution dans l'eau et dans l'alcool éthylique à 33.83 %.

On remarque immédiatement qu'il n'existe aucune distinction de fait entre les abaissements de chaleurs de dissolution des non-électrolytes et des substances électrolysables.

La dissolution de la glycérine et du phénol est accompagnée d'une absorption de chaleur de même ordre que tous les sels

(*) Les chaleurs de dissolution du tannin et du saccharose se rapportent à 400 H₂O et 400 H₂O + 80 C₂H₅OH.

étudiés ; le tannin donne lieu à une variation de l'effet thermique très faible et le saccharose, au contraire, à une variation très grande.

En ce qui concerne les abaissements des chaleurs de dissolution des électrolytes, leurs grandeurs relatives sont en relation évidente avec les valeurs respectives de la solubilité des corps dissous dans les parties constituantes du dissolvant ; notamment les sels les moins solubles dans l'alcool (NaCl, KCl) donnent lieu à de plus grands abaissements de chaleur de dissolution dans un dissolvant mixte, et inversement les plus solubles (KI, NaI) donnent lieu à des abaissements plus faibles.

Un phénomène analogue a été observé par Kabloukoff, Solomonoff et Galine (*), lors de l'étude des variations de tension de vapeur des mélanges d'alcool et d'eau en présence de différentes substances.

Les auteurs trouvent également que NaCl et KCl, peu solubles dans l'alcool, provoquent des abaissements de tension de vapeur plus considérables que NaI et KI.

D'autre part, en ce qui concerne les non-électrolytes, nos observations sur les variations de l'effet thermique ne concordent pas avec les observations sur les abaissements de tension de vapeur des auteurs cités, qui trouvent pour ces substances des grandeurs plus faibles, mais néanmoins en relation avec leurs solubilités respectives.

Par contre, nous avons trouvé que les abaissements thermiques lors de la dissolution de la glycérine et du phénol, substances infiniment miscibles à l'alcool, sont à peu près les mêmes que l'abaissement de l'effet thermique de dissolution de KCl, corps excessivement peu soluble dans l'alcool absolu.

Par conséquent, nous n'avons pas, pour le moment, à tirer de nos expériences de conclusion quantitative générale, mais, ce qui importe surtout, nous sommes incontestablement autorisé à

(*) *Journ. de la Soc. physico-chimique de Russie* (1904), XXXVI, p. 580.

conclure que ce n'est pas la variation du degré de dissociation qui y est cause des absorptions de chaleur supplémentaires, ou du moins pas la cause principale, c'est-à-dire que nous nous rangeons, en ce qui concerne l'influence de la dissociation, à l'opinion d'Arrhenius, exposée au commencement de cette note.

*Nouvelles preuves de l'existence des hydrates
à l'état dissous.*

Nous avons terminé la troisième note des présentes recherches thermochimiques par l'étude des mélanges réfrigérants contenant du phénol.

Ce corps présente, à notre point de vue, un intérêt tout particulier.

En effet, nous avons observé que le mélange phénol + eau absorbe moins de chaleur que le mélange phénol + alcool aqueux.

A quoi est due cette absorption de chaleur supplémentaire en présence de l'alcool?

Nous avons déjà avancé dans notre premier mémoire que l'abaissement supplémentaire de la chaleur de dissolution d'un corps en présence de l'alcool a pour cause la décomposition de la combinaison qui existait primitivement entre l'eau et l'alcool; élargissant légèrement ce point de vue, nous ajouterons ici qu'il est bien possible également que l'alcool entrave totalement ou partiellement la formation de l'hydrate qui se serait formé en son absence.

Une confirmation de ces vues nous a été fournie par l'étude relative à la dissolution du phénol.

En effet, en dissolvant le phénol dans l'eau, nous avons observé un abaissement de température de 6°4 (*).

A peu près tout le phénol s'étant dissous, nous avons continué

(*) *Recherches thermochimiques sur la dissolution* (troisième note).

de remuer le liquide au moyen du thermomètre. quand tout à coup toute la masse s'est figée, sans d'ailleurs provoquer de changement de température sensible.

Il n'était pas difficile de conclure qu'il s'est formé un hydrate peu soluble dans l'eau (*). Un hydrate fusible à 16° a été découvert en 1865 par Calvert (**) et répond, selon lui, à la composition $2 \text{C}_6\text{H}_5\text{OH} + \text{H}_2\text{O}$.

Ayant essoré le produit cristallisé d'abord à la trompe, puis entre des feuillets de papier à filtrer, nous avons trouvé qu'il fondait vers 15° et, par conséquent, nous avons eu affaire à l'hydrate de Calvert.

D'autre part, en dissolvant la même quantité de phénol dans un poids égal d'alcool à 33.83 %, nous avons observé un abaissement de température de $-18^{\circ}4$, c'est-à-dire que l'abaissement supplémentaire de la température de dissolution est de -12° , ce qui correspondrait à une absorption de chaleur, par molécule de phénol dissous, de -1500 calories, ce chiffre n'étant qu'une évaluation très grossière. Néanmoins, il est visible que ce chiffre est complètement d'accord, quant à l'ordre de grandeur, avec le chiffre représentant la différence des chaleurs moléculaires de dissolution du phénol dans $200 \text{H}_2\text{O}$ et dans $200 \text{H}_2\text{O} + 40 \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, qui est de -1848 calories.

Ajoutons que nous n'avons pas constaté, dans cette dernière expérience, de formation d'hydrate solide et, de ce fait, nous attribuons l'excès de chaleur absorbé, sous l'influence de l'alcool, à ce que la présence de ce corps a empêché l'hydrate de phénol de se former. Et la formation de l'hydrate dégagerait $+1500$ calories.

(*) Il y a lieu de noter ici que le phénol anhydre est très soluble dans l'eau, contrairement aux données classiques, mais il se forme toujours un hydrate qui est beaucoup moins soluble et qui se précipite sous forme solide ou liquide, suivant la température. Évidemment la solubilité du phénol anhydre ne peut pas être déterminée avec précision.

(**) CALVERT, *Journ. Chem. Soc* (1865), new series, III, p. 66.

Par une analogie qui n'est que trop frappante, nous ne craignons pas d'avancer que, lors de la dissolution du phénol dans 200 H_2O , il se forme également un hydrate et que, dans le cas de la dissolution du phénol dans $200 \text{H}_2\text{O} + 40 \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, la formation de cet hydrate n'a pas lieu, ou, ce qui revient au même au point de vue quantitatif, l'hydrate du phénol se forme totalement ou partiellement aux dépens de la combinaison qui existait primitivement entre l'eau et l'alcool. Cela admis et admettant, en outre, que des effets identiques sont dus aux mêmes causes, il ne nous reste qu'à généraliser le phénomène observé à tous les corps solubles non électrolytes et électroly-sables.

A l'objection possible qui réside en ce que les hydrates de certaines substances solubles n'ont jamais été isolés, nous répondrons seulement que si l'on n'a pu le faire jusqu'à présent, cela ne veut pas dire qu'ils ne soient pas isolables.

A ce propos, peut-être ne serait-il pas sans intérêt de décrire une expérience relative à la surfusion ou à la sursaturation.

En effet, l'hydrate de phénol de Calvert peut être facilement obtenu à l'état de surfusion.

L'ayant ainsi refroidi jusqu'à $+ 5^\circ$, nous avons introduit dans le liquide un petit cristal de phénol anhydre, et c'est du phénol anhydre, fusible à $42^\circ 5$, qui a cristallisé immédiatement; néanmoins, on est absolument sûr que le liquide contenait du phénol hydraté, car ce dernier est parfaitement isolable.

Nous avons choisi cet exemple pour la simple raison que le phénol a été déjà l'objet de nos considérations précédentes.

MÉCANIQUE. — Sur l'équipartition de l'énergie,

par E. HENRIOT (*).

Lorsqu'un système mécanique possède des périodes propres de vibrations ayant une fréquence comparable à celle des vibrations lumineuses, l'application à ce système des principes de la mécanique ordinaire conduit à des résultats en contradiction avec l'expérience. Le théorème de l'équipartition est une conséquence directe du théorème de Liouville, qui revient lui-même à exprimer que les équations de la mécanique admettent un dernier multiplicateur de Jacobi égal à l'unité. C'est cette dernière hypothèse qu'il faut rejeter, comme l'a montré Poincaré (**), si l'on veut échapper aux conséquences du théorème de l'équipartition.

M. Jeans (***) a donné de ce dernier théorème une démonstration géométrique assez intuitive : les quelques calculs qui suivent ont simplement pour but de montrer que ce genre de raisonnement est susceptible de quelque généralité.

Nous étudierons d'abord le cas d'un ensemble de n molécules monoatomiques pesantes. L'énergie d'un tel gaz sera connue dès qu'on possédera la valeur des $3n$ composantes de vitesse

$$u_1, u_2, \dots, u_{3n}$$

(*) Présenté par M. J.-E. Verschaffelt.

(**) POINCARÉ, Comptes rendus de l'Académie des sciences. (*Journal de physique*, janvier 1912.)

(***) JEANS, *La théorie du rayonnement et les quanta*. Rapports de la réunion tenue à Bruxelles sous les auspices de M. E. Solvay, du 30 octobre au 3 novembre 1911, publiés par MM. P. Langevin et de Broglie.

et la hauteur de chaque molécule au-dessus d'un plan origine

$$h_1, h_2, \dots, h_n,$$

et elle se mettra sous la forme

$$W = \frac{m_1}{2} u_1^2 + \dots + \frac{m_n}{2} u_n^2 + m_1 g h_1 + \dots + m_n g h_n.$$

Nous pouvons représenter l'état d'un tel gaz par un point dans l'espace à $4n$ dimensions de coordonnées

$$x_1, x_2, \dots, x_{3n}, \quad y_1, \dots, y_n,$$

les x étant reliés aux n par la relation

$$x_1 = u_1 \sqrt{\frac{m_1}{2}}$$

et les y aux h par la relation

$$y_1 = m_1 g h.$$

Les éléments d'extension en phase

$$du_1 du_2 \dots du_{3n} dh_1 \dots dh_n \text{ dans le système } (u, h)$$

et

$$dx_1 dx_2 \dots dx_{3n} dy_1 \dots dy_n \text{ dans le système } (x, y)$$

sont entre eux dans le rapport constant

$$\begin{vmatrix} \sqrt{\frac{m_1}{2}} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{\frac{m_2}{2}} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & m_1 g & \dots \\ 0 & \dots & \dots & m_n g \end{vmatrix} = \sqrt{\left(\frac{m_1}{2}\right)} \dots m_1 g \dots m_n g.$$

Or, d'après le théorème de Liouville, des éléments égaux d'extension en phase étant équivalents entre eux, au point de vue de la probabilité, dans le système (u, h) , il en sera de même dans le système (x, y) .

Nous pouvons poser

$$W = W_1 + W_2,$$

W_1 étant l'énergie cinétique :

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{3n}^2,$$

W_2 étant l'énergie potentielle :

$$y_1 + y_2 + \dots y_n.$$

Calculons le volume dans l'espace des x qui est tel que W_1 soit compris entre W_1 et $W_1 + dW_1$; c'est le volume compris entre les deux sphères à $3n$ dimensions

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{3n}^2 = W_1$$

et

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{3n}^2 = W_1 + dW_1.$$

Le volume de la sphère de rayon $\sqrt{W_1}$ a pour expression

$$A(n) W_1^{\frac{3n}{2}}.$$

Le volume que nous voulons calculer sera de la formé

$$B(n) W_1^{\frac{3n}{2}-1} dW_1.$$

Calculons maintenant le volume de l'espace généralisé y qui est tel que W_2 est compris entre W_2 et $W_2 + dW_2$.

Nous devons d'abord évaluer le volume compris dans le domaine

$$y_1 \geq 0, \quad y_2 \geq 0, \quad \dots \quad y_n \geq 0$$

$$y_1 + y_2 + \dots y_n \leq W_2.$$

C'est le volume d'un tétraèdre généralisé. On trouve, en effectuant un calcul simple, qu'il a pour expression

$$\frac{1}{n!} W_2^n.$$

Le volume que nous voulons calculer aura pour expression

$$C(n) W_2^{n-1} dW_2.$$

Le volume dans l'espace à $4n$ dimensions, qui sera tel que W_1 soit compris entre W_1 et $W_1 + dW_1$ et W_2 entre W_2 et $W_2 + dW_2$, sera à une constante près

$$W_1^{\frac{3n}{2}-1} W_2^{n-1} dW_1 dW_2.$$

Supposons que $W_1 + W_2 = W$ soit donné, la répartition W_1, W_2 qui rendra maxima l'expression $W_1^{\frac{3n}{2}-1} W_2^{n-1}$ correspondra à un volume de l'espace généralisé plus grand que pour toute autre répartition, ce sera donc la répartition la plus probable. Ce maximum aura lieu lorsque W_1 et W_2 seront proportionnels à leurs exposants respectifs, c'est-à-dire lorsque nous aurons

$$\frac{W_1}{\frac{3n}{2} - 1} = \frac{W_2}{n - 1}$$

et si n est très grand devant 1

$$\frac{2}{3} W_1 = W_2.$$

Comme, d'autre part, par raison de symétrie, on a entre les valeurs moyennes des x et y la relation

$$\bar{x}_1^2 = \bar{x}_2^2 = \dots = \bar{x}_{3n}^2$$

et

$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = \dots = \bar{y}_n,$$

nous aurons la relation

$$\frac{2}{3} \cdot 3\bar{\alpha}_1^2 = \bar{y}_1.$$

L'énergie potentielle moyenne d'une molécule sera égale aux $\frac{2}{3}$ de son énergie cinétique.

La chaleur spécifique d'un gaz soustrait à l'action de la pesanteur étant

$$\frac{3}{2}R = 2,98,$$

la chaleur spécifique d'une atmosphère gazeuse pesante non limitée en hauteur sera

$$\frac{5}{2}R = 4,95.$$

Pour un gaz diatomique, cette chaleur spécifique, qui est égale à 4,95 en l'absence de la pesanteur, sera, dans le cas qui nous occupe, 6,93.

Si le gaz est formé d'un mélange de deux sortes de molécules, la relation

$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2$$

ou

$$m_1gh_1 = m_2gh_2$$

nous montre que la hauteur moyenne sera en raison inverse de la masse et qu'il devra se produire une séparation partielle des deux gaz sous l'influence de la pesanteur.

Le cas où l'énergie potentielle se met sous la forme

$$W_2 = y_1^p + y_2^p + \dots + y_n^p$$

est une généralisation immédiate du cas qui précède.

Il est facile de démontrer, au moyen de simples considérations d'homogénéité, que l'espace compris entre les deux surfaces

$$y_1^p + y_2^p + \dots + y_n^p = W_2$$

et

$$y_1^p + y_2^p + \dots + y_n^p = W_2 + dW_2$$

est de la forme

$$\alpha(n) R_n \text{ en posant } R^p = W_2,$$

d'où, pour le volume cherché,

$$\alpha(n) p R^{p-1} dR = \beta(n) W_2^{\frac{n}{2}-1} dW_2.$$

L'expression à rendre maxima sera

$$W_1^{\frac{3n}{2}-1} W_2^{\frac{n}{2}-1}$$

d'où, n étant très grand,

$$p W_2 = \frac{2}{3} W_1$$

et par suite

$$p \bar{y}^p = 2 \bar{x}^2,$$

la valeur des chaleurs spécifiques s'en déduit immédiatement.

Plus généralement, si l'énergie potentielle se met sous la forme

$$\varphi(y_1, y_2, \dots, y_n) = W_2,$$

le volume de l'espace qui est compris entre les valeurs W_2 et $W_2 + dW_2$ sera de la forme

$$\psi(W_2) dW_2$$

et nous devons rendre maximum

$$\psi(W_2) W_1^{\frac{3n}{2}-1}.$$

Supposons que le système que nous considérons soit en équilibre de température avec un thermomètre à hélium et soient

$$W = \Phi(x_1 \dots x_{3n}, y_1 \dots y_n)$$

l'énergie du système considéré et

$$W' = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_{3n}^2$$

l'énergie du thermomètre à hélium. Nous pouvons raisonner comme précédemment pour calculer la répartition la plus probable entre W et W' ; en appelant

$$\psi(W) dW$$

le volume de l'espace tel que W soit compris entre W et $W + dW$, nous devons rendre maxima l'expression

$$\psi(W) W^{\frac{3n}{2}}.$$

Ce maximum aura lieu lorsque nous aurons

$$\frac{\psi'(W)}{\psi(W)} = \frac{\frac{3n}{2} - 1}{W'}.$$

Or, W' est proportionnel à la température absolue; nous pouvons poser

$$\frac{W'}{\frac{3n}{2} - 1} = \beta T.$$

La valeur de W correspondant à la température T sera fournie par

$$\frac{d \log \psi(W)}{dW} = \frac{1}{\beta T},$$

d'où

$$\psi(W) e^{-\frac{W}{\beta T}} = \lambda,$$

λ étant une constante.

Or, on sait que les ensembles canoniques sont formés en disposant d'une infinité de systèmes identiques avec une densité en volume $e^{-\frac{W}{\beta T}}$. La remarque précédente nous permettra de voir quels ensembles nous devons substituer aux ensembles canoniques dans le cas des mécaniques non hamiltoniennes.

Il est nécessaire d'admettre, même dans le cas d'une mécanique autre que la mécanique habituelle, qu'il existe un dernier multiplicateur de Jacobi autre que l'unité : faute de cette hypothèse, le deuxième principe de la thermodynamique serait en défaut.

On envisage généralement, pour calculer le rayonnement dans une enceinte isotherme en fonction de la température, le cas de petits résonateurs linéaires. Si l'on suppose que ces résonateurs sont monochromatiques, l'énergie de l'un d'eux pourra se mettre sous la forme

$$x^2 + y^2,$$

x étant l'énergie cinétique et y l'énergie potentielle.

La probabilité sera exprimée cette fois, non plus par le volume de l'espace généralisé, mais par la masse d'une matière fictive dont la densité serait partout égale à la valeur du dernier multiplicateur. Cette probabilité sera exprimée par l'intégrale

$$(1) \int \dots \int \mu(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n, z_1, \dots, z_{3n}) dx_1 \dots dx_n dy_1 \dots dy_n dz_1 \dots dz_{3n},$$

$z_1 \dots z_{3n}$ correspondant toujours à la température de notre thermomètre à hélium.

Faisons l'hypothèse introduite par Poincaré, à savoir que μ ne dépend pas des coordonnées z (qui suivent les lois de la mécanique habituelle) et ne dépend que des x et des y ; nous pouvons également admettre que $\mu(x_1 \dots x_n, y_1 \dots y_n)$ ne dépend que de l'énergie des résonateurs $w_1, w_2, \dots, w_n$, et peut se mettre sous la forme

$$\mu_1(w_1) \mu_2(w_2) \dots \mu_n(w_n),$$

où

$$w_i = x_i^2 + y_i^2.$$

$\mu(w_1)$ est constant sur le cercle de rayon r tel que

$$r^2 = x^2 + y^2.$$

L'intégrale (1) devient

$$(2) \quad \int \dots \int 2\pi r_1 dr_1 \mu(w_1) \dots 2\pi r_n dr_n \pi(w_n) dz_1 \dots dz_{3n},$$

ou, comme

$$2r_1 dr_1 = dw_1,$$

$$\pi^n \int \dots \int \mu(w_1) dw_1 \dots \mu(w_n) dw_n dz_1 \dots dz_{3n},$$

et nous pouvons raisonner dans l'espace à $n + p$ dimensions des w et des z .

Nous pouvons aborder le problème par deux méthodes : la plus naturelle consiste à faire un changement de variables de façon à nous retrouver dans un espace où les éléments d'extension en phase seront équivalents ; la seconde, à raisonner directement sur l'espace des w et des z .

Appliquons la première méthode au cas déjà traité par Poincaré, où $\mu(w_1)$ est de la forme

$$\mu(w_1) = w_1^q.$$

Plaçons-nous dans l'espace de coordonnées τ_1 et z , τ_1 étant lié aux coordonnées w_1 par la relation

$$d\tau_1 = w_1^q dw_1 \quad \text{ou} \quad \tau_1 = \frac{w_1^{q+1}}{q+1}.$$

La probabilité sera exprimée par l'intégrale

$$\int \dots \int d\tau_1 \dots d\tau_n dz_1 \dots dz_{3n}$$

et nous retombons sur un calcul que nous avons fait plus haut. Dans l'espace (τ_1, z) , l'énergie W du système de résonateurs se met sous la forme

$$W = (q+1)^{\frac{1}{q+1}} [\tau_1^{\frac{1}{q+1}} + \tau_2^{\frac{1}{q+1}} + \dots + \tau_n^{\frac{1}{q+1}}] = R^{\frac{1}{q+1}}.$$

Le volume de cet espace généralisé, qui est tel que W se trouve compris entre W et $W + dW$, est de la forme

$$A(n, q) W^{n(q+1)-1} dW.$$

Nous devons, pour avoir la partition la plus probable entre W et W' , rendre maximum

$$W^{n(q+1)-1} \cdot W^{\frac{3n}{2}-1}$$

Ceci aura lieu pour

$$\frac{W}{n(q+1)} = \frac{W'}{\frac{3n}{2}}.$$

Or,

$$\frac{W'}{\frac{3n}{2}}$$

nous définit la température. Nous aurons donc

$$\frac{W}{n(q+1)} = \beta T,$$

d'où

$$\bar{w} = \beta T(q+1).$$

Si l'on essaie d'appliquer cette méthode au cas du multiplicateur

$$\mu(w) = e^{\gamma w},$$

on devra se placer dans l'espace (η_1, z) , où η est relié à W par la relation

$$\eta = \frac{e^{\gamma w}}{\gamma} \quad \text{et} \quad w = (\log \gamma \eta)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

On sera conduit à calculer le volume contenu dans la surface

$$\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n = \frac{1}{\gamma_n} e^{\gamma W_n};$$

or, ce volume est infini. Il est préférable de nous adresser à la deuxième méthode, qui est ici d'une application immédiate. La probabilité

$$\int \dots \int e^{\gamma w_1} dw_1 \dots e^{\gamma w_n} dw_n dz_1 \dots dz_{3n}$$

se met sous la forme

$$e^{\gamma W} \int \dots \int dw_1 \dots dw_n dz_1 \dots dz_{3n}.$$

La masse fictive comprise dans l'espace généralisé, qui est tel que W soit compris entre W et $W + dW$, aura pour expression

$$e^{\gamma W} W^{n-1} dW,$$

et l'expression à rendre maximum sera

$$e^{\gamma W} W^{n-1} W'^{\frac{3n}{2}-1},$$

avec la condition $W + W' = C^{\text{te}}$, ou encore

$$\gamma W + (n-1) \log W + \left(\frac{3n}{2} - 1\right) \log W'.$$

La condition sera réalisée pour

$$\gamma + \frac{n-1}{W} = \frac{\frac{3n}{2} - 1}{W'},$$

et nous aurons

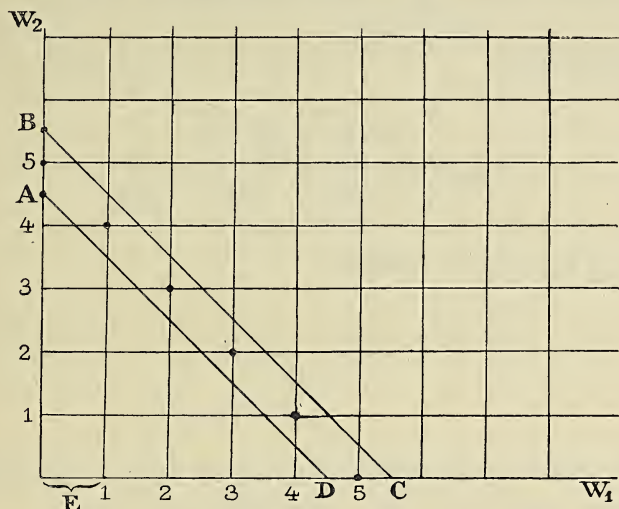
$$\beta T = \frac{\overline{w}}{\gamma \overline{w} + 1}.$$

Passons à l'hypothèse de Planck. Elle revient à admettre que l'intégrale

$$\int \dots \int \mu(w_1) \dots \mu(w_n) dw_1 \dots dw_n$$

est égale, à une constante près, au nombre de points contenus dans le domaine et dont les coordonnées sont des multiples entiers d'une même quantité qui est le quantum.

Raisonnons d'abord dans le cas de deux résonateurs, et considérons ce qui se passe dans le plan $w_1 w_2$; nous ferons, par exemple, $dW = \varepsilon$ et nous aurons à dénombrer les points



qui se trouvent dans la bande ABCD. Ces points ont pour coordonnées, en prenant ε pour unité,

$$(5,0), (4,1), (3,2), (2,3), (1,4), (0,5).$$

Leur nombre sera égal au nombre de manières de ranger cinq nombres sur deux cases.

Ce raisonnement est général. Si le système de résonateurs possède q quanta, la masse de l'espace généralisé que nous devons prendre lorsque W est compris entre W et $W + dW$, sera de la forme

$$A(n) \frac{(n+q)!}{n! q!} dW_2 = A(n) \cdot \frac{(n+q)^{n+q}}{n^n q^q} dW_2,$$

n et q étant très grands. Il faudra rendre maxima l'expression

$$\frac{\left(\frac{W}{\varepsilon} + n\right)^{\frac{W}{\varepsilon} + n}}{\left(\frac{W}{\varepsilon}\right)^{\frac{W}{\varepsilon}}} \cdot W^{\frac{3n}{2} - 1}.$$

Si l'on tient compte de l'égalité

$$\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1 + \log x),$$

l'égalité devient

$$\frac{1}{\varepsilon} \log \left(1 + \frac{n \varepsilon}{W} \right) = \frac{\frac{3n}{2} - 1}{W} = \frac{1}{\beta T}.$$

D'où la formule de Planck :

$$\overline{w} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\beta T}} - 1}.$$

D'une manière générale, le volume de l'espace généralisé qui est compris entre W et $W + dW$ sera de la forme

$$\psi(W)dW.$$

La masse correspondante se mettra sous la forme

$$\chi(W)dW,$$

et nous devons avoir, dans l'équilibre thermique,

$$\chi(W)e^{-\frac{W}{\beta T}} = \lambda,$$

λ étant une constante.

D'après ce qui précède, si nous supposons un très grand nombre de systèmes répartis dans l'espace généralisé avec une densité

$$\mu(w_1) \mu(w_2) \dots \mu(w_n) e^{-\frac{\beta T}{W}},$$

nous aurons un ensemble canonique généralisé.

On aura, par exemple, pour la valeur moyenne de W_1 :

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\int \dots \int \mu(w_1) \mu(w_2) \dots \mu(w_n) \cdot w_1 e^{-\frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{\beta T}} dw_1 \dots dw_n}{\int \dots \int \mu(w_1) \mu(w_2) \dots \mu(w_n) e^{-\frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{\beta T}} dw_1 \dots dw_n} \\ &= \frac{\int_0^\infty w_1 \mu(w_1) e^{-\frac{w_1}{\beta T}} dw_1}{\int_0^\infty \mu(w_1) e^{-\frac{w_1}{\beta T}} dw_1}. \end{aligned} \right\}$$

Dans le cas de $\mu(w_1) = w_1^q$, nous trouverons

$$\frac{\int_0^\infty w_1^{q+1} e^{-\frac{w_1}{\beta T}} dw_1}{\int_0^\infty w_1^q e^{-\frac{w_1}{\beta T}} dw_1} = \beta T (q + 1).$$

Dans le cas de

$$\mu(w_1) = e^{\gamma w_1},$$

on obtient

$$\frac{\int_0^\infty w_1 e^{-w_1 \left(\frac{1}{\beta T} - \gamma \right)} dw_1}{\int_0^\infty e^{-w_1 \left(\frac{1}{\beta T} - \gamma \right)} dw_1} = \frac{\beta T}{1 - \beta \gamma T},$$

c'est-à-dire le résultat trouvé plus haut.

Il en est de même dans le cas du dernier multiplicateur de Planck.

5 mars 1913.

ASTRONOMIE. — **Éléments et principales perturbations de la planète (402) Chloé, calculés à l'aide des tables de M. Brendel.**

par F. MOREAU, assistant à l'Observatoire royal de Belgique (*).

Le programme de l'œuvre d'ensemble conçue par M. Brendel pour le calcul des petites planètes a été exposé dans les *Astronomische Nachrichten*, n° 4545. Il s'agit de déterminer une orbite approchée en se servant des observations faites jusqu'à présent et de donner des tables représentant le mouvement de la planète pour une période future aussi longue que possible, c'est-à-dire calculer une sorte d'éphéméride perpétuelle.

M. Brendel a exposé sa méthode de calcul des perturbations des petites planètes dans les *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*. (*Mathematisch-physikalische Klasse*. Neue Folge. Vier Teile : Bd I, n° 2; Bd II, n° 4; Bd VI, n° 5; Bd VIII, n° 1.) La troisième partie contient des tables numériques permettant de déterminer rapidement les principales perturbations.

J'ai, sous la direction de M. Brendel et à l'aide de ses tables, appliqué cette méthode à l'étude de la planète (402) Chloé.

Historique. — (402) Chloé [1895 BW] a été découverte par Charlois à Nice, le 21 mars 1895. Ses éléments ont d'abord été calculés par M. Coniel et modifiés ensuite par M. Berberich. La planète Chloé a été régulièrement observée jusqu'à présent. Sa grandeur moyenne est 10,7.

(*) Présenté par M. G. Lecoqte.

Choix des observations. — Nous n'utilisons évidemment pas toutes les observations. Nous les choisissons de façon qu'elles embrassent le plus grand espace de temps possible et qu'elles soient régulièrement réparties sur l'orbite. Nous pouvons nous rendre compte approximativement de cette répartition, avant d'avoir calculé l'anomalie ou la longitude vraie, en considérant simplement l'époque de l'année où a eu lieu l'observation, puisque la position de la Terre donne, à l'opposition, celle de la planète. Dans notre calcul, nous utilisons huit oppositions (1895-1896-1899-1904-1907-1909-1911 et 1912) et nous prenons, sauf pour 1912, deux observations pour chaque opposition, ce qui nous sert de contrôle non seulement pour les observations, mais aussi pour notre calcul.

Essai d'amélioration des éléments elliptiques. — Prenons comme éléments d'essai ceux que donne M. Berberich dans le *Berliner Astronomisches Jahrbuch* pour 1915. Ce système réduit à l'équinoxe moyen de 1900,0 et à l'époque 1900 janvier 0,0 temps moyen de Greenwich, devient :

$$\Omega = 129^{\circ}48$$

$$i = 11^{\circ}84$$

$$a = 2,559$$

$$n = 866^{\circ}7956$$

$$\pi = 143^{\circ}04 \quad \text{longitude du périhélie.}$$

$$e = \sin \varphi = 0,1115$$

$$M_0 = 86^{\circ}6 \quad \text{anomalie moyenne à l'époque.}$$

$$\Lambda = 229^{\circ}64 \quad \text{longitude moyenne à l'époque.}$$

Ce système d'éléments représente-t-il assez bien les observations? Pour le voir, il suffira de comparer les valeurs des coor-

données géocentriques écliptiques λ et β obtenues, d'une part par la transformation des α et δ de l'observation, d'autre part d'après le système d'éléments de M. Berberich. Nous faisons ce calcul au dixième de degré et nous trouvons les différences (C — O) suivantes :

	1895		1896		1899		1904		1907		1909		1911		1912
$\cos \beta d\lambda$. .	-0,1	-0,3	-0,2	-0,1	+0,2	+0,2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	+0,2	+0,1	0,0	+0,1	+0,2
$d\beta$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	+0,1	+0,1	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,0	-0,1	0,0

Généralement, on améliore une première fois les éléments adoptés à l'aide des différences (C — O) ainsi obtenues. On calcule pour cela les dérivées des coordonnées λ et β par rapport aux éléments elliptiques et l'on forme, avec ces dérivées, les équations de condition contenant comme inconnues les corrections cherchées des éléments. Ces équations de condition sont de la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \lambda}{\partial \Lambda} d\Lambda + \frac{\partial \lambda}{\partial n} dn + \frac{\partial \lambda}{\partial (e \cos \pi)} d(e \cos \pi) + \frac{\partial \lambda}{\partial (e \sin \pi)} d(e \sin \pi) \\ & + \frac{\partial \lambda}{\partial (\sin i \cos \Omega)} d(\sin i \cos \Omega) + \frac{\partial \lambda}{\partial (\sin i \sin \Omega)} d(\sin i \sin \Omega) - d\lambda = 0, \end{aligned}$$

où le terme indépendant $d\lambda$ représente la différence — (C — O). On aura une équation semblable pour β .

Dans notre exemple, les différences (C — O) sont trop petites pour que nous puissions obtenir une amélioration réelle des éléments elliptiques adoptés. Nous formerons plutôt nos équations de condition après l'introduction des perturbations.

Remarquons qu'il y a concordance entre les deux observations de la même opposition. Nous ne garderons, dans la suite du calcul, qu'une seule observation pour chaque opposition.

Perturbations. — Les tables de perturbations de M. Brendel ont été calculées jusqu'aux deuxièmes puissances des excentricités et des inclinaisons de Jupiter et de la petite planète. Les termes du troisième degré sont certainement petits pour les planètes du groupe auquel appartient (402).

Les arguments de ces tables sont : $\alpha = \frac{a}{a'}$, rapport des demi grands axes des orbites de la planète et de Jupiter, et $\delta = 1 - 3\mu$, μ désignant le rapport $\frac{n'}{n}$ des moyens mouvements de Jupiter et de la petite planète. Ces tables permettent de déterminer facilement les coefficients des termes qui entrent dans les expressions des perturbations.

En négligeant les termes dont la valeur ne surpasse pas 0,001 radian, c'est-à-dire 3',6, nous obtenons pour les perturbations de Λ , $e \cos \pi$, $e \sin \pi$ les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \delta \Lambda = & -0,0083 \sin (3\psi - 2\varphi) + 0,0133 \sin (3\psi - \varphi - \varphi_1) \\ & - 0,0039 \sin (3\psi - 2\chi) + 0,0009 \sin (3\psi - \chi - \chi_1) \\ & + 0,0012 \sin 2\psi + 0,0017 \sin (2\psi - \varphi), \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} \psi &= (1 - \mu)L - B & B &= \Lambda' - \mu\Lambda \\ \varphi &= L - \pi_0 & \chi &= L - \Omega_0 \\ \varphi_1 &= L - \pi' & \chi' &= L - \Omega'. \end{aligned}$$

$L = nt + \Lambda$, t représentant le temps écoulé depuis 1900,0 et où les quantités accentuées sont relatives à Jupiter.

$$\begin{aligned} \delta \left(e \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} \pi \right) = & - \frac{0,00001}{0,00002} nt \pm 0,0020 \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (3\psi - 2\varphi - \pi_0) \\ & \pm 0,0016 \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (3\psi - \varphi - \varphi_1 - \pi_0) \end{aligned}$$

qui contient les termes séculaires dont nous nous servirons pour l'éphéméride perpétuelle.

Enfin

$$\frac{\delta a}{a} = 0,0010 \cos 2\psi.$$

Les autres perturbations sont négligeables.

Les expressions de $\delta\Lambda$ et de $\delta\left(e \frac{\cos}{\sin} \pi\right)$ s'écrivent plus simplement en groupant les termes de même période :

$$\begin{aligned} \delta\Lambda = & + 0,0195 \sin (3\psi - 2\varphi + 211^\circ) + 0,0632 \sin (3\psi - 2\chi + 188^\circ) \\ & + 0,0012 \sin 2\psi + 0,0017 \sin (2\psi - \varphi) \end{aligned}$$

$$\delta\left(e \frac{\cos}{\sin} \pi\right) = - \frac{0,00001}{0,00002} nt \pm 0,0032 \frac{\cos}{\sin} (3\psi - 2\varphi - 121).$$

A l'aide de ces formules, nous obtenons facilement les valeurs des perturbations correspondant à chaque opposition.

Nouveaux éléments. — Pour tenir compte de ces perturbations, il suffit d'ajouter aux termes indépendants des équations de condition les perturbations en longitude $\delta\lambda$ ou en latitude $\delta\beta$.

Elles sont évidemment égales à la somme des produits des perturbations des éléments par les dérivées de λ ou de β par rapport à l'élément correspondant

$$\delta\lambda = \frac{\partial\lambda}{\partial\Lambda} \delta\Lambda + \frac{\partial\lambda}{\partial(e \cos \pi)} \delta(e \cos \pi) + \frac{\partial\lambda}{\partial(e \sin \pi)} \delta(e \sin \pi) + \frac{\partial\lambda}{\partial a} \delta a$$

et de même pour $\delta\beta$. Et les équations de condition seront de la forme

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\Lambda} d\Lambda + \frac{\partial\lambda}{\partial n} dn + \frac{\partial\lambda}{\partial(e \cos \pi)} d(e \cos \pi) + \dots - d\lambda + \delta\lambda = 0.$$

On aura une équation semblable pour β .

A nos huit oppositions correspondent donc seize équations de condition dont les six inconnues sont les corrections cherchées des éléments. En appliquant la méthode des moindres carrés, nous trouvons

$$\begin{aligned}d\Omega &= + 0^{\circ}14 \\di &= + 0^{\circ}02 \\dn &= + 0^{\circ}5287 \\d\pi &= + 0^{\circ}14 \\de &= + 0,0037 \\d\Lambda &= - 0^{\circ}105\end{aligned}$$

et nos éléments deviennent

$$\begin{aligned}\Omega &= 129^{\circ}62 \\i &= 11^{\circ}86 \\a &= 2,558 \\n &= 867^{\circ}3243 \\e = \sin \varphi &= 0,1152 \\\pi &= 143^{\circ}18 \\\Lambda &= 229^{\circ}53\end{aligned}$$

Nos résidus (C — O) deviennent :

	1895	1896	1899	1904	1907	1909	1911	1912
$\cos \beta d\lambda$	-0,02	+0,11	-0,15	-0,02	+0,17	-0,12	-0,01	-0,02
$d\beta . . .$	+0,05	-0,02	-0,08	-0,03	+0,12	+0,04	0,00	+0,05

Nous donnerons prochainement l'éphéméride perpétuelle.

Francfort s M, le 10 mars 1913.

PHYSIOLOGIE. — **Sur l'origine musculaire du phénomène
psycho-électrique,**

par M. PHILIPPSON et P. MENZERATH (1).

(Communication préliminaire.)

Les phénomènes électriques se produisant dans le corps humain sous l'action d'excitants physiques et sensoriels ont été décrits pour la première fois par Féré (1888) et Tarchanoff (1890). Le premier observa, chez des sujets hystériques, des modifications de la résistance électrique du corps; le second, l'apparition de variations du potentiel électrique entre divers points du corps humain. Depuis lors, les phénomènes dits « psycho-électriques » ou « psycho-galvaniques » (Veraguth, 1906; Radecki, 1911) attirèrent l'attention exclusive des psychologues et des psychiatres, les physiologistes ne leur accordèrent pas l'importance qu'ils nous semblent mériter.

L'un de nous (Menzerath, 1911) a mis en évidence la nécessité de remplacer les techniques employées jusqu'ici, dans ces recherches, par les méthodes si précises de l'électro-physiologie contemporaine. Nous avons donc, de commun accord, entrepris l'étude de la question en nous servant de tous les procédés de la technique électro-physiologique employée depuis plusieurs années par l'un de nous dans son laboratoire.

(1) Présenté par MM. L. Fredericq et Nolf.

I. — TECHNIQUE.

A. — Nous avons eu recours au galvanomètre à corde d'Einthoven (grand modèle d'Edelmann). Seuls Gregor et Loewe (1912), dans un excellent travail publié depuis le début de nos recherches, ont employé cet appareil pour l'étude du réflexe psycho-électrique. Le compensateur de Samoljoff (1913) nous a servi à la fois pour l'étalonnage de la sensibilité du galvanomètre, la mesure de la résistance du corps et la compensation des différences de potentiel pouvant exister, avant le début de l'expérience, entre les parties du corps que l'on se propose d'explorer.

Les connexions entre les électrodes et le galvanomètre étaient toujours faites, lorsqu'il s'agissait des deux mains, de telle sorte que la main droite étant positive par rapport à la main gauche, le fil déviait vers le haut; dans ces conditions, les sommets de l'électro-cardiogramme sont dirigés vers le bas, fait dont il importe de tenir compte à la lecture des tracés.

Le sujet en expérience se trouvait, au moins lorsqu'il s'agissait d'observations à faire sur l'homme, dans une chambre noire située loin du galvanomètre; différents dispositifs assuraient les transmissions : transmissions électriques unissant les électrodes au galvanomètre, transmission aérienne par un tube de plomb permettant d'obtenir soit un tracé pneumographique, soit l'indication du niveau du liquide dans les vases servant d'électrodes, enfin, transmission de signaux variables suivant les expériences. Toujours l'un des expérimentateurs se trouvait à côté du sujet, dans la chambre noire, l'autre s'occupant du galvanomètre.

La sensibilité normale que nous avons adoptée pour la plupart de nos expériences correspond à une déviation de 10 millimètres pour une différence de 0,2 millivolt aux bornes du galvanomètre. A moins d'indication contraire, c'est à cette valeur qu'il faut rapporter nos tracés.

B. — Il est un point de la technique sur lequel il convient d'insister tout particulièrement : le choix des électrodes. On ne sait que trop combien, dans toutes les recherches d'électrophysiologie, la polarisation des électrodes a donné lieu à des erreurs.

Nous avons écarté les électrodes métalliques employées par nombre d'auteurs ainsi que les compresses d'ouate humide préconisées par Tarchanoff; des dispositifs de ce genre amènent des variations de contact et d'autres causes d'erreurs très appréciables, notamment celles qui résultent des sécrétions cutanées agissant sur le métal. Notre choix s'est arrêté définitivement sur des électrodes liquides d'un volume tel que l'action éventuelle des sécrétions cutanées fût pour ainsi dire noyée dans la masse sans que la concentration pût être modifiée. Les meilleures électrodes nous ont paru être celles d'Einthoven : vase de verre contenant une solution saturée de sulfate de zinc dans laquelle plonge un vase poreux contenant une solution physiologique de chlorure de sodium; les mains du sujet sont immergées dans cette solution, pendant qu'une lame de zinc amalgamé relie la solution du sulfate de zinc au fil rattachant le système au galvanomètre. S'il est vrai que l'on se met ainsi à l'abri des erreurs dues à la polarisation, il n'en subsiste pas moins un doute relativement à l'action que peuvent exercer, sur les mouvements du galvanomètre, les variations de niveau du liquide contenu dans les électrodes. A cet égard, nous avons constaté ce qui suit : une addition ou une soustraction de liquide faite au moyen d'une pipette de verre (50 c. c.) produit une variation notable du potentiel, tandis que le fil du galvanomètre ne se déplace guère par le fait de l'immersion ou de l'émersion d'un corps solide (éprouvette de 100 c. c.). Pareille constatation est de nature à atténuer de beaucoup l'importance des variations de niveau produites sans modification du volume du liquide, comme c'était le cas dans nos expériences.

Toutefois, pour ne pas laisser subsister le moindre doute,

nous avons inscrit simultanément, dans bon nombre d'expériences (fig. 4 et 5), la ligne de niveau du liquide dans le vase poreux et les variations de potentiel du sujet ; on constate avec évidence l'absence de corrélation entre des variations de niveau qui, dans bon nombre d'expériences, sont insignifiantes, et les différences de potentiel obtenues ; on ne peut donc attribuer celles-ci à celles-là.

C. — C'est dans le même ordre d'idées que nous avons cru devoir examiner l'action qu'auraient pu exercer sur nos tracés les mouvements de la respiration. Tarchanoff déjà déclare n'avoir constaté aucune corrélation entre le phénomène électrique et l'acte respiratoire ; nos tracés démontrent, en effet, que le pneumogramme et l'électrogramme ne présentent aucun parallélisme (fig. 1, 2, 6).

D. — Les expériences de Gregor et Loewe ont établi sur des bases expérimentales sérieuses que les excitants psychiques produisent à la fois une variation de potentiel électrique entre les deux bras du sujet en expérience et une diminution de la résistance totale du corps. Nous avons dit que, dans toutes nos expériences, nous compensions préalablement la différence de potentiel existant entre les deux bras du sujet ; cette compensation faite, une variation dans la résistance du circuit ne peut suffire pour faire apparaître un courant ; les oscillations galvanométriques enregistrées sont donc bien certainement dues à des variations de potentiel. Il est vrai que, comme la courbe galvanométrique inscrite résulte de l'intensité du courant, elle est fonction à la fois de la variation de potentiel et de la variation de résistance dans le circuit, mais cette dernière est très faible, Gregor et Loewe l'ont démontré, et, en fait, dans les conditions où nous avons expérimenté, elle influence peu la courbe obtenue.

E. — Dans les électrogrammes que nous enregistrons, trois ordres de variations de potentiel se trouvent inscrits (fig. 8) :

1° L'électrocardiogramme dont les phases sont plus ou moins visibles suivant la vitesse de prise du tracé ;

2° Entre chacune des séries d'oscillations qui correspondent à une révolution cardiaque, le fil revient à sa position de repos. En l'absence de toute réaction du sujet, cette position de repos ne varie pas et forme une ligne d'abscisse horizontale. Si, pour une raison quelconque, une différence de potentiel plus ou moins durable s'établit entre les deux points du corps d'où l'on dérive le courant, elle se manifestera par un déplacement du fil du galvanomètre. Celui-ci oscillera par l'effet des contractions cardiaques autour d'une ligne qui indique ce que nous appellerons la « variation totale » de potentiel ;

3° De petites oscillations à période très courte se greffent encore sur les oscillations décrites et proviennent des courants musculaires.

II. — PHÉNOMÈNE PSYCHO-ÉLECTRIQUE.

Nous rendrons compte ici de quelques expériences caractéristiques, afin de mettre en évidence les méthodes employées et les résultats obtenus :

1° Le sujet dont les mains ont été soigneusement lavées (savon, alcool, éther) est mis en rapport avec les électrodes dont on a mesuré préalablement la différence de potentiel éventuelle. La compensation est établie, le kymographe mis en mouvement ; l'inscription se poursuit pendant 20 à 30 secondes sans variation ; à un moment donné, on projette vers les yeux du sujet une vive lumière pendant 2 secondes ; après un temps perdu de 4 secondes, compté depuis le début de l'illumination, la variation de potentiel se produit, indiquant que la main droite devient positive par rapport à la main gauche (1.4 millivolt), avant le retour à l'état normal survient une seconde excitation ; auditive cette fois (bruit d'une détonation) ; le galvanomètre

dévie de nouveau dans le même sens, au point que l'image sort du champ; après une série d'oscillations dont trois phases sont indiquées dans le tracé, le retour à l'état normal tend à se produire (fig. 1).

2° Même dispositif. Le sujet en expérience est le D^r L... Une fois la compensation établie et la ligne de niveau obtenue, on lui fait exécuter successivement deux calculs; le premier est très simple (9×1), le second plus complexe ($3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$); dans le premier cas, aucune réaction électrique n'est perceptible, dans le second, la variation est intense au point que l'image sort du champ (fig. 2).

3° Expérience analogue à la précédente. On fait effectuer au sujet trois opérations consécutives (d'abord 3.7, ensuite 89.3 et enfin $931 + 319$).

Le tracé montre des déviations croissantes.

4° Même dispositif, avec inscription du niveau du liquide dans un des vases poreux. Au moment indiqué par le signal, on rappelle au sujet un procès injuste dont il a été victime et auquel il n'avait plus pensé depuis longtemps. Après un temps perdu d'une à deux secondes, la variation électrique se produit avec une intensité telle que l'image sort du champ.

Il faut noter que, quoique le sujet soit gaucher, la déviation est positive.

5° Même dispositif que pour l'expérience 4. Au moment indiqué par le premier signal, on prononce devant le sujet, une jeune fille, le mot « forêt », en la priant d'indiquer les mots auxquels elle pense. Après un temps de latence d'une seconde, une série d'oscillations lentes du galvanomètre se produisent, en rapport évident avec le travail mental. Les mots successivement prononcés par le sujet, aux instants indiqués par le signal, sont « arbres », « mousse », « chant d'oiseaux », « lac », « promenade ».

Nous ne multiplierons pas les exemples d'expériences de ce genre; nous en avons fait plus de soixante, avec des résultats comparables entre eux.

En résumé, nous avons constaté :

1° Que les excitants sensoriels, tels qu'une piqure d'épingle, une projection vive et brusque de lumière, la perception d'un bruit, d'une détonation, déterminent une variation brusque et relativement intense du potentiel électrique des bras. Les variations du potentiel sont en rapport bien plus avec l'état subjectif produit par l'excitation qu'avec l'intensité même de l'excitant ;

2° Qu'un travail mental, tel qu'un calcul, détermine également une variation de potentiel, proportionnelle en ce cas à l'effort mental imposé ;

3° L'état émotif causé par le rappel de souvenirs produit des réactions analogues ;

4° Les réactions du sujet sous forme d'« associations en séries » vis-à-vis d'un mot initial sont également accompagnées de variations de potentiel. Celles-ci sont de nouveau proportionnelles à l'état subjectif et peuvent être aussi intenses pour un mot indifférent que pour un mot « complexiel ».

Dans toutes nos expériences, le bras droit devenait positif par rapport au bras gauche, quel qu'ait été le sens du courant préexistant chez le sujet, contrairement à l'opinion de Gregor et Lœwe. De plus, un de nos sujets, bien que gaucher, manifestait également la variation positive du courant somatique ; ce sujet, toutefois, écrit avec la main droite.

La technique employée exclut comme cause des variations observées l'action de la transpiration de la peau sur les électrodes, de même que les changements du niveau du liquide dans les électrodes ; l'influence des mouvements de la respiration chez le sujet en expérience n'est pas davantage en cause. L'origine des variations de potentiel doit donc être recherchée exclusivement dans les phénomènes qui se produisent soit dans la peau, soit dans les muscles. Sauf Sommer (1902), la plupart des auteurs ont penché pour la première hypothèse. Nous verrons tout à l'heure ce que, d'après nous, il y a lieu d'en penser.

III. — EXPÉRIENCES SUR L'INFLUENCE DES CONTRACTIONS MUSCULAIRES.

Examinons en premier lieu les phénomènes électriques qui, dans des conditions identiques à celles employées pour les excitants psychiques, accompagnent la contraction volontaire des bras. Dans toutes nos expériences, l'électrogramme indique une variation de potentiel telle que durant toute sa contraction le bras actif devienne positif par rapport au bras en repos. C'est en somme, étudiée avec une technique nouvelle, une des expériences classiques de du Bois-Reymond (1848).

Examinons de plus près et dans diverses conditions expérimentales l'électrogramme et ses deux éléments, la variation totale et les petites oscillations. Adressons-nous d'abord à des contractions musculaires intenses (fig. 6 et 7). Dans la première de ces expériences, le pneumogramme est inscrit en même temps que l'électrogramme; dans la seconde, l'intensité de la contraction est enregistrée par la pression exercée par le sujet sur une poire en caoutchouc remplie de mercure, communiquant avec un manomètre à membrane de caoutchouc avec style inscripteur. La variation de potentiel est trop intense pour être enregistrée utilement avec la sensibilité normale du galvanomètre; aussi avons-nous réduit celle-ci au cinquième. La valeur de la variation de potentiel observée est de 6 millivolts dans l'expérience de la figure 6, 2 millivolts dans l'expérience de la figure 7.

Si nous examinons l'allure de l'électrogramme dans ces deux figures, nous observons dans la courbe de variation électrique deux périodes. La première correspond à la contraction du muscle; elle est caractérisée par les petites oscillations qui altèrent à cette vitesse d'inscription la netteté de l'image. Pendant la seconde période, le muscle a cessé de se contracter, les oscillations ont disparu, mais le potentiel électrique n'a pas repris sa valeur primitive. Il ne revient à celle-ci qu'au

bout de plusieurs secondes et dépasse même toujours en sens inverse le potentiel original.

Si, au lieu d'une contraction brutale du bras, on se borne à fermer légèrement la main, sans effort (fig. 8), la variation de potentiel prend une valeur du même ordre de grandeur que celle produite par les excitants sensoriels et physiques (0,6 millivolt). En employant une vitesse d'inscription plus grande, on distingue mieux les petites oscillations.

En examinant le tracé de la figure 8 ainsi que ceux réunis sur la figure 9, on constate : 1° qu'elles ont un rythme de 40 à 60 par seconde, ce qui est d'accord avec les observations de Piper (1912) pour les courants d'action pendant la contraction volontaire des muscles de l'homme; 2° qu'elles sont toujours présentes, même pendant le repos (fig. 8, début du tracé; fig. 9, C); 3° qu'elles augmentent d'amplitude proportionnellement à l'effort musculaire et que leur rythme s'accélère légèrement (fig. 8 et 9, A); 4° qu'elles augmentent de même en amplitude et en rapidité dans l'effort mental (fig. 9, B); 5° que pour des variations totales de même amplitude les petites oscillations sont de même ordre de grandeur dans l'effort musculaire et dans la réponse à un excitant psychique.

IV. — RAPPORTS ENTRE LES PHÉNOMÈNES PSYCHIQUES ET MUSCULAIRES.

Le parallélisme des effets obtenus par l'action des excitants sensoriels et psychiques, d'une part, et par les contractions musculaires d'autre part, prouve l'importance du facteur musculaire dans les variations électriques observées. On peut toutefois se demander si les oscillations rapides répondant au rythme de la contraction musculaire ne sont pas seules dues à celle-ci et si la variation totale ne provient pas d'un phénomène cutané accompagnant à la fois le phénomène psychique et le phénomène musculaire.

Pour élucider ce problème, comparons attentivement les

observations que nous venons de décrire avec les résultats obtenus par nos prédécesseurs, tant au sujet de l'effet des contractions musculaires que de celui des actes psychiques.

Du Bois Reymond, dans les chapitres de ses recherches consacrés à l'étude des variations électriques dues à la contraction musculaire chez l'homme (*loc. cit.*, II, pp. 264 et 276), a constaté des changements de potentiel électrique opposés comme sens, suivant la manière dont les mains plongeaient dans les électrodes.

Quand les mains étaient entièrement immergées, il observait une variation électrique telle que le bras contracté devenait positif par rapport au bras en repos (courant descendant), comme dans les expériences que nous venons de décrire. Il a démontré que cette variation électrique était due à la distension de la peau consécutive à la contraction musculaire, et le résultat de nos expériences confirme cette explication.

Au contraire, quand seuls les index plongeaient dans les électrodes, la variation de potentiel était inverse, les doigts du membre en état de contraction devenant négatifs. Du Bois Reymond attribuait ce courant ascendant à la variation électrique musculaire. Hermann (1879) a démontré qu'il n'en était rien; en effet, l'excitation du sciatique chez le chat curarisé produit un courant ascendant, et l'atropine, qui supprime l'activité sécrétoire, empêche le phénomène de se produire. Le courant ascendant est donc dû à une activité sécrétoire de la peau, activité concomitante dans l'expérience de du Bois à la contraction musculaire.

Auquel des deux phénomènes, le premier, musculo-cutané, le deuxième, sécrétoire, devons-nous les effets psycho-électriques que nous avons décrits ?

Les phénomènes sécrétoires peuvent donner naissance à des variations de potentiel électrique consécutives à des excitations sensorielles et mentales, Tarchanoff l'a démontré. Mais pour obtenir une réaction, cet auteur indique qu'il faut dériver le courant entre deux régions du corps inégalement pourvues de glandes sudoripares et qu'entre deux points symétriques du

corps la réaction est très faible ou nulle. Une région riche en glandes devient toujours négative par rapport à une région plus pauvre, ce qui est bien en rapport avec les faits démontrés par Hermann. Nous avons fait un certain nombre d'expériences qui confirment en tous points les données de Tarchanoff.

Mais on doit déduire de ces constatations que le résultat d'une excitation mentale est, au point de vue sécrétoire, symétriquement réparti à la surface du corps et ne peut donner lieu à des variations systématiques de potentiel entre les deux mains.

Il semble donc évident que les phénomènes psycho-électriques analysés dans cette première communication sont différents de ceux étudiés par Tarchanoff et ne se rapportent pas à un phénomène sécrétoire de la peau. C'est donc le phénomène musculo-cutané décrit par du Bois Reymond qui seul, à notre avis, peut expliquer les réactions observées par nous, et *tout se passe comme si la main droite, en se contractant légèrement sous l'action d'une excitation cérébrale, distendait la peau de sa surface dorsale, ce qui produit la positivité de cette main.*

Cette action prépondérante de l'activité mentale sur l'état de contraction du membre antérieur droit nous semble du plus haut intérêt au point de vue de la physiologie du cerveau.

Nous avons cherché à confirmer expérimentalement ces déductions en modifiant la manière dont nous dérivions le courant électrique sur le corps du sujet. En effet, en faisant plonger dans les électrodes la main gauche et le coude droit, nous éliminions totalement l'action musculo-cutanée et devions obtenir une variation de potentiel due uniquement à l'activité sécrétoire rendant la main gauche négative. Au contraire, en utilisant la main droite et le coude gauche, le courant ascendant dû à la variation électrique qui accompagne le phénomène sécrétoire et le courant descendant dû à la distension de la peau par la contraction musculaire se contrarient. Comme il est aisé de le prévoir, le résultat total devra être la somme algébrique des deux actions ; c'est-à-dire qu'il doit être plus petit, nul ou inverse de ce qu'il est dans le premier cas, à condition que l'excitation

psychique éprouvée par le sujet en expérience soit rigoureusement égale dans les deux cas. Cette dernière condition est très difficile à réaliser. En effet, nous demandions à la personne qui se prêtait à l'expérience de faire des calculs que nous choisissions tels qu'ils fussent d'égale difficulté. Mais même dans ce cas les variations individuelles, la fatigue, les dispositions du moment, la prédilection ou l'aversion pour certaines combinaisons de chiffres rendent les expériences difficilement comparables entre elles.

Malgré ces difficultés, dans deux expériences successives faites sur le même sujet, celui-ci a réagi conformément à nos prévisions : dans la dérivation coude gauche, main droite, le fil est sorti du champ accusant une différence de potentiel de plus d'un millivolt ; dans la dérivation main droite, coude gauche, nous n'avons obtenu que 0.4 millivolt. Dans aucune de nos expériences, le résultat n'a été l'inverse de ce que nous prévoyions.

V. — CONCLUSIONS.

Indépendamment des précisions qu'elles apportent à des observations anciennes par le perfectionnement de la technique, nos recherches nous paraissent contribuer au problème de l'origine du phénomène psycho-galvanique, par la démonstration de plusieurs faits nouveaux ; ce sont principalement :

1° L'indépendance entre le sens de la réaction et le sens du courant préexistant ;

2° L'exagération des oscillations dues aux courants d'action musculaires à la suite d'excitants sensoriels et psychiques ;

3° (et ce dernier point nous paraît spécialement important) *l'existence de deux ordres de réaction psycho-galvanique indépendants l'un et l'autre de toute action directe des produits de sécrétion sur les électrodes.*

Le premier ordre de réaction psycho-galvanique doit être attribué à la distension de la peau de la main droite par une contraction plus ou moins forte des muscles. Cette contraction

est concomitante des actes psychiques, localisée au membre antérieur droit et détermine la positivité de la main droite.

Le deuxième ordre de réaction psycho-galvanique est sous la dépendance des variations électriques dues aux phénomènes sécrétoires. Ceux-ci sont diffus et se manifestent par la négativité de la région plus riche en glandes.

C'est au deuxième ordre de réaction que se rapportent les observations de Tarchanoff; c'est au premier, au contraire, qu'il faut ramener les observations de Gregor et Loewe et les nôtres.

Il reste toutefois, pour compléter notre programme de recherches, une série d'expériences à faire sur l'homme et sur les animaux.

Travail du laboratoire de physiologie animale.
Université de Bruxelles.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.

1. — FÉRÉ, Note sur des modifications de la résistance électrique sous l'influence des excitations sensorielles et des émotions. (*Comptes rendus de la Soc. biol.*, 1888.)

2. — TARCHANOFF, Ueber die galvanischen Erscheinungen in der Haut der Menschen bei Reizungen der Sinnesorgane und bei verschiedenen Formen der psychischen Thätigkeit. (*Pflüger's Archiv*, 1890, vol. 46, p. 46.)

3. — VERAGUTH, *Archives de psychologie*, 1906, t. VI. — Das psycho-galvanische Reflexphänomen. Berlin, S. Karger, 1909.

4. — RADECKI, Recherches expérimentales sur les phénomènes psycho-électriques. (*Archives de psychologie*, 1912, t. XI.)

5. — MENZERATH, VI^e Congrès de neurologie et de psychiatrie. (*Arch. für die ges. Psychologie*, 1912, nos 3 et 4.)

6. — GREGOR et LOEWE, Zur Kenntnis der physikalischen Bedingungen des psychogalvanischen Reflexphänomens. (*Zeitschr. für die ges. Neurologie und Psychiatrie*, 1912, vol. XII.)

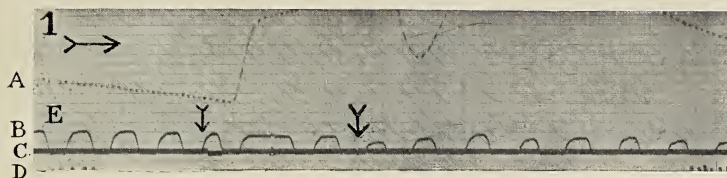
7. — SAMOLJOFF, *Zeitschr. für biol. Technik und Methodik*, 1913, vol. III, n^o 1.

8. — SOMMER, *Beitr. zur psych. Klinik*, 1902.

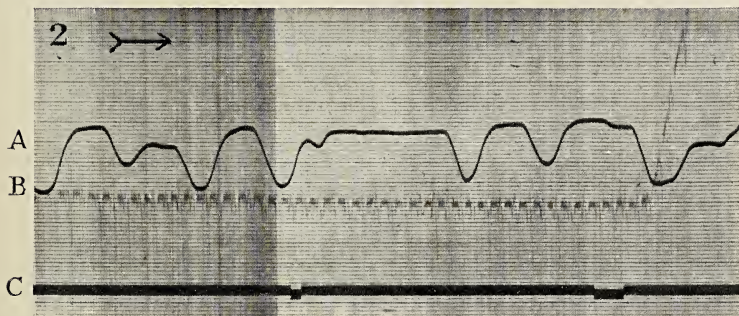
9. — DU BOIS-REYMOND, *Untersuchungen*, 1849, II, pp. 261 et 276.

10. — PIPER, *Elektrophysiologie menschlicher Muskeln*. Berlin, Sprenger, 1912.

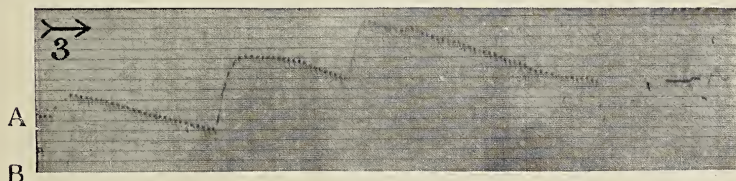
11. — HERMANN, *Handb. der Physiologie*, 1879, I, p. 221, et *Pflüger's Arch.*, 1878, vol. 17, p. 310.



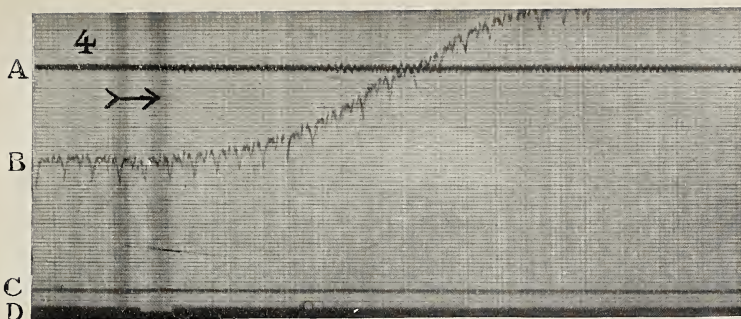
Effet de deux excitations sensorielles consécutives, la première visuelle, la seconde auditive. A, électrogramme; B, pneumogramme; C, signal des excitations; D, temps en secondes; en E, un courant de 0.2 millivolt a été envoyé dans le circuit du galvanomètre et du corps.



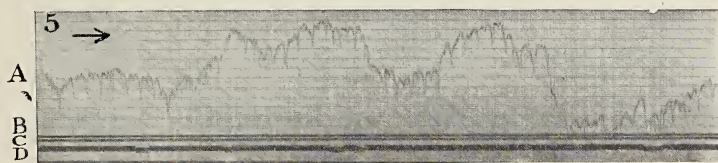
Effet de deux opérations mentales consécutives : la première très simple, la seconde plus complexe. (Même sensibilité que pour la fig. 1.) A, pneumogramme; B, électrogramme; C, signal indiquant le moment des opérations mentales.



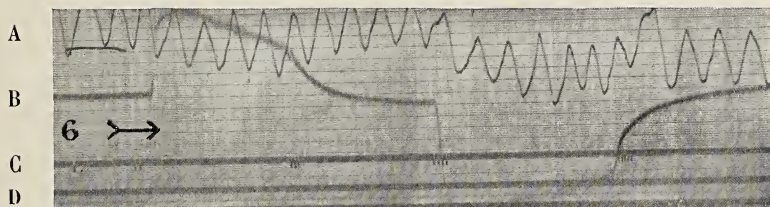
Effet de trois opérations mentales consécutives de plus en plus complexes (même sensibilité). A, électrogramme; B, temps en secondes.



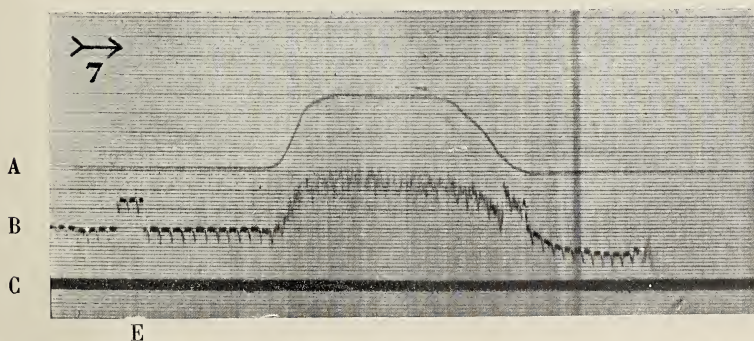
Effet produit par une excitation mentale violente. A, inscription du niveau du liquide; B, électrogramme; C, temps en secondes; D, signal. (Même sensibilité.)



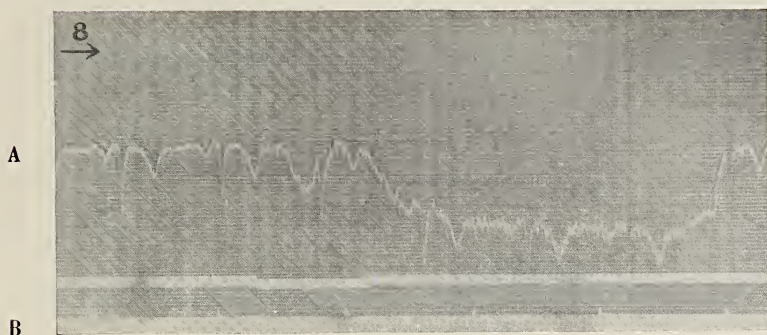
Effet produit pendant le travail psychique d'association en série. A, électrogramme; B, temps en secondes; C, niveau du liquide; D, signal indiquant le mot initial et les réponses du sujet. (Même sensibilité.)



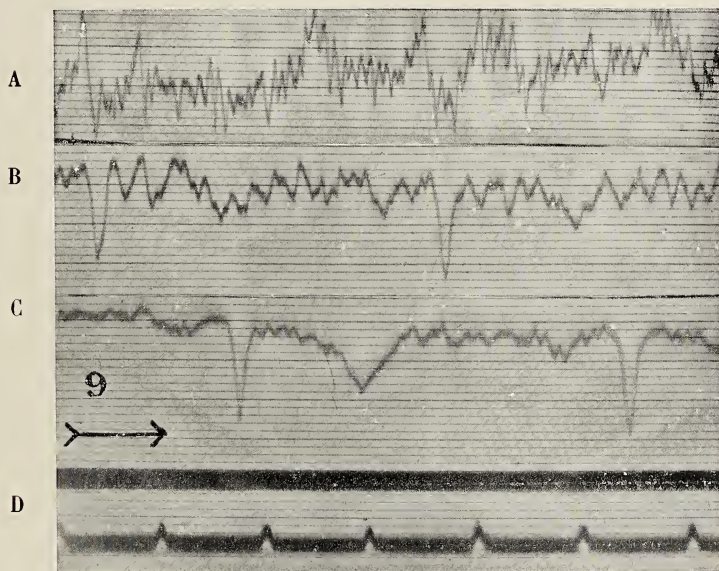
Effet produit par la contraction alternative des bras droit et gauche : A, pneumogramme; B, électrogramme; C, signaux; D, temps en secondes. Sensibilité réduite au $\frac{1}{5}$.



Effet produit par la contraction du bras droit : A, tracé du manomètre; B, électrogramme; C, temps en secondes. En E, un courant de 1 millivolt est envoyé dans le circuit du galvanomètre et du corps. Sensibilité réduite au $\frac{1}{5}$.



Contraction légère de la main gauche : A, électrogramme; B, temps en secondes.
Sensibilité normale.



A, portion d'un tracé pris pendant la contraction forte du bras. Sensibilité réduite au $\frac{1}{4}$ s. B, Portion d'un tracé pris pendant un calcul mental. C, portion d'un tracé pris pendant le repos du sujet. D, temps en cinquièmes de seconde.

PHYSIOLOGIE. — **Sur la nature, myogène ou neurogène, de la conduction entre les oreillettes et le ventricule chez le Lézard et la Tortue,**

par HENRI FREDERICQ (1).

Le Lézard est l'animal qui se prête le mieux à l'étude de la nature de la conduction — myogène ou neurogène — entre oreillettes et ventricule. Chez le Lézard, en effet, les éléments nerveux et les éléments musculaires qui réunissent ces deux étages du cœur, sont séparés avec assez de netteté pour qu'on puisse interrompre la voie nerveuse sans atteindre la voie musculaire et réciproquement. Jusqu'à présent, peu d'expérimentateurs se sont adressés au cœur de Lézard pour tâcher d'élucider la question si controversée de la nature de la conduction entre les diverses cavités du cœur.

D'après M^{lle} Marie Imchanitzky, qui a interrompu, au moyen d'une ligature, la continuité des éléments nerveux situés à la face postérieure du cœur chez *Lacerta ocellata*, on observe à la suite de cette mutilation une disparition manifeste de la communauté de rythme entre oreillettes et ventricule. M^{lle} Imchanitzky en conclut que la conduction entre ces deux étages du cœur s'effectue suivant un mode neurogène et non pas myogène. M^{lle} Imchanitzky a, d'ailleurs, nié l'existence de toute communication musculaire entre oreillettes et ventricule.

Külbs et Lange, qui ont exécuté des expériences analogues à celles de M^{lle} Imchanitzky, arrivent à des résultats tout à fait différents : pas d'allorhythmie à la suite d'une section transversale de la région où courent les nerfs ; allorhythmie à la suite d'une section transversale antérieure dans une région où existent seulement des fibres musculaires : la conduction entre oreillettes

(1) Présenté par MM. Nolf et Fredericq.

et ventricule est propagée par des éléments musculaires et non nerveux.

En présence du désaccord qui existe entre les résultats obtenus par ces auteurs, j'avais entrepris quelques expériences pour tâcher d'apporter quelque éclaircissement à la question, quand tout récemment Henry Laurens a publié les résultats de nombreuses recherches exécutées chez *Lacerta viridis* et *L. agilis*. Ces recherches confirment pleinement celles de Külbs et Lange, c'est-à-dire qu'elles démontrent l'existence d'une conduction musculaire à l'exclusion d'une conduction nerveuse. Comme mes expériences étaient terminées au moment de la publication du travail de Laurens (24 février 1913), je ne crois pas superflu d'en faire connaître en quelques mots les résultats, qui sont d'ailleurs tout à fait d'accord avec ceux de cet auteur et de Külbs et Lange.

Mes recherches ont porté sur le cœur de *Lacerta ocellata* ⁽¹⁾. J'ai, à différentes reprises, séparé au moyen d'une ligature toute continuité nerveuse entre les oreillettes et le ventricule. Cette ligature passée à la face postérieure du cœur, au niveau du sillon interauriculo-ventriculaire, embrassait largement les tissus dans lesquels, d'après M^{lle} Imchanitzky et Külbs et Lange, sont situés tous les éléments nerveux qui réunissent oreillettes et ventricule. Au lieu de ligaturer ces tissus, je les ai fréquemment sectionnés en travers. Cette section était très étendue, mais respectait l'entonnoir musculaire décrit par Külbs et Lange, entonnoir qui, d'après ces auteurs, assure la continuité physiologique entre les deux étages du cœur.

Jamais, dans l'une ou l'autre de ces conditions, je n'ai pu observer d'allorythmie. Chaque pulsation auriculaire continuait à être suivie régulièrement d'une contraction du ventricule, ainsi que le montre le graphique ci-joint (fig. 4). Nous devons donc admettre que les éléments nerveux de la face postérieure

(1) Ces Lézards m'avaient été fournis par le Laboratoire de Villefranche.

du cœur ne jouent aucun rôle pour assurer la continuité physiologique entre les oreillettes et le ventricule, cette continuité s'effectuant par l'intermédiaire des éléments musculaires.

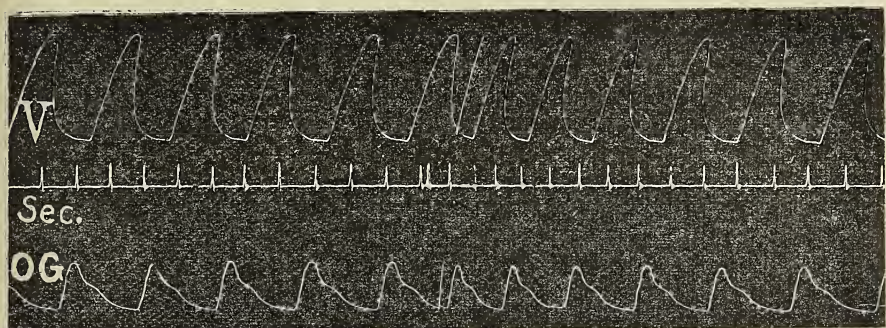


FIG. 1. — **Octobre 1912.** *Lacerta ocellata*. Absence d'allorhythmie entre oreillettes (O. G.) et ventricule (V.), après interruption par ligature des voies nerveuses de la face postérieure du sillon interauriculaire. Enregistrement au moyen de leviers reposant directement sur l'oreillette gauche et le ventricule.

J'ai fait également quelques expériences sur le cœur de *Lacerta ocellata*, dans lesquelles je sectionnais d'avant en arrière la paroi du ventricule, environ à l'union du tiers supérieur avec les deux tiers inférieurs. Lorsque cette section avait entamé toute l'épaisseur des tissus ventriculaires (notamment lorsqu'elle avait complètement divisé l'entonnoir musculaire qui unit les oreillettes au ventricule), tout en respectant à la face postérieure du cœur une languette de tissu conjonctif contenant les nerfs, j'ai observé un arrêt complet de la pointe du cœur, la base du ventricule et les oreillettes continuant à battre d'un rythme commun. La pointe du ventricule était restée excitable au moyen d'excitants artificiels.

Dans les cas où la section n'avait pas été aussi profonde, il m'a été donné d'observer des contractions successives et parfaitement coordonnées des oreillettes, de la base du ventricule et en dernier lieu de la pointe du ventricule. Dans ce cas probablement, la section (faite aux ciseaux) qui avait été pratiquée dans les parties les plus antérieures du ventricule, avait atteint

cependant (sans les sectionner) les parties postérieures, et y avait déterminé des lésions capables d'amener un retard dans la propagation de l'onde de contraction. Léon Fredericq a montré qu'on peut observer chez le Chien un retard semblable dans la propagation de la contraction de l'oreillette droite à l'oreillette gauche, lorsque le muscle cardiaque est altéré par écrasement entre ces deux cavités.

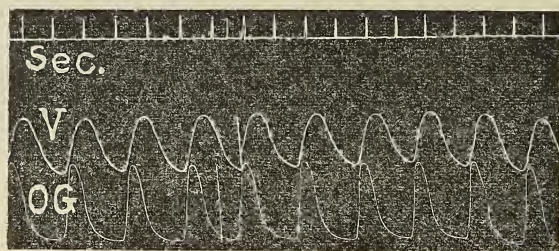


FIG. 2. — Janvier 1913. Tortue. Absence d'allorhythmie entre oreillettes (O. G.) et ventricule (V), après l'excision totale du ganglion nerveux situé à la face postérieure des oreillettes.

Désirant vérifier chez la Tortue les observations que j'avais faites chez le Lézard, j'ai constaté expérimentalement que l'excision totale du ganglion nerveux situé à la face postérieure des oreillettes et des nerfs y attenants n'exerçait aucune action sur la communauté normale du rythme entre oreillettes et ventricule (fig. 2).

Institut de physiologie, Liège.

BIBLIOGRAPHIE.

- MARIE IMCHANITZKY, Die nervöse Koordination der Vorhöfe und Kammer des Eidechsenherzens. (*Arch. für Anat.*, 1909, 115-136.)
- KÜLBS und W. LANGE, Anatomische und experimentelle Untersuchungen über das Reizleitungssystem im Eidechsenherzen. (*Zeitschr. für exper. Pathol. und Therap.*, 1910, VIII, 313-322.)
- HENRY LAURENS, Die atrioventrikuläre Erregungsleitung im Reptilienherzen und ihre Störungen. (*Arch. für d. ges. Physiol.*, 1913, CL, 139-207.)
- LÉON FREDERICQ, Isolement de l'oreillette droite par écrasement sur le cœur vivant du Chien. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), avril 1912, 184-191, et *Arch. intern. de physiol.*, 1912, XII, 109-118.)

CHIMIE. — Sur la nature de l'amylase,

par HENRI VAN LAER (1).

I. — REVUE CRITIQUE.

La discussion à laquelle on s'est livré, pendant plusieurs années, pour savoir si les enzymes sont, oui ou non, des composés azotés pouvait être considérée comme oiseuse, parce qu'elle cherchait à éclaircir une question mal posée.

On a obtenu, en effet, des composés presque complètement exempts d'azote, possédant les propriétés attribuées à telle enzyme, comme on est arrivé à extraire des tissus animaux et végétaux des mélanges très azotés, doués du pouvoir de transformation reconnu à tel autre ferment.

L'énoncé du problème, comme il était formulé, est donc trop général; si les enzymes sont des substances chimiques définies, elles ne paraissent pas appartenir toutes à un même groupe de composés.

Considérons, parmi les hydrolases, celle qui est connue sous le nom d'amylase, ou mieux de malto-amylase. Cette dénomination évoque, avant tout, dans l'état actuel de nos connaissances, non une idée de substance, mais celle d'une réaction chimique spéciale, d'un mécanisme particulier de décomposition de l'amidon solubilisé en dextrines et en maltose. Nous savons que la vitesse de cette réaction, comme celle de toutes les transformations semblables, se modifie suivant la composition du milieu dans lequel elle s'accomplit : l'influence des ions H^+ et $(OH)'$, notamment, est si importante que certains auteurs les considèrent comme les seuls catalyseurs actifs. Le rôle joué par le

(1) Présenté par MM. Jorissen et Gilkinet.

corps thermolabile, considéré comme le ferment, serait limité à la formation, avec le substrat, d'un complexe qui, à température peu élevée et sous une concentration en ions H^+ ou $(OH)^-$ compatible avec la vie de la cellule, se décomposerait avec une vitesse appréciable.

Tout semble établir que cette substance thermolabile n'agit pas seule, qu'elle n'est qu'une complémentaire active et que, pour acquérir l'aptitude à se combiner au substrat, le concours d'un autre composé (coenzyme), parfois une simple matière minérale, lui est indispensable.

Un grand nombre de chimistes ne considèrent plus les enzymes ou leurs complémentaires actives comme des matières protéiques : ils admettent qu'un hydrate de carbone (pentosane) est leur composant essentiel. Si cette manière de voir paraît se confirmer pour l'invertine, puisque Euler, Lindberg et Mélander ⁽¹⁾ sont parvenus à obtenir la préparation la plus active connue jusqu'à présent, sous forme d'une poudre blanche renfermant seulement 0.36 % d'azote, elle est loin de s'appliquer à toutes les enzymes, à l'amylase notamment.

Parmi les anciens auteurs, les uns considèrent ce ferment comme un composé protéique, les autres comme un hydrate de carbone. Une très bonne bibliographie de la matière se trouve dans l'un des mémoires de Wroblewski ⁽²⁾. Elle est complétée, jusqu'en 1898, par Sykes et Hussey ⁽³⁾. Je ne retiendrai, parmi les travaux anciens, que ceux de T. B. Osborne ⁽⁴⁾, de T. B. Osborne et C. T. Campbell ⁽⁵⁾ et de Wroblewski ⁽⁶⁾.

⁽¹⁾ *Zeitschr. für physiol. Chem.*, 1910, **69**, pp. 152-156.

⁽²⁾ *Idem*, 1898, **24**, p. 173.

⁽³⁾ *Journ. Fed. Int. Brew.*, 1898, **4**, p. 527.

⁽⁴⁾ *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1893, **17**, p. 587.

⁽⁵⁾ *Idem*, 1896, **18**, p. 536.

⁽⁶⁾ *Berichte*, 1897, **30**, p. 2289. Ce mémoire est reproduit avec beaucoup de détails expérimentaux et une étude critique des travaux antérieurs dans la *Zeitschr. für physiol. Chem.*, 1898, **24**, p. 173.

T. B. Osborne sature l'infusion de malt, préparée à froid, par du sulfate ammonique. Le précipité, mis en suspension dans l'eau, est dialysé : au fur et à mesure que le sel s'élimine, la matière restée dans le dialyseur se dissout, laissant un résidu de globulines qu'on sépare par filtration. Le filtrat est encore saturé par du sulfate ammonique et le précipité traité comme précédemment. Le nouveau filtrat (o) est dialysé contre de l'alcool de 0.84 de densité. Il se forme ainsi, dans le dialyseur, un précipité I qu'on sépare du filtrat I. Celui-ci est traité comme le filtrat o : on obtient un précipité II et un filtrat II, puis, par dialyse de ce dernier, contre de l'alcool un peu plus fort, un précipité III et un filtrat III. Le filtrat III fournit de même un précipité IV et un filtrat IV. Enfin celui-ci, additionné d'un excès d'alcool absolu, abandonne un précipité V.

Le précipité IV est redissous dans l'eau, puis soumis à la dialyse, d'abord contre de l'eau, puis contre de l'alcool. L'ajoute, au contenu du dialyseur, d'alcool absolu fournit, après dessiccation, une préparation (préparation n° 15 de l'auteur) donnant, à l'analyse élémentaire, les résultats suivants : Cendres = 0.66 ; C = 52.50 ; H = 6.72 ; N = 16.10 ; S = 1.90 ; O = 22.70.

Ces derniers chiffres sont calculés sur la matière sèche exempte de cendres. La composition centésimale de cette préparation n° 15 se rapproche de celle d'une albumine retirée, par l'auteur, du froment, du seigle et de l'orge, et décrite sous le nom de leucosine. Comme cette dernière, elle se coagule vers 56° C. et se laisse précipiter de ses solutions par saturation de celles-ci par du chlorure de sodium ou du sulfate de magnésium. Elle renferme 53.2 % d'albumine coagulable. Son pouvoir saccharifiant est très élevé : une partie donne, en une heure, à 20° C., aux dépens de l'amidon soluble, 2,000 parties de maltose.

Les autres précipités ont fourni des préparations beaucoup moins actives, tout en accusant sensiblement la même teneur en azote. En règle générale, le pouvoir diastasique des poudres d'Osborne était d'autant plus grand qu'elles contenaient plus

d'albumine coagulable, sans que l'auteur ait pu établir une relation entre ces deux grandeurs.

Dans aucun cas, il n'y a eu de manifestation d'activité dans les solutions exemptes d'albumine. Le savant américain conclut de ses recherches que si, selon toute probabilité, l'amylase est une matière protéique, c'est ou une albumine, ou une combinaison d'albumine avec une protéose, ou une protéose.

T. B. Osborne et C. F. Campbell ont essayé, par l'application des mêmes principes, d'obtenir un ferment plus actif encore que la préparation n° 15. Seulement l'extraction du malt, au lieu de se faire par de l'eau pure, a été effectuée par une solution de sel à 5 %. Les autres manipulations ont été conduites comme il est décrit dans le travail d'Osborne : le liquide provenant de la filtration du contenu d'un dialyseur a toujours été dialysé ensuite contre de l'alcool plus fort. Les deux précipités les plus actifs accusaient, par rapport à la préparation n° 15 ($PD = 2,000$), un pouvoir diastasique de 1,000; ils ont fourni, après une série de dissolutions, de précipitations en milieux de plus en plus riches en alcool, suivies de filtrations, une préparation n° 27, dont le pouvoir diastasique était de 2,000. Cette matière s'est déposée dans un milieu dont la teneur en alcool s'élevait à 61.6 % en poids; les précipités formés dans les liqueurs plus riches ou plus pauvres en alcool accusaient une activité plus faible. Il n'est pas possible ici d'entrer dans tous les détails des manipulations adoptées par les auteurs; il faudrait reproduire presque *in extenso* ce mémoire très consciencieux, l'un de ceux qui ont poussé la question de la purification des enzymes le plus loin.

J'insiste cependant, avec Osborne et Campbell, sur le fait que presque toute la diastase se trouvait précipitée au sein du liquide dont la teneur en alcool était de 60 % environ. Il démontre que la diastase n'est pas « quelque chose d'entraîné mécaniquement avec la matière protéique », car le même entraînement aurait dû se produire dans les autres liquides.

La préparation n° 27 n'a pu être purifiée davantage : les essais effectués dans cette direction n'ont fourni que des poudres moins actives. Il en est de même des opérations tentées sur des extraits concentrés du commerce. Plus la diastase est pure, plus elle manifeste de sensibilité aux conditions extérieures ; enfin, le seul critérium de la pureté, la détermination du pouvoir diastasique, devient incertain avec ces matières si fragiles.

Osborne et Campbell, tout en formulant la conclusion que le constituant essentiel du ferment amyloclastique est de nature protéique, se demandent cependant si c'est le seul.

En purifiant de plus en plus l'enzyme, ne lui enlève-t-on pas une substance nécessaire à son activité ? Ils ont observé, en effet, que *souvent* l'addition de chlorure de sodium augmentait considérablement la vitesse de la réaction produite.

Wroblewski ⁽¹⁾ opère sur le dépôt que laisse l'extrait de malt ou une solution de diastase de Merck lorsque le liquide contient 70 % d'alcool. Le précipité purifié par redissolution dans l'alcool à 45 % ⁽²⁾ subit un nouveau traitement par l'alcool concentré : la masse reprise par l'eau est additionnée de sulfate de magnésium, réactif que Lintner a employé, sans succès, plus tard ⁽³⁾, pour tâcher de séparer de l'extrait de malt des produits plus actifs que par la méthode de précipitation par l'alcool. La solution aqueuse du précipité est soumise à la dialyse et finalement additionnée d'un mélange d'alcool et d'éther.

Wroblewski a eu ainsi entre les mains cinq poudres blanches, non pas dérivées les unes des autres comme celles d'Osborne, mais des préparations d'origines différentes, toutes fabriquées par le même procédé. Parmi les données du mé-

⁽¹⁾ *Loc. cit.*

⁽²⁾ Il résulte des anciens travaux de Lintner que la diastase est soluble dans l'alcool à 50 %, mais insoluble dans l'alcool à 65 %.

⁽³⁾ *Zeitschr. ges. Brau.*, 1902, 25, p. 365.

moire, je prends celles qui se rapportent aux teneurs en azote et en cendres, ainsi qu'au pouvoir diastasique.

N ^o	Origine de la préparation.	Azote ‰.	Cendres.	P. D.
IV	Diast. absolut. Merck.	8.13	1.2	65
II	Malt.	6.01	4.01	48.2
A	Malt pâle (prép. de Merck).	4.54	4.2	48.9
I	Malt.	3.9	2.1	43.3

Les chiffres de la colonne P. D. (pouvoir diastasique) expriment les poids de maltose formés par 0^{gr}01 de matière, séchée à 60°, agissant pendant huit heures, à 40° C., sur 100 parties d'un amidon soluble particulier, préparé par l'auteur au moyen d'amidon de riz et d'une solution de potasse à 2 ‰.

Il y a beaucoup à dire au sujet de la technique suivie par Wroblewski, pour déterminer l'activité de sa diastase. Le pouvoir réducteur si faible, même après huit heures d'action à 40°, montre que l'enzyme se trouvait gênée par quelque impureté, probablement apportée par l'amidon mis en œuvre. Ajoutons que l'auteur a comparé entre elles les activités de poids égaux de ses poudres, d'abord desséchées à 60°, ce qui les abîme toujours plus ou moins, puis dissoutes dans le même volume d'eau sans filtration préalable, que les solutions enzymatiques ont été seulement placées dans le thermostat après leur mélange avec les liqueurs amylacées, au lieu d'avoir été portées, préalablement et séparément, à la température de l'expérience.

Malgré ces réserves, qui suffisent à expliquer les anomalies des n^o II et A, on voit que l'enzyme la plus riche en azote est la

plus active et que la plus pauvre en azote est celle dont le pouvoir diastasique est le plus bas.

Les chiffres montrent, d'une façon nette, que les poudres de Wroblewski sont des mélanges d'hydrates de carbone et de matières protéiques ; elles présentent les caractères de ces dernières, à l'exception toutefois de la réaction du biuret, toujours très faible et parfois absente.

Pour séparer les hydrates de carbone, l'auteur acidule la solution par de l'acide chlorhydrique, puis il la traite par le réactif de Brücke (K_2HgI_4) ; le filtrat, débarrassé du précipité formé, contient une arabane que le chimiste russe isole et caractérise avec le plus grand soin. Wroblewski ne lui trouve pas de propriétés diastasiques ; on doit s'y attendre, si l'on considère les agents chimiques énergiques que ce savant a fait intervenir. Ce qui est plus étonnant, c'est que le précipité donné par le réactif iodo-mercurique, après lavage par de l'eau acidulée, traitements successifs par le carbonate d'argent, l'hydrogène sulfuré, l'alcool, ait encore fourni un composé actif. L'auteur n'a déterminé ni le titre en azote, ni le pouvoir diastasique de celui-ci. Ce qu'il nous en dit : « Die in kleiner Menge erhaltene Flüssigkeit wirkte stark verzuckernd auf die lösliche Stärke und gab Proteinreaktionen », est certainement insuffisant pour constituer une preuve décisive de la nature azotée de la diastase.

Les essais par lesquels Wroblewski tente d'établir que la diastase est une matière protéique, très voisine des albumoses, laissent planer beaucoup d'incertitude sur la question. Les expériences de l'auteur prouvent que ses préparations contiennent une substance de ce genre, avec une teneur en azote de 15.2 à 16.2 %, réfractaire à la trypsine, attaquable par la pepsine ⁽¹⁾, mais on ne trouve, dans son travail, aucun argument décisif pour considérer une albuminose plutôt qu'une pentosane,

(1) L'auteur ne paraît pas avoir pris, dans ces essais de digestion qui ont duré cinquante-six heures à 46°, les précautions antiseptiques usuelles dans ce genre de travaux.

comme les « Träger der enzymatischen Kräfte » ou comme le constituant essentiel de l'amylase.

L'arabane isolée par Wroblewski se laisse précipiter de ses solutions par le sulfate ammonique. On se demande donc comment elle est absente dans les préparations d'Osborne et de Campbell. Elle aurait dû, après la saturation de l'extrait de malt par ce sel, se déposer en même temps que les matières protéiques et venir souiller les divers filtrats qui ont conduit le savant américain à sa préparation n° 15. On se rappelle que celle-ci a pour origine un précipité soumis ensuite à la dialyse.

Les méthodes de Wroblewski et d'Osborne sont en réalité difficilement comparables, et le sulfate ammonique ne paraît pas agir de la même façon dans l'extrait de malt brut (Osborne) et dans une solution d'une préparation diastasique obtenue par précipitations successives par l'alcool (Wroblewski). Le savant russe nous apporte, d'ailleurs, une preuve expérimentale de la diversité d'action du sel, dans sa méthode de *Fractionirte Aussalzung* ⁽¹⁾ publiée dans un nouveau mémoire, immédiatement à la suite d'une réponse ⁽²⁾ à une critique d'Osborne ⁽³⁾.

Quand on ajoute à la solution de l'une des poudres de Wroblewski du sulfate ammonique jusqu'à ce que le liquide en contienne 50 %, il se produit un trouble que le savant russe considère comme de la diastase, parce que la matière séparée possède un grand pouvoir saccharifiant; c'est, dans tous les cas, une protéine très rapprochée des protéoses; la connaissance d'un chiffre donnant sa teneur en azote eût été ici d'un intérêt capital. Une substance obtenue par le même procédé, mais purifiée par dialyse et traitement par l'alcool et l'éther, accusait 16.53 % d'azote, mais, cette fois, Wroblewski est muet sur son pouvoir diastasique.

(1) *Berichte*, 1898, **31**, p. 1130.

(2) *Idem*, 1898, **31**, p. 1127.

(3) *Idem*, 1898 **31**, p. 254.

L'arabane n'apparaît que lorsque la solution diastasique contient 60 % du sel précipitant : elle est alors mélangée avec la matière protéique; à saturation, l'arabane se dépose seule. Or, Osborne a précisément saturé son extrait de malt primitif et, malgré cela, il arrive à isoler une protéine très active à 16.4 % d'azote.

Le chimiste américain a, par conséquent, laissé l'arabane en route, ou bien elle est restée dissoute lors de la saturation primitive de l'extrait de malt.

Le ferment d'Osborne est en grande partie coagulable vers 60°, tandis que celui de Wroblewski ne l'est pas. Le chimiste américain observe, avec raison, que Wroblewski n'a pu opérer que sur des solutions très étendues de sa protéine, que les solutions étendues de l'albumine du malt ne se coagulent pas par la chaleur et que, pour que le test soit positif, il faut l'exécuter sur des liquides assez concentrés.

Osborne aurait pu ajouter que cette température de coagulation est aussi modifiée par la présence des sels.

Les expériences de Wroblewski nous apprennent uniquement que les préparations de diastase du malt, obtenues par précipitation par l'alcool, contiennent une arabane mélangée à une matière protéique. La même conclusion se dégage de l'examen, par l'auteur, de la takadiastase. Dès lors, l'hypothèse de l'amylase « matière hydrocarbonée » pouvait avoir quelque chance de probabilité.

Cependant, ce sont les travaux de M. Hamburg et G. Fraenkel ⁽¹⁾ qui ont le plus contribué à faire admettre que l'amylase n'est pas une matière protéique. On connaît leur méthode, partiellement employée déjà par Effront ⁽²⁾ et reprise tout récemment par Ernest Pribram ⁽³⁾.

⁽¹⁾ *Hofmeister Beit.*, 1906, 8 p. 389.

⁽²⁾ *Les Enzymes*, Paris, 1899, p. 126.

⁽³⁾ *Biochem. Zeitschr.*, 1912, 44, pp. 293-302. Aus dem Laboratorium der Ludwig Spiegler Stiftung in Wien. Le travail de Hamburg et Fraenkel sort du même laboratoire.

Hamburg et Fraenkel débarrassent l'infusion de malt d'une partie de ses matières protéiques en précipitant celles-ci par une solution d'acétate de plomb, en quantité telle que le filtrat ne contienne pas de métal.

Seyffert ⁽¹⁾ avait déjà montré que l'amylase n'est pas précipitée par l'acétate de plomb neutre ou acide et qu'un grand excès de ce sel n'a aucun effet nuisible.

Après passage à travers un filtre en porcelaine (Pukal), le liquide, récolté avec les précautions aseptiques d'usage, est ensemencé par une culture de levure Froberg, acclimatée dans un milieu pauvre en sucre et riche en diastase. La filtration terminée, on force de nouveau la solution à travers un filtre de Pukal, puis on l'évapore sous une pression de 40 millimètres. La masse est alors remise en fermentation par un mélange de levures Froberg et Logos, traitées comme précédemment; cette opération est suivie d'une filtration à travers un filtre en porcelaine, puis d'une évaporation *in vacuo*. Le sirop est desséché complètement par le vide sec.

La poudre obtenue ne contient plus naturellement les hydrates de carbone fermentescibles de l'extrait primitif; elle ne renferme pas non plus d'arabane, ce corps étant, d'après Wroblewski, précipité par l'acétate de plomb. Si donc la diastase est une matière protéique, on doit s'attendre à en rencontrer tous les caractères dans la préparation de Hamburg et Fraenkel.

On ne trouve malheureusement pas, dans le mémoire original, le moindre chiffre relatif à son pouvoir diastasique et à sa teneur en azote. Les auteurs n'ont exécuté sur elle qu'une série d'essais qualitatifs insuffisants pour se former une conviction.

L'amylase de Hamburg et Fraenkel ne donne ni la réaction du biuret ni la réaction xantho-protéique, positives toutes deux

(1) *Zeitschr. ges. Brau.*, 1898, **21**, pp. 193, 207, 221.

avec la diastase de Wroblewski; elle se colore à peine par le réactif de Millon, mais fournit la réaction de Molish et un peu celle des pentoses, ce qui démontre que toute l'arabane n'avait pas été éliminée dans le traitement suivi par les auteurs. Il ne faut pas attribuer à l'absence des réactions de coloration, toujours très délicates, une importance excessive; on sait que la réaction du biuret est masquée par la présence d'hydrates de carbone. En supposant même que ces tests aient été positifs, ils auraient seulement démontré, en l'absence de tout chiffre relatif au pouvoir diastasique, que la poudre de Hamburg et Fraenkel contenait des albumoses ou d'autres substances capables de libérer des nitro-dérivés aromatiques. Ce travail n'apporte guère d'éléments certains d'appréciation de l'état du problème.

La plupart des chimistes s'accordent à considérer les enzymes comme affectant l'état colloïdal. Hamburg et Fraenkel hésitent, devant leurs observations, à reconnaître l'amylase comme un colloïde; sa solution passe, en effet, presque intégralement à travers un filtre en porcelaine; la matière dissoute ne peut être fixée sur un colloïde inorganique soit négatif, soit positif (silice hydratée, alumine, hydrate ferrique); elle ne manifeste aucun phénomène de cataphorèse, aucune coagulation, même quand on emploie un courant à haute tension. Ce n'est que dans les observations ultramicroscopiques que l'état colloïdal, tel qu'il apparaît plus spécialement chez les émulsionides, se manifeste; sans que l'instrument permette de résoudre l'enzyme en particules, la solution diastasique n'est pas optiquement vide et son aspect (*biconcave Lichtbüschel*) prouve qu'elle contient de petits systèmes non dissociables, qui réfléchissent la lumière. Il est vrai que la réaction de Tyndall est d'une très grande sensibilité et que rien ne permet de conclure, à la lecture du mémoire de Hamburg et Fraenkel, que l'aspect ultramicroscopique de la solution examinée n'est pas dû aux impuretés accompagnant l'enzyme.

Les arguments invoqués par ces savants contre la nature

colloïdale de l'amylase ne sont pas pertinents. Tout d'abord, sa propriété d'être précipitée par un excès de sulfate d'ammonium ou de magnésium appartient aux émulsoides en général et à l'albumine en particulier.

Holderer a montré ⁽¹⁾ que, lorsqu'on la neutralise à la phénolphtaléine, la macération d'*Aspergillus niger* traverse presque complètement les bougies de porcelaine; si, au contraire, on neutralise au méthylorange, l'invertine est presque entièrement retenue à la filtration. Dans une autre note ⁽²⁾, en collaboration avec Bertrand, Holderer a étendu ces résultats à l'émulsine, la cellase et la maltase de la même moisissure. Enfin, il a démontré ⁽³⁾ que la même règle s'applique aux enzymes du malt : la diastase liquéfiante, la diastase saccharifiante, la peroxydase. La seconde, notamment, est affaiblie par la filtration, de moitié quand sa solution est neutre à la phénolphtaléine, et de $\frac{1}{40}$ quand elle est légèrement acide au méthylorange.

Abstraction faite de ces résultats, le passage à travers le filtre en porcelaine, en supposant qu'il ait été complet et qu'il n'y ait pas eu adsorption par le septum, prouve que les micelles diastasiques sont assez petites pour traverser les pores de la paroi; en adoptant un filtre plus fin, une cloison de collodion, j'ai pu retenir entièrement le ferment ⁽⁴⁾.

Les propriétés électrochimiques des ferments, phénomènes d'adsorption par le kaolin et l'alumine, direction du transport électrique, dépendent aussi de la réaction du milieu, en ce sens qu'en solution acide ils se comportent comme bases, en solution alcaline, comme acides.

L'amylase du malt, notamment, se transporte en liqueur

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 1909, **149**, p. 1153.

⁽²⁾ *Idem*, 1910, **150**, p. 230.

⁽³⁾ *Idem* (séance du 31 janvier 1910).

⁽⁴⁾ *Les liquides optiquement vides de Spring et les réactions diastasiques*. (Comptes rendus du 1^{er} Congrès international de brasserie. Bruxelles, 1910.)

neutre vers la cathode, mais, en même temps, un peu vers l'anode. En milieu acide, elle est entièrement cathodique, en solution alcaline, entièrement anodique. Elle a donc un caractère amphotère. La méthode de préparation de Hamburg et Fraenkel ne pouvait donner un composé exempt d'électrolytes; s'il en avait été ainsi, l'absence de tout phénomène électrique aurait constitué un nouvel argument en faveur de la nature protéique du ferment amyloclastique, puisque nous savons, par les travaux de Pauli et de ses élèves, qu'avec une albumine débarrassée le plus possible d'électrolytes, on n'observe plus de transport dans le champ électrique. Hamburg et Fraenkel mentionnent que leur préparation se laisse entraîner par l'hydrate de fer colloïdal, fait confirmé plus tard par Neppi ⁽¹⁾. Cette propriété semble établir le caractère électronégatif ou anodique de leur enzyme et indiquer que sa solution était alcaline. Il n'y a pas moyen de concilier les observations des savants allemands, relativement à l'absence de toute manifestation cataphorétique, avec les éléments que la science a recueillis depuis sur ce sujet.

Dans un premier mémoire ⁽²⁾, H. C. Sherman et H. D. Schlesinger décrivent une série de préparations qu'ils ont obtenues par purification des pancréatines commerciales. Celles-ci ont été traitées par de l'alcool à 50 % : ce réactif dissout l'amylase en laissant, à l'état insoluble, une grande quantité de matières protéiques. La liqueur alcoolique filtrée est ensuite additionnée de 7 volumes d'un mélange de 20 % d'alcool et 80 % d'éther; la masse se trouve ainsi débarrassée d'une nouvelle portion de protéines et d'autres impuretés. Le précipité dissous dans l'eau, reprécipité par l'alcool fort, puis redissous dans l'alcool à 50 %, est additionné d'une certaine

⁽¹⁾ *Biochim e Terap-Sper*, 1911, **2**, d'après un referat du *Woch. f. Brau.*, 1911, **28**, p. 285.

⁽²⁾ *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1911, **32**, p. 1195 III; voir aussi *Studies on amylase*, I et II, de H. C. SHERMAN, E. D. CLARK, E. C. KENDALL, *loc. cit.*, 1910, **32**, pp. 1073 et 1087.

quantité de maltose ⁽¹⁾, afin de protéger l'enzyme contre sa destruction en présence de l'eau. Par dialyse prolongée de la liqueur malto-diasique, dans un sac de collodion, contre de l'alcool à 50 %, les substances qui donnent, notamment, la réaction du biuret, traversent le dialyseur avec les autres cristalloïdes, tandis qu'à l'intérieur de celui-ci il se trouve un dépôt, probablement constitué de globulines. Ce dépôt est éliminé par filtration, et le filtrat traité par l'alcool fort, fournit un précipité floconneux, qui est finalement lavé par de l'éther et desséché dans le vide sec.

On obtient ainsi une poudre blanche ou légèrement colorée en jaune, ressemblant à de l'ovalbumine séchée. Elle se dissout facilement dans l'eau et la solution donne les réactions xanthoprotéique, du tryptophane, du biuret et celle de Millon. A la concentration de 1 milligramme par centimètre cube, elle commence à coaguler vers 60°-65°, mais la coagulation n'est complète qu'à 80° C. Ces chiffres diffèrent de ceux d'Osborne, mais j'ai déjà signalé les causes de ces divergences. Les poudres actives de Sherman et Schlesinger contenaient de 1.8 à 7.4 % d'eau et de 2.2 à 2.6 % de cendres.

Quand on débarrasse les pancréatines commerciales de leurs matières minérales, par dialyse, elles deviennent inactives dans leur action sur un amidon également dialysé (E. D. Clark et H. C. Sherman).

L'ajoute d'un électrolyte (NaCl par exemple) leur restitue leur activité, probablement parce que l'amidon soluble de Lintner, employé par les auteurs, répondait à une condition essentielle prescrite par Lisbonne ⁽²⁾, qui est la réaction amphi-

(1) Pour l'une de leurs préparations, la plus active (n° 32), les auteurs ont employé 5 grammes de maltose pour 150 centimètres cubes de solution.

(2) *Comptes rendus des séances de la Société de biologie*, 1911, **70**, pp. 62, 132 et 207; 1912, **72**, p. 936 (LISBONNE et VULQUIN. Voir aussi du même auteur : *Sur deux conditions de milieu nécessaires à la saccharification de l'amidon par les amylases salivaires et pancréatiques*. Montpellier, 1911, chez A. Dupuy.

tère, acide à la phénolphthaléine et alcaline à l'hélianthine. Sans cette condition, les chlorures alcalins, qui sont des agents activants par excellence des enzymes amyloclastiques, ne réactivent pas les amylases rendues passives par dialyse prolongée. Pretti ⁽¹⁾, puis Bierry, ont démontré aussi que le suc pancréatique perd facilement, par dialyse sur sac de collodion, contre eau distillée, la plus grande partie de son pouvoir saccharifiant et qu'il suffit d'ajouter du chlorure de sodium pour renforcer considérablement l'action de ce suc dialysé. Des différents sels employés, seuls, d'après Bierry, les composés halogénés sont capables de réactiver le suc pancréatique devenu inerte par dialyse. A ce point de vue, le pouvoir des divers chlorures NaCl, KCl, CaCl₂, BaCl₂, SrCl₂, MgCl₂, MnCl₂ est sensiblement le même.

Les sulfates, bicarbonates, carbonates, oxalates, acétates, phosphates alcalins et alcalino-terreux n'ont aucune action. La présence, dans cette nomenclature, de sels tels que les carbonates et les phosphates alcalins, qui modifient en même temps la réaction du milieu, a cependant de quoi surprendre.

Contrairement à l'opinion émise, d'abord par Pretti, puis par Bierry et Porter ⁽²⁾, les électrolytes sont nécessaires à l'activité aussi bien de l'amylase d'origine végétale qu'à celle du ferment d'origine animale. C'est ce qui ressort d'un mémoire récent de Lisbonne et Vulquin ⁽³⁾. Ces savants ont, en effet, obtenu, par dialyse électrique d'une macération d'extrait de malt, dans l'eau salée à 9 ‰, un liquide inactif vis-à-vis de l'amidon, mais récupérant une partie notable de son pouvoir amyloclastique par adjonction de certains électrolytes (NaCl, KCl, CaCl₂, KNO₃).

⁽¹⁾ *Bioch. Zeitschr.*, 1907, **4**, pp. 1-5.

⁽²⁾ *Idem*, 1910, **35**, pp. 301-304.

⁽³⁾ *Société de biologie*, séance du 8 juin 1912, **72**, p. 936.

J. S. Ford et J. M. Guthrie ⁽¹⁾ avaient aussi observé que la présence de matières salines joue un rôle très important dans l'accroissement de la vitesse de saccharification par l'amylase végétale; ils ajoutent même qu'avec de l'amidon soigneusement purifié, dont la conductibilité spécifique, en solution à 2 %, se réduisait à 1.5×10^{-6} à 25° C., et de la diastase préparée par la méthode d'Osborne et Campbell (conductibilité spécifique $= 7 \times 10^{-4}$ à 25° en solution à 2 %), on ne peut produire une hydrolyse normale.

La préparation la plus active de Sherman et Schlesinger, supposée sèche et débarrassée de cendres, contenait 15.6 % d'azote; son activité est plus de huit fois supérieure à celle de la préparation n° 15 d'Osborne. Nous savons déjà qu'avec ces amylases très actives, il n'est guère possible de se baser sur les valeurs du pouvoir diastasique pour comparer leur pureté. Elles passent trop facilement, même quand elles sont à l'état sec, de la forme active à une forme inactive, sans que la teneur en azote, naturellement, se modifie. D'ailleurs, les chiffres par lesquels les savants américains expriment leurs pouvoirs diastases ne sont pas comparables à ceux d'Osborne; ils opèrent, en effet, à 40° C. et dans les conditions optimales de concentration saline et d'alcalinité.

Sherman et Schlesinger ⁽²⁾ avaient observé que les amylases pancréatiques, préparées au cours de l'été, se détérioraient plus vite, lors des manipulations de purification, que pendant les mois d'hiver. Afin d'assurer plus d'uniformité dans les résultats, ils ont déterminé minutieusement, dans un second mémoire, les conditions opératoires de leur méthode.

20 grammes de pancréatine commerciale sont additionnés

⁽¹⁾ *Journ. Chem. Soc.*, 1905, **89**, p. 76.

Le lecteur trouvera dans le *Journal de physiologie et de pathologie générale*, 1912, **14**, p. 253, une notice historique relative au *Rôle des électrolytes dans les actions diastases*.

⁽²⁾ *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1912, **34**, p. 1104.

de 200 centimètres cubes d'alcool à 50 % à une température de 15° à 20°. Après cinq ou dix minutes de contact, on filtre en ne laissant pas la température dépasser 20° C. Le filtrat alcoolique est alors traité comme il est dit plus haut : le précipité fourni par le mélange d'alcool et d'éther est dissous dans un volume d'eau aussi réduit que possible, à une température de 10° à 15° C. ; on verse immédiatement la solution dans 5 volumes d'alcool absolu. Le précipité floconneux, séparé par décantation en dessous de 20° C., est redissous dans 200-250 centimètres cubes d'alcool à 50 % contenant 5 grammes de maltose. On introduit le liquide dans un sac de collodion de 500 centimètres cubes et on dialyse contre 2,000 centimètres cubes d'alcool à 50 %, à une température de préférence inférieure à 15° C. Le liquide extérieur est renouvelé, d'abord après quinze heures, puis encore après huit à neuf heures ; au bout de ce laps de temps, on laisse la dialyse se poursuivre pendant quarante à quarante-deux heures. Les manipulations sont continuées comme précédemment. Les poudres obtenues possèdent régulièrement une activité de l'ordre de grandeur mentionné tantôt ; agissant à la concentration de 1 : 100,000,000, dans une solution d'amidon à 1 %, elles convertissent en trente heures, à la température de 40° C., 1,000,000 de fois leur poids d'amidon au stade d'érythro-dextrines ; au bout de nonante-six heures, elles produisent une quantité de sucres réducteurs qui, calculés en maltose, correspondent à plus de 500,000 fois le poids de ferment mis en œuvre.

L'amylase des savants américains possède, par gramme de matière sèche supposée exempte de cendres, une chaleur de combustion de 5568 calories. Les auteurs rappellent que Berthelot et André ont donné, dans les mêmes conditions, 5629 pour chaleur de combustion de la caséine ; Stockmann et Langbein, 5858 pour la caséine, 5735 pour l'ovalbumine, 5299 pour la peptone.

Les cendres renferment surtout de l'acide métaphosphorique provenant du phosphore organique. La composition élémentaire

répond sensiblement aux données suivantes : C = 51.9; H = 6.6; N = 15.3; S = 1.0; P = 0.8; O et indéterminé = 24.4.

Cette analyse présente, à ce point de vue, beaucoup de ressemblance avec celle de la caséine, quoique par son aspect général, sa solubilité, sa température de coagulation, la matière se rapproche de l'albumine et que le filtrat, séparé du coagulum, contienne une protéose.

De nouvelles déterminations des températures de coagulation des dissolutions à 1 % fournissent des chiffres sensiblement plus bas que ceux mentionnés dans le premier mémoire : le phénomène débute vers 50° et ne paraît être complet que vers 70° C.

La solution aqueuse de ces amylases perd très rapidement une partie notable de son activité : l'ajoute d'un mélange de NaCl et de Na_2HPO_4 lui confère plus de stabilité.

Lintner ⁽¹⁾, qui avait appliqué à l'extrait de malt une méthode assez semblable à celle d'Osborne, avait noté que la préparation obtenue possédait une certaine action protéoclastique. Les amylases de Sherman et Schlesinger fonctionnent aussi non seulement comme protéase, mais également comme maltase; il s'ensuit que si nous ne tenons pas compte des nombreuses réserves que l'on peut formuler à l'égard de la théorie de la spécificité des enzymes, nous nous trouvons devant trois hydrolases, une protéase, une maltase et une amylase, qui présentent bien des ressemblances, quand on n'envisage que leur composition, leurs procédés d'extraction et de précipitation. Mais ce n'est pas le moment d'examiner cette théorie commode qui autorise, chaque jour, les chimistes et les physiologistes à imaginer des corps nouveaux que personne n'a vus, hypothèse dont on abuse au point de considérer comme des substances distinctes, des ferments dont les modalités d'action seules varient avec les milieux et les états.

(¹) *Loc. cit.*

Je ne m'arrêterai pas longuement sur les travaux des savants qui considèrent l'amylase comme une combinaison peu stable d'un corps protéique avec un hydrate de carbone, parce qu'en supposant même leurs conclusions pertinentes, ce qui n'est pas le cas, elles corroborent néanmoins le fait que nous nous trouvons devant des matières azotées.

Je n'ai pu me procurer le mémoire original ⁽¹⁾ dans lequel Baraczewski, Krauze et Krzmecki, étudiant la diastase absolue de Merck, y décèlent la présence d'un hydrate de carbone qui se comporterait comme l'amidon ordinaire vis-à-vis de la solution d'iode, tout en donnant la réaction bien nette à l'orcine (pentoses). Le compte rendu de ce travail ne me permet pas de conclure si ce corps était vraiment en combinaison avec la matière protéique.

La diastase de E. Pribram ⁽²⁾, extraite du malt par un procédé qui rappelle dans son essence celui de Hamburg et de Fraenkel dont l'auteur reprend le travail, est une poudre brune, contenant 7.703 % d'azote et 1.49 % de cendres. La solution est lévogyre. Les cendres renferment du calcium et du fer, mais l'auteur n'a pu y déceler la présence de phosphore. Le coagulum formé à l'ébullition présente distinctement la réaction de Millon et légèrement celle du biuret; le filtrat séparé du coagulum est considéré comme un hydrate de carbone particulier, donnant, par ébullition avec de l'acide sulfurique des composés réducteurs et un acide que l'auteur a isolé, sous la forme d'un sel de baryum. Pribram envisage l'amylase comme la combinaison d'un polypeptide avec cet hydrate de carbone, mais il est bien difficile de conclure à l'existence réelle de semblable composé. Il aurait fallu montrer pour cela, après avoir cherché à isoler ces deux constituants par des méthodes plus délicates que celle adoptée par l'auteur, que chacun, pris séparément, est passif à l'égard

⁽¹⁾ *Bull. intern. de l'Acad. des sciences de Cracovie*, 1911, p. 369.

⁽²⁾ *Loc. cit.*

de l'amidon, alors que la réunion des deux possède une activité marquée.

En résumé, il paraît bien établi, par l'examen critique que je viens de faire des travaux publiés sur la question, que l'agent qui transforme finalement l'amidon soluble en maltose est constitué de l'association d'une matière azotée, inactive par elle-même, et de certains électrolytes jouant le rôle de coenzymes très simples.

II. — RECHERCHES NOUVELLES.

Malgré le caractère décisif de certaines des recherches que j'ai rappelées, l'impression laissée dans la science par quelques travaux anciens, ainsi que par les expériences de Hamburg et de Fraenkel est telle, que le doute qui plane depuis toujours sur la nature de l'amylase continue à persister.

C'est la raison pour laquelle j'ai parcouru en détail les mémoires les plus dignes d'être retenus; les livres traitant des enzymes en général ne donnent de ces travaux qu'une idée trop imparfaite pour établir une conviction.

La même raison m'a déterminé à entreprendre de nouvelles investigations sur une question qui intéresse à un si haut degré la chimie et la physiologie.

Le ferment amyloclastique devant être considéré comme le résultat d'une association entre un composé minéral et une complémentaire organique, d'une fragilité d'autant plus grande qu'elle est débarrassée davantage de matériaux étrangers, tout critérium de la pureté de ce constituant organique de l'enzyme faisant défaut, j'ai renoncé à poursuivre la purification de la diastase.

J'ai abordé le problème par d'autres voies : on se rendra compte plus loin de leur tracé.

Sauf indications contraires, les saccharifications exécutées au cours de ces recherches ont toujours été conduites à 25° C.; les

flacons appartenant à une même série contenaient 500 centimètres cubes d'une même solution d'amidon renfermant 15 grammes d'amidon supposé sec.

Chaque récipient recevait un nombre de centimètres cubes d'eau tel, qu'après ajout de la solution diastasique seule ou de celle-ci et d'autres liqueurs, le volume total du mélange fût le même pour tous les systèmes appartenant à une série parallèle.

Les liqueurs actives ont été mises en œuvre et les mélanges opérés avec les précautions indiquées dans mes mémoires précédents. Le stock d'amidon nécessaire a été purifié comme il est dit à la page 615 de mon mémoire : *Nouvelles recherches sur la vitesse de saccharification de l'amidon* ⁽¹⁾. Les amidons solubles ont toujours été obtenus par chauffage avec de l'eau, pendant une heure, à quatre atmosphères, des empois de concentration désirée. Ils ont été employés immédiatement après leur préparation. Les valeurs de K — ou mieux de $K_{90}\%$ — ont été calculées par la formule logarithmique des réactions unimoléculaires, les poids de maltose, trouvés au bout de laps de temps différents, étant rapportés à la quantité totale de sucre réducteur susceptible d'être produite au cours de la réaction. J'ai démontré que cette limite de la transformation était, dans les conditions expérimentales adoptées, sensiblement égale à 90 % du poids de l'amidon dissous.

A. — L'AMYLASE DES GRAINS ET L'AMYLASE DES SOLUTIONS.

Quand on soumet le ferment amyloclastique, sous forme d'extrait de malt ou d'une *solution* de l'une des poudres obtenues par précipitation par l'alcool, à l'action d'une enzyme protéoclastique (pepsine ou papaïne), on n'observe aucune action de la part de celle-ci ; la papaïne dissout, par contre, les protéines

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 7, 1910.

végétales avec lesquelles l'amylase est associée à l'état de zymogène dans l'albumen de l'orge et du malt. Cette distinction résulte des expériences de Ford et de Guthrie ⁽¹⁾ exécutées sur l'orge. Si l'on fait macérer à 30°, pendant vingt heures, 10 grammes de grain finement moulu, avec 250 centimètres cubes d'eau saturée de nitrobenzine pour rendre le milieu antiseptique, on observe toujours, quand la papaïne est présente, une augmentation notable de l'activité amyloclastique. A la vérité, la papaïne, rendue passive par l'ébullition, majore aussi le pouvoir diastasique de la macération, mais l'accroissement est moins sensible que celui que montre la papaïne active. Ces résultats indiquent que l'augmentation du pouvoir amyloclastique, accusée dans le traitement à la papaïne, est due à la fois à la libération et à la solubilisation de la diastase colloïdale et à sa protection contre la destruction.

Il semble probable que, pendant la maturation, l'amylase qui fonctionnait dans le grain en formation s'associe à d'autres molécules de protéine en formant un complexe insoluble.

J'ai répété les expériences de Ford et de Guthrie, non seulement avec de la farine d'orge, mais également avec de la farine de malt.

Dans les deux cas, on assiste à un accroissement notable d'activité de la macération effectuée en présence de papaïne.

Les valeurs de $K.10^6$ ont été déterminées à différents moments, en utilisant 25 centimètres cubes de liquide de macération préparé d'après les indications des savants anglais. On a employé 2^{gr}5 de papaïne de Merck pour les 250 centimètres cubes d'eau saturée de nitrobenzine. 25 centimètres cubes des filtrats, séparés après les vingt heures de macération à 30° C., ont été mis en contact avec 500 centimètres cubes de la solution d'amidon. Voici les résultats.

(1) *Journ. Fed. Inst. Brew.*, 1908, p. 61.

θ en minutes.	ORGE.			θ en minutes.	MALT.		
	Macération sans papaine K.10%.	Macération avec papaine passive K.10%.	Macération avec papaine active K.10%.		Macération sans papaine K.10%.	Macération avec papaine passive K.10%.	Macération avec papaine active K.10%.
30	4393	4686	3103	30	3523	4006	4523
60	4554	4763	3746	60	4478	4468	5093
120	4886	4886	4073	120	4653	5442	6430
180	4697	4912	4360	180	5466	6328	6328

Une grande partie de la diastase se trouve donc, dans l'albumen, à l'état de zymogène.

Tout autres sont les résultats quand le ferment protéoclastique agit, non sur l'albumen de la céréale, mais sur une solution d'amylase.

On sait ⁽¹⁾ que la papaïne se comporte à l'égard de la zymase comme l'endotryptase de Hahn et de Gêret, c'est-à-dire qu'elle digère le ferment alcoolique en le rendant inactif. L'amylase *en solution* résiste à ce traitement. Mohr ⁽²⁾ avait déjà trouvé que la trypsine et la papaïne affectent à peine la diastase, tandis que la pepsine exerce sur elle une influence inhibante. Avec la trypsine et la papaïne, il y aurait cependant activation quand, en l'absence d'amidon, on prolonge le contact de ces enzymes avec l'amylase.

Le savant berlinois borne à quelques lignes sa communication à ce sujet.

Je n'ai pu observer, pour ma part, aucune influence positive ou négative du ferment protéoclastique sur l'activité de la diastase, soit qu'on l'ajoute à la solution d'amidon en même temps que l'amylase, soit qu'on le laisse agir, au préalable, pendant plusieurs heures, sur l'enzyme amyloclastique avant de procéder à la saccharification.

Les séries d'essais suivants sont très nettes à cet égard.

Série I. — Cinq saccharifications parallèles à 37° C. Le volume total V de chaque système = 512^{cc}5. Le flacon témoin reçoit 2^{cc}5 d'une solution à 1 % d'une amylase en poudre très active. Dans les autres, on introduit, en même temps, 10 centimètres cubes des ferments suivants en solution à 4 % : papayotine Merck, pepsine Witte, pepsine Merck I, pepsine Merck II.

Les courbes de toutes ces saccharifications sont identiques. K.10⁶ varie entre trente et cent quatre-vingts minutes, de 9060 à 11866.

(1) *Centralbl. für Bakt. und Parasitenkunde*, II. Abt., 1912, 34, p. 8.

(2) *Jahr. der Versuchs und Lehranstalt für Brauerei in Berlin*, 1911, 14, p. 69.

Série II. — 5 centimètres cubes de la solution d'amylase précédente restent en contact pendant seize heures, d'une part, avec 10 centimètres cubes d'eau, d'autre part, avec 10 centimètres cubes des solutions d'enzymes protéoclastiques mentionnées plus haut. On effectue alors cinq saccharifications parallèles en employant 7^{cc}5 des liqueurs actives. On obtient les mêmes courbes de saccharification : $K.10^6$ varie de la même façon, entre trente et cent quatre-vingts minutes, de 4010 à 6116.

Série III. — Sept portions d'un extrait de malt à 20 %, égales à 10 centimètres cubes, ont séjourné pendant toute une nuit à la température ordinaire, en mélange avec 20 centimètres cubes d'eau (témoin), ou 20 centimètres cubes d'une solution à 4 % de pepsine Merck, de pepsine Witte et de papaïne Merck, d'une part, et 20 centimètres cubes des mêmes solutions protéoclastiques bouillies et filtrées, d'autre part. Le lendemain, on a procédé à sept saccharifications parallèles, avec 10 centimètres cubes des liqueurs précédentes.

Les valeurs de $K.10^6$ ont été les mêmes dans tous les cas.

Série IV. — On a additionné de 100 centimètres cubes d'eau 1 gramme d'amylase très active en poudre, un mélange de 1 gramme de cette amylase et de 1 gramme de pepsine Witte, un mélange de 1 gramme de la même amylase et de 1 gramme de papaïne Merck. Après macération, pendant une nuit, à la température ordinaire, on opère six saccharifications, d'un côté, avec 5 centimètres cubes de ces liqueurs filtrées claires, d'autre part, avec 10 centimètres cubes des mêmes filtrats.

Les courbes de transformations sont les mêmes dans chaque groupe de trois flacons.

Série V. — On laisse macérer à 30° C., pendant vingt heures, au contact de 250 centimètres cubes d'une solution aqueuse saturée de nitrobenzine :

1 gramme d'amylase en poudre A ;

1 gramme de la même amylase A et 2^{gr}5 de papaïne Merck;

1 gramme d'amylase en poudre B;

1 gramme de l'amylase B et 2^{gr}5 de papaïne Merck.

Deux groupes de quatre saccharifications ont été exécutées ensuite, en une même série, respectivement avec 10 et 25 centimètres cubes des liqueurs filtrées claires.

On n'a pas noté de différences dans les valeurs de $K.10^6$ trouvées pour les transformations exécutées par les amylases agissant seules et par les amylases soumises à l'action de la papaïne.

On voit donc que dans un extrait de malt ou dans les diastases en poudre obtenues par l'alcool, le ferment amyloclastique est à l'état libre, du moins sans combinaison avec une protéine, tandis que dans l'albumen des céréales et du malt, la majeure partie se trouve à l'état d'un complexe inactif, associée à des protéines que la digestion par la papaïne sépare de la diastase.

B. — ACTION DE LA PEPSINE CHLORHYDRIQUE SUR L'AMYLASE.

L'inactivité de la pepsine à l'égard de l'amylase peut provenir de l'absence d'acide chlorhydrique. C'est ce que l'expérience suivante démontre.

A cause de l'action inhibante exercée par l'acide sur la diastase, j'ai opéré en présence d'une acidité chlorhydrique qui, sans annihiler l'activité du ferment amyloclastique, permet cependant aux protéases d'agir sur des flacons de fibrine du sang fraîchement préparée.

Série I. — Six saccharifications parallèles : A, B, C, D, E, F.
V = 520 centimètres cubes.

A reçoit 5 centimètres cubes d'une solution d'amylase en poudre à 0.5 %; le contenu des autres flacons est additionné en même temps de 7^{cc}5 de HCl N_{10} ; enfin C est additionné

de 12^{cc}5 d'une solution de pepsine Witte à 2 %, *D* du même volume de cette solution rendue passive par ébullition, *E* de 12^{cc}5 de pepsine Merck à 2 % active, *F* de 12^{cc}5 de la solution de cette enzyme bouillie, puis refroidie.

Voici les valeurs trouvées pour $K.10^6$:

θ en minutes.	<i>A</i> Témoin	<i>B</i> Témoin + HCl.	<i>C</i> (HCl et pepsine Witte active) et <i>E</i> (HCl et pepsine Merck I active).
30	4923	3670	2990
60	5716	3715	2965
120	6451	2135	1949
180	6230	1734	1540

D et *F* (HCl et pepsines passives) ont donné exactement les mêmes résultats que *B*.

Série II. — Quatre saccharifications parallèles : *A*, *B*, *C*, *D*.
 $V = 520$ centimètres cubes.

A reçoit 5 centimètres cubes de solution d'amylase en poudre à 0.5 %; *B* reçoit 5 centimètres cubes de solution d'amylase en poudre + 7^{cc}5 HCl $N/_{10}$; *C* reçoit 5 centimètres cubes de solution d'amylase en poudre à 0.5 % + 7^{cc}5 HCl $N/_{10}$ + 12^{cc}5 de solution de pepsine Merck à 5 %; *D* reçoit 5 centimètres cubes de solution d'amylase en poudre à 0.5 % + 7^{cc}5 HCl $N/_{10}$ + 12^{cc}5 de solution de pepsine Merck à 5 % bouillie et refroidie.

Valeurs de $K.10^6$:

θ en minutes.	A Témoin.	B (témoin + HCl). D (HCl et pepsine passive).	C (HCl et pepsine active).
30	4016	2746	1950
60	4553	2573	1571
120	5604	2134	1090
180	6230	1801	971

L'amylase libre se laisse donc digérer par une solution chlorhydrique de pepsine et, dès lors, sa nature protéique ne peut plus être mise en doute.

C. — ACTION DE L'ACIDE PHOSPHOTUNGSTIQUE
SUR L'AMYLASE LIBRE.

Si l'on traite un extrait de malt ou une solution de diastase en poudre par un égal volume d'une solution d'acide phosphotungstique à 2.5 %, l'activité du mélange devient presque nulle. Ce qui en subsiste est localisé dans le précipité formé; dans mes expériences, l'action amyloclastique de ce dernier était cependant tellement faible, que ce n'est qu'après vingt-quatre heures que l'on constatait la présence de quantités appréciables de maltose, alors que les saccharifications témoins accusaient, au bout de cent quatre-vingts minutes, une activité de $K.10^6 = 6500$. Dans une transformation opérée à 25° C., caractérisée par des valeurs de $K.10^6$ variant entre trente et cent quatre-vingts minutes, de 5923 à 5692, j'ai vu la même opération, conduite en milieu

sulfurique, donner, au bout de temps identiques, pour $K.10^6$ des nombres compris entre 3656 et 2166. L'acidité de ce milieu était $N/_{1000}$. Si, au lieu d'aciduler par H_2SO_4 , on met en œuvre, à cet effet, de l'acide phosphotungstique en quantités telles que l'acidité à l'hélianthine reste la même, K devient nul.

Le lavage, d'ailleurs très pénible, des précipités formés dans les liqueurs diastasiques par l'acide phosphotungstique ne donne que des liquides complètement inactifs. Il est donc difficile d'admettre que le réactif s'est borné à coaguler des albuminoïdes différents de la diastase, et que ces impuretés, en se déposant, auraient entraîné avec elles l'amylase. En réalité, l'acide phosphotungstique a modifié l'amylase, comme il a modifié les impuretés de nature protéique.

D. — ANALYSE DE LA PARTIE DISSOUTE D'AMYLASES LIBRES.

Pour rechercher définitivement si l'azote ou les pentosanes forment un constituant essentiel des amylases obtenues par précipitation par l'alcool, nous allons comparer la teneur en ces corps à l'activité de la préparation. Pour cela, nous n'opérons pas sur la poudre telle quelle, parce qu'elle est inégalement soluble dans l'eau et que sa composition n'est, par conséquent, pas celle de la partie soluble qui intervient dans les phénomènes de saccharification. Nos investigations ne porteront que sur la teneur en azote et en pentosanes de la matière dissoute. Le tableau suivant donne, en même temps, la quantité de cendres, l'alcalinité au méthylorange exprimée en centimètres cubes de H_2SO_4 $N/_{10}$. Tous les chiffres sont rapportés à 100 grammes de la matière sèche dissoute. Celle-ci a été déterminée, avant tout, par évaporation et dessiccation dans le vide sous exsiccateur à anhydride phosphorique. L'azote a été dosé par la méthode de Kjeldahl; pour les pentosanes, j'ai suivi la méthode adoptée par Windisch et Hase dans leurs recherches

sur la transformation de ces corps pendant la germination ⁽¹⁾. Elle consiste à chauffer la substance à étudier, avec 100 centimètres cubes d'acide chlorhydrique à 12 %, dans un ballon en relation avec un réfrigérant et à ajouter, goutte à goutte, de l'acide chlorhydrique à 12 % pour remplacer le liquide distillé. Les pentosanes se trouvent ainsi transformées en furfurol, qui passe à la distillation. On amène le liquide distillé à 400 centimètres cubes et on le traite par de la phloroglucine, qui précipite le furfurol à l'état de phloroglucide, que l'on pèse. Ce corps n'étant pas tout à fait insoluble dans l'acide, ni dans l'eau de lavage, le poids trouvé doit être corrigé de cette perte avant d'être transformé par le calcul en furfurol. On utilise, à cet effet, un diviseur différent, suivant la quantité de phloroglucide trouvée. Ce diviseur, lorsqu'on opère sur 400 centimètres cubes de liquide distillé et 150 centimètres cubes d'eau de lavage, est de 1.82 pour des quantités de phloroglucide voisines de 0^{gr}2 et 1.93 pour des quantités de 0^{gr}5 à 0^{gr}6. Le chiffre du furfurol F est transformé en pentosanes par la formule $(F - 0.0104) \times 1.88$.

Toutes mes préparations, à l'exception du n° 8, sont des amylases de malt; le n° 8 est de la taka-diastrase (amylase de l'*Aspergillus orizae*) ⁽²⁾; le n° 1 provient du n° 2, par purification avancée de celle-ci (dissolution dans l'eau et reprecipitation par l'alcool).

Toutes les valeurs de K ont été déterminées avec un volume de chaque solution active contenant exactement 0^{gr}055 de matière sèche. $V = 515$ centimètres cubes.

⁽¹⁾ *Woch. für Brauerei*, 1901, p. 93.

⁽²⁾ Cette taka-diastrase provenait de chez Merck; elle renfermait, comme impurétés, 63.9 % de glucose.

V ^B .	Azote total.	Pentosanes.	Cendres.	Alcalinité au méthylorange en centimètres cubes de H ₂ SO ₄ N/10.	Azote calculé sur 100 de matières exemptes de cendres.	K.10° à 25°		
						après 30 minutes.	après 60 minutes.	après 120 minutes.
1	11.84	4.26	9.6	1442	13.09	9446	40935	—
2	8.2	40.96	8.9	1122	9.00	8369	8996	9453
3	8.05	17.4	9.6	1155	8.90	7253	8014	8280
4	7.11	2.86	3.8	490	7.39	5740	6789	6103
5	5.25	2.004	3.5	370	5.44	1306	826	524
6	5.0	15.22	3.7	420	5.19	—	568	433
7	4.35	11.0	3.9	430	4.52	—	—	326
8	2.45	2.72	6.0	390	2.50	—	—	326

Il résulte immédiatement de ces mesures que les pentosanes ne jouent aucun rôle dans l'activité de l'amylase et qu'elles doivent être considérées comme une impureté des préparations, servant peut-être, tout au plus, d'un substratum qui augmente la résistance du ferment aux agents de destruction, y compris l'eau distillée. En général, les amylases les plus actives sont celles qui renferment le plus de matières minérales, mais une amylase riche en cendres, comme le n° 8, peut être très faible; d'autre part, les n°s 4 et 5 établissent que des préparations, dont l'activité est très différente, ne s'écartent que peu par la teneur en matières minérales. La présence de ces dernières est indispensable pour que leur complémentaire organique puisse manifester les caractères spécifiques attribués à l'enzyme, mais elles ne paraissent pas jouer d'autre rôle, sinon, peut-être, d'exercer une action protectrice contre la destruction. Sans que l'on puisse établir de rapport entre les teneurs en azote et les activités, il ressort clairement que les amylases les plus actives contiennent le plus d'azote et que les amylases les plus paresseuses en renferment le moins.

Mais il s'agit de voir si cet azote appartient bien au ferment et non aux impuretés protéiques qui l'accompagnent. En admettant que la diastase soit un hydrate de carbone, il se pourrait que les substances étrangères lui créent une ambiance d'autant plus favorable que la teneur en azote apporté par elles est plus élevée.

Remarquons tout de suite, pour ce qui concerne la réaction du milieu, que les préparations actives sont les plus alcalines au méthylorange et, par conséquent, les plus éloignées de la neutralité à cet indicateur; or, cette neutralité constitue précisément la réaction optima.

Ce n'est donc pas à cette circonstance que la diastase n° 1, par exemple, doit sa plus grande activité.

Ce n'est pas non plus aux composés qui accompagnent le ferment dans les 0^{gr}055 de matière totale mise en œuvre; celle-ci a été, en effet, diluée dans ces expériences à 515 centimètres cubes, soit dans le rapport de 1 à 93636.

D'ailleurs, si l'on compare une saccharification effectuée au moyen de la préparation n° 2 avec deux transformations exécutées parallèlement, en se servant de la même amylase agissant en présence des diastases n°s 7 et 8, bouillies, on trouve que celles-ci n'exercent ni action activante ni action inhibante sur l'enzyme active. Il en est ainsi avec des quantités des amylases n°s 7 et 8 égales à trois et quatre fois celle de la diastase n° 2.

Les mêmes préparations n°s 7 et 8, non bouillies, mises en présence, à doses suffisamment faibles (0^{sr}038 par exemple), de 500 centimètres cubes d'amidon soluble à 3 %, ne donnent, après deux heures d'action à 25° C., que des quantités de maltose indosables. Agissant en même temps avec un poids identique de la préparation n° 2, on obtient des courbes de saccharification absolument superposables à la courbe témoin. Les amylases n°s 7 et 8 doivent donc leur faible activité, non pas à la présence de substances qui, aux doses employées, déprimeraient le ferment, mais à leur pauvreté en principe agissant.

E. — TRAITEMENT DE L'AMYLASE PAR DISSOLUTION FRACTIONNÉE.

Les préparations d'amylase en poudre abandonnent à l'eau d'autant moins de matières que leur activité, rapportée au même poids de matières dissoutes, est plus grande. Ainsi, si on traite 2^{sr}5 de la préparation n° 2 par 200 centimètres cubes d'eau, on constate que 1^{sr}04 de substance se dissout; avec la préparation très faible n° 7, il se dissout, dans les mêmes conditions, 2^{sr}34 de matières.

Les composés inactifs s'accumulent plus, dans une même partie de dissolvant, que les composés actifs. On peut présumer de ce fait que, si l'on traite successivement un même poids de poudre par de petites quantités d'eau, les fractions de liquide, séparées par filtration, accuseront des teneurs différentes en impuretés et en diastase.

Il peut arriver aussi que si chaque fraction de liquide renferme la même quantité d'amylase, cette éventualité ne se présente pas pour les impuretés. Dans ce cas, si le ferment amyloclastique est une matière protéique, la teneur en azote restera également constante dans toutes les fractions. C'est ce qui se présente, comme nous allons le voir.

Expérience I. — 5 grammes de la préparation n° 3 sont traités par 20 centimètres cubes d'eau; on laisse macérer pendant dix minutes à la température ordinaire, puis on filtre rapidement dans le vide (filtrat I).

Le résidu séparé du filtrat I est traité de la même façon, avec cette différence que la macération est effectuée, pendant deux heures, à la température ordinaire (filtrat II).

La partie insoluble, laissée après séparation du filtrat II, subit le même traitement; le contact avec l'eau dure deux heures, à 30° C.

Sur chaque filtrat, on dose la matière sèche, les cendres, l'azote, les pentosanes, et l'on détermine l'activité diastasique, pour un poids de *matière dissoute* égal à 0^{gr}0282.

L'alcalinité au méthylorange, rapportée à 1 gramme de matière dissoute, était sensiblement constante pour chaque filtrat fourni.

Voici les résultats :

Filtrats.	Poids de matières dissoutes dans chaque fraction.	Pour 100 de matières dissoutes.			Azote pour 100 de matières sans cendres.
		Azote total.	Pentosanes.	Cendres.	
I	0 ^{gr} 564	9.9	19.66	5.6	10.37
II	0 ^{gr} 804	9.7	12.17	6.7	10.39
III	0 ^{gr} 560	1.0	14.00	7.1	10.76

Les trois filtrats ont la même activité : $K. 10^6$ varie de trente à cent quatre-vingts minutes, de 4966 à 6243 (6020 pour $\theta=60$).

Expérience II. — On a refait l'expérience n° I avec la préparation n° 6, en abandonnant seulement chaque macération, à la température ordinaire pendant dix minutes.

Filtrats.	Poids de matières dissoutes dans chaque fraction.	Pour 100 de matières sèches.			Azote pour 100 de matières sans cendres.
		Azote total.	Pentosanes.	Cendres.	
I	1gr408	3.38	14.40	3.97	3.54
II	1gr164	3.40	7.53	3.78	3.53
III	0gr532	3.56	5.43	5.26	3.75

L'alcalinité au méthylorange, rapportée au même poids de matières dissoutes, était sensiblement la même pour chaque fraction. $K. 10^6$ était identique pour toutes, variant de 723 à 592, entre soixante et cent quatre-vingts minutes.

La teneur en azote pour cent de matières sèches, supposées exemptes de cendres, est la même dans chaque expérience; il en est de même de l'activité diastasique. Les proportions de pentosanes varient notablement dans chacune des fractions, ce qui confirme la conclusion à laquelle nous étions arrivé dans le paragraphe précédent.

Ces résultats répondent aussi à une objection que pourrait soulever l'examen des teneurs en cendres du tableau reproduit à la page 425. Exception faite pour la taka-diastase, les préparations 1, 2, 3, les plus actives, sont les plus riches en matières minérales, et les préparations les plus paresseuses (4, 5, 6, 7) accusent la proportion de cendres la plus basse. Mais ces dernières, 4, 5, 6, 7, tout en ayant une activité très différente,

renferment sensiblement la même quantité de substances minérales. Une observation identique s'adresse au filtrat I de la préparation n° 3 et au filtrat III de la préparation n° 6. Ces filtrats, pour des teneurs en matières minérales sensiblement les mêmes, accusent des différences d'activité énormes. Rappelons enfin que la préparation n° 15 d'Osborne ne contenait que 0.66 % de cendres et que la teneur en matières minérales des amylases pancréatiques de Sherman et Schlesinger ne dépassait pas 2.6 %.

Si la partie minérale de l'amylase est donc indispensable à la manifestation des propriétés spécifiques de la complémentaire azotée, cette nécessité ne se vérifie que dans certaines limites ; au delà d'une teneur en sels peu élevée, toute augmentation de ces composés paraît être sans action. C'est un point sur lequel je reviendrai.

Quand on compare entre elles les activités des diverses préparations étudiées dans ce mémoire et leur teneur en azote, on ne trouve aucune relation entre ces deux grandeurs. Cela tient à diverses circonstances qu'il est intéressant de souligner.

J'ai démontré dans un mémoire précédent ⁽¹⁾ que l'influence exercée par la quantité de diastase mise en œuvre sur la vitesse de saccharification est exprimée par la relation $K = nF^m$, dans laquelle F est le poids de ferment agissant. Tant que les réactions étudiées suivent la loi logarithmique des transformations unimoléculaires, ce qui n'est pas le cas dans celles qui se sont présentées au cours de ce travail, $m = 1$. Si l'une de ces transformations s'écarte, à un moment donné, de la loi des masses, m est plus grand que 1, tout en restant très voisin de l'unité. Il s'ensuit que dans les saccharifications les plus rapides étudiées précédemment, les valeurs de $K \cdot 10^6$, même après trente minutes d'action, sont plus élevées que celles qui correspondent à une proportionnalité entre K et F ou entre K et le poids d'azote, si tout l'azote appartient au ferment.

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1911, p. 817.

D'autre part, dans les saccharifications les plus lentes, les valeurs de $K.10^6$ sont manifestement trop basses lorsqu'on les met en regard de la teneur en azote. C'est parce que tout cet azote a cessé d'appartenir à l'amylase. J'ai constaté, en effet, que sans que leur teneur en azote naturellement ne varie, les diastases en poudre perdent de plus en plus de leur activité par le temps. C'est le cas des amylases 5, 6, 7, qui sont préparées depuis plus de deux ans, alors que les autres ne sont âgées que de quelques mois. Leur activité n'a cessé de décroître depuis le moment de leur préparation. Il faut attribuer à une raison analogue l'accroissement assez faible du pouvoir diastasique de l'amylase n° 1, obtenue, je le rappelle, en purifiant davantage la préparation n° 2. L'augmentation de l'activité ne correspond pas à celle du taux en azote, une partie de l'amylase active étant passée à l'état inactif pendant le processus de purification.

Si nous prenons néanmoins les préparations les plus jeunes 2, 3 et 4, et si nous divisons les valeurs obtenues pour $K.10^6$, après trente minutes, par le chiffre qui indique le taux en azote pour cent de matière dissoute (azote total), nous trouvons : n° 2, 1020; n° 3, 901; n° 4, 867. En admettant que pendant les trente premières minutes de l'action, la réaction n° 4 ait suivi strictement la loi des masses, le rapport $\frac{K.10^6}{\text{azote}}$ devra être plus élevé dans 3 que dans 4, et plus élevé dans 2 que dans 3, ce que l'expérience vérifie. Pour la préparation n° 1, on obtient pour valeur du même rapport 795, parce que tout l'azote n'appartenant plus à l'amylase active, $K.10^6$ a été divisé par un nombre (11.84) trop fort.

F. — LA COMPLÉMENTAIRE AZOTÉE DE L'AMYLASE EST UN COMPOSÉ
AMPHOTÈRE.

1. L'action exercée sur l'amylase par le courant électrique nous a déjà démontré que ce ferment se comporte comme un électrolyte amphotère.

2. Je suis arrivé à la même conclusion ⁽¹⁾ lorsque j'ai suivi, en me plaçant plus spécialement au point de vue dynamique, le rôle joué par les ions H^+ et $(OH)'$ dans l'hydrolyse amyloclastique. J'ai montré que la perte d'activité constatée au cours d'une saccharification diastasique, influencée par un très léger excès d'acide ou d'alcali, constitue la résultante de trois effets principaux :

1° Accroissement d'activité dû à la disparition, sous l'influence de substances agissant comme « tampon », d'un certain nombre des ions H^+ ou $(OH)'$ mis en œuvre ;

2° Destruction irréversible d'une portion de la diastase ;

3° Immobilisation temporaire d'une autre partie de l'amylase : l'enzyme se combine, soit à l'acide, soit à la base, et contracte une combinaison dont le ferment peut être retiré, en partie intact, après neutralisation des ions H^+ ou $(OH)'$.

Il s'ensuit que la molécule d'amylase, ou plutôt sa complémentaire organique, possède un caractère amphotère et que ses propriétés spécifiques dépendent à la fois des radicaux basiques et acides qu'elle contient. En d'autres termes, elle a les caractères fonctionnels d'un amino-acide, et cet amino-acide affecte, à l'instar des albuminoïdes, l'état colloïdal.

3. Les faits suivants mettent encore très bien en évidence la fonction amino-acide de l'amylase. Si, conformément au procédé indiqué par Soerensen dans sa méthode de dosage des amino-acides, on bloque les radicaux NH_2 d'une solution diastasique par le mélange d'alcool et de formol, on note une augmentation notable de l'acidité à la phénolphthaléine.

L'accroissement rapporté à un même poids de matières dissoutes et calculé en glycocolle est d'autant plus notable que la préparation est plus active, sans qu'il soit possible cependant, pour des raisons identiques à celles qui ont été exposées à

(1) *Communication au VIII^e Congrès international de chimie appliquée, New-York, septembre 1912. — Voir Annales de la brasserie et de la distillerie, 1912, 15, 486.*

propos de l'azote Kjeldahl, d'établir de relation entre les teneurs en amino-acides et les valeurs de K.

Citons, par exemple, les quantités d'amino-acides contenues dans certaines préparations examinées précédemment. Elles sont rangées par ordre décroissant d'activité : la préparation 1 a le pouvoir diastasique le plus élevé.

Numéro des préparations (préparations de la page 425).	Amino-acides en glycocolle pour 100 de matières dissoutes.	Numéro des préparations (filtrats des pages 428-429).	Amino-acides en glycocolle pour 100 de matières dissoutes.
1.	7.16		
2.	7.06		
		3.	4.8
4.	3.93		
5.	1.92		
		6.	1.9
8.	1.33		

4. L'action exercée par une amylase passive sur une saccharification diastasique se confond en tous points avec celle que l'on note, *dans les mêmes conditions*, avec les amino-acides.

Le rôle exact joué par ces derniers vis-à-vis de la diastase est encore discuté. Alors qu'Effront, pour l'amylase du malt ⁽¹⁾, Terroine et Jeanne Weiss, pour le suc pancréatique kinasé ⁽²⁾, leur attribuent la propriété d'accélérateurs de l'action diastasique, J. S. Ford ⁽³⁾ considère cette activation comme apparente; elle proviendrait de la suppression, par l'amino-acide, d'une influence retardatrice.

(1) *Moniteur scientifique*, 1893-1895-1904.

(2) *Journ. de physiol. et de pathol. gén.*, 1912, p. 437.

(3) *Journ. Soc. of. Chem. Industry*, avril 1904.

Sans vouloir pénétrer les raisons de ces divergences, il importait cependant de se rendre compte exactement, pour les conditions expérimentales de ce travail, du mode d'action des amino-acides. J'ai essayé, à cet effet, le glyocolle et l'alanine à l'état de préparations rigoureusement pures.

Les chiffres donnés dans les séries de saccharifications qui suivent ne laissent pas subsister le moindre doute sur la nature de l'influence de ces composés.

Série I. — Six saccharifications parallèles; $V = 530$ centimètres cubes, dont 5 centimètres cubes d'un extrait de malt à 20 %; les contenus de cinq flacons reçoivent, respectivement, 5, 10, 15, 20 et 25 centimètres cubes d'une solution de glyocolle à 5 %. Courbes de saccharification identiques : $K \cdot 10^6$ varie de 6373 à 8280 entre trente et cent vingt minutes.

Série II. — Expérience identique avec alanine au lieu de glyocolle.

Mêmes résultats.

Série III. — Six saccharifications parallèles : *A, B, C, D, E, F*; $V = 540$ centimètres cubes, dont 5 centimètres cubes d'un extrait de malt à 20 %; le contenu de *B* reçoit 25 centimètres cubes d'une solution de glyocolle à 5 %; le contenu de *C* 10 centimètres cubes de $H_2SO_4 \text{ N}/_{10}$; le contenu de *D*, 10 centimètres cubes de $H_2SO_4 \text{ N}/_{10}$ et 25 centimètres cubes de solution de glyocolle; le contenu de *E*, 10 centimètres cubes de $NaOH \text{ N}/_{10}$; le contenu de *F*, 10 centimètres cubes de $NaOH \text{ N}/_{10}$ et 25 centimètres cubes de la solution de glyocolle.

Les résultats sont très nets, comme le montrent les valeurs de $K \cdot 10^6$. On voit qu'en présence des acides, le glyocolle fonctionne comme base et qu'il neutralise l'influence nuisible des ions H^+ . Au contact de $(OH)^+$, le glyocolle agit comme acide et restitue à la diastase une partie de l'activité perdue sous l'influence de l'alcali.

θ en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase et glycocolle.	C Diastase + H_2SO_4 $\text{N}/_{10}$.	D Diastase + H_2SO_4 $\text{N}/_{10}$ + glycocolle.	E Diastase + NaOH $\text{N}/_{10}$.	F Diastase + NaOH $\text{N}/_{10}$ + glycocolle.
30	5120	5120	3143	6373	0	2140
60	6343	6343	2638	7075	0	1630
120	6599	6599	2336	7342	0	1282
180	6426	6115?	2131	6426	0	1015

Série IV. — Même expérience que la précédente, mais au lieu d'extrait de malt, on utilise une solution à 1 % de diastase en poudre très active.

Les résultats sont tout aussi clairs.

θ en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase + glycocolle	C Diastase + H^+ .	D Diastase + H^+ + alanine.	E Diastase + $(\text{OH})^-$.	F Diastase + $(\text{OH})^-$ + alanine.
30	4396	4396	2336	4396	0	3296
60	4793	4743	1673	4891	0	3728
120	5590	5590	1280	6003	0	2678
180	6115	6115	996	6115	0	2592

Série V. — Même expérience que III, mais au lieu de glycocolle, on met en œuvre une solution d'alanine à 5 %.

Des conclusions identiques se dégagent des chiffres obtenus.

θ en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase + alanine.	C Diastase + H $\cdot$.	D Diastase + H $\cdot$ + alanine.	E Diastase + (OH)'.	F Diastase + (OH)' + alanine.
30	4876	4876	2883	5906	0	2236
60	5113	5113	2386	6661	0	1421
120	5874	5874	1999	6883	0	1189
180	6161	6161	1903	6161	0	850

Série VI. — Même expérience que IV, mais avec alanine au lieu de glycolle.

θ en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase + alanine.	C Diastase + H $\cdot$.	D Diastase + H $\cdot$ + alanine.	E Diastase + (OH)'.	F Diastase + (OH)' + alanine.
30	4926	4926	2406	4380	0	2986
60	5005	5005	1851	4368	0	2935
120	5809	5809	1496	5104	0	2574
180	6328	6115	1318	4971	0	2088

Le rôle de l'amino-acide, que Terroine et Jeanne Weiss ⁽¹⁾ mettent à tort en parallèle avec celui du sel, est donc bien celui qu'a envisagé J. S. Ford. Le composé amphotère protège l'amy-lase contre un excès d'ions H $\cdot$ ou (OH)'.

⁽¹⁾ *Loc. cit.*

Tous les milieux *E* sont alcalins à la phénolphtaléine; les milieux *F* sont redevenus acides à cet indicateur. La neutralisation des radicaux CO_2H appartenant à la diastase produit un composé absolument inactif; l'activité ne réapparaît partiellement que lorsque le côté acide de la molécule d'amylase est rétabli.

Dans les séries III et V, la comparaison entre les chiffres des colonnes *D* et *A* décèle une accélération en faveur de *D*; mais cet accroissement ne provient pas d'une activation due à l'acide-amino, car il aurait dû se retrouver aussi dans les milieux *B*. Il est attribuable au fait que le mélange d'amidon, de diastase, d'acide et d'acide-amino réalise un milieu presque neutre au méthylorange.

Dans les séries suivantes, on reconnaît qu'une solution étendue d'ovalbumine fraîche se comporte, dans son ensemble, comme les acides-amino. Il en est de même du blanc d'œuf coagulé : celui-ci a été employé sous forme d'une suspension assez fine pour pouvoir traverser le papier à filtrer. On s'est assuré, au préalable, que dans les conditions de ces expériences la solution d'albumine fraîche n'exerçait, par elle-même, aucune action saccharifiante.

Série VII. — Six saccharifications parallèles : *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*; $V = 530$ centimètres cubes, dont 5 centimètres cubes d'une solution à 1 % de diastase en poudre; le contenu de *B* reçoit 25 centimètres cubes d'une solution de blanc d'œuf frais; le contenu de *C*, 7^{cc}5 d'une solution de $\text{HCl } N/_{10}$; le contenu de *D*, 7^{cc}5 d'une solution de $\text{HCl } N/_{10}$ et 17^{cc}5 de la solution d'ovalbumine; le contenu de *E*, 7^{cc}5 d'une solution de $\text{NaOH } N/_{10}$; le contenu de *F*, 7^{cc}5 d'une solution de $\text{NaOH } N/_{10}$ et 17^{cc}5 de la solution d'ovalbumine.

Les résultats sont très nets.

Le rôle de tampon entre l'amylase et les ions H^+ ou $(\text{OH})^-$ est moins efficace que chez les acides-amino à poids moléculaire peu élevé, mais il n'en est pas moins net.

θ en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase + albumine.	C Diastase + H $\cdot$.	D Diastase + H $\cdot$ + albumine.	E Diastase + (OH)' $\cdot$.	F Diastase + (OH)' $\cdot$ + albumine.
30	6366	5746	4720	5100	4326	4370
60	6718	5891	3805	4178	978	4048
120	6956	6206	2336	2525	615	610
180	6217	6217	1774	1981	497	509

Série VIII. — Même expérience que la précédente, mais la solution d'albumine fraîche a été remplacée par la suspension ultrafine d'albumine coagulée.

θ en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase + albumine.	C Diastase + H $\cdot$.	D Diastase + H $\cdot$ + albumine.	E Diastase + (OH)' $\cdot$.	F Diastase + (OH)' $\cdot$ + albumine.
30	5000	3943	3390	3943	—	—
60	5360	4516	2936	3930	775	805
120	5592	5108	1995	2258	523	585
180	5702	4900	1595	1891	410	425

L'albumine coagulée protège encore l'amylase contre un excès d'ions H $\cdot$ ou (OH)' $\cdot$, mais cette protection paraît beaucoup moins efficace, parce que, à elle seule, l'albumine coagulée déprime déjà fortement l'action diastasique. Cela provient surtout d'un fort accroissement de l'acidité à la phénolphtaléine. Celle-ci, qui n'était que de 5^{cc}67 de NaOH N/10 pour les 530 centimètres cubes du liquide saccharifié, monte jusqu'à 42 centimètres cubes par l'ovalbumine coagulée.

Il est intéressant de signaler que Rosenthaler ⁽¹⁾ avait déjà observé cet effet de protection de la protéine (albumine de l'œuf) contre l'action des acides et des alcalis.

Avec une solution de peptone impure du commerce, j'ai obtenu des résultats tout aussi démonstratifs. $V = 530$ centimètres cubes dont 5 centimètres cubes d'une diastase en poudre à 1 %.

Les volumes des liqueurs acide, alcaline et protéique (solution de peptones à 10 %) sont les mêmes que dans les séries précédentes.

θ en minutes.	Diastase seule.	Diastase + peptones.	Diastase + H^+ .	Diastase + H^+ + peptones.	Diastase + $(OH)'$.	Diastase + $(OH)'$ + peptones.
30	4970	3876	3323	3530	1506	2996
60	5310	4818	3444	3806	1325	3445
120	5990	4821	2018	2294	1058	2367
180	6302	5048	1595	1659	959	1808

Nous avons vu précédemment que si l'on ajoute à une diastase active une solution d'une autre amylase rendue passive, on n'observe, de la part de celle-ci, aucune action activante ou paralysante.

Il n'en est pas de même si le ferment actif est gêné par la présence d'un excès d'ions H^+ ou $(OH)'$. Dans ce cas, la diastase passive se comporte absolument comme un amino-acide.

Série IX. — Six saccharifications parallèles *A, B, C, D, E, F*; $V = 525$ centimètres cubes dont 5 centimètres cubes d'une

⁽¹⁾ *Biochem. Zeitschr.*, 1910, **26**, p. 9.

solution à 0.5 % de la diastase en poudre n° 2; le contenu de *B*, *C*, *D*, *E*, *F* est additionné de 7^{cc}5 de HCl ^N/₁₀; *C* reçoit, en outre, 12^{cc}5 d'une solution de la diastase n° 4 rendue passive; *D*, le même volume de la diastase n° 3 passive; *E*, le même volume de la diastase n° 7 passive; *F*, le même volume de la diastase n° 8 passive.

Les liquides passifs sont obtenus en dissolvant 5 grammes de poudre active dans 25 centimètres cubes d'eau, portant à l'ébullition et filtrant. On s'est assuré au préalable que la passivité de ces liqueurs était complète.

θ en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase active + H ⁺ .	C Diastase active + H ⁺ + diastase passive 4.	D Diastase active + H ⁺ + diastase passive 3.	E Diastase active + H ⁺ + diastase passive 7.	F Diastase active + H ⁺ + diastase passive 8.
30	5160	3943	4966	5576	6066	6066
60	5960	2951	5320	5966	6673	6673
120	6946	2016	5798	7152	8025	8565
180	6217	1768	6532	6402	6532	6532

Les milieux *D*, *E*, *F* étaient absolument neutres au méthylorange, *B* et *C* acides à cet indicateur, *C* moins que *B*; *A*, légèrement alcalin au même indicateur.

Série X. — Cinq saccharifications parallèles : *A*, *B*, *C*, *E*, *F*; *V* = 525 centimètres cubes; mêmes conditions que dans la série précédente, mais 7^{cc}5 de NaOH ^N/₁₀ remplacent 7^{cc}5 de HCl ^N/₁₀.

Le milieu *F* est plus rapproché de la neutralité au méthylorange que *B*, *C*, *E*, mais un peu moins que *A*, qui est presque neutre à cet indicateur.

Les diastases passives, mieux que l'albumine coagulée, se comportent donc absolument comme les amino-acides : elles

fonctionnent à la fois comme acides et comme bases, et celles qui protègent le mieux l'enzyme active contre les ions H^+ sont aussi celles qui lui confèrent le plus de résistance aux ions $(OH)'$.

θ en minutes.	A Diastase active.	B Diastase active + $(OH)'$.	C Diastase active + $(OH)'$ + diastase passive 4.	E Diastase active + $(OH)'$ + diastase passive 7.	F Diastase active + $(OH)'$ + diastase passive 8.
30	5930	3523	4203	4710	8280
60	7323	3183	3578	3906	8876
120	7716	2137	2413	2773	8611
180	6351	1735	1839	2073	6628

Je crois avoir accumulé suffisamment de preuves du caractère amphotère de la complémentaire azotée de l'amylase. Il me reste à examiner de plus près le rôle que jouent les matières minérales et spécialement l'ion Cl' dans la réaction produite par le ferment amyloclastique.

G. — L'AMYLASE ET SA COENZYME MINÉRALE.

Nous avons vu que, si la partie minérale de l'amylase est indispensable à la manifestation des propriétés spécifiques de sa complémentaire organique, cette nécessité ne se vérifie que dans des limites étroites de concentration, et qu'au delà d'une certaine teneur en sels toute augmentation de ces composés paraît être sans action et manifester même une légère nocivité.

Cela résulte déjà, à l'évidence, des travaux qui ont examiné l'action des sels neutres sur les solutions d'amylase non soumises à une dialyse prolongée. Ainsi, Kjeldahl ⁽¹⁾ avait trouvé que le $NaCl$ ajouté à l'extrait de malt à la dose de 0.5 % dimi-

(1) *Meddelelser fra Carlsberg Laboratoriet*, édition française, 1878, p. 152.

nuait légèrement l'activité du ferment. E. C. Kendall et H. C. Sherman ⁽¹⁾, après un court exposé historique, donnent, à leur tour, les mesures des pouvoirs réducteurs qu'ils ont relevés en mettant en contact de la pancréatine commerciale et de l'amidon, dans un milieu contenant des doses croissantes de chlorure de sodium. Les chiffres publiés à la page 1089 de leur mémoire établissent, d'une façon incontestable, que si de faibles quantités de ce sel ($0^{\text{mgr}}1$ dans 100 de solution d'amidon) stimulent le ferment amyloclastique, à partir d'une certaine proportion, cet électrolyte paraît d'abord indifférent, pour devenir ensuite gênant.

Enfin Lisbonne ⁽²⁾, opérant avec l'amylase de la salive et avec celle du suc pancréatique, a observé que la quantité de chlorure de sodium capable d'activer la diastase d'une façon appréciable est extraordinairement minime : l'adjonction de 2 centigrammes de NaCl par litre à l'amylase inactivée par la dialyse, lui a restitué une partie de son pouvoir diastasique, dont elle était complètement dépourvue en l'absence de cet électrolyte.

Lisbonne mentionne ⁽³⁾ une technique aussi aisée que démonstrative, imaginée par Delezenne et Pozersky, dans des travaux restés inédits, pour étudier l'influence de certains électrolytes neutres sur l'activité des enzymes amyloclastiques, et cela sans l'emploi de la dialyse.

Cette dernière opération, pratiquée dans des sacs de collodion sur des extraits de malt et des solutions de diastase en poudre, m'ayant donné, pour les raisons que Lisbonne et Vulquin nous ont apprises ⁽⁴⁾, des résultats conformes à ceux de Bierry, j'ai essayé la technique de Delezenne et Pozersky, décrite par Lisbonne. « Cette méthode se propose d'inactiver l'amylase,

⁽¹⁾ *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1910, **32**, pp. 1087-1105.

⁽²⁾ *Sur deux conditions de milieu nécessaires à la saccharification de l'amidon*. Montpellier, 1911.

Le lecteur consultera avec intérêt l'introduction de ce travail : elle renferme un aperçu historique très complet.

⁽³⁾ *Loc. cit.*, p. 54.

⁽⁴⁾ *Comptes rendus des séances de la Société de biologie*, **72**, p. 936.

non plus en la privant de sels, mais en la diluant dans de grandes quantités d'eau distillée, ce qui produit le même résultat.

» Dans ces conditions, les électrolytes contenus dans le liquide diastasique primitif subissent une dilution telle, que leur quantité encore présente dans 1 centimètre cube, par exemple, de cette nouvelle solution diastasique peut être considérée comme pratiquement négligeable. De plus, la concentration saline diminue encore dans des proportions notables, du fait qu'on met un volume réduit de diastase diluée en présence d'un volume considérable d'empois d'amidon, préparé lui-même à l'eau distillée.

» Pratiquement, on trouve facilement le titre d'une solution dont un volume déterminé (1 à 2 centimètres cubes) reste, pour un temps donné, sans action saccharifiante vis-à-vis de l'empois d'amidon.

» On a ainsi réalisé l'inactivation d'une diastase par une méthode rapide, facile à exécuter, qui combine l'action de deux facteurs : la dilution, la déminéralisation.

» Veut-on maintenant étudier l'influence d'un électrolyte, le chlorure de sodium par exemple, sur l'activité de l'amylase ? On prépare une dilution de diastase au titre identique à la précédente, non plus dans l'eau distillée, mais dans de l'eau salée (prenons l'eau physiologique à 9 ‰ pour fixer les idées) et on fait agir le même volume de diastase (qui dans le cas précédent était inactif) sur de l'empois d'amidon fait, lui, avec de l'eau salée à 9 ‰.

» Si le chlorure de sodium est activant par l'amylase, la saccharification produite sous son influence sera appréciable par la liqueur de Fehling : la quantité de maltose formée mesurera directement son action activante. »

Appliquons cette méthode à une solution de diastase en poudre et à un extrait de malt.

P est une solution très étendue d'amylase en poudre, dans de l'eau distillée ; P' est une solution de même titre dans l'eau salée à 9 ‰. M est une solution obtenue en diluant à 100 avec de

l'eau distillée 5 centimètres cubes d'un extrait de malt; M' est une solution obtenue en diluant à 100 avec de l'eau salée à 9 ‰ 5 centimètres cubes de l'extrait de malt précédent.

Le chlorure de sodium comme tous les autres sels employés dans ce travail sont d'une pureté absolue.

10 centimètres cubes de P et 10 centimètres cubes de M sont mis en contact, en prenant les précautions habituelles, avec 500 centimètres cubes d'une solution d'amidon à 3 ‰; 10 centimètres cubes de P' et 10 centimètres cubes de M' sont mélangés avec 500 centimètres cubes d'une solution d'amidon préparée, en même temps que la précédente, avec de l'eau salée à 9 ‰.

On ne note aucune action activante de la part du sel; il déprime plutôt très légèrement l'activité, comme le démontrent les teneurs en maltose suivantes, contenues dans 102 centimètres cubes $\left(\frac{500+10}{5}\right)$ du mélange :

θ en minutes.	P	P'	M	M'
30	Traces.	Traces.	Traces.	Traces.
60	0.16	0.12	0.18	0.15
120	0.17	0.14	0.19	0.18
180	0.18	0.14	0.20	0.18

L'amylase et la solution d'amidon contiennent encore assez d'électrolytes pour permettre à la saccharification d'être visible au bout d'un temps donné; l'ajoute d'une quantité notable de sel n'augmente nullement la vitesse de la réaction.

Les mêmes conclusions se déduisent des séries d'expériences suivantes :

Série I. — Cinq saccharifications parallèles A, B, C, D, E;

V = 530 centimètres cubes dont 5 centimètres cubes d'un extrait de malt à 20 %.

Les contenus *B*, *C*, *D*, *E* reçoivent respectivement 25 centimètres cubes de solution décinormale de NaCl, KCl, CaCl₂, MgCl₂.

Les courbes de saccharification sont les mêmes dans les cinq cas. K.10⁶ varie entre trente et cent vingt minutes, de 5416 à 6590.

Série II. — Quatre saccharifications parallèles : *A*, *B*, *C*, *D*; V = 530 centimètres cubes dont 5 centimètres cubes d'un extrait de malt à 20 %. Les contenus de *B*, *C*, *D* reçoivent respectivement 25 centimètres cubes de solution décinormale de K₂SO₄, Na₂SO₄, MgSO₄.

Les courbes de saccharification sont les mêmes dans les quatre cas. K.10₆ varie entre trente et cent vingt minutes, de 5593 à 6590.

Il résulte clairement de l'ensemble des considérations émises dans ce paragraphe, que, *dans un milieu à réaction amphotère*, alcalin au méthylorange et acide à la phénolphtaléine, de minimales quantités d'électrolytes neutres sont indispensables à la manifestation des propriétés de l'amylase, mais que tout excès ne modifie en rien la vitesse de la réaction provoquée par le ferment. L'influence nulle des sels de calcium est conforme à une observation de W. von Moraczewski ⁽¹⁾, bien que l'emploi d'un *excès* de ces composés déprime, dans certaines circonstances, l'activité de l'amylase.

Les choses se passent d'une façon sensiblement différente, si le milieu dans lequel la diastase opère est acide au méthyl-orange. Dans ces circonstances, et sauf le cas où l'acide possède avec le sel un anion commun, capable de faire rétrograder l'ionisation de l'acide, le sel neutre déprime nettement l'activité de l'enzyme.

⁽¹⁾ *Pflüger's Archiv*, 1897, **69**, pp. 32-75.

Série III. — Cinq saccharifications parallèles *A, B, C, D, E*; $V = 525$ centimètres cubes dont 5 centimètres cubes d'extrait de malt à 20 %. *B* reçoit, en outre, 10 centimètres cubes de $H_2SO_4^{N/10}$; *C*, 10 centimètres cubes de $H_2SO_4^{N/10}$ et 10 centimètres cubes de $Na_2SO_4^{N/10}$; *D*, 10 centimètres cubes de $HCl^{N/10}$; *E*, 10 centimètres cubes de $HCl^{N/10}$ et 10 centimètres cubes de $NaCl^{N/10}$.

θ en minutes.	<i>A</i> Diastase seule.	<i>B</i> Diastase + H_2SO_4 .	<i>C</i> Diastase + H_2SO_4 + Na_2SO_4 .	<i>D</i> Diastase + HCl .	<i>E</i> Diastase + HCl + $NaCl$.
30	5213	3516	3393	4203	3656
60	6878	3898	3520	4538	3893
120	6049	4342	3664	4876	3817

Série IV. — Même expérience que la précédente; l'extrait de malt est remplacé par une solution de diastase en poudre à 1 %.

θ en minutes.	<i>A</i> Diastase seule.	<i>B</i> Diastase + H_2SO_4 .	<i>C</i> Diastase + H_2SO_4 + Na_2SO_4 .	<i>D</i> Diastase + HCl .	<i>E</i> Diastase + HCl + $NaCl$.
30	4660	3263	2623	4203	3836
60	5788	2773	2240	3733	3438
120	6117	2235	1865	2577	2335
180	8702	2226	1887	2535	2261

L'acide chlorhydrique, malgré qu'il soit plus ionisé que l'acide sulfurique, déprime moins l'action diastasique que ce dernier. C'est conforme à ce que j'avais déjà remarqué dans un mémoire précédent. Le sel, en milieu acide, est plus nuisible que l'acide seul; encore une fois, l'influence particulière de l'ion Cl' , qui nous échappe dans les milieux alcalins au méthylorange, se retrouve ici, puisque la vitesse des saccharifications *E* est plus grande que celle des saccharifications *C*. Il est à présumer que l'accentuation de la toxicité des ions H^+ , lorsqu'un sel neutre est en présence, résulte, au fond, d'une précipitation partielle de l'enzyme.

S'il en est ainsi, nous paralyserons davantage le ferment, si nous augmentons la concentration, en sel, du milieu dans lequel l'enzyme opère.

Série V. — Cinq saccharifications parallèles *A*, *B*, *C*, *D*, *E*; $V = 540$ centimètres cubes dont 5 centimètres cubes d'un extrait de malt à 20 %. *B* reçoit, en outre, 10 centimètres cubes de $\text{H}_2\text{SO}_4 \text{ } ^N/_{10}$; *C*, 10 centimètres cubes de $\text{H}_2\text{SO}_4 \text{ } ^N/_{10}$ et 35 centimètres cubes d'une solution saturée à 25° C. de Na_2SO_4 ; *D*, 10 centimètres cubes de $\text{HCl } ^N/_{10}$; *E*, 10 centimètres cubes de $\text{HCl } ^N/_{10}$ et 35 centimètres cubes d'une solution saturée à 25° C. de NaCl .

Les résultats sont très nets.

θ en minutes.	<i>A</i> Diastase seule.	<i>B</i> Diastase + H_2SO_4 .	<i>C</i> Diastase + H_2SO_4 + Na_2SO_4 .	<i>D</i> Diastase + HCl .	<i>E</i> Diastase + HCl + NaCl .
30	3136	1783	2230	2356	0
60	3548	2378	2960	3030	0
120	3959	2573	3273	3537	0
180	4756	2611	3236	3805	0

Série VI. — Même expérience que la précédente ; l'extrait de malt est remplacé par une solution à 1 % de diastase en poudre.

0 en minutes.	A Diastase seule.	B Diastase + H ₂ SO ₄ .	C Diastase + H ₂ SO ₄ + Na ₂ SO ₄ .	D Diastase + HCl.	E Diastase + HCl + NaCl.
30	5830	4766	2340	3046	0
60	6498	4236	4843	2971	0
120	7134	4090	4571	2284	0
180	6115	908	4500	2456	0

Toute la diastase a été précipitée dans le milieu contenant HCl + NaCl. En présence de H₂SO₄ + Na₂SO₄, malgré la précipitation qui doit s'opérer, le sel paralyse partiellement l'action nuisible de l'acide, parce que l'excès d'ions (SO₄)'' mis en œuvre diminue la concentration en ions H⁺.

Comment interpréter pour le moment tous les faits rencontrés au cours de cette étude ?

A l'instant où la diastase arrive au contact de l'amidon, le système peut être envisagé comme un émulsion complexe, dont trois phases nous intéressent : la solution électrolytique et deux phases liquides à l'état dispersé, l'amidon et la complémentaire azotée de l'amylase.

On sait que l'on considère les solutions des protéides, tels que l'albumine, la caséine, la gélatine, celles des hydrates de carbone (amidon, agar), comme des émulsion, systèmes dans lesquels la phase dispersée consiste, non en particules rigides comme chez les suspensoïdes, mais en particules liquides.

J'ai démontré que l'action diastasique débute par une combinaison d'adsorption entre le ferment et son substrat, mais cette

combinaison exige que les deux phases dispersées, amidon et complémentaire azotée de l'amylase, se dissolvent mutuellement. C'est ici qu'interviendraient les petites quantités d'électrolytes : une fois la dissolution effectuée, toute augmentation de la concentration de la solution en sels neutres ne produirait plus d'effet, à moins que le milieu ne soit acide au méthylorange ou que les concentrations salines ne soient exagérées; dans ces éventualités, la diastase se précipite.

En l'absence de tout électrolyte, l'inactivité de l'amylase proviendrait de ce que les deux phases liquides dispersées seraient incapables de se dissoudre mutuellement. L'influence spécifique de l'ion Cl' , déjà constatée par Wohlgemuth ⁽¹⁾ pour la diastase salivaire, indispensable suivant Bierry ⁽²⁾ pour que l'amylase puisse agir, en tant qu'elle se confirme, serait purement physique et résulterait de ce que son pouvoir coagulant à l'égard de l'enzyme est, comme dans le cas de l'albumine, beaucoup moins énergétique que celui du sulfate correspondant.

On sait qu'il résulte des expériences de Pauli que, lorsque le sel d'albumine est légèrement acide, la série de Hofmeister, qui indique la concentration en moles par litre des sels de sodium de différents acides nécessaires pour coaguler la même albumine, est renversée, et que l'ion Cl' est alors plus actif que l'ion SO_4'' , ce que l'expérience nous a montré.

A l'appui de cette explication ⁽³⁾, je puis encore citer l'augmentation du degré de limpidité ultramicroscopique que l'on constate, quelques instants après le mélange des solutions d'amylase et d'amidon, lorsque la réaction avec l'iode est encore franchement bleue. Il est évident que l'état du système se rapproche de celui des systèmes homogènes, dont il suit d'ailleurs les lois.

⁽¹⁾ *Loc. cit.*

⁽²⁾ *Biochem. Zeitschr.*, 1908, **9**, pp. 40-43.

⁽³⁾ *Les liquides optiquement vides de Spring et les réactions diastasiques.* (Comptes rendus du 1^{er} Congrès international de brasserie, Bruxelles, 1910.)

Cette interprétation des faits étudiés précédemment diffère de celle proposée par Wohl et Glimm ⁽¹⁾. Pour ces savants, l'amidon chargé négativement et l'amylase chargée positivement se distribueraient l'un sur l'autre. Leur explication, basée sur la charge électrique des micelles colloïdales, charge dont le signe est encore indécis, laisse dans l'ombre le rôle joué dans le phénomène par les électrolytes.

Přibram considère ceux-ci comme indispensables à la stabilité de la diastase dans son milieu de dispersion ; nous savons cependant que dès que le ferment est en contact avec l'amidon, il est adsorbé par celui-ci. La dissolution mutuelle des deux colloïdes une fois opérée, le système n'a plus besoin d'être stabilisé, puisque, pour une quantité d'amylase suffisante, l'amidon se transforme en maltose avec une rapidité extrême.

CONCLUSIONS.

1° L'examen critique des principaux travaux publiés sur la question de la nature de l'amylase nous autorise à considérer l'agent qui transforme finalement l'amidon soluble en maltose, comme étant constitué par l'association d'une matière organique azotée, colloïdale, et d'électrolytes permettant à la première d'agir comme catalyseur dans des conditions très étroites de réaction de milieu.

2° L'amylase, telle qu'elle existe dans les céréales, est différente de celle que l'on rencontre dans les solutions. Dans le premier cas, elle se trouve partiellement à l'état de zymogène insoluble, en combinaison avec des matières protéiques, attaquables par la pepsine ; dans le second cas, elle est libre et inattaquable, aussi bien par la papaïne que par la pepsine.

3° La complémentaire organique de l'amylase est digérée par une solution chlorhydrique de pepsine.

(1) *Bioch. Zeitschr.*, 1910, **27**. pp. 349-379.

4° Cette complémentaire organique se laisse modifier par l'acide phosphotungstique, comme les matières protéiques.

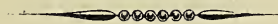
5° La matière dissoute dans les solutions diastasiques est d'autant plus active qu'elle est plus riche en azote; les pentasanes ne jouent aucun rôle dans l'activité de l'amylase.

6° La conclusion précédente est confirmée par l'examen des solutions obtenues en épuisant successivement un même poids de diastase en poudre, par de petites quantités d'eau. Cependant, dans les diastases sèches, le ferment passe lentement sous une forme inactive, de sorte que l'activité des préparations les plus vieilles est trop faible, quand on la compare à leur taux d'azote.

7° La complémentaire azotée de l'amylase possède un caractère amphotère. Elle fonctionne comme base vis-à-vis des ions H^+ et comme acide vis-à-vis des ions $(OH)'$, à l'instar de l'albumine, des peptones et de véritables amino-acides.

8° La partie minérale de l'amylase est indispensable à la manifestation des propriétés spécifiques de la complémentaire active; cette nécessité ne se montre cependant, en milieu amphotère, que dans des limites assez étroites de concentration de l'électrolyte. Au delà d'une certaine teneur en sels neutres, une augmentation notable de la concentration électrolytique reste sans action sur l'activité du ferment.

9° Dans l'état actuel de la question, tous les faits relatifs à la dynamique de la réaction produite par le ferment amyloclastique s'interprètent le mieux par les propriétés des émulsoides.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Hirschbruch et Oberarzt Marggraf. Ueber eine durch Fleischwaren verursachte Typhusepidemie. Berlin, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 623-632, fig.).

Thieringer (H.). Ueber den Nachweiss von Tuberkelbazillen im Kote von Rindern. Berlin, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 545-606).

Titze (C.). Ueber den Nachweiss von Tuberkelbazillen in den Ausscheidungen tuberkuloseverdächtiger Rinder unter besonderer Berücksichtigung der Antiforminmethode. Berlin, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 520-544).

— Die Tuberkulin-Augenprobe und die Tuberkulin-Intrakutanprobe als Mittel zur Feststellung der Tuberkulose des Rindes. Berlin, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 505-519).

— Die Haltbarkeit der in die Blutbahn eingedrungenen Tuberkelbazillen (Typus bovinus) im Blut und in der Muskulatur von Schlachtthieren und die Altersbeurteilung tuberkulöser Veränderungen. Berlin, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 609-622).

Ungermann (E.). Ueber einen wahrscheinlich auf zufälliger alimentärer Verunreinigung beruhenden Perlsuchtbazillenbefund im Auswurf. Berlin, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 633-637).

Zwick (D.) et Zeller. Bakteriologische Untersuchungen über die Tuberkulose des Pferdes. Berlin, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 483-504).

Janne (Henry). Rapport sur le mémoire de M. E. Pasquier « Sur les variations de la latitude et les déviations de la verticale ». Liège, 1912; extr. in-8° (4 p.).

-- Extension de la théorie de Laplace, due à G. Herglotz. Louvain, 1913; in-8° (35 p.).

BRUXELLES. *Jardin botanique de l'État.* Les aspects de la végétation en Belgique. Les districts flandrien et campinien. (Jean Massart.) 1912, album, in-fol.

LOUVAIN. *Université.* Annuaire, 1913, in-16.

UCCLE. *Observatoire royal de Belgique.* Annuaire météorologique pour 1913. (J. Vincent.) In-16.

de Vasconcellos (Fernando). Sur la rotation des forces autour de leurs points d'application et l'équilibre astatique. Coïmbre, 1912; extr. in-8° (89 p.).

Janet (Charles). Sur l'origine phylogénétique de la division de l'orthophyte en un sporophyte et un gamétophyte chez les cormophytes. Beauvais, 1913; extr. in-8° (7 p.).

PARIS. *Ministère de l'Instruction publique*. Mission du Service géographique de l'armée pour la mesure d'un arc de méridien équatorial en Amérique du Sud. Tome IX, Zoologie, fascicule 2 : Reptiles. Poissons. Batraciens. 1911; in-4°.

Rutgers (K.-W.). Over de voortbrenging van oppervlakken van den zesden graad door projectieve oppervlakkenbundels. Groningue, 1912; in-8° (140 p.).

Pannenberg (E.). Over de konstitutie van eenige derivaten van autoresorciën. Groningue, 1912; in-8° (70 p., fig.).

Porsild (Morten-P.). Vascular plants of West Greenland. Copenhague, 1912; extr. gr. in-8° (pp. 351 à 389, gr.).

SAN-SALVADOR. *Dirección general de estadística*. Monographies departamentales, IX : Departamento de Cuseathan. 1912; in-8°.

Posada (Andrés). Estudios científicos, con algunos otros escritos sugos sobre diversos temas. Medellín (Colombie), 1909; gr. in-8° (432 p., fig.).

Heredia (E. E.). Observaciones sobre el método crioscópico i relaciones entre los cuerpos simples. Buenos-Aires, s. d., gr. in-8° (242 p., pl.).

Sederholm (J.-J.). But et méthodes de la géographie scientifique. Helsingfors, 1912; extr. in-8° (pp. 25-42).

Association géodésique internationale. Rapport sur les travaux du Bureau central pendant les cinquante premières années de l'Association géodésique internationale. 1913, in-4°.



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 5 avril 1913.

Notification du décès de Louis Henry.	235
Félicitations à M. Paul Pelseneer, lauréat du Prix Alexandre Kowalesky . . .	236

Correspondance.

Communications relatives à l'Association internationale des Académies. — Invitation au XII ^e Congrès géologique international. — Remerciements de M. Henri Fredericq pour le Prix Gluge. — Travail à l'examen.	237
---	-----

<i>Discours prononcé aux funérailles de Louis Henry, membre de la Classe; par</i> A. de Hemptinne	238
--	-----

Rapports.

Lecture des rapports de MM. A. Lameere et V. Willem (Recherches sur les larves et les nymphes des Chironomides de Belgique; par le Dr Maurice Goetghebuer)	240
--	-----

Communications et lectures.

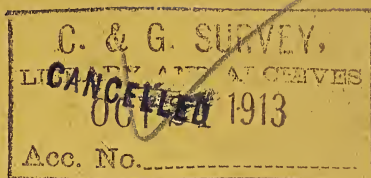
CHIMIE. — <i>Sur quelques dérivés aromatiques fluorés</i> ; par Fréd. Swarts. . . .	241
PHYSIO-PATHOLOGIE. — <i>Contribution à l'étude de l'hémolyse par les sérums</i> (deuxième communication); par P. Nolf	279
EMBRYOLOGIE ET ANATOMIE COMPARÉE. — <i>Recherches sur la structure et le</i> <i>développement du pancréas chez « Petromyzon »</i> (4 pl.); par Robert Picqué . . .	294
GÉOMÉTRIE ALGÈBRE. — <i>Sur les involutions de genre un existant sur une</i> <i>surface de genre un</i> ; par Lucien Godeaux.	310
PHYSICO-CHIMIE. — <i>Recherches thermochimiques sur la dissolution (troisième</i> <i>et quatrième notes)</i> ; par Nicolas de Kolossowsky	329, 340
MÉCANIQUE. — <i>Sur l'équipartition de l'énergie</i> (1 fig.); par E. Henriot	358
ASTRONOMIE. — <i>Éléments et principales perturbations de la planète (402)</i> <i>Chloé, calculés à l'aide des tables de M. Brendel</i> ; par F. Moreau	372
PHYSIOLOGIE. — <i>Sur l'origine musculaire du psycho-électrique</i> (3 pl.); par MM. Philippson et P. Menzerath.	378
PHYSIOLOGIE. — <i>Sur la nature myogène ou neurogène de la conduction entre</i> <i>les oreillettes et le ventricule chez le lézard et la tortue</i> (2 fig.); par Henri Fredericq	391
CHIMIE. — <i>Sur la nature de l'amylase</i> ; par Henri Van Laer	395

Bulletin bibliographique	452
------------------------------------	-----

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

A16 77
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

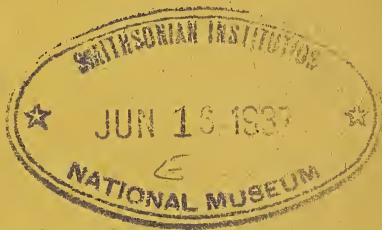
BULLETIN



DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 5



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 6 mai 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. A. RUTOR, membre, ff. de secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, Michel Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberger, A. Lameere, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, Fréd. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. de Hemptinne, V. Willem, *membres* ; J.-E. Verschaffelt, L. Dollo, Ch. Julin, G. Lecoq, L. Crismer, *correspondants*.

Absences motivées : MM. le chevalier Edmond Marchal, secrétaire perpétuel, et A. Gravis, membre.

CORRESPONDANCE.

M. Delacre accepte de rédiger la notice biographique de Louis Henry, destinée à l'*Annuaire*.

M. Vanlair remet celle qu'il a consacrée à M. V. Masius.

— Remerciements.

— M. le Ministre des Sciences et des Arts met à la disposition de la Classe des exemplaires du rapport du jury chargé de décerner le prix décennal des sciences zoologiques pour la période 1902-1911.

— Le même Ministre demande l'avis de l'Académie sur la création d'un prix spécial destiné à récompenser les travaux de géographie. Cette question, qui a déjà fait l'objet des délibérations de la Classe et de l'assemblée générale de 1912, sera portée à l'ordre du jour de la prochaine séance.

MM. Swarts et De Heen sont chargés de la rédaction du rapport qui sera adressé au Gouvernement au sujet de la publication des tables de constantes et données numériques de physique, de chimie et de technologie.

— La Commission de la *Biographie nationale* annonce que M. Henri Lonchay, délégué de la Classe des lettres, a été nommé secrétaire-trésorier en remplacement de Ferd. vander Haeghen; M. Paul Bergmans continue à remplir les fonctions de secrétaire adjoint.

— Le maire de Savigliano invite l'Académie à participer à la manifestation organisée à la mémoire de Giovanni Schiaparelli, ancien associé de la Classe.

— L'Académie des sciences de Bologne envoie le programme du concours international de biologie pour le Prix Elia de Cyon.

— Hommages d'ouvrages :

Manuel de minéralogie; nouvelle édition, par C. Malaise;

Sommaire du cours de botanique; 2^e édition;

Le rôle de l'expérimentation en géographie botanique;

La cinquantième herborisation générale de la Société royale de botanique de Belgique, par Jean Massart;

Chimères de Solanum, par Émile Marchal.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe se constitue en comité secret pour la présentation de candidatures et la discussion des titres des candidats aux places vacantes.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

La Classe vote l'impression dans les *Mémoires* in-8° d'une étude *Sur les minéraux du Vésuve*, par G. Cesàro.

Quelques réflexions à propos de la note préliminaire de M. le Professeur J. Duesberg sur « Plastosomes et substances organogènes dans l'œuf des Ascidien »,

par CHARLES JULIN.

L'intéressante communication préliminaire de M. le Prof^r J. Duesberg, que je viens d'avoir l'honneur de présenter à la Classe des sciences, me suggère quelques réflexions.

I. — M. Duesberg s'est uniquement préoccupé de rechercher, par l'étude des premiers stades du développement embryonnaire de *Ciona intestinalis*, si, dans l'ovoplasme, dépourvu de zones diversement colorées, de cet Ascidien, il existait une répartition des éléments structuraux en corrélation avec l'aspect

différent que montrent, d'après Conklin ⁽¹⁾, les zones, diversement colorées, de l'œuf de *Cynthia (Styela) partita*.

L'étude de M. J. Duesberg démontre que l'œuf, fécondé mais non segmenté, de *Ciona* : 1° présente trois zones nettement différentes, correspondant aux trois zones, diversement colorées, de l'œuf, fécondé mais non segmenté, que Conklin a décrites chez *Cynthia partita*; 2° ces trois zones sont histologiquement caractérisées par une répartition différente des éléments structuraux de l'ovoplasme : la substance fondamentale, les éléments vitellins et surtout les plastosomes.

M. Duesberg a le droit, à mon avis, de conclure que c'est la répartition de ces éléments structuraux de l'ovoplasme, et tout spécialement des plastosomes, qui constitue le trait caractéristique de l'organisation de ces zones et il est extrêmement probable que des recherches nouvelles, entreprises à l'aide des méthodes appropriées, démontreraient que dans l'œuf, fécondé mais non segmenté, de *Cynthia partita*, les trois zones que Conklin a distinguées par leurs caractères spéciaux de coloration présenteraient, en outre, une répartition des éléments structuraux de l'ovoplasme semblable, sinon identique, à celle qu'ils offrent dans l'œuf, fécondé mais non segmenté, de *Ciona intestinalis*.

J'ajouterai même que, selon toute probabilité, cette répartition est générale pour les œufs de tous les Ascidiens, me fondant, pour émettre cette hypothèse, sur les faits, dont je parlerai tantôt, que Éd. Van Beneden et moi nous avons signalés, en 1884, dans une étude sur *La segmentation chez les Ascidiens dans ses rapports avec l'organisation de la larve* ⁽²⁾.

⁽¹⁾ E. G. CONKLIN, The organisation and cell-lineage of the Ascidian-egg. (*Journ. Acad. nat. sc. of Philadelphia*, 2nd ser., vol. XIII, 1903.)

IDEM, Organ-forming substances in the eggs of Ascidiens. (*Biol. Bull. Woods Holl*, vol. VIII, 1903.)

IDEM, Mosaic development in Ascidian-eggs. (*Journ. exper. Zool. Baltimore*, vol. II, 1903.)

⁽²⁾ *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. VII, n° 5, 1884, et *Arch. de biologie*, t. V, 1884, avec 2 pl. doubles.

II. — Confirmant ensuite les données fournies par Conklin concernant la segmentation de l'œuf et la formation des ébauches primordiales chez *Cynthia partita*, M. Duesberg a établi que, chez *Ciona intestinalis* aussi, les zones de l'œuf non segmenté sont, en fait, des zones organogènes, chacune d'elles donnant naissance à une ébauche primordiale spéciale de l'embryon.

Il existe donc un déterminisme, bien nettement marqué, dans l'œuf, fécondé mais non segmenté, de ces Ascidiens, et cet œuf est manifestement « à développement en mosaïque ».

Cette conclusion est aussi, à mon avis, d'ordre général pour les œufs de tous les Ascidiens, et je me fonde encore, pour soutenir cette manière de voir, sur les faits que Éd. Van Beneden et moi nous avons signalés dans notre publication de 1884.

Dans cette publication, qui se rapportait surtout à des études poursuivies chez *Clavelina Rissoana*, mais dont nous avons confirmé les résultats par des recherches sur d'autres Ascidies simples et sociales : *Corella parallelogramma*, *Phallusia mamillata*, *Ascidia mentula*, *A. aspersa*, *Perophora Listeri*, et sur une Ascidie composée de la côte d'Ostende, appartenant très probablement au genre *Leptoclinum*, nous concluons, en effet, de l'ensemble de nos recherches : « Déjà avant le début de la segmentation, dès que la première figure karyokinétique s'est constituée, il est possible de distinguer dans l'œuf les faces latérales, antérieure et postérieure et probablement aussi les faces dorsale et ventrale de la gastrula et par conséquent de la larve. L'un des traits les plus caractéristiques de l'organisation de l'adulte, la symétrie qui le caractérise, se trouve indiqué dans l'œuf dès le moment où les premiers indices de la segmentation se dessinent ; chaque partie de l'œuf a, dès ce moment, sa destination marquée dans l'édification de l'animal qu'il doit engendrer. Le premier plan de segmentation, c'est le plan médian de l'Ascidie future. Au stade 8, les matériaux aux dépens desquels se forment les portions droite et gauche, ventrale et dorsale,

antérieure et postérieure, de la gastrula sont localisés dans des blastomères distincts qui, réunis, représentent toute la larve future. Ce sont d'abord les deux moitiés latérales qui se séparent l'une de l'autre (stade 2); puis son extrémité céphalique se sépare de son extrémité caudale (stade 4); en troisième lieu, sa moitié dorsale se sépare de sa moitié ventrale (stade 8) ⁽¹⁾. »

Ces conclusions ont été confirmées par Conklin, en 1905, pour *Cynthia (Styela) partita*.

Toutefois il convient d'ajouter que les études du savant auteur américain ont porté sur les œufs d'un Ascidien bien plus favorables que ceux des espèces étudiées, en 1884, par Éd. Van Beneden et moi, l'œuf de *Cynthia partita* montrant manifestement des zones distinctes, de colorations différentes, tandis que les œufs des espèces citées plus haut, sur lesquelles ont porté nos recherches, ont une coloration homogène, comme celui de *Ciona intestinalis*, qu'a étudié M. Duesberg.

Les arguments sur lesquels Éd. Van Beneden et moi avons basé nos conclusions, relatées plus haut, étaient donc de tout autre ordre que ceux invoqués et défendus avec succès par Conklin et par M. Duesberg; mais la concordance de nos résultats n'est que d'autant plus probante.

III. — Il résulte, enfin, des recherches de M. Duesberg que c'est dans les futures cellules musculaires de la queue de la larve que siègent, en la plus grande abondance, les plastosomes et que ces éléments sont encore nombreux dans les futures cellules neurales. Ce fait est des plus intéressants, parce que ce sont les cellules musculaires caudales et les cellules nerveuses qui, chez la larve des Ascidiens, sont le plus hautement différenciées au point de vue histologique : celles-là montrent, en effet, une couche superficielle d'innombrables myofibrilles

(1) *Loc. cit.*, p. 42 du tiré à part.

moniliformes; celles-ci renferment de nombreuses neurofibrilles. Or, il résulte des études de M. Duesberg ⁽¹⁾ sur les embryons des Oiseaux que les plastosomes jouent un rôle important dans la formation des myofibrilles, tout comme ils interviennent activement dans la formation des neurofibrilles, d'après d'autres auteurs, notamment M. Hoven.

Les plastosomes doivent être considérés comme des éléments organogènes ou mieux histogènes.

IV. — Dans la note qu'il soumet à la Classe des sciences sur l'œuf de *Ciona intestinalis*, M. Duesberg attire, avec raison, l'attention sur le fait que l'étude de la répartition des plastosomes au cours de l'ontogenèse pourrait rendre des services dans les recherches embryologiques sur la filiation des blastomères.

A ce propos, il serait, selon moi, spécialement intéressant de rechercher, à l'aide de la méthode de Benda, si bien appropriée à l'étude des plastosomes, si dans l'œuf des Tuniciers dont l'embryon est dépourvu de queue ⁽²⁾, et partant de cellules musculaires caudales, la zone abondamment pourvue de plastochondries, que montre l'œuf des Tuniciers à larve urodèle, zone qui donne naissance aux cellules musculaires de la queue, fait défaut ou bien, pour le cas où elle existerait, quelle est son étendue relative et dans quels éléments cellulaires de l'embryon elle se localise.

On sait, en effet, que cette question de l'absence de formation d'un organe caudal locomoteur chez l'embryon de certains

(1) J. DUESBERG, Les chondriosomes des cellules embryonnaires du poulet et leur rôle dans la genèse des myofibrilles, avec quelques observations sur le développement des fibres musculaires striées. (*Arch. für Zellforschung*, Bd 4, 1910.)

(2) Les Tuniciers dont l'embryon est anoure sont : les Pyrosomides, les Salpides et, parmi les Ascidiens, le genre *Anurella* notamment. Chez certaines espèces de Molgulidées, l'organe caudal est plus ou moins atrophié.

Tuniciers a suscité déjà de nombreuses recherches, et j'ai démontré récemment ⁽¹⁾ que, chez l'embryon de *Pyrosoma*, l'absence de formation de l'organe caudal trouve son explication dans le fait que chez ce Tunicier, contrairement à ce qui a lieu chez la plupart des Ascidiens, les lèvres latérales du blastopore ne se fusionnent jamais par conrescence, ce qui m'a fait dire que l'embryon de *Pyrosoma* offre à l'état constant et normal une « asyntaxie blastoporale », pour employer l'expression de M. R. Legros ⁽²⁾.

D'après mes études, chez l'embryon de *Pyrosoma*, les éléments cellulaires qui, d'après leur situation, donneraient naissance à l'organe caudal, si cet organe se formait, sont représentés par la « zone cellulaire » (*Zellenzone*) des auteurs, première ébauche du « réseau des îlots de mésenchyme » du Cyathozoïde de ce Tunicier.

(1) CH. JULIN, Recherches sur le développement embryonnaire de *Pyrosoma giganteum*. (*Zool. Jahrb. Suppt.*, XV, 2. Bd, 1912, p. 822, avec 5 pl.)

(2) R. LEGROS, Sur quelques cas d'asyntaxie blastoporale chez l'*Amphioxus*. (*Mitt. zool. Stat. Neapel*, vol. XVIII, 1907, p. 440.)

EMBRYOLOGIE. — **Plastosomes et « organ-forming substances » dans l'œuf des Ascidiens,**

par J. DUESBERG.

Note préliminaire.

Il y a quelques années, Conklin (1903, 1, 2 et 3, 1911) a publié des observations extrêmement intéressantes sur les substances dites organogènes de l'œuf des Ascidiens. Il est indispensable que je commence par résumer brièvement ces observations ⁽¹⁾.

L'œuf fécondé des Ascidiens comprend, d'après Conklin, trois zones principales (fig. 1) :

1. Une zone complètement dépourvue de vitellus, formée de granulations plus fines que les grains vitellins et nettement différentes de ceux-ci. Cette zone occupe d'abord la périphérie de l'hémisphère végétatif, que l'étude du développement ultérieur permet de considérer comme l'hémisphère dorsal. Bientôt, la plus grande partie de sa substance s'accumule au voisinage de l'équateur de l'œuf, en un point qui correspond à l'extrémité postérieure du futur embryon. Cette accumulation se présente sous la forme d'un croissant. On remarquera que la disposition de cette zone permet dès maintenant d'orienter l'œuf d'une manière rigoureuse et de lui distinguer une face dorsale et une face ventrale, une extrémité antérieure et une extrémité postérieure, une moitié droite et une moitié gauche.

Chez *Cynthia*, la zone granuleuse présente une particularité remarquable. Les fines granulations qui la constituent sont

(1) Dans cette note préliminaire, je n'exposerai pas dans tous les détails les observations de Conklin; je me bornerai à faire la comparaison entre ses résultats principaux sur la répartition des « organ-forming substances » dans l'œuf et dans l'embryon, et mes observations personnelles.

associées à un pigment jaune, soluble dans l'alcool. La présence de ce pigment permet de reconnaître la zone en question sur le frais avec une grande netteté. Aussi est-ce à cette espèce que Conklin s'est adressé de préférence pour faire l'étude du développement des Ascidiens sur l'embryon vivant.

Chez les autres espèces étudiées, cette zone se reconnaît beaucoup plus difficilement dans le matériel frais. Ainsi, chez *Ciona*, elle est complètement transparente. On la voit pourtant dans les préparations d'œufs fixés et colorés : elle apparaît dans les coupes comme un croissant entourant l'hémisphère végétatif de l'œuf, croissant formé d'une substance finement granuleuse, dépourvue de grains vitellins.

2. Au voisinage du croissant jaune, dans l'hémisphère ventral ou animal, existe une zone qui, dans l'œuf de *Cynthia*, se distingue par une coloration gris clair (clear protoplasm de Conklin). Tandis que les éléments du croissant jaune se trouvaient déjà dans le protoplasme de l'ovocyte de premier ordre, cette substance claire était, pour Conklin, enfermée dans la vésicule germinative et n'est libérée qu'au moment de la maturation ⁽¹⁾.

C'est dans cette zone claire que se déroulent les phénomènes nucléaires de la fécondation.

3. Enfin, le restant de l'œuf est occupé par les grains vitellins.

L'apparition du premier fuseau de segmentation détermine certains changements dans cette localisation. Les modifications du croissant jaune, décrites par Conklin, sont d'ordre secondaire. Celles de la couche claire sont plus importantes : elle est entraînée par le fuseau au centre de l'œuf. Il en résulte naturellement des modifications dans la disposition du vitellus.

La première division se fait de telle sorte qu'elle coupe en deux moitiés égales les trois zones de l'œuf, croissant jaune, protoplasme clair et couche vitelline. Elle donne par conséquent

(1) Cette opinion sera discutée dans le travail définitif.

deux blastomères qui sont quantitativement et qualitativement égaux (fig. 2).

Les fuseaux de la seconde division sont logés entre l'équateur de l'œuf et son pôle animal, toujours au sein du protoplasme clair. La situation du croissant jaune n'a pas changé : il occupe la partie postéro-dorsale des deux blastomères. Comme la seconde division se fait suivant un plan perpendiculaire au précédent et passant par le pôle animal de l'œuf, elle aboutit à la production de blastomères qualitativement inégaux. Deux de ces blastomères, les postérieurs, renferment du protoplasme clair, le croissant et par conséquent la plus grande partie du protoplasme jaune, et un peu de vitellus. Les blastomères antérieurs contiennent autant de protoplasme clair que les précédents, mais par contre très peu de protoplasme jaune et beaucoup de vitellus.

La troisième division se fait suivant un plan perpendiculaire aux deux précédents, qui sépare l'œuf en quatre cellules dorsales et quatre cellules ventrales (fig. 3). Cette division est aussi une division différentielle. Les deux blastomères postéro-dorsaux (cellules B4.1 de Conklin) se distinguent nettement des autres par la grande quantité de protoplasme jaune qu'ils renferment. Le vitellus est particulièrement abondant dans les deux blastomères antéro-dorsaux, le protoplasme clair dans les blastomères ventraux. On remarquera le changement de situation du protoplasme jaune, qui vient se localiser autour du noyau.

Le stade 16 est atteint par la division simultanée, ou presque simultanée, des cellules de l'hémisphère dorsal et ventral. Les cellules de l'hémisphère ventral présentent la même constitution qu'au stade précédent (fig. 5). Dans les cellules de l'hémisphère dorsal, la répartition du protoplasme jaune est en rapport avec ce qu'elle était tout à l'heure : les cellules postérieures, filles de B4.1, sont très riches en protoplasme jaune. Il faut cependant faire remarquer que la division qui leur a donné naissance est une division différentielle : la cellule médiale (B5.2) reçoit presque exclusivement du protoplasme

jaune ; l'autre (B5.1), parties égales de cette substance et de vitellus (fig. 4).

Il est inutile de poursuivre plus en détail la répartition ultérieure des différents matériaux contenus dans l'œuf. Dès ce stade, leur localisation est acquise, telle qu'elle se présentera au début de la gastrulation. D'après ce que nous venons de voir, le protoplasme clair est logé principalement dans les cellules de la moitié animale de l'œuf et dans la partie antérieure de la moitié végétative. La partie moyenne de l'hémisphère végétatif est particulièrement riche en vitellus. L'extrémité postérieure de ce même hémisphère renferme en très grande abondance le protoplasme jaune, provenant du croissant. Au cours des divisions cellulaires qui vont se succéder jusqu'à la gastrulation, la localisation de ces différentes substances, envisagée dans ses rapports avec l'œuf entier, ne se modifiera pas. Mais certaines de ces divisions seront des divisions différentielles, qui auront pour résultat de localiser dans certaines cellules, ébauches d'organes bien déterminés, les différents protoplasmes. Les cellules de l'ectoderme et du système nerveux (qui se forment aux dépens de l'hémisphère animal et de la partie antérieure de l'hémisphère végétatif) reçoivent surtout du protoplasme clair (leur coloration est pourtant légèrement différente). Les cellules de l'endoderme et de la chorde (qui se différencient aux dépens de la partie moyenne du pôle végétatif) vont être particulièrement riches en vitellus ⁽¹⁾. Enfin, le protoplasme jaune, qui occupe la moitié postérieure de cet hémisphère, est destiné aux cellules qui se forment à ce niveau, c'est-à-dire aux cellules du mésenchyme et aux cellules musculaires. Point à signaler : ces deux catégories de cellules se distinguent dans l'embryon vivant de *Cynthia* par une coloration jaune plus ou moins intense : les cellules du mésenchyme sont jaune clair, les cellules musculaires d'un jaune foncé.

(1) Sur le frais, les cellules de la chorde sont, d'après Conklin, d'un gris un peu plus clair que celles de l'endoderme.

Elles sont le produit de divisions différentielles (dont la première s'observe au passage du stade 16 au stade 32), au cours desquelles le protoplasme jaune passe en majeure partie dans la cellule musculaire. Une coupe sagittale d'une gastrula, telle que celle qui est ici figurée d'après Conklin (fig. 6), montre nettement la localisation qui vient d'être décrite. Aux stades ultérieurs, c'est-à-dire pendant la formation de la larve, les différentes espèces de cellules sont toujours reconnaissables par leur coloration, mais le processus de la gastrulation et la différenciation de la forme larvaire amènent naturellement des modifications dans leur situation.

En résumé, il résulte des observations de Conklin que *chez Cynthia*, les différents organes de la larve renferment des substances qui sont reconnaissables dans l'œuf vivant et y présentent déjà, jusqu'à un certain point tout au moins, la localisation qu'elles auront dans l'embryon.

Au cours d'un séjour que j'ai fait, l'an dernier, à Naples, sur la bienveillante proposition de l'Académie des sciences de Belgique, à laquelle je tiens à adresser à cette occasion mes bien sincères remerciements, j'ai recueilli des œufs et des embryons de *Ciona intestinalis*, depuis les premiers stades de la fécondation jusqu'à la larve complètement développée. Ce matériel fut traité en partie par la méthode d'Altmann en partie par la méthode de Benda, en vue d'étudier les plastosomes. Malheureusement, un certain nombre de cultures laissent à désirer au point de vue de la fixation, de telle sorte que je ne possède actuellement pas une série complète. Tel qu'il est, ce matériel m'a pourtant permis de constater que les différentes zones protoplasmiques décrites par Conklin dans l'œuf et l'embryon des *Ascidians* correspondent à des localisations bien déterminées de matériaux reconnaissables au microscope, et notamment à une répartition spéciale des plastosomes. Cela résulte clairement de l'examen comparatif des observations faites par Conklin sur le frais avec mes propres observations faites sur des préparations traitées par la méthode de Benda.

L'œuf fécondé de *Ciona*, traité par cette méthode, présente la constitution suivante (fig. 7) : Au voisinage du pôle végétatif, on trouve, à la périphérie de l'œuf, une couche formée de plastochondries extrêmement serrées. Par sa coloration violette, cette couche se marque avec une netteté remarquable dans les préparations. Elle se présente sous la forme d'un croissant dont les cornes atteignent l'équateur de l'œuf.

Au pôle animal se forment les globules polaires, et tout le restant de l'œuf est occupé par des grains vitellins, beaucoup plus volumineux que les plastochondries et colorés en brun ; on trouve en outre quelques plastochondries entre les grains de vitellus. Tous ces éléments sont logés dans une substance fondamentale, qui, par la méthode employée, paraît anhiste.

La structure que je viens de décrire ne présente en réalité rien de bien spécial [il suffit, pour s'en convaincre, de s'en rapporter à mon travail de 1912, dans lequel j'ai résumé toutes les observations relatives aux plastosomes de l'œuf ⁽¹⁾], mais elle est intéressante si on la compare à celle décrite par Conklin. La couche plastochondriale correspond évidemment au croissant jaune de Conklin. Cela résulte de la comparaison de leur structure, de leur forme et de leur situation dans l'œuf. En ce qui concerne ce dernier point, je ferai remarquer qu'en suivant la série des coupes d'un œuf, on peut facilement constater que la couche plastochondriale n'atteint pas son maximum d'épaisseur dans le méridien qui passe par le pôle animal, mais latéralement par rapport à ce méridien : sa situation est donc tout à fait comparable à celle du croissant jaune de *Cynthia*. Le restant de l'œuf équivaut au protoplasme gris de Conklin. On constate de plus, au voisinage de la couche plastochondriale, l'existence d'une zone claire renfermant les pronuclei : c'est le protoplasme clair de l'auteur américain.

(1) Je profite de l'occasion pour rectifier une légère erreur qui s'est glissée dans ce travail. Page 749, je décris la couche plastochondriale de l'œuf de *Ciona* comme s'étendant sur toute la périphérie de l'œuf. Comme je viens de le dire, cette couche n'occupe que l'hémisphère végétatif.

De cette observation, il résulte que dans l'œuf de *Ciona*, traité par une méthode appropriée, on peut mettre en évidence trois zones correspondant aux trois zones de Conklin : une zone riche en plastochondries, homologue du protoplasme jaune de *Cynthia*; une zone contenant peu de plastochondries et beaucoup de vitellus : le protoplasme gris; enfin, une zone dans laquelle la substance fondamentale du protoplasme est très abondante et qui ne renferme qu'un petit nombre de plastochondries et de grains vitellins : c'est le protoplasme clair de Conklin.

L'œuf au stade du premier fuseau de segmentation présenté, lui aussi, une disposition absolument superposable à celle décrite par Conklin (fig. 8). Au pôle végétatif, on trouve le croissant plastochondrial en train de se subdiviser. Le centre de l'œuf, tout autour du fuseau, montre une zone claire, presque exclusivement constituée de la substance fondamentale du protoplasme : on y voit en outre quelques plastosomes qui, apparemment sous l'influence des irradiations, se sont allongés et transformés en bâtonnets. Le vitellus est reporté à la périphérie.

La même concordance s'observe aux stades ultérieurs. Des images particulièrement démonstratives sont fournies par des œufs du stade 16. Une coupe intéressant les cellules du pôle animal (fig. 11) montre dans ces cellules une couche périphérique de vitellus et une couche périnucléaire de plastosomes : c'est exactement la disposition du protoplasme gris et du protoplasme jaune de Conklin dans ces mêmes cellules chez *Cynthia*. La répartition des substances dans les cellules du pôle végétatif est encore plus caractéristique (fig. 10). Les quatre cellules antérieures sont riches en vitellus; elles renferment de plus des plastosomes dans la situation périnucléaire du protoplasme jaune. Parmi les quatre cellules postérieures, les deux médiales (B5.2) sont criblées de plastosomes et ne renferment que quelques grains de vitellus; les deux latérales (B5.1) contiennent non seulement beaucoup de plastosomes,

mais encore de nombreux grains vitellins. Il suffit de comparer cette description à celle de Conklin, telle que je l'ai résumée plus haut, pour s'assurer de l'identité de nos observations.

L'étude d'œufs segmentés en 32 et 64 blastomères environ donne les mêmes résultats. Puis, mon matériel présente deux lacunes considérables, mais qui n'atténuent cependant pas la valeur de ma démonstration. Je ne possède, après le stade 64, que des gastrulas et des larves, qui ne devaient pas être loin d'éclore. Parmi les très nombreuses coupes de gastrulas que j'ai à ma disposition, j'en ai représenté une (fig. 12), sagittale, pour la comparer à la figure que j'ai empruntée à Conklin. Les cellules du système nerveux et de l'ectoderme ont des caractères assez voisins : les cellules nerveuses sont cependant plus pauvres en vitellus et plus riches en plastosomes (je rappelle que Conklin signale aussi une différence entre ces cellules). Les cellules de la chorde et de l'endoderme, qui, pour Conklin, présentent sur le frais une légère différence dans l'intensité du gris, apparaissent dans mes préparations avec des caractères identiques : elles sont gorgées de grains vitellins et les plastosomes y sont très rares, si rares que souvent il est difficile de s'assurer de leur présence. A l'extrémité postérieure de la larve, de grosses cellules, criblées de plastosomes, attirent l'attention : ce sont les cellules musculaires, chargées de la substance du croissant jaune, de notre couche plastochondriale. Un peu en avant de ces cellules et ventralement, on trouve un groupe d'autres éléments moins riches en plastosomes et dans lesquels la substance fondamentale du protoplasme est par suite plus abondante : les cellules du mésenchyme qui ont, d'après Conklin, la même origine que les cellules musculaires et se séparent de celles-ci par une division différentielle, au cours de laquelle les plastosomes se répartissent inégalement entre les cellules filles. (Voir plus haut.)

Ces caractères spéciaux des diverses espèces de cellules se retrouvent encore au dernier stade de ma série d'embryons. L'abondance des plastosomes dans les cellules musculaires, qui

sont maintenant localisées dans la queue, est particulièrement frappante. Si l'on veut bien se rappeler les observations que j'ai faites sur le rôle des plastosomes dans la formation des myofibrilles des Vertébrés (1909-1910), l'hypothèse d'un rôle analogue chez les Ascidiens mérite d'être sérieusement prise en considération, d'autant plus que j'ai pu, dans certaines préparations, observer une disposition régulière des plastosomes des cellules musculaires en chaînettes.

Comme on le voit, mes observations concordent jusque dans les détails avec celles de Conklin, dont les recherches, exécutées sur du matériel vivant, ont été faites avec une précision réellement remarquable. L'exactitude de la conclusion que j'indiquais en commençant l'exposé de mes observations est donc démontrée. Les différentes zones que Conklin distingue dans l'œuf et l'embryon des Ascidiens correspondent à une répartition inégale des trois éléments constituant de l'ovoplasme : substance fondamentale, plastosomes et grains de vitellus. D'après les recherches récentes sur les plastosomes, et notamment sur leur rôle dans la différenciation des tissus, c'est à ces éléments qu'il faut attribuer la valeur d'« organ-forming substances » ; et je ferai remarquer que les résultats acquis, d'une part, par ces recherches sur l'œuf des Ascidiens, d'autre part, par l'étude du sort des plastosomes dans l'ontogenèse, sont en parfaite concordance. Les plastosomes intervenant dans la différenciation des tissus, il fallait s'attendre à trouver, chez des espèces où les substances dites organogènes présentent une distribution aussi spéciale que chez les Ascidiens, une localisation correspondante des plastosomes.

L'existence de zones protoplasmiques d'aspect différent a aussi été signalée chez d'autres espèces, notamment chez *Nereis* (Wilson, 1892), chez *Myzostoma* (Driesch, 1896), chez *Asplanchna* (Jennings, 1896, cité d'après Fischel, 1903), chez *Chaetopterus* (Lillie, 1906). Il est probable que l'étude de la répartition des plastosomes dans ces œufs et dans ces embryons donnerait des résultats analogues à ceux obtenus chez *Ciona*. On pourrait aussi

se demander si des dispositions du même ordre ne se rencontreraient pas chez des espèces où l'existence de localisations cytoplasmiques n'a pas été reconnue directement jusqu'ici, mais se déduit indirectement, par exemple, de recherches expérimentales ; ainsi chez *Ilyanassa* (Crampton, 1896), *Beroë* (Fischel, 1897, 1898, 1903), *Cerebratulus* (Wilson, 1903), *Dentalium* (Wilson, 1904), etc.

La réponse à cette question n'est cependant pas nécessairement affirmative, et pour la raison suivante. Dans l'œuf des Ascidiens, la répartition des plastosomes frappe surtout par des différences *quantitatives* très nettes. La question se pose de savoir si ces différences sont réellement la seule chose importante ; en d'autres termes, la répartition des plastosomes est-elle inégale uniquement à ce point de vue, ne l'est-elle pas aussi au point de vue *qualitatif* ? Dans ce dernier cas, on conçoit fort bien que des différences dans la répartition quantitative des plastosomes puissent ne pas exister et que des recherches sur des œufs à mosaïque puissent donner des résultats négatifs, car la répartition qualitativement inégale des plastosomes est un phénomène qui échappe à l'observation microscopique. Je suis, pour ma part, tenté d'admettre qu'il y a répartition qualitativement inégale des plastosomes, et cette répartition qualitativement inégale me paraît devoir être le résultat d'une différenciation plus ou moins précoce des plastosomes, mais, en tout cas, postérieure à la fécondation, c'est-à-dire à l'action des plastosomes mâles sur les plastosomes femelles. On peut dès lors se figurer, avec Meves (1908, p. 849), que dans les œufs doués d'un pouvoir régulateur, les plastosomes persistent pendant une partie du développement à l'état indifférent et donnent aux blastomères une potentialité totale, tandis que dans les œufs à mosaïque la différenciation se produit immédiatement après la fécondation, de telle sorte que chaque blastomère reçoive des matériaux différents. Et l'on comprend ainsi l'existence de transitions entre ces deux catégories d'œufs.

Je voudrais, en terminant, indiquer que l'étude de la réparti-

tion des plastosomes au cours du développement pourrait peut-être rendre des services dans les recherches embryologiques sur la filiation des blastomères, soit par l'étude d'œufs fixés et colorés, soit même à l'aide d'une coloration vitale.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.

CONKLIN, E. G., The Organization and Cell-Lineage of the Ascidian-Egg. (*Journ. of the Acad. of Nat. Sc. of Philadelphia*, 2nd ser., vol. XIII, 1905.)

— Organ-forming Substances in the Eggs of Ascidians. (*Biol. Bull.*, vol. VIII, 1905.)

— Mosaic Development in Ascidian-Eggs. (*Journ. of exper. Zoology*, vol. II, 1905.)

— The Organization of the Egg and the Development of single Blastomeres of *Phallusia mammillata*. (*Journ. of exp. Zoology*, vol. X, 1911.)

CRAMPTON, H. E. jr, Experimental Studies on Gasteropod Development. With an Appendix of E. B. Wilson. (*Archiv für Entwicklungsmechanik*, Bd 3, 1896.)

DRIESCH, H., Betrachtungen über die Organisation des Eies und ihre Genese. (*Archiv für Entwicklungsmechanik*, Bd 4, 1896.)

DUESBERG, J., Ueber Chondriosomen und ihrer Verwendung zu Myofibrillen beim Hühnerembryo. (*Verhandl. der Anat. Gesellsch. Giessen*, 1909.)

— Les chondriosomes des cellules embryonnaires du Poulet et leur rôle dans la genèse des myofibrilles, avec quelques observations sur le développement des fibres musculaires striées. (*Arch. für Zellforschung*, Bd 4, 1910.)

— Plastosomen, « Apparato reticolare interno », und Chromidialapparat. (*Ergebnisse der Anat. und Entw.*, Bd 20, 1912.)

FISCHEL, A., Experimentelle Untersuchungen am Ctenophorenei, 1. (*Archiv für Entwicklungsmechanik*, Bd 6, 1897.)

— Experimentelle Untersuchungen am Ctenophorenei, 2. (*Archiv für Entwicklungsmechanik*, Bd 7, 1898.)

— Entwicklung und Organdifferenzierung. (*Archiv für Entwicklungsmechanik*, Bd 15, 1903.)

JENNINGS, H. S., The early Development of *Asplanchna Herrickii* de Guerne. (*Bull. Mus. Harvard College*, vol. XXX, 1896.)

LILLIE, F. R., Observations and Experiments concerning the elementary Phenomena of embryonic Developments in *Chaetopterus*. (*Journ. of exp. Zoology*, vol. III.)

MEVES, FR., Die Chondriosomen als Träger erblicher Anlagen. Cytologische Studien am Hühnerembryo. (*Arch. für mikr. Anatomie*, Bd 72, 1908.)

WILSON, E. B., The Cell-Lineage of Nereis. (*Journ. of Morphology*, vol. VI, 1892.)

— Experiments on Cleavage and Localization in the Nemertine Egg. (*Archiv für Entwicklungsmechanik*, Bd 16, 1903.)

— Experimental Studies on germinal Localization, 1 and 2. (*Journ. of exper. Zoology*, vol. I, 1904.)

EXPLICATION DES FIGURES.

Figures 1 à 6 : *Cynthia partita*, d'après Conklin, 1905. I.

FIG. 1. — Œuf fécondé (*p. a.* = pôle animal; *cr.* = croissant jaune; *pr. cl.* = protoplasme clair).

FIG. 2. — Œuf segmenté en 2 blastomères.

FIG. 3. — Œuf segmenté en 8 blastomères; vue latérale droite.

FIG. 4. — Œuf segmenté en 16 blastomères : vue du pôle végétatif.

FIG. 5. — Œuf segmenté en 16 blastomères : vue du pôle animal.

FIG. 6. — Gastrula (*ect.* = ectoderme; *end.* = endoderme; *ch.* = chorde; *s. n.* = système nerveux; *ms.* = cellules musculaires; *mch.* = cellules du mésenchyme).

Figures 7 à 12 : *Ciona intestinalis* (méthode de Benda).

FIG. 7. — Œuf fécondé, fixé dix minutes après l'addition de sperme. En bas, le pôle végétatif avec le croissant plastochondrial.

FIG. 8. — Premier fuseau de segmentation. En bas, le croissant plastochondrial (pôle végétatif) qui va se subdiviser. Autour de la figure de division, la zone claire correspondant au protoplasme clair de Conklin.

FIG. 9. — Coupe passant à travers un des blastomères d'un œuf segmenté en deux et sur le point de subir la seconde segmentation. En bas et à gauche, le croissant plastochondrial qui va passer dans le blastomère postérieur.

FIG. 10. — Œuf segmenté en seize; coupe passant à travers les cellules du pôle végétatif. Les quatre cellules postérieures sont très riches en plastosomes; dans les cellules antérieures, les plastosomes sont moins nombreux (comparer avec la figure 4).

FIG. 11. — Œuf segmenté en seize; coupe passant à travers les cellules du pôle animal. Plastosomes peu nombreux dans leur situation périnucléaire (comparer avec la figure 5).

FIG. 12. — Coupe sagittale d'une gastrula.

(Institut d'anatomie de l'Université de Liège
et Station zoologique de Naples.)

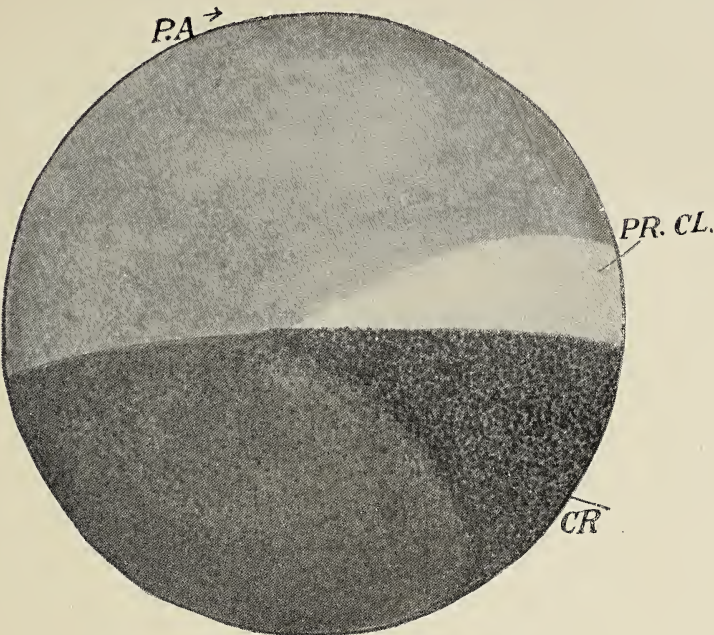


FIG. 1.

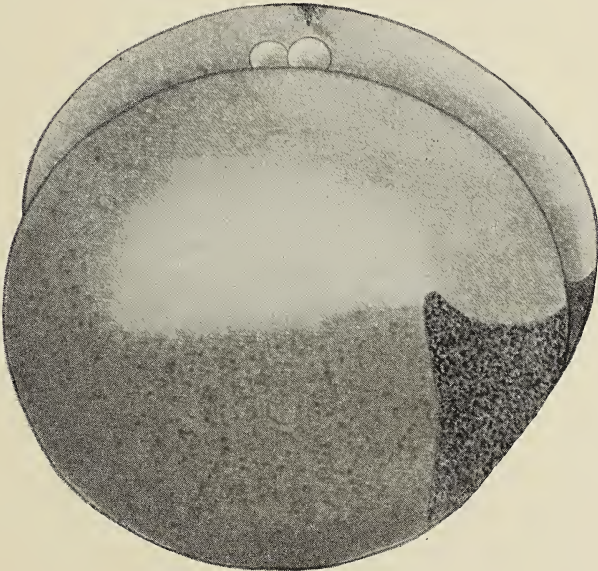


FIG. 2.

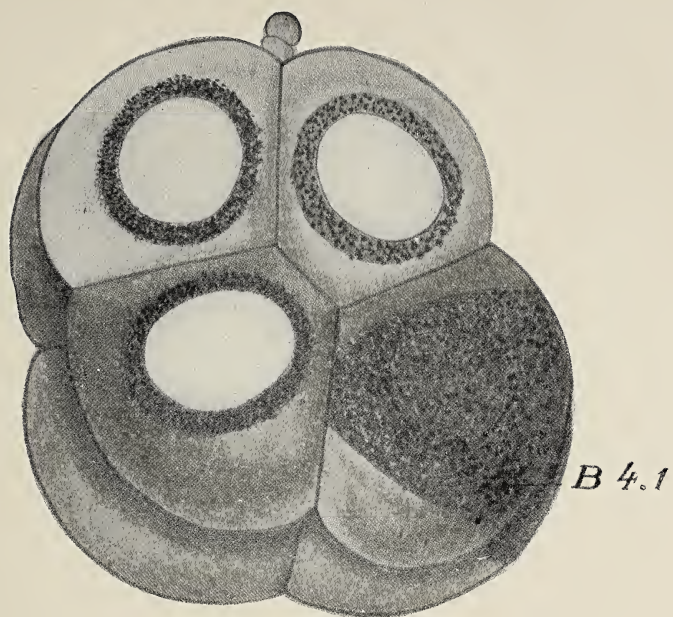


FIG. 3.

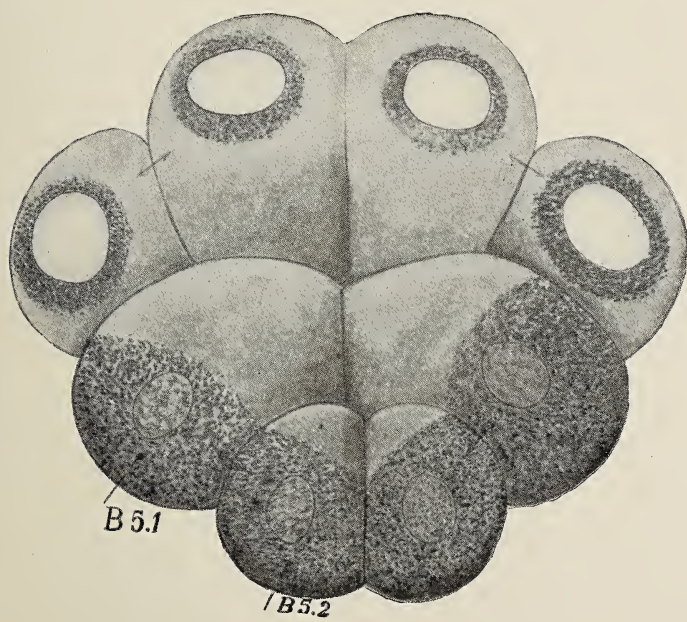


FIG. 4.

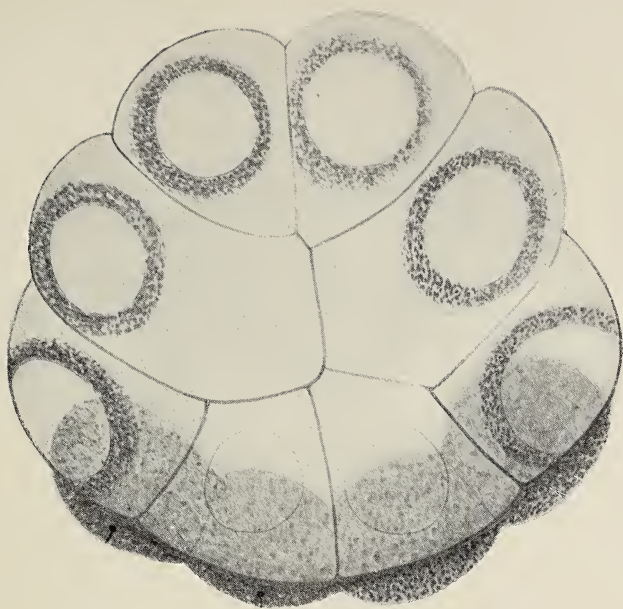


Fig. 5.

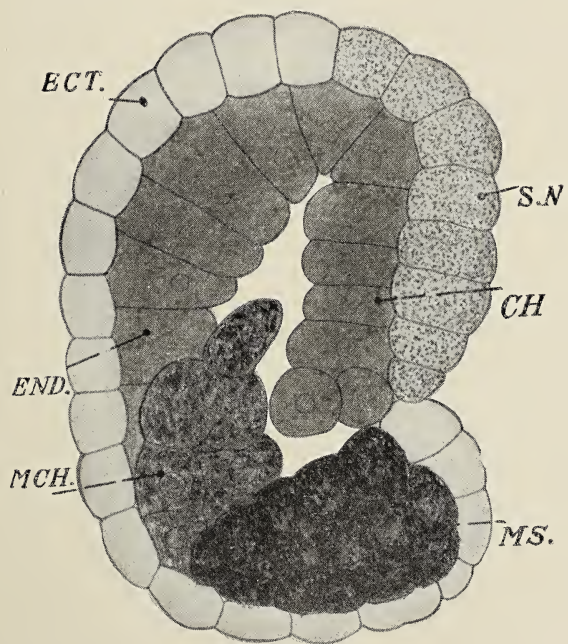


Fig. 6.

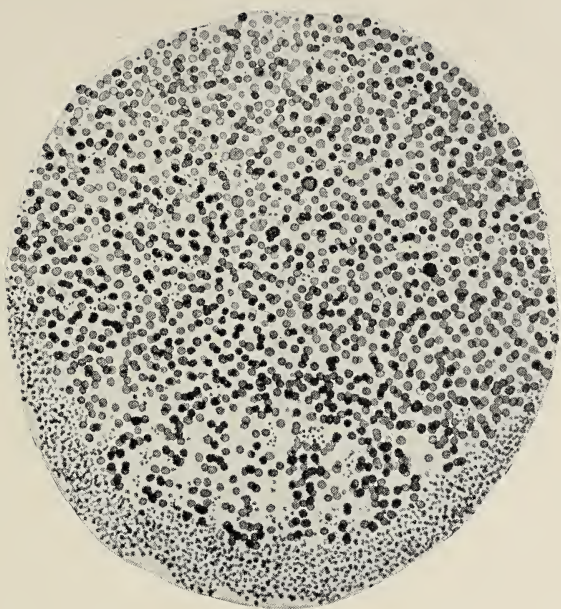


Fig. 7.

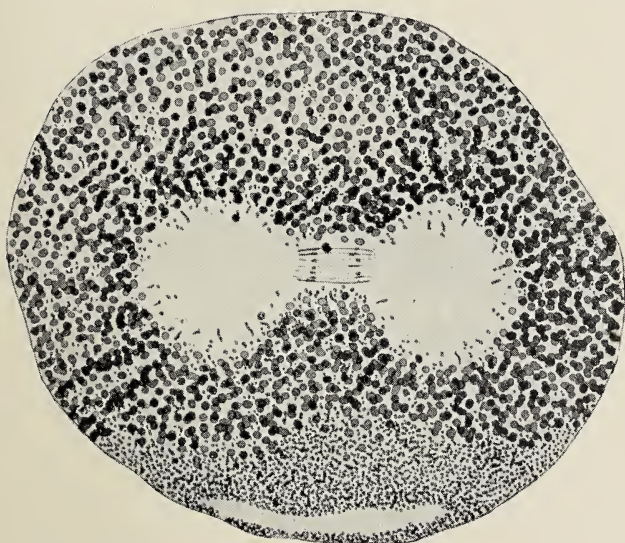


Fig. 8.

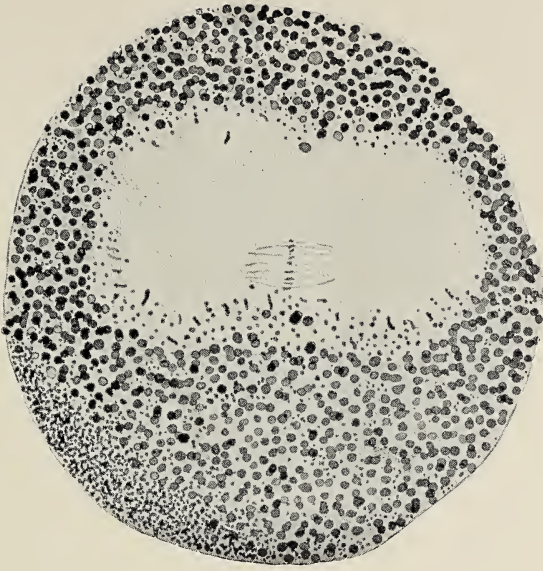


Fig. 9.

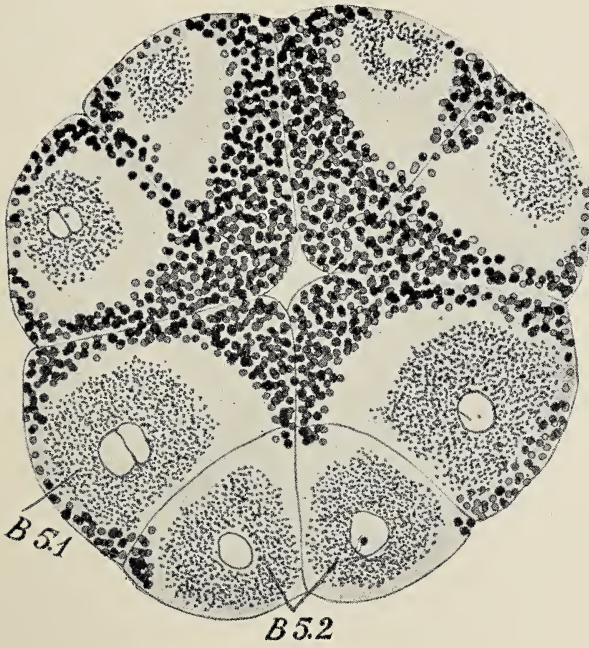


Fig. 10.

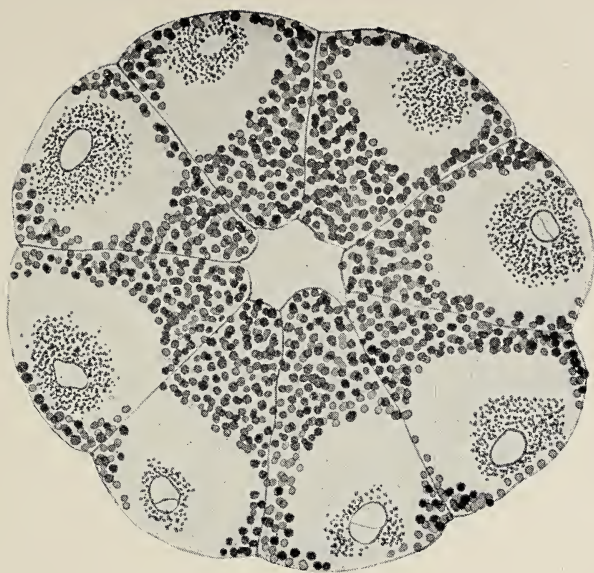


Fig. 11.



Fig. 12.

PHYSIO-PATHOLOGIE. — Contribution à l'étude de l'hémolyse
par les sérums (troisième communication),

par P. NOLF.

Le phénomène de Brand.

Peu de temps après que Ferrata eut trouvé que le complément du sérum est scindé par la dialyse en deux constituants, Brand ⁽¹⁾ démontra que le constituant compris dans la fraction globuline peut se fixer directement sur des hématies sensibilisées en l'absence du constituant contenu dans la fraction albumine, tandis que l'inverse n'est pas vrai. Il en conclut que lorsque les deux constituants sont mis simultanément au contact des hématies sensibilisées, la fixation du second (albumine) se fait par l'intermédiaire du premier (globuline). D'où le nom de *Mittelstück* à celui-ci, d'*Endstück* à celui-là.

Brand constata en outre que le *Mittelstück* peut se conserver pendant longtemps en suspension dans l'eau distillée sans se modifier, tandis qu'il subit rapidement une altération particulière dans la solution isotonique de chlorure sodique. Il y perd très vite la propriété de produire l'hémolyse en association avec l'*Endstück*, au moins dans les conditions habituelles de l'expérience, c'est-à-dire dans les essais où *Mittelstück* et *Endstück* sont ajoutés en même temps aux hématies sensibilisées. Mais si l'adjonction du *Mittelstück* précède celle de l'*Endstück* d'environ une heure, de façon à en permettre la fixation isolée, l'hémolyse a lieu. C'est à cette transformation particulière du *Mittelstück* en eau salée isotonique que l'on a donné le nom de modification ou de phénomène de Brand.

(1) BRAND, Ueber das Verhalten der Komplemente bei der Dialyse. (*Berl. klin. Woch.*, 1907, XLIV, 1075.)

Il était intéressant de rechercher si la conception qui fait de l'hémolyse une coagulation fournit une explication satisfaisante de ce phénomène. Cette conception a reçu un commencement de développement dans deux notes parues récemment ⁽¹⁾, dans lesquelles j'ai déjà pu mettre en évidence de nombreuses et profondes analogies entre la coagulation ordinaire du plasma et l'hémolyse.

La coagulation n'est pas, comme on le pense habituellement, un phénomène propre au plasma. En raison de la présence du fibrinogène dans le plasma, la coagulation s'y manifeste très explicitement par la formation d'un précipité insoluble de fibrine. En l'absence de fibrinogène dans le sérum, la coagulation n'y apparaît pas aussi nettement. Et cependant les agents thromboplastiques qui provoquent la formation de fibrine dans le plasma ne sont pas sans action sur le sérum. Un sérum qui était devenu inactif sur une solution de fibrinogène par le vieillissement, redevient très coagulant s'il a subi l'influence préalable de ces agents thromboplastiques. Ceux-ci ont produit dans le sérum la formation de thrombine. La thrombine est un complexe comme la fibrine, mais un complexe auquel il manque du fibrinogène. Elle est un complexe à deux termes, la thrombozyme et le thrombogène, alors que la fibrine est un complexe à trois termes, la thrombozyme, le thrombogène et le fibrinogène.

Il résulte de la solubilité de la thrombine que pour mettre en évidence sa formation dans un sérum, ce que l'on peut appeler la coagulation d'un sérum, il faut un réactif qui est une solution pure ou impure de fibrinogène, tandis que la coagulation d'un plasma se manifeste directement, au moment où elle se produit, par l'apparition du précipité de fibrine.

Or, tous les auteurs qui ont étudié le phénomène de Brand ont toujours extrait leur *Mittelstück* du sérum. Si, comme on pouvait le supposer *a priori*, le phénomène de Brand est sim-

(1) P. NOLF, Contribution à l'étude de l'hémolyse par les sérums. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1913.)

plement le résultat de la coagulation de la solution de globuline (*Mittelstück*), il résultait de ce mode de préparation que la coagulation devenait invisible et qu'elle ne se manifestait que par des conséquences trop indirectes, telles que le phénomène de Brand, pour être immédiatement comprises. Si les auteurs avaient préparé leur solution de *Mittelstück* au moyen de plasma, ils auraient pu constater, comme on le verra plus loin, la coïncidence du phénomène de Brand avec la formation de fibrine dans la solution de *Mittelstück*.

Comme il a été dit, la préparation du *Mittelstück* et de l'*Endstück* au moyen d'un plasma fournit deux liquides qui sont coagulables l'un et l'autre. Tous deux contiennent donc tous les éléments de la fibrine, mais de l'un à l'autre, il existe de grandes différences de stabilité. La solution de *Mittelstück* est extrêmement instable. Redissoutes dans un volume de solution isotonique de chlorure sodique égal à celui du plasma dont elles proviennent, les globulines précipitées par l'acide carbonique (*Mittelstück*) donnent une solution qui a beaucoup plus de tendance à se coaguler que le plasma originel. Au contraire, le filtrat du plasma dilué, traité par l'acide carbonique (*Endstück*), est beaucoup plus stable, après avoir été pourvu de la quantité nécessaire de chlorure sodique, que la dilution correspondante du plasma complet. On démontre de plus que les caillots produits par un même agent coagulant ou dans la solution de *Mittelstück* d'un plasma, ou dans ce plasma lui-même, ou dans l'*Endstück* de ce plasma, présentent une résistance à l'autolyse qui est minima pour le *Mittelstück*, moyenne pour le plasma, maxima pour l'*Endstück*. Or, j'ai démontré que l'autolyse du caillot est d'autant plus rapide que le milieu coagulable est plus riche en thrombozyme et plus pauvre en colloïdes hépatiques. Il faut donc conclure que le procédé qui aboutit à la séparation du *Mittelstück* d'avec l'*Endstück* a pour effet de diviser le plasma en deux fractions, qui toutes deux contiennent les mêmes éléments, mais avec accumulation de la thrombozyme dans l'une (*Mittelstück*) et accumulation des colloïdes hépa-

tiques dans l'autre (*Endstück*). Il reste maintenant à voir ce qui se passera si l'on mélange à nouveau ces deux fractions après les avoir séparées. Si la séparation est obtenue par un traitement de courte durée (15 minutes) à l'acide carbonique, à la température ordinaire, et si le mélange des deux fractions (après adjonction de la quantité nécessaire de chlorure sodique) se fait aussitôt après leur obtention, on obtient un liquide qui, au point de vue de ses qualités de coagulation et d'hémolyse, ne diffère pas sensiblement de la dilution correspondante du plasma en eau salée isotonique, traitée pendant le même temps par l'acide carbonique.

Mais il n'en va plus de même si le mélange des fractions de globuline et d'albumine n'est opéré qu'après un certain temps. Attend-on, par exemple, que la fraction globuline ait commencé à se coaguler; ce qui, à la température de 37°, ne demande d'habitude que quelques minutes, avant de l'ajouter à la fraction albumine, on voit le mélange se solidifier beaucoup plus tôt que la dilution correspondante du plasma en eau salée.

Cette particularité, très importante dans l'appréciation du phénomène de Brand, s'explique aisément si l'on admet, comme je crois l'avoir démontré, que la coagulation est un phénomène autocatalytique qui se fait lui-même des conditions favorables à sa production. L'isolement des globulines a facilité la coagulation de cette fraction, et l'adjonction de cette fraction en voie de coagulation aux albumines plus stables opère en peu de temps la gélification intégrale du mélange. En conséquence, isoler les globulines d'un plasma, leur laisser subir un début de coagulation et les mélanger aux albumines équivaut à ajouter au plasma lui-même un agent thromboplastique.

Ceci étant établi, il devient facile de comprendre le phénomène de Brand. L'hémolyse est, semble-t-il, due à la coagulation, dans l'épaisseur des stromas des hématies, des colloïdes protéiques du plasma ou du sérum. Pour qu'il y ait hémolyse, il faut que les stromas exercent sur le plasma ou le sérum une action thromboplastique et que la coagulation se produise dans

leur épaisseur. L'hémolyse est donc le résultat d'une coagulation péri- et intracellulaire, et, au début du phénomène tout au moins, la coagulation est strictement limitée à la surface et à l'intérieur des cellules. Plus tard, par suite de la diffusion des substances thromboplastiques endocellulaires autour des hématies, conséquence de l'altération de celles-ci, par suite aussi de la diminution de stabilité du liquide intercellulaire qui est la suite obligée de tout début de coagulation, le phénomène s'étend au liquide intercellulaire lui-même. La coagulation, à ce moment de l'expérience, n'est plus strictement péricellulaire, elle est devenue plasmatique. C'est alors qu'on voit le plasma, déjà teint en rouge, se solidifier. C'est alors aussi que, dans l'hémolyse par le sérum, se produit une consommation secondaire du complément (Liefmann et Cohn, 1910-1911). Mais si l'hémolyse est la conséquence d'une coagulation, dans l'épaisseur des stromas, des colloïdes protéiques d'un plasma, on prévoit très aisément que cette hémolyse sera d'autant plus complète que la fixation des colloïdes se fera plus exclusivement sur les stromas. Tout agent thromboplastique autre que les hématies, mélangé en même temps qu'elles au milieu coagulable, aura un effet empêchant sur l'hémolyse, puisqu'il tendra à distraire de celle-ci une partie du matériel coagulable. Et c'est ce qui explique pourquoi l'on empêche l'hémolyse si l'on ajoute en quantité suffisante au plasma, en même temps que les hématies, d'autres cellules (microbes sensibilisés, etc.) qui exercent aussi une action thromboplastique (phénomène de Bordet-Gengou). Cette action empêchante appartient aussi, à un haut degré, aux lipoides contenus dans les extraits alcooliques des tissus (réaction de Wassermann), ce qui n'est pas étonnant pour qui connaît l'action thromboplastique intense de ces lipoides (substances zymoplastiques d'A. Schmidt). On peut donc affirmer, en règle générale, que toute adjonction, en quantité suffisante, d'un agent thromboplastique très actif à un milieu d'hémolyse, doit s'opposer à l'hémolyse.

Or il avait été dit qu'isoler les globulines d'un plasma, les

laisser se coaguler et les mélanger aux albumines, équivaut à ajouter au plasma lui-même un agent thromboplastique. Le phénomène de Brand paraît donc ne pas être autre chose qu'un cas particulier de la règle générale qui vient d'être énoncée.

Après en avoir indiqué la nature probable, il me reste à mieux en déterminer le détail. Les expériences ont eu principalement pour but d'isoler le *Mittelstück* d'un plasma de cobaye ou de chien, de l'essayer immédiatement après sa dissolution en eau salée isotonique et après qu'il se fût coagulé.

En voici un exemple :

Le *Mittelstück* est préparé au moyen d'un plasma oxalaté de chien dilué dans quatre volumes d'eau distillée, soumis pendant une demi-heure à un courant d'acide carbonique. Il est redissous à 16°35^m dans un volume de solution isotonique de chlorure sodique égal à celui du plasma dont il provient. La solution est divisée en deux parties, dont l'une est mise dans de la glace fondante et l'autre placée dans un bain-marie à 38°. Le *Mittelstück* placé à 0° commence à se coaguler à 18°40^m. Le *Mittelstück* mis à 38° est coagulé à 16°45^m. Les milieux d'hémolyse sont laissés deux heures à 37°.

On peut voir que le *Mittelstück* subit à 38° beaucoup plus rapidement la modification de Brand qu'à 0°, ce que l'on savait déjà, mais l'expérience établit, en outre, une certaine corrélation entre la coagulation du *Mittelstück* et le phénomène de Brand. Cette corrélation semble à première vue ne pas être absolue, en ce sens qu'un *Mittelstück* qui est encore complètement fluide, qui paraît donc n'avoir pas encore subi les effets d'une coagulation, même débutante (comme après quarante et septante minutes de séjour à 0° dans l'expérience précédente), se comporte déjà, au moins aux concentrations supérieures, comme s'il était modifié ⁽¹⁾. Mais il y a lieu de se demander si le moment où apparaît

(1) Plusieurs auteurs ont attribué une action antihémolytique aux concentrations élevées du *Mittelstück* non modifié. En raison de la rapidité avec laquelle s'établit le phénomène de Brand, il y a lieu de se demander si les résultats qui appuient

TABLEAU I.

ENDSTUCK de plasma de chien diliné à 1/g.	MITTELSTUCK à 16h35 ^m .	MITTELSTUCK laissé 40 minutes à 38°.	MITTELSTUCK laissé 40 minutes à 0°.	MITTELSTUCK laissé 70 minutes à 0°.	MITTELSTUCK laissé 48 heures à 0°.	SOLUTION isotonique de chlorure sodique.	SÉRUM lapin mouton.	HÉMATIES de mouton.	RESULTS.
e. c. 0.2	e. c. —	e. c. —	e. c. —	e. c. —	e. c. —	e. c. 0.75	e. c. 0.01 (2 unités)	e. c. 0.05	Pas d'hémolyse.
0.2	0.2	—	—	—	—	0.55	0.01	0.05	Hémolyse complète.
0.2	0.1	—	—	—	—	0.65	0.01	0.05	Hémolyse forte.
0.2	0.05	—	—	—	—	0.7	0.01	0.05	Hémolyse forte.
0.2	—	0.2	—	—	—	0.55	0.01	0.05	Pas d'hémolyse.
0.2	—	0.4	—	—	—	0.65	0.01	0.05	Trace d'hémolyse.
0.2	—	0.05	—	—	—	0.7	0.01	0.05	Hémolyse très faible.
0.2	—	—	0.2	—	—	0.55	0.01	0.05	Pas d'hémolyse.
0.2	—	—	0.1	—	—	0.65	0.01	0.05	Hémolyse moyenne.
0.2	—	—	—	—	—	0.7	0.01	0.05	Hémolyse forte.
0.2	—	—	—	0.2	—	0.55	0.01	0.05	Pas d'hémolyse.
0.2	—	—	—	0.4	—	0.65	0.01	0.05	Hémolyse moyenne.
0.2	—	—	—	0.05	—	0.7	0.01	0.05	Hémolyse forte.
0.2	—	—	—	—	0.2	0.55	0.01	0.05	Pas d'hémolyse.
0.2	—	—	—	—	0.4	0.65	0.01	0.05	Trace d'hémolyse.
0.2	—	—	—	—	0.05	0.7	0.01	0.05	Hémolyse très faible.

le premier voile de fibrine indique bien le début de la coagulation, si celle-ci ne comprend pas un premier stade dans lequel de la fibrine est déjà formée, mais non encore insolubilisée. Il faut se le demander d'autant plus que si le phénomène de Brand s'ébauche déjà avant l'apparition de la fibrine, s'il ne paraît donc pas y avoir de superposition chronologique absolue entre les deux phénomènes à leur début, cette superposition devient rigoureuse dans les moments qui suivent. En effet, on peut poser en règle générale qu'un *Mittelstück* de chien, préparé comme il vient d'être dit, a subi la modification de Brand dès le moment où il a donné un caillot.

Ce point étant bien établi, il était intéressant de reprendre, par des expériences plus précises, l'examen du phénomène à son début. Si réellement la coagulation débute avant l'apparition des premiers voiles de fibrine, elle doit produire dans le milieu qui va se solidifier une transformation caractérisée essentiellement par une diminution de la stabilité. Cette diminution de la stabilité peut être mise en évidence : il suffit d'ajouter de petites quantités du *Mittelstück*, au moment où il vient d'être préparé et au moment où il commence à subir la modification de Brand, à un milieu coagulable stable. Si réellement la modification de Brand est due à une coagulation débutante, mais non encore visible, le *Mittelstück* modifié devra coaguler le milieu coagulable en un temps plus court que le *Mittelstück* intact. Les expériences faites dans le but d'éprouver cette présomption, la vérifièrent constamment. Le milieu coagulable employé fut ou une solution d'*Endstück* (de plasma), ou une solution de fibrinogène, additionnées d'une petite quantité de chlorure calcique.

cette opinion ne sont pas attribuables, au moins en grande partie, à un début de modification de Brand. Dans les expériences où je m'attachais particulièrement à employer le *Mittelstück* aussitôt après sa préparation, je n'ai jamais constaté d'influence antihémostatique des fortes concentrations de *Mittelstück*.

Voici un exemple :

TABLEAU II.

Mittelstück au moment de la préparation.

ENDSTUCK de plasma de chien à 1/5.	MITTELSTUCK venant d'être préparé.	SOLUTION isotonique de chlorure sodique.	SÉRUM lapin mouton.	HÉMATIES de mouton.	RÉSULTATS.
c. c. 0.1	c. c. 0.2	c. c. 0.65	c. c. 0.01 (2 unités).	c. c. 0.05	Hémolyse complète.
0.1	0.1	0.75	0.01	0.05	Id.
0.1	0.05	0.8	0.01	0.05	Id.

SOLUTION diluée fibrinogène.	MITTELSTUCK venant d'être préparé.	SOLUTION de chlorure calcique à 4.14 %.	RÉSULTATS.
c. c. 2	c. c. 0.2	c. c. 0.05	Coag. débute après 18 m., s'achève après 29 m.
2	0.1	0.05	» » 27 m., » 40 m.
2	0.05	0.05	» » 30 m., » 40 m.

Mittelstück mis à 35° depuis treize minutes, non encore coagulé.

La coagulation débute après quatorze minutes.

ENDSTUCK de plasma de chien à 1/5.	MITTELSTUCK préparé depuis 13 minutes.	SOLUTION de chlorure sodique.	SÉRUM lapin mouton.	HÉMATIES de mouton.	RÉSULTATS
c. c. 0.1	c. c. 0.2	c. c. 0.65	c. c. 0.01	c. c. 0.05	Hémolyse faible.
0.1	0.1	0.75	0.01	0.05	Hémolyse moyenne.
0.1	0.05	0.8	0.01	0.05	Hémolyse forte.

SOLUTION de fibrinogène.	MITTELSTUCK préparé depuis 43 minutes.	SOLUTION de chlorure calcique.	RÉSULTATS.
c. c. 2	c. c. 0.2	c. c. 0.05	Coag. débute après 5 m., s'achève après 16 m.
2	0.1	0.05	» » 10 m., » 16 m.
2	0.05	0.05	» » 16 m., » 26 m.

Mittelstück mis à 35° depuis vingt-six minutes, complètement coagulé.

ENDSTUCK de plasma de chien à 1/5.	MITTELSTUCK préparé depuis 26 minutes.	SOLUTION de chlorure sodique.	SÉRUM lapin mouton.	HÉMATIES de mouton.	RÉSULTATS.
c. c. 0.1	c. c. 0.2	c. c. 0.65	c. c. 0.01	c. c. 0.05	Trace d'hémolyse.
0.1	0.1	0.75	0.01	0.05	Trace d'hémolyse
0.1	0.05	0.8	0.01	0.05	Hémolyse très faible.
0.1	—	0.85	0.01	0.05	Hémolyse faible.

SOLUTION de fibrinogène.	MITTELSTUCK préparé depuis 26 minutes.	SOLUTION de chlorure calcique.	RÉSULTATS.
c. c. 2	c. c. 0.2	c. c. 0.05	Coag. débute après 18 m., achevée le lendem.
2	0.1	0.05	» » 2 h., » »
2	0.05	0.05	» » 2 h., » »

Dans cette expérience, on voit, comme d'habitude, le phénomène de Brand s'ébaucher avant l'apparition du premier voile de fibrine dans le *Mittelstück*. Mais à ce moment, il s'est déjà fait une transformation des conditions de stabilité du *Mittelstück*, qui se traduit très nettement par une augmentation considérable de son pouvoir coagulant sur la solution de fibrinogène.

Quand la coagulation est achevée, le phénomène de Brand a pris son entier développement, c'est-à-dire que non seulement le *Mittelstück* ne favorise plus l'hémolyse, mais qu'il empêche à toute concentration l'action hémolytique que l'*Endstück* ⁽¹⁾ pourrait exercer par lui-même sur les hématies sensibilisées. A ce moment, on constate assez souvent, au moins dans les solutions du *Mittelstück* de chien à $\frac{1}{5}$ qui ont été exposées à des températures de 35° à 40°, une forte diminution du pouvoir coagulant sur les solutions de fibrinogène. La coagulation est tardive et les caillots obtenus sont grêles, ils ont l'aspect de voiles minces ou de flocons. Il est probable que, à cette température, la thrombine ne reste libre que pendant peu de temps dans la solution de *Mittelstück* et qu'elle s'y transforme rapidement en métathrombine.

Ces essais fournissent une confirmation très intéressante de l'opinion qui assimile l'hémolyse à une coagulation. De plus, ils ont l'avantage de donner une explication simple de cette transformation si particulière du *Mittelstück* qui a été décrite par Brand. Hecker (1907), qui a bien étudié ce phénomène, l'attribue à une augmentation de l'affinité du *Mittelstück* modifiée pour l'*Endstück*. Il admet de plus qu'après s'être uni à l'*Endstück*, le *Mittelstück* a perdu tout ou partie de son affinité pour l'hématie sensibilisée. Cette opinion, ainsi formulée, a le mérite de mettre en relief certaines des particularités du phénomène, dont elle n'est cependant pas une véritable explication, puisqu'elle ne

(1) L'*Endstück* préparé aux dépens d'une dilution $\frac{1}{5}$ de plasma de chien hémolyse régulièrement, à la concentration convenable, les hématies sensibilisées de mouton.

dit pas comment ni pourquoi ces modifications d'affinité se produisent.

Et cependant, il est bien vrai que la modification de Brand consiste essentiellement en une augmentation de l'affinité du *Mittelstück* pour l'*Endstück*. Le *Mittelstück* en voie de coagulation se charge de centres de coagulation. Introduit à ce moment dans l'*Endstück*, il en provoque la solidification rapide, de telle façon que la coagulation de l'*Endstück*, au lieu de se faire exclusivement dans l'épaisseur du stroma des hématies, s'opère partout dans le liquide ambiant. Une fois constituées dans le liquide ambiant, les micelles de fibrine soluble qui auraient désorganisé les stromas globulaires si elles s'étaient constituées de toutes pièces dans leur épaisseur, ne peuvent plus pénétrer dans l'hématie, probablement à cause de leurs dimensions trop considérables. Les pores de l'hématie peuvent livrer passage aux constituants isolés de l'hémolysine, ils ne laissent pas entrer le complexe issu de l'union de tous ses constituants.

Cette explication éclaire les diverses particularités du phénomène. Elle permet de comprendre pourquoi un *Mittelstück* qui a subi la modification de Brand et qui ne produit plus l'hémolyse quand on l'ajoute en même temps que l'*Endstück* à des hématies sensibilisées, est parfaitement capable de la produire si on le laisse agir d'abord isolément sur les hématies avant d'ajouter l'*Endstück*. Elle rend compte aussi de l'avantage qu'il y a à employer de faibles doses d'anticorps et à ne pas sensibiliser les hématies à l'avance dans les expériences qui ont pour but de mettre en évidence la modification de Brand, puisque ce phénomène se marquera d'autant mieux que l'action thromboplastique des hématies sera plus faible comparativement à celle du *Mittelstück* modifié.

Enfin, elle permet de comprendre pourquoi le *Mittelstück* obtenu après dilution plus forte du sérum (dilution $1/10$ à $1/20$) ne subit pas aussi facilement la modification de Brand que le *Mittelstück* obtenu après dilution plus faible (Thomsen et Leschly, 1911). Il résulte de ce qui a été dit que le phénomène

de Brand aura d'autant plus de netteté que la coagulation du *Mittelstück* sera plus rapide et plus complète. Or, on démontre facilement qu'un *Mittelstück* isolé d'un plasma a d'autant plus de tendance à se coaguler qu'il provient d'une dilution plus faible de ce plasma.

Il reste à examiner, pour finir, comment il convient d'interpréter une expérience dont le résultat paraît contredire directement la précédente explication. Persuadé, il y a déjà plus d'un an, de l'existence d'un lien de causalité entre la coagulation du *Mittelstück* et le phénomène de Brand, je m'étais dit qu'en empêchant la coagulation, j'évitais la production du phénomène de Brand. Le moyen le plus facile d'empêcher la coagulation d'un plasma est de lui ajouter une petite quantité d'un oxalate alcalin. Au lieu de redissoudre le *Mittelstück* dans une solution isotonique de chlorure sodique, j'employai comme solvant ce liquide additionné de 1.5 ‰ d'oxalate sodique. A cette époque, je laissais la modification de Brand s'opérer lentement à 0°. Il a été dit que, dans ces conditions, le phénomène de Brand peut précéder d'assez longtemps l'insolubilisation de la fibrine. Or, les expériences faites dans ces conditions montrèrent que la modification de Brand apparaissait aussi rapidement dans les milieux oxalatés que dans les milieux sans oxalate.

Il fallait donc conclure qu'un moyen qui empêche la coagulation ne s'oppose pas au phénomène de Brand. A vrai dire, j'avais déjà noté alors que les milieux oxalatés finissaient par se coaguler à 0° comme les milieux non oxalatés. Mais comme cette coagulation était tardive et se faisait très lentement, par dépôts successifs de fibrine, je n'en avais pas compris la signification.

Depuis, des essais faits à 37° montrèrent qu'à cette température, la coagulation du *Mittelstück* s'opère en quelques minutes, même en milieu oxalaté. Mon attention fut dès lors attirée sur cette importante particularité. On sait que lorsqu'un

plasma de vertébré est additionné au sortir de la veine d'assez d'oxalate pour que ses sels de calcium soient intégralement précipités, il est rendu complètement et définitivement incoagulable. D'autre part, il a été établi depuis longtemps par Hammarsten que la coagulation du fibrinogène par la thrombine se fait parfaitement en milieu oxalaté. On a interprété cette double donnée expérimentale en disant que la présence de l'ion calcium est nécessaire à la production de la thrombine, mais qu'elle est inutile à l'action de la thrombine sur le fibrinogène. On a supposé en outre que la thrombine n'existe pas dans le plasma. Pour les uns, elle y est représentée par une substance mère unique, la prothrombine; pour les autres, par un groupe de substances dont l'union produit la thrombine en présence de calcium. J'ai signalé ⁽¹⁾ deux exceptions aux règles qui viennent d'être énoncées : du plasma oxalaté de bœuf, qui reste indéfiniment fluide à la température ordinaire, fournit un caillot fibrineux important quand on le chauffe à des températures allant de 40° à 56°; du plasma fluoré de chien, qui reste fluide à la température ordinaire (faute de calcium), donne des voiles fibrineux à la température de 0°. J'en avais conclu qu'il est inexact de dire de façon absolue que le calcium est indispensable à la coagulation d'un plasma. Cette restriction pouvait reconnaître deux causes : ou bien la thrombine peut, dans des conditions exceptionnellement favorables, se former aux dépens des substances mères, même en l'absence de calcium, ou bien le plasma circulant des Vertébrés contient de la thrombine préformée. Il est difficile, dans l'état actuel de nos connaissances, de choisir entre les deux interprétations.

La présence d'une faible quantité de thrombine dans le plasma circulant n'a rien d'impossible. Elle s'accorde avec ce

(1) P. NOLF, Le plasma oxalaté peut se coaguler sans addition d'un sel de calcium. (*Biochemische Zeitschrift*, 1908.)

que nous savons de la constitution du plasma oxalaté, notamment avec le fait que l'on peut ajouter à un plasma oxalaté, sans y produire le moindre caillot, de la thrombine en quantité suffisante pour coaguler un volume relativement considérable d'une solution oxalatée de fibrinogène pur. L'observation suivante tend à démontrer que le plasma oxalaté du chien contient normalement des quantités appréciables de thrombine. On procède comme dans la préparation ordinaire du *Mittelstück*, en prenant quelques précautions complémentaires. Pour éviter toute production de thrombine pendant la récolte du sang, on laisse s'écouler celui-ci de l'artère par une canule paraffinée dans un vase paraffiné, où il se mélange rapidement à la quantité nécessaire d'une solution à 3 % d'oxalate sodique. Le plasma oxalaté, débarrassé de tout élément figuré par deux centrifugations successives, suivies d'une filtration, est dilué dans quatre volumes d'eau distillée, additionnée de 1.5 ‰ d'oxalate sodique. On traite cette dilution par l'acide carbonique, qui y produit un précipité plus difficilement que dans la dilution équivalente du plasma en eau distillée. Cependant, le précipité de globuline finit habituellement par apparaître, quelquefois après un temps assez long, sinon à la température ordinaire, au moins à 0°. Ce précipité est séparé par centrifugation; il est redissous dans de l'eau salée isotonique, additionnée de 1.5 ‰ d'oxalate sodique, de façon à obtenir un volume de solution égal à celui du plasma original, ou deux ou trois fois moindre. Cette solution de *Mittelstück* se coagule après quelques heures à la température ordinaire, plus lentement à 0°; elle se solidifie habituellement en quelques minutes à 37° ⁽¹⁾. Si l'on accepte que la thrombine ne peut pas se former en milieu oxalaté (et la démonstration rigoureuse du contraire n'a pas encore été faite),

(1) La solution de *Mittelstück* ainsi préparée est moins concentrée et se coagule plus difficilement que celle qu'on obtient en suivant la technique habituelle qui consiste à diluer le plasma oxalaté simplement dans de l'eau distillée avant de le soumettre à l'action de l'acide carbonique.

il faut bien admettre qu'elle n'a pas été produite au cours des manipulations précédentes et que, par conséquent, elle pré-existait dans le plasma oxalaté, c'est-à-dire qu'elle est présente dans le plasma circulant. L'observation qui précède, quelle que soit d'ailleurs l'interprétation qu'on en donne, offre un grand intérêt à plusieurs points de vue, notamment en ce qu'elle permet de comprendre que l'hémolyse par un plasma est possible en milieu oxalaté ⁽¹⁾, tout en étant une coagulation.

Au moment où elle est précipitée par l'acide carbonique, la thrombine, si elle préexiste, est encore libre de toute union avec le fibrinogène qui se précipite simultanément, comme le prouve leur double redissolution. C'est seulement après la redissolution que thrombine et fibrinogène s'unissent pour donner de la fibrine. Cette coagulation est possible dans la solution de *Mittelstück*, alors qu'elle ne se produit pas dans le plasma oxalaté, parce que l'antithrombosine du plasma n'est pas précipitée (au moins en quantité notable) par l'acide carbonique et qu'elle reste confinée dans le filtrat, dans la solution d'*Endstück*. La coagulation est peut-être aussi facilitée à raison d'une certaine concentration de la thrombine du plasma dans la solution de *Mittelstück*, dans les cas où cette solution occupe un volume moindre que celui du plasma.

Après avoir ainsi établi comment il se fait qu'une solution de *Mittelstück* préparée au moyen d'un plasma oxalaté peut se coaguler, et cela nonobstant l'adjonction d'oxalate, il reste, en terminant, à relater quelques faits observés dans des expériences où l'on détermina comparativement le moment d'apparition du phénomène de Brand dans une solution de *Mittelstück* faite en milieu chloruré isotonique et dans la même solution additionnée d'oxalate ⁽²⁾. Dans ces expériences, il arrive le plus sou-

(1) L'hémolyse par les sérums ou les plasmas est moins complète en milieu oxalaté qu'en présence d'une petite quantité d'un sel soluble de calcium.

(2) Dans ces expériences, le *Mittelstück* provenait d'un plasma oxalaté dilué simplement d'eau distillée.

vent que les deux solutions se coagulent à peu près en même temps, et le phénomène de Brand se produit alors au même moment dans les deux liquides. Dans un cas, la coagulation du milieu oxalaté précéda nettement celle du milieu non oxalaté, pour une raison probablement accidentelle qui ne put être déterminée, et il en fut de même du phénomène de Brand.

Enfin, dans une autre expérience, la coagulation du *Mittelstück* oxalaté ne s'opéra pas aussi longtemps que le liquide resta à 37°, tandis que le phénomène de Brand se montrait très nettement. Or, ce *Mittelstück* avait certainement subi un travail incomplet de coagulation, comme le prouva sa coagulation immédiate dès que sa température fut abaissée ⁽¹⁾, et comme l'indiqua aussi son action coagulante très intense sur une solution de fibrinogène. L'expérience est assez intéressante pour être rapportée en détail.

Le *Mittelstück* fut préparé au moyen d'un plasma oxalaté de chien dilué à $\frac{1}{5}$, traversé par un courant d'acide carbonique pendant quinze minutes. Redissous dans un volume d'eau salée isotonique égal à celui du plasma, il fut divisé en deux fractions dont l'une fut additionnée de 4.5 ‰ d'oxalate sodique. Les deux fractions furent essayées aussitôt à 41°20^m dans leurs actions coagulante et hémolytique. Elles furent placées à 41°20^m dans un bain-marie à 37°. A 41°36^m, début de coagulation dans la fraction non oxalatée; coagulation achevée à 42°40^m. A 42°40^m, la fraction oxalatée est restée complètement fluide. Retirée à 42°40^m et laissée à la température ordinaire, elle est coagulée à 42°15^m.

(1) Dans mes expériences de coagulation, j'ai souvent noté que certains milieux relativement riches en thrombozyme et pauvres en thrombogène et fibrinogène, pouvaient rester longtemps ou même indéfiniment liquides à 37° et se solidifier très rapidement après refroidissement.

TABLEAU III

Mittelstücks au moment de la préparation (11^h20^m).

ENDSTUCK de plasma de chien.	MITTELSTUCK non oxalaté.	MITTELSTUCK oxalaté.	SOLUTION isotonique de chlorure sodique.	SÉRUM lapin-mouton.	HÉMATIES de mouton.	RÉSULTATS.
c. c. 0.1	c. c. —	c. c.	c. c. 0.85	c. c. 0.01	c. c. 0.05	Hémolyse faible.
0.1	0.2	—	0.65	(2 unités) 0.01	0.05	Hémolyse complète.
0.1	0.1	—	0.75	0.01	0.03	Idem.
0.1	0.05	—	0.8	0.01	0.05	Idem.
0.1	—	0.2	0.65	0.01	0.03	Idem.
0.1	—	0.1	0.75	0.01	0.05	Idem.
0.1	—	0.05	0.8	0.01	0.05	Idem.

SOLUTION diluée de fibrinogène	MITTELSTUCK non oxalaté,	MITTELSTUCK oxalaté.	SOLUTION de chlorure calcique à 1.11 %.	RÉSULTATS.
c. c. 2	c. c. 0.2	c. c. —	c. c. 0.05	Coagulation débute après 23 m., s'achève après 50 m.
2	0.1	—	0.05	Coagulation débute après 36 m., s'achève après 50 m.
2	0.05	—	0.05	Coagulation débute après 50 m., s'achève après 2 ^h 30 ^m .
2	—	0.2	0.05	Coagulation débute après 23 m., s'achève après 50 m.
2	—	0.1	0.05	Coagulation débute après 36 m., s'achève après 50 m.
2	—	0.05	0.05	Coagulation débute après 50 m., s'achève après 2 ^h 30 ^m .

Mittelstücks après 16 minutes d'exposition à 37° (11^h36^m).

ENDSTUCK de plasma de chien.	MITTELSTUCK non oxalaté.	MITTELSTUCK oxalaté.	SOLUTION isotonique de chlorure sodique.	SÉRUM lapin-mouton.	HÉMATIES de mouton.	RÉSULTATS.
c. c. 0.1	c. c. —	c. c. —	c. c. 0.85	c. c. 0.01	c. c. 0.05	Hémolyse faible.
0.1	0.2	—	0.65	0.01	0.05	Idem.
0.1	0.1	—	0.75	0.01	0.05	Idem.
0.1	0.05	—	0.8	0.01	0.05	Idem.
0.1	—	0.2	0.65	0.01	0.05	Hémolyse très faible.
0.1	—	0.1	0.75	0.01	0.05	Hémolyse faible.
0.1	—	0.05	0.8	0.01	0.05	Idem.

SOLUTION diluée de fibrinogène.	MITTELSTUCK non oxalaté.	MITTELSTUCK oxalaté.	SOLUTION de chlorure calcique à 4.41 %.	RÉSULTATS.
c. c. 2	c. c. 0.2	c. c. —	c. c. 0.05	Coagulation débute après 7 m., s'achève après 14 m.
2	0.1	—	0.05	Coagulation débute après 7 m., s'achève après 50 m.
2	0.05	—	0.05	Coagulation débute après 14 m., s'achève après 2 h.
2	—	0.2	0.05	Coagulation débute après 7 m., s'achève après 20 m.
2	—	0.1	0.05	Coagulation débute après 7 m., s'achève après 34 m.
2	—	0.05	0.05	Coagulation débute après 14 m., s'achève après 2 h.

Mittelstücks après cinquante minutes d'exposition à 37° (12^h 10^m).

SOLUTION de plasma de chien.	MITTELSTUCK non oxalaté.	MITTELSTUCK oxalaté.	SOLUTION isotonique de chlorure sodique	SÉRUM lapin-mouton.	HÉMATIES de mouton.	RÉSULTATS.
c. c. 0.1	c. c. —	c. c. —	c. c. 0.85	c. c. 0.01	c. c. 0.05	Hémolyse faible.
0.1	0.2	—	0.65	0.01	0.05	Hémolyse très faible.
0.1	0.1	—	0.75	0.01	0.05	Idem.
0.1	0.05	—	0.8	0.01	0.05	Idem.
0.1	—	0.2	0.65	0.01	0.05	Trace d'hémolyse.
0.1	—	0.1	0.75	0.01	0.05	Idem.
0.1	—	0.05	0.8	0.01	0.05	Hémolyse très faible.

SOLUTION diluée de fibrinogène.	MITTELSTUCK non oxalaté.	MITTELSTUCK oxalaté.	SOLUTION de chlorure calcique à 4.41 %.	RÉSULTATS.
c. c. 2	c. c. 0.2	c. c. —	c. c. 0.05	Coagulation débute après 14 m., s'achève après 35 m. (caillot incomplet).
2	0.1	—	0.05	Coagulation débute après 20 m., s'achève après 35 m. (caillot incomplet).
2	0.05	—	0.05	Coagulation débute après 35 m., s'achève après 1 ^h 30 ^m .
2	—	0.2	0.05	Coagulation s'achève après 1 m.
2	—	0.1	0.05	Idem.
2	—	0.05	0.05	Coagulation débute après 1 m., s'achève après 1 m. 30 s.

Il résulte de l'ensemble de ces observations sur l'influence des oxalates alcalins sur le phénomène de Brand que, loin de contredire l'opinion d'après laquelle le phénomène de Brand est dû à la coagulation du *Mittelstück*, ces observations lui apportent de nouvelles et précieuses confirmations.

Bien que toutes mes expériences aient été intentionnellement faites sur des solutions de *Mittelstück* préparées au moyen de plasma, il est clair que leurs résultats peuvent être étendus aux solutions du *Mittelstück* faites au moyen d'un sérum. La coagulation de ces dernières ne peut plus être constatée directement, grâce à une formation de fibrine. Elle aboutit seulement à une néoformation de thrombine, qui peut être mise en évidence par l'adjonction à une solution de fibrinogène.

Le phénomène de Sachs et Teruuchi.

Au phénomène de Brand se rattache une constatation de Sachs et Teruuchi, d'après laquelle la dilution d'un sérum frais dans l'eau distillée s'inactive après quelques minutes d'exposition à 37°, tandis que la même dilution en eau salée isotonique reste active. J'ai observé il y a longtemps que la dilution d'un plasma de peptone donne des résultats différents suivant qu'elle est faite en eau salée ou en eau distillée. Le caillot se forme plus rapidement en eau distillée. D'autre part, Sachs et Teruuchi ont pu s'assurer que si la dilution en eau distillée était excessive (dans 20 à 30 volumes), l'inactivation était plus lente ou ne se produisait pas.

Ce fait s'explique parfaitement dans l'hypothèse suivant laquelle l'inactivation est, comme le phénomène de Brand, le résultat d'une coagulation complète ou incomplète. On démontre que la dilution en eau distillée exerce sur un plasma une influence double. Quand elle est faible ($\frac{1}{5}$ - $\frac{1}{10}$), la dilution diminue surtout l'influence anticoagulante de l'antithrombosine,

elle favorise donc la coagulation. Quand elle devient plus forte ($1/_{20} - 1/_{50}$), la dilution s'oppose à la coagulation par suite de l'appauvrissement trop considérable du milieu en ions.

On peut d'ailleurs fournir facilement la preuve que la dilution modérée du plasma en eau distillée trouble rapidement son équilibre colloïdal. Il suffit de diluer du plasma oxalaté de chien dans neuf volumes d'eau distillée. On répartit cette dilution en plusieurs tubes, dont le premier est pourvu immédiatement d'assez de chlorure sodique pour lui rendre l'isotonie, et d'un peu de chlorure calcique pour neutraliser l'oxalate. Les autres tubes sont mis à 37° pendant des temps variables, passé lesquels on leur fait la même adjonction de sels pour observer ensuite leur temps de coagulation et leur pouvoir hémolytique. On constate, dans ces conditions, qu'il suffit de quelques minutes pour supprimer le pouvoir hémolytique de ces liquides. Or, à cette suppression correspond un raccourcissement du temps de coagulation. Le résultat de l'expérience est superposable aux observations précédemment décrites sur le phénomène de Brand.

La conclusion générale de ces recherches est que des particularités nombreuses de l'hémolyse par les sérums, telles que les phénomènes de Brand et de Sachs et Teruuchi, s'expliquent facilement dans l'hypothèse suivant laquelle l'hémolyse par les sérums est une coagulation.

OPTIQUE. — **Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents**

(sixième communication),

par M^{lle} A. SCOUVART (*).

INTRODUCTION.

Les recherches suivantes ont eu pour objet la détermination expérimentale de la relation qui existe entre la déviation extraordinaire, produite par un prisme biréfringent, et la direction de propagation des ondes lumineuses dans ce prisme, depuis l'incidence rasante jusqu'à l'émergence rasante (**), le prisme étant placé successivement dans divers milieux; et la comparaison de l'allure de cette déviation avec celle qui se déduit de la forme de la surface des vitesses normales, telle qu'elle résulte de la théorie de la biréfringence.

Les observations n'ont été faites que dans le cas simple où l'arête du prisme est parallèle à un axe d'élasticité du cristal dans lequel le prisme est taillé, et notamment dans deux cas particuliers :

1° Celui où le plan bissecteur de l'angle réfringent est un plan de symétrie optique (prisme symétrique);

2° Celui où une des faces réfringentes est un plan de symétrie (prisme asymétrique).

Dans le premier cas, les courbes qui représentent la relation entre la déviation δ et la direction de propagation ϵ des ondes, doivent être symétriques par rapport à un axe qui correspond à

(*) Présentée par M. J.-E. Verschaffelt.

(**) Une étude du même genre a été faite par de Gramont (*Journal de physique*, tome X, p. 97, 1901), mais uniquement sur des prismes isotropes placés dans l'air.

une propagation perpendiculaire au plan bissecteur (pl. I); dans le second cas, cette symétrie ne peut pas exister (pl. II).

La théorie de la déviation extraordinaire prismatique a été développée par M. Verschaffelt (*). Cette étude théorique a fait prévoir les circonstances suivantes :

1° Dans le cas d'un prisme symétrique, la déviation passe par un minimum ou un maximum analytique au moment où la direction de propagation est perpendiculaire au plan bissecteur du prisme, tout comme pour un prisme isotrope;

2° La transition du minimum au maximum (c'est-à-dire de $\frac{d^2\delta}{d\varepsilon^2} > 0$ à $\frac{d^2\delta}{d\varepsilon^2} < 0$), l'indice N du milieu ambiant allant en s'élevant, se produit pour un milieu dans lequel la déviation reste constante ($\frac{d\delta}{d\varepsilon} = 0$) mais pas nulle, comme dans le cas d'un prisme isotrope; l'indice de ce milieu particulier est

$$N_c = \sqrt{N_x^2 \sin^2 \omega + N_y^2 \cos^2 \omega},$$

ω étant le demi-angle réfringent, N_x et N_y les indices principaux du cristal respectivement dans une direction perpendiculaire au plan bissecteur et dans la direction perpendiculaire à l'arête dans le plan bissecteur; il se présente en outre cette particularité qu'à l'incidence et à l'émergence rasantes, le rayon pénètre dans le prisme et en sort sans changer de direction;

3° La déviation extraordinaire est nulle au minimum ou au maximum pour $N = N_x$;

4° Entre N_x et N_c la déviation extraordinaire passe deux fois par 0 et présente entre ces deux déviations nulles un maximum absolu de déviation;

5° Dans les prismes asymétriques il y a une infinité de valeurs de N pour lesquelles il n'y a ni minimum ni maximum de déviation; ces valeurs de N sont comprises entre celles pour lesquelles le rayon lumineux ne change pas de direction en

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 2, pp. 125-132; n° 3, pp. 169-179; n° 5, pp. 380-390, 1910.

pénétrant dans le prisme sous l'incidence rasante ou en sortant du prisme sous l'émergence rasante;

6° A l'incidence et à l'émergence rasantes $\frac{d\delta}{d\varepsilon} = \pm \infty$, sauf lorsque le rayon ne change pas de direction, auquel cas la valeur de $\frac{d\delta}{d\varepsilon}$ est finie à la limite.

Toutes ces circonstances sont représentées par les planches I et II. Dans les communications précédentes (*), elles avaient déjà été constatées sur des prismes formés par des faces naturelles de cristaux : mais ces prismes avaient le désavantage d'être peu biréfringents (topaze, barytine), ou d'avoir des faces trop peu régulières (aragonite). Nous avons donc cru bien faire en recommençant ces mesures sur un prisme taillé artificiellement dans une substance fortement biréfringente, et comme telle nous avons choisi la calcite.

Le prisme qui a servi à ces mesures, fourni par la firme Steeg und Reuter (à Homburg auf der Höhe), a été taillé de telle manière que l'axe optique fût sensiblement perpendiculaire au plan bissecteur de deux faces, et à peu près parallèle à une autre face (voir fig. 1); il a donc permis d'observer la déviation produite par un prisme presque symétrique et par un prisme asymétrique dont une face était à peu près un plan de symétrie optique.

Les angles sont de $59^{\circ}57'$ (O, prisme symétrique), $59^{\circ}34'$ (A) et $60^{\circ}29'$ (B). Il résulte d'observations qui seront décrites au chapitre III qu'en réalité l'axe optique fait avec la perpendiculaire, à la bissectrice de l'angle O, un angle de $3^{\circ}1/2'$ (voir fig. 1) (**).

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 6, pp. 518-525; n° 7, pp. 590-596, 1910; n° 1, pp. 42-29; n° 6, pp. 473-492, 1911; n° 2, pp. 473-492, 1912.

(**) Il est plus exact de dire que c'est le plan mené par l'axe optique et l'arête O qui fait cet angle avec le plan mené par O perpendiculairement au plan bissecteur de O, car nous n'avons pas vérifié si l'axe optique était exactement perpendiculaire à l'arête O.

Les mesures ont porté sur les prismes O et A. Dans ces expériences, la régularité et le poli parfaits des faces font que toute cause d'erreur provenant du peu de netteté des images est écartée.

Le dispositif employé n'a pas varié : la lumière utilisée est toujours celle de la flamme sodée, et le prisme a été placé successivement dans divers milieux, savoir l'air, l'eau, l'aniline, la naphthaline monobromée, l'iodure de méthylène et des mélanges liquides d'indices variables.

Nous n'avons pas cru devoir attacher un soin particulier à la purification des liquides employés, parce que la réalisation de milieux d'indices différents était notre seul but ; aussi ne considérons-nous pas que les valeurs trouvées incidemment pour les indices des liquides doivent être regardées comme des données dignes de foi.

Toujours au minimum de déviation les images ordinaire et extraordinaire fournies par le prisme symétrique sont exactement confondues, ce qui nous paraît être une preuve que la condition de perpendicularité de l'axe optique et de l'arête O est suffisamment vérifiée ; la lecture correspondante fournit la valeur commune des indices ordinaire et extraordinaire dans la direction de l'axe optique.

C'est en partant de cette valeur commune 1,6590 (indice absolu à 20°) (*), déduite des mesures faites dans l'air (voir ci-dessous), que les indices absolus N des divers milieux dans lesquels le prisme a été placé, ont été calculés.

Le tableau suivant renferme les données qui ont servi à ces calculs (δ' = déviation observée hors de la cuvette, δ = déviation vraie produite par le prisme, $\frac{n}{v}$ = indice relatif du liquide par rapport au prisme (rayon ordinaire).

(*) Le *Recueil des constantes physiques*, publié par la Société française de physique, donne pour la raie D à 18° C. et par rapport à l'air : 1,65837.

Liquide	Temps	δ'	δ	$\frac{r}{v}$	N
Eau	20°	+ 22° 49' 30''	+ 16° 55'	0,5038	1,3335
Nitrobenzène + toluène. .		+ 8° 34'	+ 5° 35'	0,9231	1,5315
Aniline	22° 5	+ 4° 59' 30''	+ 3° 9'	0,9549	1,5841
»	19° 5	+ 4° 52' 30''	+ 3° 43' 3''	0,9559	1,5858
Naphtaline monobromée .	18°	- 0° 5'	- 0° 3'	1,0008	1,6603
Iodure de méthylène. . .	22° 5	- 5° 17' 30''	- 3° 2'	1,0485	1,7394
»	15° 5	- 5° 36'	- 3° 12' 30''	1,0514	1,7443

Nous n'avons fait de mesures de déviation que pour les ondes extraordinaires.

I. — PRISME SYMÉTRIQUE.

Conformément aux notations que nous avons toujours employées (*), on a (fig. 4) :

$$\omega_1 = + 29^{\circ}55' \quad \text{et} \quad \omega_2 = - 30^{\circ}2'.$$

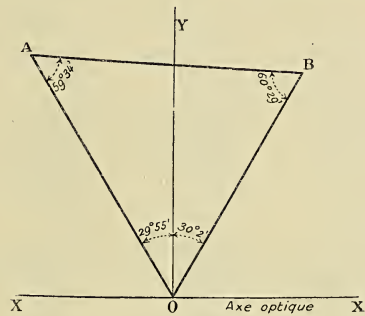


Fig. 4.

Pour le reste, les δ , ε et n ont la même signification que dans les communications précédentes, et les angles ε ont été calculés par approximations successives, à l'aide de la formule

$$\frac{\sin (\delta_1 - \omega_1)}{\sin (\delta_2 - \omega_2)} = \frac{\sin (\varepsilon - \omega_1)}{\sin (\varepsilon - \omega_2)} (**).$$

(*) Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (quatrième communication), n° 6, p 485, 1911.

(**) Voir *Idem*, ibidem.

§ 1. — *Milieu d'indice 1,0003 (air à 20° et 1 atm.).*

	δ_1	δ'	δ_2	ε	n_ε
	- 59°31'	+ 69°23'	+ 9°52'	- 7°14'	1,6561
	- 52°59'	- 63°32'	+ 40°33'	- 6°54'	1,6567
	- 47°59'	- 59°50'	+ 14°51'	- 6°16'	1,6569
	- 42°59'	- 56°48'	+ 13°44'	- 5°19'	1,6573
	- 22°59' °	- 52°52'	+ 19°53'	- 2°33'	1,6586
minimum)	- 26° 2'30''	- 51°58'	+ 25°55'30''	- 0° 3'30''	1,6590
	- 19°59'	- 52°52'	+ 32°53'	+ 2°26'30''	1,6586
	- 17°55'	- 53°40'	+ 35°41'	+ 3°19'30''	1,6581
	- 12°49'	- 59°40'	+ 46°51'	+ 5°58'30''	1,6579
	- 10°19'	- 65°24'	+ 55° 5'	+ 6°57'	1,6563

§ 2. — *Milieu d'indice 1,3335 (eau à 20°).*

	δ	δ'	δ	δ_2	ε	n_ε
	- 59°43'	+ 49°43'	+ 34°54'30''	- 24°18'30''	- 25°20'	1,6228
	- 58°46'	+ 48°59'	+ 34°28'30''	- 24°17'30''	- 25°19'	1,6229
	- 55°57'	+ 44°50'	+ 34°56'	- 24° 4'	- 25° 5'30''	1,6236
	- 50°58'	+ 38°53'	+ 28° 5'30''	- 22°52'30''	- 24°10'	1,6258
	- 45°58'	+ 34°19'30''	+ 25° 1'30''	- 20°56'30''	- 22°36'30''	1,6299
	- 40°58'	+ 30°51'	+ 22°37'30''	- 18°20'30''	- 20°31'	1,6344
	- 35°58'	+ 28°44'	+ 20°47'	- 15°11'	- 18° 0'30''	1,6400
	- 30°58'	+ 26°15'	+ 19°22'30''	- 11°33'30''	- 15°10'30''	1,6449
	- 25°58'	+ 24°49'30''	+ 18°21'30''	- 7°36'30''	- 12° 5'	1,6502
	- 20°58'	+ 23°49'	+ 17°38'	- 3°20'	- 8°48'	1,6542
	- 15°58'	+ 23°40'30''	+ 17°10'	+ 1°12'	- 5°22'30''	1,6572
(minimum)	- 8°31'	+ 22°49'30''	+ 16°55'	+ 8°24'	- 0° 3'30''	1,6590
	- 3°20'	+ 23° 0'	+ 17° 3'	+ 13°43'	+ 3°45'	1,6582
	- 0°58'	+ 23°13'	+ 17°12'	+ 16°14'	+ 5°31'	1,6571
	+ 4° 2'	+ 23°59'	+ 17°45'	+ 21°47'	+ 9°18'	1,6535
	+ 9° 2'	+ 25°20'	+ 18°43'30''	+ 27°45'30''	+ 13° 9'	1,6485
	+ 14° 2'	+ 27°37'30''	+ 20°21'30''	+ 34°23'30''	+ 17° 4'	1,6415
	+ 19° 2'	+ 31°49'	+ 23°18'	+ 42°20'	+ 21° 3'	1,6334
	+ 21° 2'	+ 34°48'	+ 25°21'	+ 46°23'	+ 22°39'30''	1,6297
	+ 21°22'	+ 35°26'	+ 25°47'	+ 47° 9'	+ 22°55'30''	1,6289
	+ 23°50'	+ 44°38'	+ 31°48'30''	+ 55°38'30''	+ 24°55'30''	1,6238

§ 3. — *Milieu d'indice 1,5841 (aniline à 22°5).*

	δ_1	δ'	δ	δ_2	ε	n_z
	- 44°23'	- 6°41'	- 4°13'	- 48°36'	- 48°58'	1,5544
	- 42°23'	- 2°54'30''	- 1°50'	- 44°13'	- 44°22'	1,5678
	- 39°23'	- 0°17'	- 0°41'	- 39°34'	- 39°35'	1,5817
	- 38°54'	0° 0'	0° 0'	- 38°51'	- 38°51'	1,5841
	- 35°23'	+ 1°36'38''	+ 1° 4'	- 34°22'	- 34°20'	1,5979
	- 25°23'	+ 3°46'	+ 2°23'	- 23° 0'	- 23°14'30''	1,6284
	- 10°23'	+ 4°54'	+ 3° 3'30''	- 7°49'30''	- 8°20'30''	1,6546
(maximum)	- 1°38'	+ 4°59'30''	+ 3° 9'	+ 1°31'	- 0° 3'30''	1,6590
	+ 9°37'	+ 4°45'30''	+ 3° 0'	+ 12°37'	+ 10°29'	1,6519
	+ 24°37'	+ 3°33'30''	+ 2°13'	+ 26°52'	+ 24°45'	1,6244
	+ 34°37'	+ 1°32'	+ 0°58'	+ 35°35'	+ 34°32'30''	1,5975
	+ 38°49'	0° 0'	0° 0'	+ 38°49'	+ 38°49'	1,5841
	+ 42°37'	- 1°56'	- 1°13'	+ 44°24'	+ 42°43'	1,5725
	+ 46°37'	- 4°51'	- 3° 3'30''	+ 43°33'30''	+ 46°53'	1,5600

Dans ce liquide, la déviation passe deux fois par zéro et présente un maximum en valeur absolue.

§ 4. — *Milieu d'indice 1,6603 (naphtaline monobromée à 18°).*

	δ_1	δ'	δ	δ_2	ε	n_z
	+ 50°47'	- 22°59'30''	- 13°36'30''	+ 37°10'30''	+ 52°26'30''	1,5438
	+ 50°37'	- 22°43'	- 13°27'	+ 37°10'	+ 52°15'	1,5445
	+ 49°37'	- 24° 9'30''	- 12°33'30''	+ 37° 3'30''	+ 51° 7'	1,5477
	+ 48°37'	- 19°42'30''	- 11°43'38''	+ 36°53'30''	+ 49°59'30''	1,5509
	+ 46°37'	- 17° 3'30''	- 10°14'	+ 36°26'	+ 47°45'30''	1,5574
	+ 44°37'	- 14°45'	- 8°49'30''	+ 35°47'30''	+ 45°32'30''	1,5641
	+ 42°37'	- 12°44'	- 7°38'	+ 34°59'	+ 43°21'30''	1,5704
	+ 40°37'	- 10°58'	- 6°35'	+ 34° 2'	+ 41°11'30''	1,5769
	+ 38°37'	- 9°25'	- 5°39'30''	+ 32°57'30''	+ 39° 2'30''	1,5836

+ 36°37'	- 8° 5'	- 4°51'30"	+ 31°45'30"	+ 36°55'	1,5900
+ 34°37'	- 6°55'	- 4° 9'30"	+ 30°27'30"	+ 34°48'30"	1,5964
+ 32°37'	- 5°54'	- 3°33'	+ 29° 4'	+ 32°43'	1,6025
+ 30°27'	- 5° 1'	- 3° 4'	+ 27°36'	+ 30°38'30"	1,6084
+ 28°37'	- 4°14'30"	- 2°33'	+ 26° 4'	+ 28°35'	1,6142
+ 26°37'	- 3°34'	- 2° 9'	+ 24°28'	+ 26°32'	1,6197
+ 24°37'	- 2°59'	- 1°48'	+ 22°49'	+ 24°30'	1,6247
+ 21°37'	- 2°14'	- 1°21'	+ 20°46'	+ 21°28'30"	1,6323
+ 17°37'	- 1°27'30"	- 0°52'30"	+ 16°44'30"	+ 17°28'	1,6407
+ 13°37'	- 0°53'	- 0°32'	+ 13° 5'	+ 13°29'30"	1,6478
+ 9°37'	- 0°28'30"	- 0°17'	+ 9°20'	+ 9°31'30"	1,6534
+ 5°37'	- 0°13'30"	- 0° 8'	+ 5°29'	+ 5°34'	1,6570
(minimum) - 0° 2'	- 0° 5'	- 0° 3'	- 0° 5'	- 0° 3'30"	1,6590
- 4°23'	- 0°10'30"	- 0° 6'30"	- 4°29'30"	- 4°27'	1,6577
- 8°23'	- 0°23'30"	- 0°14'	- 8°37'	- 8°32'30"	1,6546
- 12°23'	- 0°46'30"	- 0°28'	- 12°51'	- 12°44'	1,6493
- 16°23'	- 1°22'	- 0°49'30"	- 17°12'30"	- 17° 3'30"	1,6417
- 20°23'	- 2°14'	- 1°20'30"	- 21°13'30"	- 21°35'	1,6324
- 24°23'	- 3°29'30"	- 2° 6'	- 26°29'	- 26°23'30"	1,6205
- 27°23'	- 4°50'30"	- 2°55'	- 30°18'	- 30°15'30"	1,6104
- 29°23'	- 6° 2'	- 3°38'	- 33° 1'	- 33° 7'30"	1,6016
- 31°23'	- 7°36'30"	- 4°34'30"	- 35°57'30"	- 36°12'30"	1,5929
- 33°23'	- 9°49'30"	- 5°54'	- 39°17'	- 39°45'	1,5845
- 34°23'	- 11°16'	- 6°45'30"	- 41° 8'30"	- 41°44'30"	1,5761
- 35°23'	- 13°15'	- 7°56'	- 43°19'	- 44° 6'	1,5692
- 36°23'	- 16°13'	- 9°41'	- 46° 4'	- 47° 7'30"	1,5601
- 37° 3'	- 19°35'	- 11°39'	- 48°42'	- 50° 3'30"	1,5517

Si l'on élève un peu la température de la naphthaline monobromée au-dessus de 18°, les images ordinaire et extraordinaire présentent bientôt un minimum de déviation nul. Cela a lieu à la température de 20°5.

A cette température, l'indice de la naphthaline monobromée est donc égal à l'indice ordinaire de la calcite.

§ 5. — *Milieu d'indice 1,7394 (iodure de méthylène à 22°5).*

δ_1	δ'	δ	δ_2	ε	n_z
- 31°27'	- 28°19'30"	- 15°50'	- 47°17'	- 49°25'30"	1,5535
- 30°47'	- 24°16'	- 13°40'	- 44°27'	- 46° 7'	1,5632
- 26°47'	- 15° 7'	- 8°37'30"	- 35°24'30"	- 35°54'	1,5937
- 24°47'	- 10°33'30"	- 6° 3'	- 27°50'	- 27°40'	1,6170
- 6°47'	- 5°46'30"	- 3°49'	- 10° 6'	- 9° 1'30"	1,6540
(maximum) + 4°27'39"	- 5°17'30"	- 3° 2'	- 1°34'30"	- 0° 3'30"	1,6590
+ 8°13'	- 5°35'30"	- 3°13'	- 5° 0'	+ 7° 3'30"	1,6557
+ 23°13'	- 8°43'30"	- 5° 0'	- 18°13'	+ 22°46'	1,6300
+ 33°13'	- 13°41'30"	- 7°49'	+ 25°24'	+ 33°30'30"	1,6000
+ 43°13'	- 22°55'30"	- 12°57'	+ 30°46'	+ 44°43'	1,5663
+ 49°13'	- 31°52'	- 17°40'	+ 31°33'	+ 51°45'	1,5458

§ 6. — *Milieu d'indice 1,5315 (mélange de nitrobenzène et de toluène).*

Dans ce milieu, la déviation extraordinaire est sensiblement constante, ainsi que le prouve le tableau suivant :

δ_1	δ'	δ	δ_2	ε	n_z
- 58°38'	+ 8°24'	+ 5°28'30"	- 53° 9'30"	- 52°59'	1,5427
- 56°38'	+ 8°29'	+ 5°32'	- 51° 6'	- 50°51'	1,5489
- 52°38'	+ 8°31'	+ 5°33'	- 47° 5'	- 46°45'	1,5609
- 48°38'	+ 8°32'	+ 5°33'30"	- 43° 4'30"	- 42°44'	1,5723
- 42°38'	+ 8°33'	+ 5°34'30"	- 37° 3'30"	- 36°48'	1,5911
- 27°38'	+ 8°34'	+ 5°35'	- 22° 3'	- 22°32'	1,6301
+ 22°22'	+ 8°34'	+ 5°35'	+ 27°57'	+ 29°49'	1,6292
+ 32°22'	+ 8°35'	+ 5°35'30"	+ 37°57'30"	+ 32°15'	1,6039
+ 39°22'	+ 8°36'	+ 5°36'30"	+ 44°58'30"	+ 39° 3'	1,5839
+ 42°22'	+ 8°37'	+ 5°37'	+ 47°59'	+ 42° 1'	1,5750
+ 46°22'	+ 8°39'	+ 5°38'	+ 52° 0'	+ 46° 2'	1,5625
+ 50°22'	+ 8°46'	+ 5°43'	+ 56° 5'	+ 50° 6'	1,5509

Ce n'est donc que dans le voisinage des incidences limites que la déviation change de quelques minutes par suite de la faible asymétrie du prisme O.

Cette légère asymétrie fait qu'en réalité il y a un petit intervalle où il n'y a ni maximum ni minimum de déviation, mais il est très restreint, car il est compris entre les indices (*)

$$N_1 = \sqrt{N_x^2 \sin^2 \omega_1 + N_y^2 \cos^2 \omega_1}$$

et

$$N_2 = \sqrt{N_x^2 \sin^2 \omega_2 + N_y^2 \cos^2 \omega_2}$$

dont les valeurs déduites des indices

$$N_x = 1,6590 \quad \text{et} \quad N_y = 1,4868 \text{ (voir chap. III)}$$

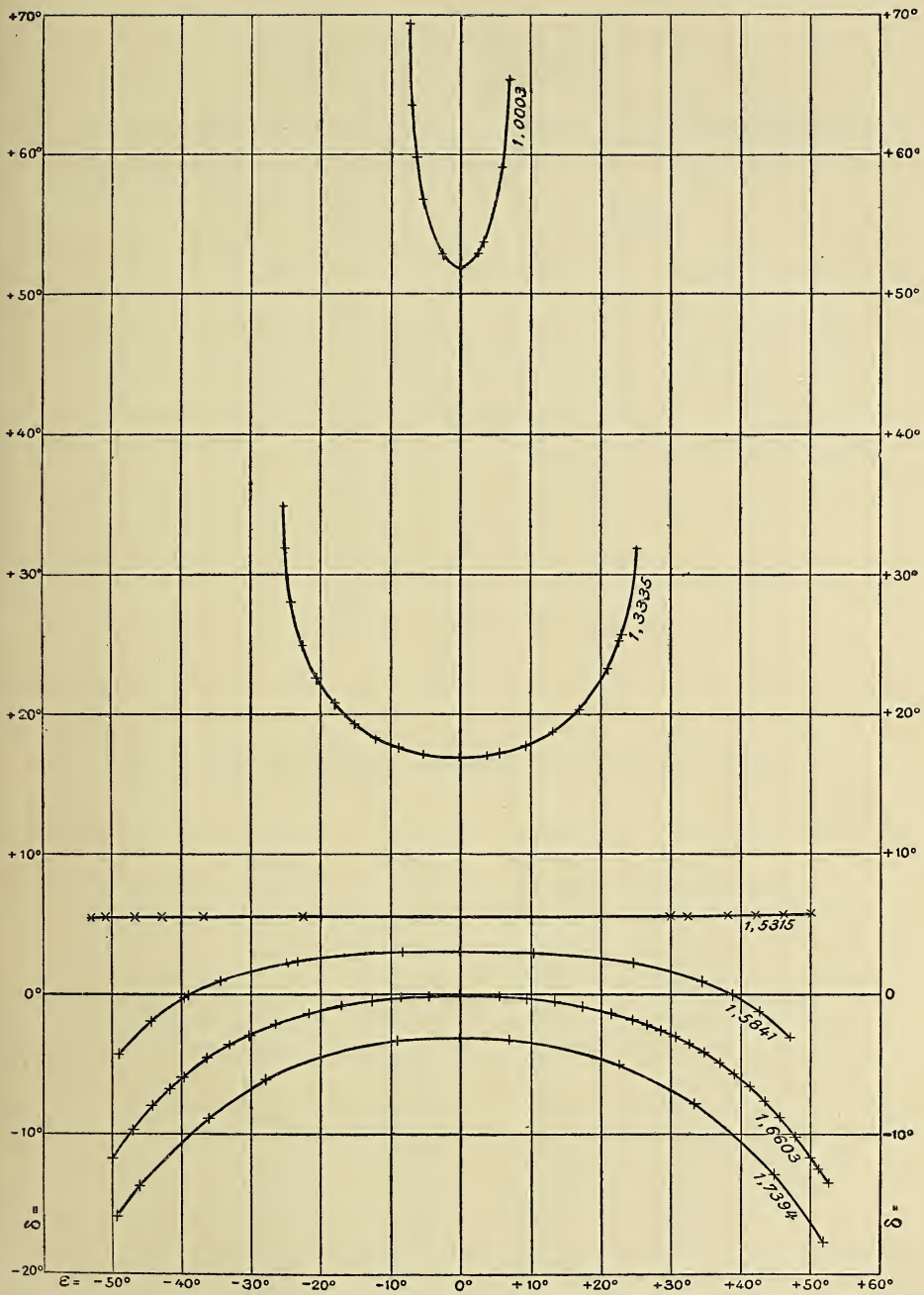
sont 1,5314 et 1,5318, dont la moyenne égale 1,5316.

§ 7. — *Représentation graphique des résultats obtenus.*

Les résultats obtenus dans les mesures faites sur le prisme symétrique ont été représentés graphiquement dans le diagramme de la planche I; les directions de propagation des ondes extraordinaires (ϵ) ont été portées en abscisses, les déviations correspondantes (δ) en ordonnées. Les croix représentent les systèmes de valeurs observées; elles ont été reliées par des traits continus. On a obtenu ainsi les courbes des déviations extraordinaires, dont la forme ainsi que l'étendue varient avec l'indice du milieu dans lequel est placé le prisme.

Ces courbes sont sensiblement symétriques par rapport à l'axe $\epsilon = 0$. Pour $N < 1,5315$, la déviation passe par un minimum; pour $N > 1,5315$, elle passe par un maximum; pour $N = 1,5315$, elle est sensiblement constante; enfin, entre $N = 1,5315$ et $N = 1,6590$, la déviation passe deux fois par 0, et pour $N = 1,6590$, la déviation extraordinaire est nulle au maximum.

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 5, 1910, p. 386.



II. — PRISME ASYMÉTRIQUE.

Nous rapporterons toutes les indications à l'orientation représentée par la figure 2, et dans laquelle

$$\omega_1 = -0^{\circ}34' \quad \text{et} \quad \omega_2 = -60^{\circ}5'.$$

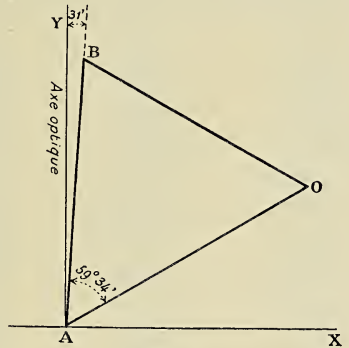


Fig. 2.

§ 1. — Milieu d'indice 1,0003 (air à 20° et 1 atm.).

δ_1	δ	δ_2	ε
- 28°46'	+ 52°42'	+ 24°26'	- 18°34'30''
- 28°36'	+ 51° 0'	+ 22°24'	- 18°47'
- 34°46'	+ 45°40'	+ 13°54'	- 20°23'
- 36°46'	+ 40°56'	+ 4°40'	- 23°17'
- 44°46'	+ 39°44'	- 2° 2'	- 26° 2'
(minimum) - 46° 4'	+ 38°47'	- 7°14'	- 28°29'
- 48°46'	+ 38°50'	- 9°26'	- 29°35'
- 53°46'	+ 39°28'	- 13°48'	- 31°53'
- 58°46'	+ 40°41'	- 17°33'	- 33°58'
- 63°46'	+ 42°28'	- 20°48'	- 35°48'
- 68°46'	+ 44°46'	- 23°30'	- 37°22'
- 73°46'	+ 47°37'	- 25°39'	- 38°39'
- 78°46'	+ 50°59'	- 27°47'	- 39°37'
- 84°46'	+ 53°48'	- 27°53'	- 40° 2'

§ 2. — *Milieu d'indice 1,3334 (eau à 21°).*

δ_1	δ'	δ	δ_2	ε
+ 3°50'	+ 30°50'30"	+ 22°37'	- 26°37'	+ 3°23'
+ 3°10'	+ 26°57'30"	+ 19°53'	+ 23° 3'	+ 2°47'
- 4°50'	+ 18°10'	+ 13°31'30"	+ 11°41'30"	- 1°42'
- 6°50'	+ 15° 1'30"	+ 11°13'	+ 4°23'	- 6°10'30"
- 11°50'	+ 13°24'30"	+ 10° 4'	- 1°49'	- 10°37'
- 16°50'	+ 12°33'30"	+ 9°23'	- 7°27'	- 15° 1'
(minimum) - 23°48'	+ 12°13'	+ 9° 8'	- 14°40'	- 21° 0'
- 26°50'	+ 12°16'	+ 9°40'	- 17°40'	- 23°33'
- 31°50'	+ 12°37'	+ 9°26'	- 22°24'	- 27°39'
- 36°50'	+ 13°14'	+ 9°53'	- 26°57'	- 31°37'
- 41°50'	+ 14° 8'	+ 10°33'	- 31°17'	- 35°25'
- 46°50'	+ 15°18'30"	+ 11°25'	- 35°25'	- 39° 1'30"
- 48°50'	+ 15°52'30"	+ 11°50'30"	- 36°59'30"	- 40°24'
- 56°50'	+ 18°40'	+ 13°53'30"	- 42°56'30"	- 45°34'
- 61°50'	+ 20°58'30"	+ 15°35'	- 46°15'	- 48°25'
- 66°50'	+ 23°47'30"	+ 17°37'	- 49°13'	- 50°57'
- 70°50'	+ 26°29'	+ 19°33'	- 51°17'	- 52°42'30"
- 73°50'	+ 28° 47'	+ 21°10'30"	- 52°39'30"	- 53°53'
- 75°50'	+ 30°31'	+ 22°23'30"	+ 53°26'30"	- 54°34'

§ 3. — *Milieu d'indice 1,5315 (mélange de nitrobenzène et de toluène).*

δ_1	δ'	δ	δ_2	ε
+ 30°15'	- 8°10'	- 5°19'	+ 24°56'	+ 30°23'
+ 23°15'	- 7°11'	- 4°41'	+ 18°34'	+ 23°36'
+ 11° 8'	- 5°35'	- 3°39'	+ 7°29'	+ 11°27'
- 3°15'	- 3°52'	- 2°31'30"	- 5°46'30"	- 3°20'
- 17°55'	- 2° 5'	- 1°21'30"	- 19°16'30"	- 18°16'30"
- 32°45'	0° 0'	0° 0'	- 32°45'	- 32°45'
- 34°39'	+ 0°18'	+ 0°12'	- 34°27'	- 34°32'
- 47°36'	+ 2°46'	+ 1°48'30"	- 45°47'30"	- 46° 8'30"
- 62°23'	+ 7° 6'	+ 4°38'	- 57°45'	- 57°51'30"
- 77°14'	+ 15°27'	+ 10° 1'	- 67°13'	- 66°47'30"
- 83° 9'	+ 21° 8'	+ 13°37'	- 69°32'	- 68°56'
- 86°11'	+ 24°50'	+ 15°55'	- 70°16'	- 69°37'

Dans ce milieu, où la déviation extraordinaire du prisme

symétrique reste constante (chap. I, § 5), on est exactement à la limite d'existence d'un minimum de déviation : il suffisait d'ajouter un tout petit peu de toluène, de façon à abaisser l'indice de quelques unités de la quatrième décimale, pour voir apparaître le minimum dans le voisinage immédiat de l'émergence rasante.

§ 4. — *Milieu d'indice 1,5858 (aniline à 19°5).*

δ_1	δ'	δ	δ_2	ε
+ 30°41'	- 25°38'	- 15°50'	+ 14°21'	+ 34°28'30"
+ 20°11'	- 16°30'	- 10°49'	+ 9°32'	+ 24°19'30"
+ 10°44'	- 11°54'	- 7°28'30"	+ 2°42'30"	+ 10°52'
+ 0°11'	- 9° 6'	- 5°43'30"	- 5°32'30"	+ 0°14'
- 9°49'	- 7° 4'	- 4°27'	- 14°16'	- 10°34'
- 19°49'	- 5°22'30"	- 3°23'30"	- 23°42'	- 20°53'
- 29°49'	- 3°48'	- 2°24'	- 32°13'	- 31° 3'
- 39°49'	- 2°11'30"	- 1°23'	- 41°12'	- 40°48'
- 45°19'	- 1°14'	- 0°47'	- 46° 6'	- 45°56'30"
- 55°29'	+ 0°51'	+ 0°31'30"	- 54°57'30"	- 54°59'
- 61°49'	+ 2°32'	+ 1°36'	- 60°13'	- 60°13'
- 71°49'	+ 6°16'	+ 3°57'	- 67°52'	- 67°39'
- 81°49'	+ 13° 4'	+ 8°10'	- 73°39'	- 73°10'30"
- 86°29'	+ 18° 5'	+ 11°17'30"	- 75°41'30"	- 74°38'30"
- 89° 9'	+ 21°50'	+ 13°34'	- 75°35'	- 75° 4'

Dans ce milieu, il n'y a ni minimum ni maximum de déviation.

§ 5. — *Milieu d'indice 1,6603 (naphtaline monobromée à 18°).*

δ_1	δ'	δ	δ_2	ε
+ 29°20'	- 39°15'	- 22°24'	+ 6°56'	+ 32°41'
+ 29°10'	- 38°58'	- 22°16'	+ 6°54'	+ 32° 0'30"
+ 25°40'	- 32°56'	- 19° 7'	+ 6° 3'	+ 27°45'
+ 15°40'	- 23° 2'	- 13°38'	+ 4°32'	+ 16°54'
+ 5°40'	- 17°20'	- 10°20'	- 5°40'	+ 5°49'30"
- 4°50'	- 13°42'	- 8°12'	- 13° 2'	- 5°20'
- 14°50'	- 11°10'	- 6°42'	- 21°32'	- 16°25'
- 24°50'	- 9°14'	- 5°33'	- 30°23'	- 27°16'30"
- 34°50'	- 7°38'30"	- 4°36'	- 39°26'	- 37°48'30"
- 44°50'	- 6°16'	- 3°46'	- 48°36'	- 47°58'
- 54°50'	- 4°58'	- 2°59'	- 57°49'	- 57°04'
- 61°50'	- 4° 6'	- 2°28'	- 64°18'	- 64°24'
- 71°50'	- 2°54'	- 1°43'	- 73°33'	- 73°41'30"
- 81°50'	- 1°38'	- 0°59'	- 82°49'	- 82°53'

Ce milieu est à peu près à la limite du maximum (analytique) de déviation; en réalité, dans le voisinage de l'incidence rasante il devait y avoir déjà un maximum, mais il était inobservable parce que l'image extraordinaire, peu lumineuse, était noyée dans l'irradiation de l'image non déviée.

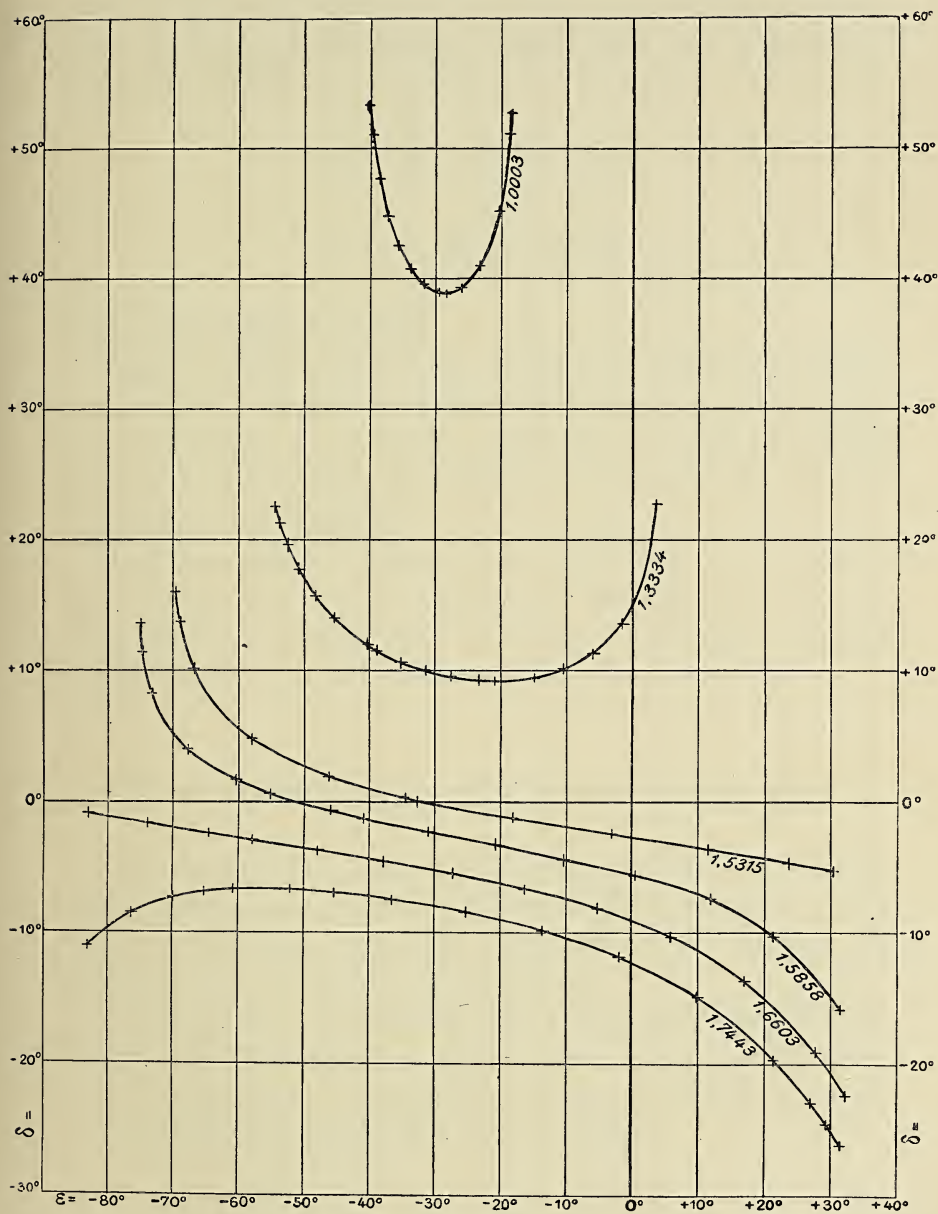
§ 6. — *Milieu d'indice 1,7443 (iodure de méthylène à 15°5).*

δ_1	δ'	δ	δ_2	ϵ
+ 27°40'	- 50°43'	- 26° 9'	+ 1° 4'	+ 31°31'
+ 25°40'	- 46°46'	- 24°29'	+ 0°44'	+ 29°46'
+ 23°40'	- 42°51'	- 22°57'	+ 0°43'	+ 26°59'
+ 18°46'	- 35°55'	- 19°39'30"	- 1°29'30"	+ 21°46'
+ 8°40'	- 26°45'	- 14°57'30"	- 6°47'30"	+ 6°33'30"
- 1°50'	- 21° 9'	- 11°56'30"	- 13°46'30"	- 2° 4'
- 11°50'	- 17°29'	- 9°55'	- 21°45'	- 13°45'
- 21°50'	- 15° 1'	- 8°33'	- 30°23'	- 25°46'30"
- 31°50'	- 13°46'	- 7°34'	- 39°24'	- 36°32'
- 39°50'	- 12°22'	- 7° 3'	- 46°53'	- 45°21'30'
- 46°50'	- 11°55'	- 6°48'	- 53°38'	- 53° 0'30"
(maximum) - 53°50'	- 11°53'	- 6°47'	- 60°37'	- 60°40'
- 57°50'	- 12°14'	- 6°59'	- 64°49'	- 65°41'
- 61°50'	- 12°56'	- 7°21'30"	- 69°41'30"	- 69°48'
- 66°50'	- 14°57'	- 8°30'30"	- 75°20'30"	- 76°15'
- 70°50'	- 19°30'	- 11° 2'	- 81°52'	- 83° 5'30"

§ 7. — *Représentation graphique des résultats obtenus.*

Les résultats obtenus dans les mesures faites sur le prisme asymétrique ont été représentés graphiquement sur la planche II, qui correspond parfaitement à la figure que M. Verschaffelt avait construite par calcul (*).

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 3, 1910, p. 179.



Les courbes sont asymétriques. Il y a effectivement, d'après l'observation, un intervalle d'indices dans lequel il n'y a ni maximum ni minimum de déviation; les limites sont à peu près 1,5315 et 1,6603, alors que d'après les formules

$$N_1 = \sqrt{N_x^2 \sin^2 \omega_1 + N_y^2 \cos^2 \omega_1}$$

et

$$N_2 = \sqrt{N_x^2 \sin^2 \omega_2 + N_y^2 \cos^2 \omega_2}$$

elles sont 1,5314 et 1,6590.

Tant que l'indice des milieux ambiants est inférieur à 1,5314 (air, eau), les courbes de déviation sont convexes vers le bas et il y a minimum de déviation; quand il est supérieur à 1,6590 (iodure de méthylène), les courbes sont convexes vers le haut et présentent un maximum.

Dans les milieux à indices $N_1 = 1,5314$ et $N_2 = 1,6590$, il y a respectivement un minimum et un maximum de déviation au moment de la disparition de l'image à l'émergence rasante dans le premier cas, à l'incidence rasante dans le second.

III. — OBSERVATION DE LA DÉVIATION EXTRAORDINAIRE NULLE.

Dans des liquides d'indices inférieurs à 1,6590 et graduellement décroissants, les ondes extraordinaires réfractées par le prisme symétrique présentent un maximum de déviation en passant deux fois par une déviation nulle.

L'observation des positions du cristal pour lesquelles la déviation extraordinaire est nulle a fourni, par un procédé indiqué précédemment (*), une série de valeurs des vitesses normales dans des directions ϵ connues à 2' ou 3' près.

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 2, 1912, p. 113.

Les positions du prisme pour lesquelles la déviation extraordinaire est nulle dans un liquide déterminé sont symétriques par rapport à un plan passant par l'arête et contenant l'axe optique.

Ces observations ont donc permis de déterminer la situation de ce plan par rapport aux faces du prisme; c'est ainsi que nous avons trouvé que la situation de ce plan est telle que l'indique la figure 1.

Dans des liquides d'indices égal et inférieurs à celui pour lequel la déviation extraordinaire doit être constante (1,5315), la symétrie étant supposée parfaite, les images extraordinaires étaient toujours déviées positivement par le prisme symétrique. Mais l'observation des images extraordinaires des deux prismes asymétriques a permis de prolonger la série des mesures faites par la méthode indiquée.

En effet, chacune de ces images passait déjà une fois par une déviation nulle en même temps que l'image extraordinaire du prisme O dans une série de liquides d'indices supérieurs à 1,5315, liquides où il n'y a ni minimum ni maximum de déviation pour les prismes asymétriques. Mais dans les liquides d'indices moindres, chacune passe deux fois par une déviation nulle, en présentant un maximum absolu de déviation, jusqu'à ce qu'on ait obtenu un liquide dont l'indice est égal à l'indice extraordinaire minimum de la calcite et dans lequel la déviation passe par un minimum égal à 0.

Par cette méthode, nous avons obtenu une série de valeurs de n_e pour ϵ variant de 0° à 90° . Les liquides employés étaient des mélanges de naphthaline monobromée et de toluol, sauf toutefois pour les deux dernières observations, où le liquide fut obtenu en ajoutant à du toluol pur un peu d'alcool éthylique à 99,5 %.

Nous avons pu réaliser ainsi un liquide dont l'indice était

égal à l'indice extraordinaire minimum de la calcite. Dans un tel liquide, on voit les images extraordinaires des deux prismes asymétriques présenter en même temps un minimum de déviation nul pour deux positions écartées de 180° .

La déviation ordinaire minimum du prisme symétrique

$$(\delta' = + 11^\circ 40', \quad \delta = + 7^\circ 49')$$

a donné comme indice de ce liquide, donc comme indice extraordinaire de la calcite, 1,4868 (*).

Le tableau suivant indique, à côté des valeurs trouvées pour les vitesses normales, les valeurs calculées d'après la formule

$$r = \sqrt{a^2 \sin^2 \varepsilon + b^2 \cos^2 \varepsilon}.$$

ε	n_ε	r_ε observé	r_ε calculé
$0^\circ 0'$	1,6390	0,6028	$b = 0,6028$
$4^\circ 41'$	1,6378	0,6032	0,6032
$13^\circ 57'$	1,6472	0,6071	0,6070
$23^\circ 25'$	1,6279	0,6143	0,6143
$33^\circ 18'$	1,6010	0,6246	0,6247
$43^\circ 17'$	1,5741	0,6365	0,6365
$53^\circ 9'$	1,5427	0,6482	0,6483
$64^\circ 33'$	1,5146	0,6602	0,6603
$74^\circ 8'$	1,4978	0,6676	0,6676
$82^\circ 59'$	1,4889	0,6716	0,6716
$90^\circ 0'$	1,4468	0,6726	$a = 0,6726$

On voit ici encore qu'au degré d'approximation des mesures faites, l'expérience vérifie pleinement la théorie.

Les valeurs de r déduites de ces dernières observations per-

(*) D'après le *Recueil de constantes physiques*, $n_e = 1,48643$ à 18° C. et par rapport à l'air.

mettent de construire la section méridienne de la surface des vitesses normales extraordinaires (fig. 3).

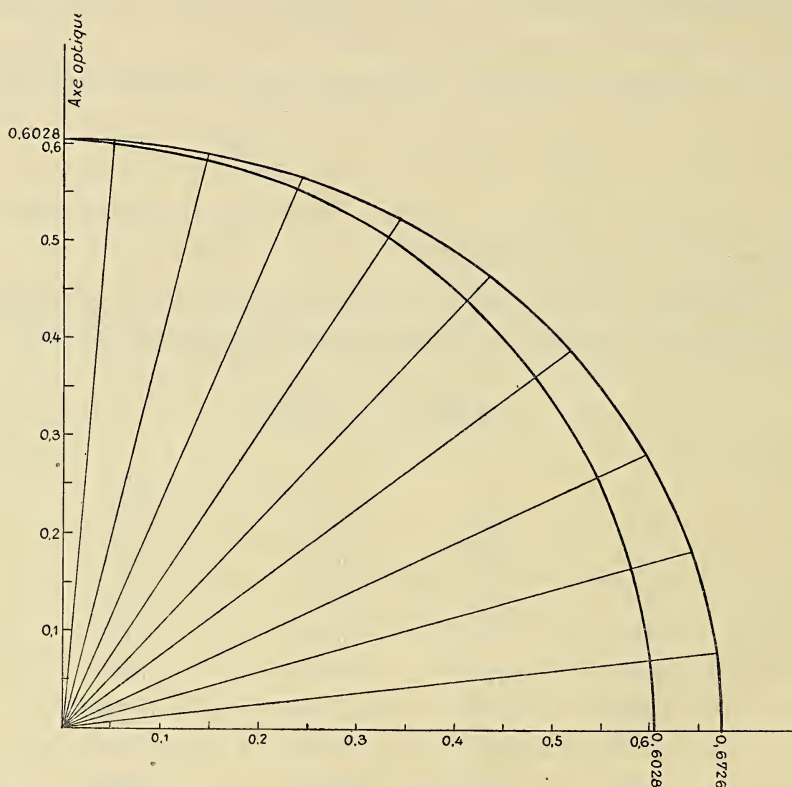


Fig. 3.

Les données de tous les tableaux précédents fournissent d'ailleurs un grand nombre de points de cette courbe.

Il a été vérifié que tous les points ainsi obtenus viennent se placer sans erreur appréciable sur la courbe tracée à partir des observations faites dans des liquides d'indices variant entre 1,6590 et 1,4868.

CRISTALLOGRAPHIE. — **Sur l'achromatisation des prismes,**

par J.-E. VERSCHAFFELT.

Dans ses observations sur la déviation produite par les prismes qui forment les faces naturelles d'un cristal d'aragonite, M^{lle} A. Scouart ⁽¹⁾ avait constaté le fait curieux que lorsque le cristal est placé dans l'eau, certaines images de la fente, produites par réfraction, sont sensiblement achromatiques; placé dans l'eau, le cristal dévie donc la lumière sans produire de dispersion, ou à peu près. A ma connaissance, le phénomène n'avait jamais été signalé, et bien qu'il ne soit pas très remarquable, il me semble pourtant qu'il mérite d'attirer l'attention.

D'autres substances encore présentent le même phénomène; je l'ai retrouvé notamment dans la calcite. Un prisme de calcite dont l'arête est parallèle à l'axe optique donne dans l'air deux spectres, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, ayant tous deux le violet en dehors et le rouge en dedans; mais dans l'eau l'image extraordinaire de la fente éclairée au moyen d'un bec de gaz est presque aussi simple et nette que si elle était formée par une source monochromatique; seule l'image ordinaire est encore étalée en spectre, mais beaucoup moins que dans l'air.

Les images formées par un cristal de topaze placé dans l'eau sont également peu irisées; ce sont des spectres fort peu étalés, et on achromatise parfaitement ces images en remplaçant l'eau par un milieu un peu plus dispersif, par exemple de l'alcool contenant une petite quantité de toluène. Tout prisme peut être achromatisé ainsi; il suffit pour cela de le placer dans un milieu convenablement choisi. En plaçant, par exemple, le prisme de calcite dans un mélange approprié d'alcool et de toluène, on

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1912, n° 2, p. 97.

peut rendre achromatique l'image ordinaire; dans ce milieu, l'image extraordinaire n'est plus achromatique, évidemment, et dans le spectre qu'elle donne, c'est alors le rouge qui est la couleur la plus déviée : ce spectre est renversé. A mesure qu'on ajoute du toluène à l'alcool, on voit le spectre extraordinaire, renversé, s'étaler davantage; par contre, le spectre ordinaire se rétrécit de plus en plus, pour se renverser à son tour après avoir passé par l'état d'image achromatique.

L'explication du phénomène est très simple. Si nous représentons par n_p et n_a les indices de réfraction du prisme et du milieu ambiant pour une certaine radiation, l'indice relatif du prisme est

$$\nu = \frac{n_p}{n_a};$$

au passage de la lumière du milieu ambiant dans le prisme, on a

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \nu,$$

donc

$$\frac{1}{\operatorname{tg} r} \frac{dr}{d\lambda} = - \frac{1}{\nu} \frac{d\nu}{d\lambda},$$

c'est-à-dire que $\frac{dr}{d\lambda}$ change de signe avec $\frac{d\nu}{d\lambda}$ et la dispersion est négative, c'est-à-dire que le spectre est renversé (le violet moins dévié que le rouge; $\frac{dr}{d\lambda} > 0$), lorsque ν diminue avec λ . Il faut pour cela

$$\frac{1}{n_a} \frac{dn_a}{d\lambda} > \frac{1}{n_p} \frac{dn_p}{d\lambda},$$

ce qu'on peut exprimer en disant que le milieu ambiant doit être relativement plus dispersif que le prisme.

La condition pour que le prisme, placé dans un certain milieu, soit achromatique, est donc celle-ci : il faut que le prisme et le milieu ambiant aient même dispersion relative, ou bien le rapport

$$\nu = \frac{n_p}{n_a}$$

doit avoir la même valeur pour toutes les couleurs. Pour le rayon extraordinaire de la calcite, cette condition est satisfaite, du moins approximativement, ainsi que le prouve le tableau suivant :

Esp. de lum.	$n_{\text{extr.}}$	$n_{\text{eau}} (20^{\circ} \text{ C.})$	ν
A	1,4827	1,3290	1,1156
B	4840	3304	55
C	4846	3312	53
D	4864	3330	51
E	4887	3352	50
F	4908	3371	50
G	4946	3406	49
H	4978	3435	48

Le rapport ν n'est pas rigoureusement constant, comme on voit; il décroît nettement avec λ et il doit en résulter une légère dispersion négative, dont il est aisé de trouver la grandeur. Au minimum de déviation, la formule

$$\frac{\sin \frac{1}{2} (A + \delta)}{\sin \frac{1}{2} A} = \nu$$

donne

$$d\delta = \frac{2 \sin \frac{1}{2} A}{\cos \frac{1}{2} (A + \delta)} d\nu,$$

ce qui fait, pour $A = 60^{\circ}$ et $d\nu = -0,0008$, $d\delta = -0,0008$ environ ou trois minutes; le prisme de calcite placé dans l'eau doit donc donner un spectre extraordinaire renversé de trois minutes d'étalement à peu près pour la partie visible. Mais il y a une circonstance que nous ne devons pas perdre de vue, et qui rend, dans les conditions de l'observation (le cristal se trouvant dans une cuvette à faces parallèles), la condition d'achromatisme un peu plus compliquée : c'est que les rayons

lumineux reviennent dans l'air et subissent au passage de l'eau dans l'air une légère dispersion positive. On trouve aisément qu'au minimum de déviation du prisme de calcite cette dispersion est de six minutes environ de A à H, de sorte qu'elle compense, et au delà, la dispersion négative du prisme, en laissant subsister une dispersion positive de trois minutes pour tout le spectre visible.

Rigoureusement, la condition

$$\frac{1}{n_p} \frac{dn_p}{d\lambda} = \frac{1}{n_a} \frac{dn_a}{d\lambda},$$

si elle se réalise, n'est réalisée que pour un endroit donné du spectre; il doit en résulter que l'achromatisme n'est jamais absolu, et qu'il reste une dispersion secondaire, dans laquelle une certaine radiation est déviée plus fortement ou moins fortement que les radiations voisines. Cette dispersion secondaire doit être très faible; aussi n'en ai-je pas trouvé trace.

Avec le prisme qui a servi aux mesures de la note précédente, l'achromatisme, le prisme étant placé dans l'eau, se présente dans des circonstances particulières. Ce prisme étant taillé de façon que l'arête est perpendiculaire à l'axe optique, l'indice et aussi la dispersion du rayon extraordinaire y varient avec la direction; aussi, tandis qu'avec un prisme parallèle à l'axe l'achromatisme s'observe à fort peu près dans toutes les positions du prisme, ici il ne s'observe qu'avec les deux prismes asymétriques et seulement dans une position déterminée de ces prismes. Chacun d'eux donne un spectre extraordinaire fort peu étalé, qui à l'une des positions extrêmes présente le violet à droite et à l'autre position extrême présente le violet à gauche; entre les deux il y a une position pour laquelle l'image est absolument nette, sans coloration. Lorsque le pouvoir dispersif du milieu ambiant augmente, la position d'achromatisme change, jusqu'à atteindre la position du minimum de déviation du prisme symétrique; à ce moment, les images ordinaire et extraordinaire sont achromatiques lorsqu'elles se confondent.

L'observation de la position dans laquelle l'image extraordinaire fournie par un des prismes est achromatique permet, par une seule lecture, de déduire les indices du milieu ambiant pour les diverses radiations de ceux de la calcite. Avec le prisme d'angle réfringent $59^{\circ}34'$, placé dans la cuvette remplie d'eau à 20°C. , l'image était achromatique entre les limites (les notations sont celles de la note précédente) $\delta_1 = -2^{\circ}52' \pm 40'$ environ, auxquelles correspondaient les valeurs $\delta' = 17^{\circ}16' \pm 30'$. Pour déduire de là les indices de l'eau, il faut opérer par approximation, mais les calculs s'effectuent assez rapidement. Pour la raie D, on trouve

$$\delta = 12^{\circ}52' \pm 21', \quad \varepsilon = -2^{\circ}37' \pm 36',$$

$$n_z = \sqrt{n_0^2 \cos^2 \varepsilon + n_e^2 \sin^2 \varepsilon} = 1,4868 \pm 0,0002, \quad \nu = 1,4154 \pm 0,0002$$

et $N = 1,3330$.

De même, pour d'autres radiations :

Espèce	δ	ε	n_z	ν	N
A	$12^{\circ}55'$	$-2^{\circ}37'$	1,4831	1,4157	1,3293
B	$53'$	—	4844	1155	3307
C	$53'$	—	4850	1155	3314
D	$52'$	—	4868	1154	3330
E	$50'$	—	4891	1152	3354
F	$49'$	—	4912	1150	3374
G	$47'$	—	4950	1148	3410
H	$46'$	—	4982	1147	3440

Au degré de précision des mesures, ce résultat s'accorde bien avec les données du tableau précédent; on remarquera néanmoins que de part et d'autre de la raie D il semble se montrer un écart systématique, dans le même sens et qui augmente à mesure qu'on s'éloigne de la raie; je pense que cet écart prouve précisément l'existence de la dispersion secondaire dont je parlais tantôt, mais trop faible cependant pour être observée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur la convergence des séries
de Fourier et des suites de Fourier-Féjer,

par PAUL NOAILLON, docteur en sciences physiques et mathématiques (*).

I. — SÉRIES DE FOURIER.

On sait que la somme S_n des n premiers termes de la série de Fourier, relative à la fonction $F(x)$ de période T , a pour expression, pour la valeur particulière X de x :

$$S_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} \frac{\sin \left[(2n-1)(x-X)\frac{\pi}{T} \right]}{\sin \left[(x-X)\frac{\pi}{T} \right]} F(x) dx.$$

D'après un théorème de Riemann-Lebesgue, si $F(x)$ est sommable (au sens de Lebesgue), les points d'accumulation (**) de S_n pour $n = +\infty$ ne changeront pas si l'on remplace, dans l'expression ci-dessus, les limites d'intégration a et $a+T$ par d'autres limites (indépendantes de n) renfermant le point X .

En s'appuyant sur le même théorème de Lebesgue, on peut montrer (***) que le remplacement du dénominateur

$$\sin \left[(x-X)\frac{\pi}{T} \right] \quad \text{par} \quad (x-X)\frac{\pi}{T}$$

ne change pas non plus les points d'accumulation de S_n .

(*) Présenté par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

(**) Nous évitons d'employer le mot *limite* autrement que pour désigner un point d'accumulation *unique*.

(***) CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, *Cours d'analyse*, 2^e édit., t. II, p. 144, n° 134.

Enfin, M. de la Vallée Poussin a montré aussi que, la fonction $F(x)$ restant la même aux environs du point X , les points d'accumulation de S_n ne dépendent pas de la valeur de la période T . Cela résulte, en effet, de la proposition suivante :

La fonction $F(x)$ étant sommable, les points d'accumulation de S_n seront les mêmes que ceux de

$$S_K = \frac{1}{\pi} \int_{X-h}^{X+h} \frac{\sin K(x-X)}{x-X} F(x) dx,$$

h étant un nombre fixe, arbitraire, et K tendant vers $+\infty$ par valeurs positives *quelconques* (*).

On pourrait peut-être appeler fonction *fourrière* au point X toute fonction sommable $F(x)$ pour laquelle l'expression S_K , ci-dessus, posséderait une limite lorsque $K = +\infty$.

La valeur de cette limite serait appelée *limite fourrière* de $F(x)$ en X .

Une fonction non sommable serait dite *fourrière* au point X lorsque les points d'accumulation extrêmes pour $K = +\infty$ de l'expression ci-dessus tendraient vers une limite commune pour $h = 0$.

THÉORÈME SUR LA SÉRIE DE FOURIER.

Rappelons le théorème de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin (**):

« Si la fonction $F(x)$ est sommable dans l'intervalle $(0, 2\pi)$ et que sa moyenne autour de X :

$$G(t) = \frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} F(x) \cdot dx$$

(*) CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, *Cours d'analyse*, 2^e édit., t. II, p. 144, n^o 135 (Remarque).

(**) *Rend. Circ. mat. Palermo*, t. XXXI (1911), p. 296-299.

soit à variation bornée quand t tend vers zéro, la série de Fourier de $F(x)$ converge vers $G(0)$ au point X compris dans l'intervalle $(0, 2\pi)$. »

Ce critère est, croyons-nous, le seul critère simple, énoncé jusqu'à présent, qui ne se restreigne pas aux fonctions qui sont, au point X , continues ou de la forme

$$\frac{F(X+0) + F(X-0)}{2}.$$

En sacrifiant un peu de sa simplicité, nous pourrions, en nous appuyant sur un autre critère du même auteur, donner à ce théorème une forme un peu plus générale.

DÉFINITION.

Nous appellerons *trépidation* (*) de la fonction paire $G(t)$ dans l'intervalle $(-H, +H)$, le point d'accumulation supérieur du module de l'expression

$$K \int_{-H}^{+H} \cos(Kt) \cdot G(t) \cdot dt$$

quand K tend vers $+\infty$ par valeurs de la forme

$$K = \bar{n} \cdot \frac{2\pi}{2H},$$

où $\bar{n}$ représente un nombre entier quelconque.

[L'intégrale

$$\int_{-H}^{+H}$$

est le coefficient de

$$\cos(Kt) \left(K = \bar{n} \cdot \frac{2\pi}{2H} \right)$$

dans la série de Fourier de la fonction de période $2H$ égale à $G(t)$ dans l'intervalle $(-H, +H)$.]

(*) C'est une notion voisine de celle que M. Hadamard appelle « écart » dans ses « Essais sur l'étude des fonctions données par leur développement de TAYLOR ». *Journal de mathématiques*, série (4), t. VIII (1892), p. 165.

ÉNONCÉ DU THÉORÈME SUR LA SÉRIE DE FOURIER.

Pour qu'une fonction $F(x)$, sommable et possédant au point X une moyenne limite (), soit fouriérique (**) en ce point X , il faut et il suffit que sa moyenne autour de X :*

$$G(t) = \frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} F(x) dx,$$

soit à trépidation nulle.

La série de Fourier est alors égale à la moyenne limite en X de la fonction $F(x)$.

Dans cet énoncé, nous ne disons pas dans quel intervalle $(-H, +H)$ la trépidation doit être nulle.

C'est que, comme on va le voir, il suffit qu'elle soit nulle dans un intervalle choisi comme on voudra (infinitement petit si l'on veut) pour que le théorème s'applique et que, par suite, la trépidation soit nulle dans tout intervalle où $F(x)$ est sommable.

On vérifie immédiatement, par l'emploi du deuxième théo-

(*) Moyenne limite = limite pour $t = 0$ de la moyenne

$$\frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} F(x) dx.$$

Cette moyenne limite existe en particulier pour toute fonction qui est, au point X , continue ou de la forme

$$\frac{F(X+0) + F(X-0)}{2}.$$

Et aussi pour les fonctions qui sont de cette forme, aux ensembles près de mesure nulle.

(**) C'est-à-dire pour que sa série de Fourier converge.

rème de la moyenne (*), qu'une fonction $G(t)$ à variation bornée dans $(0, t)$ est à trépidation nulle au point 0 (c'est-à-dire dans $0t$, quand t tend vers zéro) (**). Les fonctions satisfaisant aux conditions du théorème de M. de la Vallée Poussin satisfont donc aussi à nos conditions.

Signalons enfin que notre théorème renferme le suivant :

Quand la moyenne limite existe, la série de Fourier ne peut converger vers une valeur autre que cette moyenne limite.

NOTATION.

$\overline{n}$ = tout nombre entier, indifféremment.

$\overline{\lambda}$ = tout nombre dont le module est ≥ 1 .

$\varepsilon(t)$ = toute fonction tendant vers zéro avec t .

$I(z_1 z_2)$ = toute fonction indépendante de z_1 et de z_2 .

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME SUR LA SÉRIE DE FOURIER.

1° *La condition est suffisante.*

En posant

$$\frac{F(X+t) + F(X-t)}{2} = f(t),$$

(*) Qu'il nous soit permis de remarquer que le deuxième théorème de la moyenne peut toujours être ramené au premier au moyen d'une intégration par parties et d'intégrales de Stieltjes. Par exemple, dans le cas qui nous occupe, on a

$$\int_0^t K \cos(Kt) \cdot G(t) \cdot dt = \sin(Kt) \cdot G(t) - \int_0^t \sin(Kt) \cdot dG = \sin(Kt) \cdot G(t) + \overline{\lambda} \int_0^t |dG|$$

où $\overline{\lambda}$ représente indifféremment tout nombre dont le module est ≥ 1 .

Les intégrales renfermant dG seront des intégrales de Stieltjes si $G(t)$ n'a pas de dérivée.

La dernière intégrale $\int_0^t |dG|$ n'est autre que la variation totale de Jordan.

(**) De plus, $G(t)$ étant à variation bornée, aura, pour $t \geq 0$ une limite $G(0)$, qui sera la moyenne limite de $F(x)$ pour $x = X$.

on aura

$$\int_{X-H}^{X+H} \frac{\sin K(x-X)}{x-X} F(x) dx = \int_{-H}^{+H} \frac{\sin Kt}{t} f(t) dt$$

et

$$\frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} F(x) dx = \frac{1}{t} \int_0^t f(t) dt = G(t).$$

Il nous faut montrer que les conditions

$$G(t) = G(0) + \overline{\varepsilon(t)}$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} K \int_{-H}^{+H} G(t) \cdot \cos(Kt) \cdot dt = \overline{\varepsilon\left(\frac{1}{K}\right)} \\ \text{pour } K = \frac{2\pi}{2H} n \end{array} \right.$$

entraînent

$$\frac{1}{\pi} \int_{-H}^{+H} \frac{\sin Kt}{t} f(t) \cdot dt = G(0) + \overline{\varepsilon\left(\frac{1}{K}\right)}.$$

Une intégration par parties donne

$$\int_{-H}^{+H} \frac{\sin Kt}{t} f(t) dt = 2 \sin(KH) \cdot G(H) - \int_{-H}^{+H} t \cdot G(t) \cdot D\left(\frac{\sin Kt}{t}\right) \cdot dt.$$

Dans le deuxième membre, le premier terme est nul parce que

$$K = \frac{\pi}{H} \cdot \overline{n}.$$

Il vient donc

$$\int_{-H}^{+H} \frac{\sin Kt}{t} f(t) \cdot dt = \int_{-H}^{+H} G(t) \cdot \frac{\sin Kt}{t} dt - K \int_{-H}^{+H} G(t) \cdot \cos Kt \cdot dt. \quad (1)$$

Par hypothèse, le dernier terme où

$$K = \frac{\pi}{T} \bar{n}$$

tend vers zéro avec $\frac{1}{K}$.

Il suffit donc de montrer que

$$\int_{-H}^{+H} G(t) \frac{\sin Kt}{t} dt$$

tend vers $G(0)$.

C'est-à-dire que la série de Fourier de la fonction de période $2H$ égale à $G(t)$ dans $(-H, +H)$ tend vers $G(0)$ au point $t = 0$.

Or [parce que $G(t)$ est continue pour $t = 0$], il suffit pour cela (*) que les coefficients a_n de cette série de Fourier (**) satisfassent à la relation

$$na_n = \overline{\lambda \, \overline{I(n)}}.$$

Et cette relation est satisfaite, puisque

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n = \frac{1}{H} \int_{-H}^{+H} G(t) \cos(Kt) \, dt, \\ \text{où } K = \frac{2\pi}{2H} \cdot n, \end{array} \right.$$

et que, par conséquent, la trépidation de $G(t)$ étant nulle, on a

$$na_n = \varepsilon \overline{\left(\frac{1}{n} \right)}.$$

(*) CH.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN, *Cours d'analyse*, 2^e édit., t. II, p. 162, n° 155, corollaire II.

(**) Il s'agit des coefficients des cosinus, car ceux des sinus sont nuls parce que $G(t)$ est paire.

2° La condition est nécessaire.

Reprenons la relation

$$\pi \int_{-H}^{+H} \frac{t}{t} f(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_{-H}^{+H} \frac{\sin Kt}{t} G(t) \cdot dt - \frac{K}{\pi} \int_{-H}^{+H} \cos(Kt) \cdot G(t) \cdot dt, \quad (1)$$

où

$$K = \frac{\pi}{H} n.$$

Par hypothèse, le premier membre tend vers une limite S. Il nous suffira de montrer que dans le deuxième membre les deux termes tendent nécessairement, le premier vers $G(0)$ et le deuxième vers zéro.

En remarquant que

$$\int_0^t \sin(Kt) \cdot dt = \frac{1 - \cos(Kt)}{K} = \frac{\sin^2(K't)}{K'} \\ \left(K' = \frac{1}{2} K \right)$$

une intégration par parties donne

$$\int_{-H}^{+H} \frac{G(t)}{t} \sin(Kt) dt = 2G(H) \cdot \frac{\sin^2(K'H)}{K'} - \frac{1}{K'} \int_{-H}^{+H} \sin^2(K't) D\left(\frac{G}{t}\right) dt,$$

d'où, en remarquant que

$$D\left(\frac{G}{t}\right) = \frac{f}{t^2} - 2\frac{G}{t^2},$$

on obtient

$$\frac{1}{\pi} \int_{-H}^{+H} \frac{\sin(Kt)}{t} G(t) \cdot dt \\ = \frac{2}{\pi} G(H) \cdot \frac{\sin^2(K'H)}{K'} - \frac{1}{\pi K'} \int_{-H}^{+H} \left(\frac{\sin K't}{t}\right)^2 f(t) \cdot dt + \frac{2}{\pi K'} \int_{-H}^{+H} \left(\frac{\sin K't}{t}\right)^2 G(t) dt.$$

Les deux intégrales du deuxième membre sont équivalentes aux suites de Fourier-Féjer (*) relatives aux fonctions $f(t)$ et $G(t)$.

La première suite convergera vers S [valeur de la série de Fourier de $f(t)$, laquelle converge par hypothèse].

La deuxième suite convergera vers $G(0)$ [parce que $G(t)$ est supposée continue au point $t = 0$].

On obtient donc

$$\frac{1}{\pi} \int_{-n}^{+n} \frac{\sin(Kt)}{t} G(t) \cdot dt = \varepsilon \left(\frac{1}{K} \right) - S + 2G(0). \quad (2)$$

Cette relation montre que la série de Fourier de $G(t)$ est convergente et a pour somme

$$-S + 2G(0).$$

Mais puisque $G(t)$ est continue pour $t = 0$, sa série de Fourier ne peut converger (pour $t = 0$) que vers $G(0)$ (**).
Donc

$$G(0) = -S + 2G(0)$$

et par suite

$$S = G(0). \quad (3)$$

Les relations (2) et (3) donnent

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-n}^{+n} \frac{\sin(Kt)}{t} G(t) \cdot dt &= G(0) + \varepsilon \left(\frac{1}{K} \right) \\ \frac{1}{\pi} \int_{-n}^{+n} \frac{\sin(Kt)}{t} f(t) dt &= G(0) + \varepsilon \left(\frac{1}{K} \right) \end{aligned}$$

(*) Série de Fourier sommée par le procédé de la moyenne arithmétique.

Ces suites convergent quand la série de Fourier converge et aussi quand la fonction est continue. (Voir *Cours d'analyse* de DE LA VALLÉE POUSSIN, p. 161.)

(**) Théorème de Féjer. (Voir *Cours d'analyse* de DE LA VALLÉE POUSSIN, p. 161.)

Ces valeurs substituées dans (1) donnent

$$\left. \begin{aligned} K \int_{-\Pi}^{+\Pi} \cos(Kt) \cdot G(t) dt &= \varepsilon \left(\frac{1}{K} \right) \\ \text{en supposant } K &= \frac{2\pi n}{2\Pi} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Les relations (3) et (4) établissent notre théorème.

II. — SUITES DE FÉJER.

Nous appelons suite de Féjer relative à la fonction $F(x)$ la suite des quantités $\sigma_1, \sigma_2 \dots, \sigma_n \dots$ déterminées par

$$\sigma_n = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{n},$$

où S_n est la somme des n premiers termes de la série de Fourier de $F(x)$, série pouvant être divergente.

M. Féjer a montré (*) que σ_n tend vers $F(X)$ en tous points X où $F(x)$ est continue ou de la forme $\frac{F(X+0) + F(X-0)}{2}$.

Ce théorème a été généralisé par M. Lebesgue (**), qui a établi que, lorsque $F(x)$ est sommable, la suite σ_n tend vers $F(X)$ « presque partout », c'est-à-dire partout sauf peut-être sur un ensemble de mesure nulle.

M. Lebesgue a démontré pour cela un critère de convergence que l'on peut énoncer ainsi :

« La suite de Féjer relative à $F(x)$ tendra au point X vers la

(*) Untersuchungen über Fouriersche Reihen. (*Math. Annalen*, t. LVIII, p. 51.)

(**) Recherches sur la convergence des séries de Fourier. (*Math. Annalen*, t. LXI, pp. 271-277.)

limite A si la fonction $|F(x) - A|$ possède au point X une moyenne limite (*) nulle. »

Nous allons présenter un critère plus général et plus simple.

Définition.

Nous dirons qu'une fonction $F(x)$ est *bornée en moyenne absolue* au point X , lorsque la moyenne de sa valeur absolue

$$\frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} |F(x)| dx$$

restera inférieure à un nombre fixe quand t variera dans le voisinage de zéro.

Ces fonctions renferment les fonctions bornées au point X , et aussi les fonctions qui sont, au point X , *bornées en négligeant les ensembles de mesure nulle*.

Par cette dernière expression, nous entendons toute fonction $F(x)$ pour laquelle il existe un intervalle $(X - H, X + H)$ et une constante positive M tels que l'inégalité $|F(x)| > M$ n'est vérifiée à l'intérieur de $(X - H, X + H)$ que pour un ensemble de points x de mesure nulle.

On vérifie immédiatement que la somme de deux fonctions bornées en moyenne absolue est une fonction de la même classe. C'est à cette classe très étendue de fonctions que se rapporte notre critère de convergence.

(*) Moyenne limite de $f(x)$ au point X = limite pour $t = 0$ de la moyenne

$$\frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} f(x) dx.$$

M. Lebesgue, au lieu de moyenne limite, dit : « dérivée pour $t = 0$ de l'intégrale indéfinie de

$$\psi(t) = \frac{f(X+t) + f(X-t)}{2}. »$$

Le sens est le même.

Énoncé du théorème sur les suites de Féjer.

Si la fonction $F(x)$, sommable et bornée en moyenne absolue au point X , possède en ce point une moyenne limite (A) , sa suite de Féjer convergera au point X vers cette moyenne limite (A) .

Le critère de M. Lebesgue énoncé plus haut est bien renfermé dans ce théorème, car si

$$\text{moyenne limite } |F(x) - A| = 0,$$

on aura *a fortiori*

$$\text{moyenne limite } (F(x) - A) = 0,$$

ou

$$\text{moyenne limite } F(x) = A.$$

D'autre part, de l'inégalité

$$|F(x)| < |F(x) - A| + |A|$$

on déduit facilement que $F(x)$ est bornée en moyenne absolue au point X .

Démonstration du théorème sur les suites de Féjer ().*

En considérant une suite de Féjer se rapportant à la période 2π , on a

$$\sigma_n = \frac{1}{\pi n} \int_a^{a+2\pi} \left(\frac{\sin nt}{\sin t} \right)^2 F(x) dx.$$

$$t = \frac{x - X}{2}.$$

(*) Nous emploierons encore les notations indiquées à la page 528.

Par le même raisonnement que pour la série de Fourier, on verra que les points d'accumulation de σ_n pour $n = \infty$ sont les mêmes que ceux, pour $K = \infty$, de

$$\sigma_K = \frac{1}{\pi K} \int_{X-H}^{X+H} \left(\frac{\sin K(x-X)}{x-X} \right)^2 F(x) dx.$$

Il nous faut donc montrer que la relation

$$\lim_{t=0} \frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} F(x) dx = A$$

entraîne

$$\lim_{K=\infty} \frac{1}{\pi K} \int_{X-H}^{X+H} \left(\frac{\sin K(x-X)}{x-X} \right)^2 F(x) dx = A.$$

Nous poserons

$$\frac{F(X+t) + F(X-t)}{2} - A = \varphi(t).$$

On aura alors

$$\frac{1}{2t} \int_{X-t}^{X+t} F(x) dx - A = \frac{1}{t} \int_0^t \varphi(t) dt$$

et (*)

$$\frac{1}{\pi K} \int_{X-H}^{X+H} \left(\frac{\sin K(x-X)}{x-X} \right)^2 F(x) dx - A = \frac{1}{\pi K} \int_{-H}^{+H} \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \varphi(t) dt + \varepsilon \left(\frac{1}{K} \right).$$

(*) En remarquant que la suite de Fourier-Féjer représente exactement $F(x)$ au cas où cette fonction se réduit à une constante A , et que, par conséquent,

$$A = \frac{1}{\pi K} \int_{-H}^{+H} \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \cdot A \cdot dt + \varepsilon \left(\frac{1}{K} \right).$$

Il nous suffira donc de montrer que la relation

$$\frac{1}{t} \int_0^t \varphi(t) dt = \overline{\varepsilon(t)} \quad (1)$$

entraîne, lorsque $\varphi(t)$ est bornée en moyenne absolue, la relation

$$\frac{1}{K} \int_{-H}^{+H} \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \varphi(t) dt = \overline{\varepsilon \left(\frac{1}{K} \right)} \quad (2)$$

Nous poserons

$$\int_0^t \varphi(t) \cdot dt = \Phi(t),$$

h étant > 0 et compris entre 0 et H . On a

$$\int_{-H}^{+H} = \int_{-h}^h + \int_h^H + \int_{-H}^{-h}$$

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^h \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \varphi(t) \cdot dt = \frac{1}{K} \left[\left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \Phi(t) \right]_{-h}^h - \frac{1}{K} \int_{-h}^h \Phi(t) \cdot D \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 dt.$$

La fonction $\varphi(t)$ est paire, et par suite $\Phi(t)$ est impaire.

Donc

$$\frac{1}{K} \left[\left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \Phi(t) \right]_{-h}^{+h} = \frac{2}{K} \left(\frac{\sin Kh}{h} \right)^2 \Phi(h) = \frac{2}{Kh} (\sin Kh)^2 \left(\frac{\Phi(h)}{h} \right).$$

Le dernier facteur est borné, donc

$$\frac{1}{K} \left[\left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \Phi(t) \right]_{-h}^{+h} = \frac{1}{Kh} \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, h)}$$

et

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^{+h} \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \cdot \varphi(t) \cdot dt = \frac{1}{K \cdot h} \bar{\lambda} \cdot \overline{l(K, h)} - \frac{1}{K} \int_{-h}^{+h} \Phi(t) \cdot D \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 dt. \quad (3)$$

Pour évaluer cette dernière intégrale, remarquons que si l'on représente par $\psi(t)$ le maximum de $\left| \frac{\Phi(t)}{t} \right|$ dans $(0, t)$, l'on aura

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^h \frac{\Phi(t)}{t} \cdot t D \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 dt = \frac{\bar{\lambda}}{K} \psi(h) \cdot 2 \cdot \int_0^{+h} t \left| D \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \right| dt. \quad (4)$$

On a

$$D \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 = 2 \left(\frac{\sin Kt}{t} \right) \frac{Kt \cdot \cos Kt - \sin Kt}{t^2} = \frac{2}{t^3} (Kt \cos Kt - \sin Kt) \bar{\lambda}.$$

Or,

$$\cos Kt = 1 - (Kt)^2 \cdot \frac{\bar{\theta}}{2}, \quad (*)$$

$$\sin Kt = Kt - (Kt)^3 \frac{\bar{\theta}}{6}, \quad (*)$$

done

$$Kt \cdot \cos Kt - \sin Kt = (Kt)^3 \cdot \frac{1}{2} \bar{\lambda}$$

et

$$D \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 = K^3 \cdot \bar{\lambda},$$

d'où

$$2 \int_0^h t \left| D \sin \left(\frac{Kt}{t} \right)^2 \right| dt = K^3 h^2 \cdot \bar{\lambda}.$$

(*) $\bar{\theta}$ = tout nombre compris entre 0 et 1 inclusivement.

(4) devient donc

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^{+h} \frac{\Phi(t)}{t} \cdot t \cdot D\left(\frac{\sin Kt}{t}\right)^2 dt = K^2 h^2 \psi(h) \cdot \bar{\lambda}$$

et (3) devient

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^{+h} \left(\frac{\sin Kt}{t}\right)^2 \varphi(t) \cdot dt = \frac{1}{Kh} \bar{\lambda} \overline{I(K, h)} + K^2 h^2 \cdot \psi(h) \cdot \bar{\lambda}. \quad (5)$$

Il nous reste maintenant à évaluer

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^{-h} + \frac{1}{K} \int_h^h = \frac{2}{K} \int_h^h \left(\frac{\sin Kt}{t}\right)^2 \varphi(t) \cdot dt = \frac{\bar{\lambda}}{K} 2 \int_h^h |\varphi(t)| \frac{dt}{t^2}. \quad (6)$$

Nous poserons

$$\int_0^t |\varphi(t)| dt = \Phi_a(t).$$

On a

$$\int_h^h \frac{1}{t^2} |\varphi(t)| dt = \left[\frac{1}{t} \frac{\Phi_a(t)}{t} \right]_h^h + 2 \int_h^h \left(\frac{\Phi_a(t)}{t} \right) dt.$$

Mais, $\varphi(t)$ étant bornée en moyenne absolue, on aura

$$\frac{\Phi_a(t)}{t} = \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, t)}.$$

Donc le terme tout intégré est

$$\left[\frac{1}{t} \frac{\Phi_a(t)}{t} \right]_h^h = \frac{1}{h} \cdot \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, h)}$$

et pour le terme suivant on a

$$\int_h^u \frac{1}{t^2} \left(\frac{\Phi^a(t)}{t} \right) dt = \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, h)} \int_h^u \frac{dt}{t^2} = \frac{1}{h} \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, h)}.$$

Done, enfin,

$$\int_h^u \frac{1}{t^2} |\varphi(t)| dt = \frac{1}{h} \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, h)}$$

et (6) donne

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^{-h} + \frac{1}{K} \int_h^u \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \varphi(t) \cdot dt = \frac{1}{Kh} \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, h)};$$

en réunissant cette formule avec (5), on a

$$\frac{1}{K} \int_{-h}^{+h} \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \cdot \varphi(t) \cdot dt = \frac{1}{Kh} \bar{\lambda} \cdot \overline{I(K, h)} + K^2 h^2 \cdot \psi(h) \cdot \bar{\lambda}. \quad (7)$$

Remarquons que $\psi(h)$ étant le maximum dans $(0h)$ de

$$\left| \frac{\Phi(t)}{t} \right| = \left| \frac{1}{t} \int_0^t \varphi(t) dt \right|,$$

tendra vers zéro avec h en vertu de (1).

D'après cela, il est facile de voir que l'on peut faire tendre simultanément K vers ∞ et h vers $+0$, de telle sorte que dans le second membre de (7) les deux termes tendent vers zéro. C'est-à-dire que

$$\frac{1}{Kh} \Rightarrow 0 \quad \text{et} \quad (Kh)^2 \psi(h) \Rightarrow 0.$$

Il suffira en effet de lier K à h par la relation

$$K = \left| \frac{1}{h \cdot (\psi(h))^p} \right| \quad (*) \quad (8)$$

p étant une constante comprise entre 0 et $\frac{1}{2}$ (exclusivement).

La variable h n'entre pas dans le premier membre de (7). Dans le second membre, nous pouvons supposer qu'elle est égale à la fonction de K déterminée implicitement par la relation (8). La relation (7) montre ainsi que

$$\lim_{K=\infty} \frac{1}{K} \int_{-\pi}^{+\pi} \left(\frac{\sin Kt}{t} \right)^2 \cdot \varphi(t) \cdot dt = 0.$$

Ce qui est la relation (2) qu'il fallait établir.

Chênée, 17 avril 1913.

(*) La fonction $\psi(h)$ peut être discontinue. Pour éviter toute difficulté de ce fait, remarquons que l'on pourra construire une fonction $\psi_1(h)$ *continue* croissante, telle que

$$\psi_1(0) = \psi(0) = 0$$

et que, pour $h > 0$,

$$\psi_1(h) \geq \psi(h).$$

On pourra dans (4) et dans la suite, remplacer $\psi(h)$ par $\psi_1(h)$. Dans ces conditions, la relation (8) détermine K comme fonction continue décroissante de h , infinie pour $h=0$; et par suite h comme fonction décroissante de $+K$, nulle pour $K=+\infty$.



Assemblée générale des trois Classes du 6 mai 1913.

S. E. le Cardinal MERCIER, président de l'Académie, directeur de la Classe des lettres ;

MM. M^{ce} Wilmotte, A. Rutot, J.-P. Waltzing, L. Solvay, membres, ff. de secrétaire perpétuel.

Sont présents :

CLASSE DES SCIENCES. — MM. A. Jorissen, *directeur* ; Paul Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alfred Gilkinet, Michel Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, A. Lameere, G. Cesàro, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, Fr. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. de Hemptinne, Victor Willem, *membres*.

CLASSE DES LETTRES ET DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES. — MM. Henri Pirenne, *vice-directeur* ; le baron Em. de Borchgrave, le comte Goblet d'Alviella, Ad. Prins, P. Fredericq, P. Thomas, Victor Brants, Jules Leclercq, Ernest Gossart, J. Lameere, A. Rolin, M^{ce} Vauthier, J. Vercoullie, G. De Greef, *membres* ; W. Bang, *associé* ; H. Lonchay, M^{ce} De Wulf, Eug. Hubert, *correspondants*.

CLASSE DES BEAUX-ARTS. — MM. Juliaan De Vriendt, *vice-directeur* ; G. De Groot, Max. Rooses, J. Winders, Ém. Mathieu, L. Lenain, Léon Frédéric, A.-J. Wauters, Jules Brunfaut, Paul Gilson, Georges Hulin, J.-B. Van den Eeden, Léonard Blomme, Sylvain Dupuis, *membres*.

Absences motivées : MM. Ch.-J. Francotte et Gravis, membres de la Classe des sciences, et Ernest Discailles, membre de la Classe des lettres.

**Rapport sur les travaux de la Commission
de la « Biographie nationale » pendant l'année 1912-1913,**

par H. LONCHAY, secrétaire-trésorier.

MESSIEURS,

La Commission de la *Biographie nationale* a été cruellement éprouvée par la perte de deux de ses membres les plus distingués et les plus sympathiques : M. Stanislas Bormans, mort à Liège le 13 novembre 1912, et M. Ferdinand vander Haeghen, décédé à Gand le 23 janvier 1913.

Né à Hasselt le 2 février 1835, M. Stanislas Bormans eut une carrière des plus brillantes. Il fut tour à tour conservateur des archives de l'État, à Namur et à Liège, administrateur-inspecteur de l'Université de Liège, professeur de paléographie et de diplomatique dans la même ville. Il siégea à la fois à la Commission royale pour la publication des anciennes lois et ordonnances de la Belgique, à l'Académie et à la Commission royale d'histoire dont il était le président depuis 1891. Son père, Jean-Henri Bormans, était un philologue éminent, et notre confrère tenait de lui cette curiosité de l'esprit et cet amour du passé qui font les érudits. Il fut un archiviste modèle, et, comme sa plume ne chômait jamais, longue est la liste des inventaires, des cartulaires, des monographies dont il enrichit l'historiographie de notre pays, et particulièrement celle des provinces de Namur et de Liège. Il avait été nommé de notre Commission en 1897 et entra au sous-comité en 1910. Il était très assidu à nos séances, et ses avis étaient hautement appréciés ⁽¹⁾.

(1) Stanislas Bormans rédigea pour la *Biographie nationale* les notices suivantes : Curtius, Dillen, saint Domitien, Donat, Ducquet, Durand, Floribert, Galliot, Georges d'Autriche, saint Gérard, Gislebert, Gilles d'Orval, Godescalc, Grace, Grady, Guibert, La Hamaide (Ignace et Vincent), Polain et Rémont.

Ferdinand vander Haeghen était né à Gand le 11 octobre 1830. Il fut désigné en 1888 pour remplacer Adolphe Siret comme secrétaire-trésorier de notre Commission. « Trouver un homme qui possédât les qualités requises pour remplacer dignement notre ancien secrétaire, disait alors le général Liagre ⁽¹⁾, secrétaire perpétuel de notre Compagnie, n'était pas chose aisée. La Commission l'a bien senti; aussi a-t-elle considéré comme une très heureuse fortune la circonstance qui lui a permis de porter son choix sur un de nos érudits les plus estimés, M. Ferdinand vander Haeghen. Sous la direction de ce savant et laborieux bibliographe, l'œuvre de la *Biographie nationale* marchera, nous pouvons en être certains, d'un pas rapide et assuré. »

En s'exprimant ainsi, Liagre était prophète. Jamais secrétaire ne comprit mieux la tâche qui lui incombait. Ferdinand vander Haeghen était un bibliophile célèbre, et sa *Bibliographie gantoise*, sa *Bibliotheca belgica*, attestent que son érudition était aussi profonde que variée. Comme Léopold Delisle, auquel il ressemblait par plus d'un côté, il ne cessa jusqu'à l'âge de la retraite d'accroître ou de compléter les collections historiques et littéraires dont il avait la garde. Lui-même a publié la liste des principaux fonds qui entrèrent à la bibliothèque de l'Université de Gand de 1869 à 1911, c'est-à-dire pendant les années de sa direction. De crainte d'être, ne fût-ce qu'une fois, taxé d'inexactitude, il ne pouvait oublier le don important qu'il avait fait à cet établissement. Mais la mention qu'il consacre à ce don passe presque inaperçue. A peine remarque-t-on la collection qu'il appelle négligemment : *Coll. gantoise de vander Haeghen* et qui, cependant, compte à elle seule 27,000 volumes. Ce désintéressement, l'affabilité extrême de ce conservateur qui se multipliait pour obliger le public studieux, expliquent la sympathie dont notre confrère était entouré!

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. XV, n^o 5 [1888].

Les plus hautes distinctions lui furent décernées. La *Bibliotheca belgica*, qu'il rédigeait avec deux collaborateurs dévoués, MM. Arnold et Van den Berghe, obtint en 1891 le prix quinquennal d'histoire nationale. Lui-même appartint à l'Académie flamande et il fut nommé correspondant de l'Institut de France.

Dès que le savant bibliothécaire devint notre secrétaire-trésorier, les travaux en cours marchèrent rapidement. Vander Haeghen savait communiquer l'ardeur dont il était enflammé. Pour que la *Biographie nationale* répondit aux exigences de la science, il sollicita le concours de tous les spécialistes. Il encourageait les débutants, ralliait les retardataires, surveillait minutieusement l'impression des notices. Pendant les vingt-cinq années de son secrétariat, près de douze tomes ont paru et sans que la rapidité de l'exécution ait nui à leur valeur intrinsèque. Au contraire ! Tandis que notre publication approchait de son terme, les articles étaient plus nourris, et une méthode plus sévère présidait à leur classement. Disons-le hardiment : si la *Biographie nationale* a acquis dans ces derniers temps une valeur scientifique qui la met de pair avec les recueils similaires de l'étranger, c'est en grande partie à notre regretté secrétaire, Ferdinand vander Haeghen, qu'elle le doit.

Nous avons perdu pendant l'année écoulée notre confrère M. Louis Henry ⁽¹⁾, de la Classe des sciences, et deux collaborateurs qui n'ont pu montrer que dans une faible mesure l'intérêt qu'ils portaient à notre œuvre : le colonel E. Monthaye ⁽²⁾, chef d'état-major de la 2^e circonscription militaire, à Anvers, et le R. P. Joseph Van den Gheyn, conservateur en chef de la Bibliothèque royale ⁽³⁾.

Dans la séance du 6 janvier 1913, la Classe des lettres a

(1) Nous lui devons la biographie du général François Petithan.

(2) Auteur de la vie du général Sapin.

(3) Il rédigea la vie du théologien polémiste Roderique.

délégué M. Brants pour remplacer M. Stanislas Bormans et, dans celle du 3 mars, elle a conféré un mandat analogue à M. Paul Fredericq pour remplacer M. Ferdinand vander Haeghen.

De son côté, la Commission, dans la séance du 22 mars, a conféré à M. Lonchay les fonctions de secrétaire-trésorier et elle a désigné M. Brants pour remplacer M. Bormans dans le sous-comité. Elle a décidé en même temps que les bureaux du secrétariat resteraient à Gand et elle a maintenu M. Paul Bergmans dans son poste de secrétaire adjoint ⁽¹⁾.

La Commission a, en outre, achevé la revision de ses *Instructions* et elle en a envoyé le texte imprimé à tous ses collaborateurs. Sans la maladie de M. vander Haeghen, elle eût fait paraître cette année le deuxième fascicule du tome XXI, mais elle espère regagner le temps perdu et, dans ce but, elle adresse un appel pressant à ceux de ses collaborateurs dont les notices n'auraient pas été remises à la date indiquée. En terminant, nous nous plaignons à rendre hommage aux services que notre secrétaire adjoint, M. Paul Bergmans, n'a cessé de nous rendre pendant l'année écoulée, surtout pendant la maladie de M. vander Haeghen.

(1) Toutes les communications relatives à la *Biographie nationale* doivent donc être adressées à M. Paul Bergmans, 2, Fossé d'Othon, Gand.

Liste des travaux publiés par l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, de mai 1912 à mai 1913, dressée par le Secrétaire perpétuel.

BULLETINS.

Classe des sciences : 1912, nos 5 à 12; 1913, nos 1 à 4.

Classe des lettres et des sciences morales et politiques et Classe des beaux-arts : 1912, nos 5 à 12; 1913, nos 1 à 4.

Depuis janvier 1899, les *Bulletins* sont publiés par numéros mensuels formant deux volumes par année, dont l'un renferme les travaux de la *Classe des sciences* et l'autre les travaux de la *Classe des lettres et des sciences morales et politiques* et de la *Classe des beaux-arts*. Chacun de ces volumes, avec planches et figures, se termine par une Table onomastique et une Table analytique.

ANNUAIRE.

L'*Annuaire* de 1913 contient 88 pages in-18, comprenant, outre les renseignements ordinaires et une liste des prix perpétuels de l'Académie et du Gouvernement, les adresses des associés.

MÉMOIRES.

Dans sa séance générale du 10 mai 1904, l'Académie a pris la résolution (approuvée par arrêté royal du 3 juin 1904) de publier une deuxième série de ses mémoires en deux parties distinctes, savoir :

A. — *Mémoires de la Classe des sciences* (collections in-4° et in-8°).

B. — *Mémoires de la Classe des lettres et des sciences morales et politiques et de la Classe des beaux-arts* (collections in-4° et in-8°).

Il a été publié cette année :

Classe des sciences.

Collection in-4° :

- TOME IV.** 1^{er} fascicule. — Sur l'ordre de la meilleure approximation des fonctions continues par des polynômes de degré donné (104 pages); par **Serge Bernstein**.
2^e fascicule. — Introduction à l'étude de la physique. — La théorie des électrons et la théorie substantialiste (287 pages et 164 figures); par **P. De Heen**.

Collection in-8° :

- TOME III.** 5^e fascicule. — Contribution pour servir à l'histoire de *Lyco-gala flavo-fuscum* (Ehr.) Rost., Myxomycète nouveau pour la flore belge (22 pages et 3 planches); par **Ch. Van Bambeke**.
6^e fascicule. — Études sur les Chironomides de Belgique (26 pages et 5 planches); par le D^r **M. Goetghebuer**.

*Classe des lettres et des sciences morales et politiques
et Classe des beaux-arts.*

Collection in-4° :

- TOME VI.** 1^{er} fascicule. — Les phases de l'histoire des prix depuis 1850 et la corrélation des phénomènes économiques (67 pages et 16 diagrammes); par **Hector Denis**.

Collection in-8° :

- TOME VIII.** 2^e fascicule. — L'Égypte romaine. Recueil des termes techniques relatifs aux institutions politiques et administratives de l'Égypte romaine, suivi d'un choix de textes papyrologiques (xviii-624 pages); par **Nicolas Hohlwein**.

- Tome IX.** 1^{er} fascicule. — Les luttes sociales et le contrat d'apprentissage à Tournai jusqu'en 1424 (141 pages et 1 planche); par **Léo Verriest**.
2^e fascicule. — Le sentiment de la nature chez les romantiques français (1762-1830) (420 pages); par **Gustave Charlier**.
3^e fascicule. — Molière en Angleterre (1660-1670) (240 pages); par **J.-E. Gillet**.
- Tome X.** 1^{er} fascicule. — La suppression du régime corporatif dans les Pays-Bas autrichiens, en 1784. — Un projet d'édit. — Son auteur et sa date (56 pages); par **R. Ledoux**.
2^e fascicule. — L'organisation économique de l'abbaye de Saint-Trond depuis la fin du XIII^e siècle jusqu'au commencement du XVII^e siècle (632 pages, 2 figures et 3 cartes); par **Guillaume Simonon**.
- Tome XI.** 1^{er} fascicule. — Recherches sur le traité d'Isis et d'Osiris de Plutarque (131 pages); par **Léon Parmentier**.

TRAVAUX SOUS PRESSE.

Traduction française de l'Abhidarmakósabhasya. Chapitre III : Cosmologie. D'après la version thibétaine; par **Louis de la Vallée Poussin**.
Nicolas Lenau; par **Heinrich Bischoff** (Mémoire couronné).

TRAVAUX A IMPRIMER.

Contribution à la théorie des droites du troisième ordre; par **Umberto Perazzo** (Mémoire couronné).
Histoire du paganisme dans l'Empire d'Orient depuis le règne de Théodose le Grand jusqu'à l'invasion arabe; par **A. Kugener** (Prix Gantrelle).
Bio-bibliographie de Gemma-Frisius, fondateur de l'école flamande de géographie, de son fils Corneille et de ses neveux les Arsénus; par **Fernand Van Ortro**.
Zuster Hadewijck; par le R. P. **Van Mierlo Jr** (Mémoire couronné).
Sur les cas d'intégrabilité de l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} = x^n y$; par **Jean Beaupain**.
Histoire de la création et du développement du drame musical; par **Ludovic Blareau** (Mémoire couronné).
Sur les fonctions de Bessel d'ordre supérieur; par **Jean Beaupain**.
Le calcul des variations depuis 1850; par **Maurice Lecat** (Mémoire couronné).

Observations au sujet du tracé de la carte géologique de la région sud-ouest du massif de Stavelot; par **Léopold de Dorlodot** (Mémoire couronné).

La tectonique du Brabant et des régions voisines; par **Fourmarier** (Mémoire couronné).

Sur la multiplication des déterminants à plusieurs dimensions; par **Maurice Lecat**.

Le comte de Mercy-Argenteau et Blumendorf. Dépêches inédites tirées des Archives impériales de Vienne (5 janvier-23 septembre 1792); par **Eugène Hubert**.

Recherches sur les larves et les nymphes des Chironomides de Belgique; par le Dr **M. Goetghebuer**.

Contribution à l'étude des minéraux du Vésuve et du Monte-Somma, 3^e communication; par **G. Cesàro**.

Le commerce maritime et la question de la marine marchande en Belgique sous Marie-Thérèse et Joseph II; par **Jules Mees**.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

BRUXELLES. *Société géologique*. Publications relatives au Congo belge et aux régions voisines, 1913.

Malaise (C.). Manuel de minéralogie pratique, 4^e édition revue et augmentée avec, en annexe, la liste des espèces rencontrées au Congo belge. Bruxelles, 1913; in-16 (viii-603 p., fig.).

Marchal (Em.). Chimères de « Solanum ». Gembloux, 1913; extr. in-8° (11 p.).

Massart (Jean). Sommaire du Cours de botanique, 2^e édition. Bruges, 1912; in-16 (172 p.).

— La cinquantième herborisation générale de la Société royale de botanique de Belgique. Sur le littoral belge. Bruxelles, 1912; extr. gr. in-4° (185 p., fig., pl.).

— Le rôle de l'expérimentation en géographie botanique. Bruxelles, 1912; extr. gr. in-8° (15 p.).

Monier (Marcel). Recherches expérimentales sur les réactions intracellulaires du sulfate de cuivre avec le « *Saccharomyces cerevisiae* ». Anvers, 1913; extr. in-8° (pp. 121-123).

Zunz (Edgard). Recherches sur les modifications physico-chimiques du sang au cours de l'anaphylaxie. Iéna, 1913; extr. in-8° (pp. 47-62).

— Recherches sur l'anaphylaxie par les protéoses. Iéna, 1913; extr. in-8° (pp. 580-619).

— Recherches sur le pouvoir protéoclastique du sang au cours de l'anaphylaxie. Iéna, 1913; extr. in-8° (pp. 241-298, fig.).

— Sur les synergies et les associations médicamenteuses. Bruxelles, 1913; extr. in-8° (32 p.).

Thoma (R.). Untersuchungen über das Schädelwachstum und seine Störungen, 2. Das fötale Wachstum. Berlin, 1913; extr. in-8° (67 p., fig.).

Rudolf (H.). Die hydrodynamische Aethertheorie. Coblenz, 1913; in-8° (46 p.).

PARIS. Rapport annuel sur l'état de l'Observatoire de Paris pour l'année 1912. (M. B. Baillaud.) 1913.

Johnston-Lavis (H. J.). List of Books, Memoirs, Articles, Letters, etc. Londres, 1912; in-8° (24 p.).

OTTAWA. *Contributions to Canadian Biology*. Being studies from the marine biological stations of Canada, 1912.

Pacinotti (Antonio). Descrizione di una machinetta electro-magnetica. Pergame, 1912; in-8° (93 p., fig.).

LA HAYE. *Commission hollando-belge* instituée en vue d'étudier la canalisation de la Meuse mitoyenne. (Rapport, planches.) 1912.

Cerrolaza (Angel). Los tres elementos. Santander, 1913; in-16 (50 p.).

Hayata (B.). *Icones plantarum Formosanarum*, fasciculus II. Taihoku, 1912; gr. in-8° (156 p., pl.).

TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 6 mai 1913.*

Correspondance.

M. Delacre accepte de rédiger la notice biographique de Louis Henry ; M. Vanlair remet celle de M. Masius. — M. le Ministre des Sciences et des Arts envoie des rapports du jury du prix décennal des sciences zoologiques ; demande l'avis de l'Académie sur la création d'un prix de géographie. — Tables de constantes et données numériques de physique, de chimie et de technologie. — La Commission de la <i>Biographie nationale</i> annonce qu'elle a nommé M. H. Lonchay secrétaire-trésorier. — Commémoration de Giovanni Schiaparelli. — Prix international de biologie Elia de Cyon. — Hommages d'ouvrages.	455
---	-----

Comité secret.

Présentation et discussion des candidatures aux places vacantes	457
---	-----

Communications et lectures.

Vote de l'impression dans les <i>Mémoires</i> in-8° d'une étude <i>Sur les minéraux du Vésuve</i> ; par G. Cesàro	457
EMBRYOLOGIE. — Quelques réflexions à propos de la note préliminaire de M. le Profr J. Duesberg sur <i>Plastosomes et substances organogènes dans l'œuf des Ascidians</i> ; par Ch. Julin	457
EMBRYOLOGIE. — <i>Plastosomes « organ-forming substances » dans l'œuf des Ascidians</i> (2 planches) ; par J. Duesberg	463
PHYSIO-PATHOLOGIE. — <i>Contribution à l'étude de l'hémolyse par les sérums</i> (troisième communication) ; par P. Nolf	475
OPTIQUE. — <i>Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents</i> (3 figures et 2 planches) (sixième communication) ; par M ^{lle} Scouvar	497
CRISTALLOGRAPHIE. — <i>Sur l'achromatisation des prismes</i> ; par J.-E. Verschaffelt.	519
ANALYSE MATHÉMATIQUE. — <i>Sur la convergence des séries de Fourier et des suites de Fourier-Féger</i> ; par P. Noaillon	524

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DES TROIS CLASSES

du 6 mai 1913.

Rapport sur les travaux de la Commission de la <i>Biographie nationale</i> pendant l'année 1912-1913 ; par Henri Lonchay, secrétaire-trésorier	544
Liste des travaux publiés par l'Académie, de mai 1912 à mai 1913	548

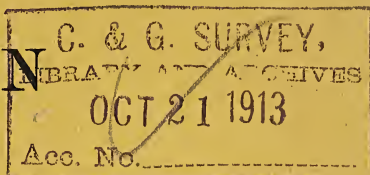
Bulletin bibliographique	551
------------------------------------	-----

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

A16

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

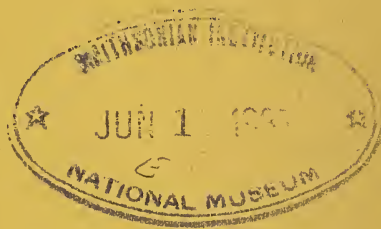
BULLETIN



DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 6



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES

Séance du 7 juin 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, M^{el} Mourlon, P. De Heen, C. le Paige, L. Fredericq, J. Neuberg, Aug. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, Fréd. Swarts, A. Rutot, Victor Willem, *membres* ; L. Dollo, J.-E. Verschaffelt, G. Leconte, Émile Marchal, J. Cornet, P. Nolf, *correspondants*.

Absences motivées : MM. Mansion, Julin, Deruyts et Delacre, *membres*.

CORRESPONDANCE.

Le comité exécutif pour l'érection d'un monument à la mémoire d'Auguste Beernaert sollicite la souscription des membres de la Classe.

— Le directeur du Jardin impérial de botanique de Saint-Pétersbourg annonce la célébration, les 8/21-12/25 juin prochain, du deuxième centenaire de la fondation de cet établissement par l'Empereur Pierre le Grand et invite l'Académie à prendre part à cette solennité. — Sur la proposition de

M. Gilkinet, une adresse de félicitations sera envoyée à Saint-Pétersbourg.

— Une note de M. A. Boutaric (présentée par M. De Heen), *Sur une relation entre l'absorption de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel*, est renvoyée à l'examen de MM. de Hemptinne et Verschaffelt.

— Hommages d'ouvrages :

Le repas du troglodyte, par C. Vanlair ;

Tables internationales annuelles de constantes et données numériques. Volume II, année 1911, présenté par M. Swarts, qui donne lecture du rapport qu'il a rédigé avec M. De Heen sur l'œuvre du Comité international. Ce rapport sera adressé à M. le Ministre des Sciences et des Arts ;

Une œuvre inconnue de Raphaël, par Emile Wauters, membre de la Classe des beaux-arts (présenté par M. Crismer, avec une note qui figure ci-après).

— Remerciements.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

J'ai l'honneur de présenter à la Classe, au nom de M. Émile Wauters, membre de la Classe des beaux-arts et artiste peintre à Paris, un exemplaire d'une étude qu'il vient de publier : *Une œuvre inconnue de Raphaël*.

En photographiant au platine, sur un support de toile très fine amidonnée, des dessins abîmés, « ruinés » de maîtres anciens, de Raphaël, de Léonard de Vinci, de Dürer, puis en traitant les épreuves obtenues par certaines solutions (de sépia sans doute ?), l'éminent artiste a réellement résurrectionné de

superbes lavis à la sépia qui primitivement avaient recouvert ces dessins ou ces simples croquis.

De ces lavis primitifs il ne reste, sur les dessins conservés, que des résidus gommeux décolorés dont on perçoit à peine de-ci de-là la trace; la matière colorante y a disparu sous l'action lente mais prolongée de la lumière et de l'air.

Mais dans les positifs au platine, les parties qui correspondent à ces résidus gommeux invisibles ont acquis la propriété de fixer certains colorants et de régénérer, par l'action de ceux-ci, les compositions primitives.

A côté de l'intérêt puissant que ces résurrections d'œuvres disparues de maîtres anciens présentent pour l'histoire de l'art, la découverte de notre éminent collègue M. Wauters soulève des faits bien intéressants, dont l'étude scientifique ne manquera pas d'enrichir nos connaissances sur la photochimie et les phénomènes d'adsorption par les particules colloïdales.

L. CRISMER.

ÉLECTIONS.

La Classe se constitue en comité secret pour procéder aux élections.

Sont élus :

Dans la Section des sciences mathématiques et physiques :
membre titulaire, sauf approbation royale, M. Paul Stroobant,
déjà correspondant.

Associé, M. Henri-Louis Le Châtelier, à Paris.

Dans la Section des sciences naturelles : membre titulaire,
sauf approbation royale, M. Louis Dollo, déjà correspondant.

ASSOCIATION INTERNATIONALE DES ACADÉMIES.

M. Malaise, délégué de la Classe à la réunion de Saint-Pétersbourg, dépose son rapport publié ci-après.

Session de Saint-Pétersbourg.

5 au 18 mai 1913.

MESSIEURS ET CHERS CONFRÈRES,

Vous avez bien voulu me désigner, avec M. Lecointe, pour représenter la Classe des sciences à la session de Saint-Pétersbourg de l'Association internationale des Académies.

J'ai l'honneur de vous présenter mon rapport pour ce qui intéresse plus spécialement la Classe des sciences.

Vous m'aviez chargé d'appuyer la motion suivante : « qu'il était nécessaire que le Comité international de publication des constantes physiques soit soutenu par les Académies ». C'est grâce à l'appui des sociétés savantes que les volumes publiés par le Comité international peuvent être fournis à un prix relativement minime. J'ai insisté pour que l'Association internationale des Académies patronne et même subsidie, si possible, la publication des tables des constantes.

M. Backlund a occupé le fauteuil de la présidence des séances du Comité, de la Section des sciences et des assemblées générales.

M. Nikitine a été élu vice-président des assemblées générales et président des séances de la Section des lettres.

Ont été désignés :

a) Comme secrétaires du Comité et des assemblées générales : MM. Lappo-Danilevskij, Lecointe, Turner et von Schröder ;

b) Comme secrétaires de la Section des sciences : MM. Brückner, le prince Galitzine, Lecointe et Turner ;

c) Comme secrétaires de la Section des lettres : MM. Lappo-Danilevskij, von Schröder et Sénart ;

d) Comme membres de la Commission de revision des statuts :
MM. Bakhuyzen, Diels, Guidi, Hale, Jagić, Lappo-Danilevskij,
Picard, Salemann, Schuster, Schwartz et Sénart ;

e) Comme membres de la Commission d'examen des comptes :
MM. Lecointe, Nyrén et Sarasin.

A. — *Nouveaux membres.*

L'Association des Académies a décidé de soumettre l'élection de la *Royal Society of Edinburgh* (présentée par la Royal Society de Londres) et de la *Societas Scientiarum Fennica* (présentée par l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg) à un vote régulier, par correspondance, des Académies associées, en exprimant toute sa sympathie pour ces admissions.

B. — *Statuts et règlements.*

La Commission des statuts est chargée de la revision des statuts et règlements de l'Association dans leur ensemble et présentera ses propositions aux Académies lors de leur prochaine réunion (en 1916).

Elle fixera notamment des règles précises pour l'admission des membres nouveaux et elle examinera les diverses propositions qui ont été présentées, en 1913, en vue de la création éventuelle d'un secrétariat perpétuel et des mesures juridiques à prendre pour assurer à l'Association la libre disposition des biens qu'elle viendrait à posséder.

C. — *Décisions d'ordre scientifique ou mixte prises par la Section des sciences ou proposées par cette Section et adoptées par l'assemblée générale.*

L'Association internationale des Académies a décidé :

a) De nommer une commission, composée de MM. Branca, Königsberger, Lacroix, Matteucci, Rothpletz, Tschernischeff et

Vernadskij, et chargée de préparer la constitution d'une commission autonome de vulcanologie et de soumettre son travail préparatoire à la prochaine assemblée de l'Association des Académies.

Cette commission entrera en relations, par correspondance directe, avec les différentes Académies membres de l'Association, en les priant de nommer des délégués près la Commission internationale de vulcanologie. Elle est autorisée à s'adjoindre le concours de savants appartenant à des pays non représentés à l'Association des Académies et à se compléter par cooptation. M. Branca présentera un rapport sur l'étude internationale des phénomènes volcaniques.

b) De nommer une commission préliminaire, composée de MM. Sir W. Abney, Borodin, le prince Galitzine, Nasonow, Saccardo, Schuster et Walden, chargée de préparer, pour la prochaine session de l'Association des Académies, un rapport sur la méthode à suivre en vue de réaliser la proposition de l'Académie impériale de Saint-Pétersbourg, relative à :

1° L'élaboration d'une chromotaxie internationale, à base scientifique et d'une exécution pratique ;

2° L'établissement d'une concordance de la désignation des couleurs dans les différentes langues ;

3° La création d'étalons uniformes pour les couleurs.

c) D'émettre le vœu de voir les Gouvernements adhérer à la Commission internationale de l'heure, dont le projet de statuts a été élaboré par la Conférence internationale de l'heure, réunie à Paris du 12 au 27 octobre 1912 ⁽¹⁾.

d) D'accorder son appui moral à l'œuvre de M. Brendel ⁽¹⁾.

e) La création d'une Commission internationale du calendrier, chargée d'étudier les questions relatives à l'unification et la simplification des calendriers et à la fixité de la fête de Pâques. Les membres de cette Commission seront désignés par

⁽¹⁾ M. Waldeyer désire qu'il soit acté que l'Académie royale des sciences de Prusse s'est abstenue lors du vote sur cette question.

chacune des Académies associées, à raison de deux par Académie, sans qu'ils lui appartiennent nécessairement, conformément à l'article 10 des statuts. La Commission du calendrier, dont le président sera de la nationalité de l'Académie directrice pendant la période (1914-1916), fera un rapport sur ses travaux à la prochaine session de l'Association internationale, après s'être mise en rapport, si elle le juge utile, avec les autorités ecclésiastiques intéressées ⁽¹⁾.

f) De prononcer la clôture des travaux de la Commission magnétique, nommée à Londres en 1904 et, en se réservant de revenir sur la question dans une session ultérieure, de consentir à prêter son appui à la Commission magnétique permanente du Comité météorologique international.

f') De confirmer, vu les travaux entrepris par l'Institution Carnegie pour faire le lever magnétique du globe, surtout sur les océans, qu'il est de la plus haute importance qu'on effectue le plus tôt possible des travaux analogues dans les pays où il n'en existe pas de semblables ou bien qui y ont été faits à des époques relativement éloignées des levers de l'Institut Carnegie.

g) D'adresser à chacune des Académies la demande de faire les démarches qu'elles jugeront opportunes pour prévenir la confusion qui s'est produite dans la publication du *Catalogue* de la Société royale de Londres, lorsque des auteurs différents avaient des noms identiques et parfois aussi des mêmes initiales.

h) D'adopter la résolution ainsi formulée : L'Association internationale des Académies confirme son patronage à l'œuvre des *Tables des constantes et données numériques de chimie, de physique et de technologie*; elle souhaite qu'un accord intervienne entre le Comité international publiant ces Tables et la

(1) Cette question, d'un intérêt tout particulier, est mise aux voix par appel nominal. La proposition est adoptée par 14 voix contre 1 (Académie d'Amsterdam) et 4 abstentions (Académies de Göttingen, de Copenhague, de Leipzig et de Rome). Trois Académies n'ont pas pris part au vote, leurs délégués étant absents (British Academy, Académie des sciences morales et politiques de Paris, National Academy of Sciences of Washington).

Commission du *Catalogue of Scientific Literature*; elle prie la *Royal Society* ainsi que l'Académie des sciences de Paris de prêter leurs bons offices à cette fin.

L'Association internationale des Académies a aussi pris notification de deux rapports présentés par M. Schuster sur la *Nomenclature lunaire* et sur les travaux de l'*Union internationale pour les recherches solaires*, et d'une note de M. Picard sur les travaux de l'édition internationale des œuvres de Leibniz, présentée par les Académies des sciences et des sciences morales et politiques de Paris. Enfin, elle a accordé un subsidé à la Commission pour l'étude du cerveau, présidée par M. Waldeyer.

M. G. Lecoïnte a été élu comme l'un des secrétaires de la Section des sciences.

Ses notes, simples et élégantes, m'ont été de la plus grande utilité pour mon rapport : nous y avons largement puisé ; aussi ma besogne de rapporteur a-t-elle été très simplifiée, grâce à l'extrême obligeance de mon aimable confrère. Je suis heureux de lui présenter mes meilleurs remerciements.

Quant à l'accueil qui nous a été fait à Saint-Pétersbourg, je ne puis que répéter ce qui a été dit par l'honorable délégué de la Classe des lettres, M. le baron de Borchgrave :

« La réunion a eu lieu dans les meilleures conditions. L'Académie impériale de Saint-Pétersbourg avait procuré à ses confrères toutes les facilités désirables en vue du voyage et du séjour, et on leur a prodigué toutes les amabilités.

» Les membres de l'Association ont eu l'honneur d'être reçus en audience par S. M. l'Empereur Nicolas II, au Petit-Palais de Tsarkoe-Selo, et, par ordre de Sa Majesté impériale, un déjeuner leur fut servi dans le Grand-Palais, superbe création de Catherine II. »

RAPPORTS.

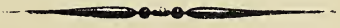
Sur avis de M. De Heen, une note de M. Tramonte : *Sur un système de paratonnerre*, sera déposée aux archives.

PRIX VAN BENEDEN.

MM. Nolf, Fredericq et Van Bambeke présentent le projet de règlement de cette nouvelle fondation. Il sera distribué pour la prochaine séance.

PRIX DE GÉOGRAPHIE.

La Classe nomme une commission composée de MM. Jorissen, De Heen, Mansion, Swarts, Lohest, Fredericq et Massart pour examiner la revision éventuelle des règlements des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un prix de géographie.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Vanlair (C.). Le repas du troglodyte. Bruxelles, 1913, extr. gr. in-8° (27 p.).

Wauters (Émile). Une œuvre inconnue de Raphaël. Paris, 1911-1913. 1 album (planches et texte).

BUDAPEST. *Geographische Gesellschaft*. Resultate der wissenschaftlichen Erforschung des Balatonsees; Beiträge zur Kenntnis der Grundwässer im Ufergebiete des Balatonsees. (Gustave von Rigler.) 1911.

— Chemische Untersuchung der Produkte des Hévizsees bei Keszthely. (Julius von Weszelszky.) 1911.

— Erdbeben in der Umgebung des Balatonsees. (Dr A. Réthly.) 1912.

— Die geologischen Verhältnisse von Veszprem und seiner weiteren Umgebung. (Desider Laczko.) 1911.

— Paläontologie der Umgebung des Balatonsees, Band I-IV. 1911.

Geitel (H.). Die Bestätigung der Atomlehre durch die Radioaktivität. Brunswick, 1913, in-8° (24 p.).

Grunfeld (Ernest). Die Japanische Auswanderung. Tokyo, 1913; extr. gr. in-8° (157 p.).

UGANDA. *Colonial Survey Committee*. Report of the measurement of an arc of meridian. 1912.



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 7 juin 1913.

Correspondance.

Demande de souscription pour le monument Beernaert. — Invitation au jubilé du Jardin impérial de botanique de Saint-Pétersbourg. — Travail à l'examen. — Hommages d'ouvrages 553

Bibliographie.

WAUTERS (Émile). — *Une œuvre inconnue de Raphaël*; note par L. Crismer. 554

Élections.

MM. P. Stroobant et Louis Dollo sont élus membres; H.-L. Le Châtelier, associé 555

Association internationale des Académies.

Rapport de M. Malaise, délégué 556

Rapports.

Avis de M. De Heen (*Sur un système de paratonnerre*; par M. Tramonte) . . 561

Prix Van Beneden.

La Commission présente le projet de règlement 561

Prix de géographie.

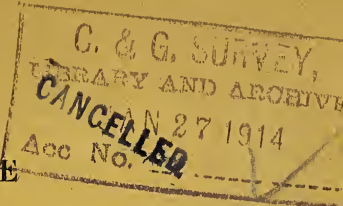
Nomination d'une commission spéciale 561

Bulletin bibliographique 562

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

A16

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

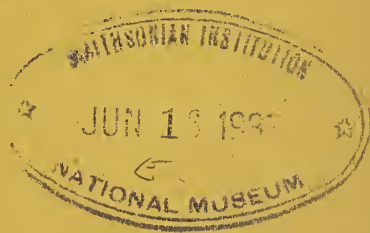


BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 7



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES

Séance du 5 juillet 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, M^{el} Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, Ch. Francotte, M. Delacre, A. Lameere, G. Cesàro, Max Lohest, Fréd. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. Rutot, Victor Willem, Paul Stroobant et Louis Dollo, *membres* ; J. Verschaffelt, G. Lecoïnte, Ém. Marchal, L. Crismer et J. Cornet, *correspondants*.

Absences motivées : MM. de Hemptinne, membre, et Van Aubel, correspondant.

CORRESPONDANCE.

MM. P. Stroobant, L. Dollo et H.-L. Le Châtelier remercient pour leur élection.

— M. le Ministre des Sciences et des Arts soumet à l'appréciation de la Classe le rapport de M. le D^r Duesberg sur les résultats scientifiques du séjour qu'il a fait, en 1912, à la Station zoologique de Naples. — Commissaires : MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte.

— Le même Ministre transmet une requête de M. Charles Fraipont, conservateur répétiteur de zoologie à l'Université de Liège, qui sollicite pour 1914 une table à la Station zoologique de Naples.

Renvoi à la Commission qui sera nommée en décembre.

— M. Émile Marchal annonce qu'il remettra prochainement la notice de Th. Durand pour l'*Annuaire* et demande à être autorisé à la reproduire ensuite dans les *Bulletins de la Société royale de botanique*. — Accordé.

— Hommages d'ouvrages :

Essai de carte géologique du Katanga, par M. Mercenier (présenté par M. Lohest, avec une note qui figure ci-après).

Louis Henry, par Maurice Delacre.

Matériaux pour la paléontologie du Bas et du Moyen-Congo. La faune paléocène du Landana, par Ém. Vincent, Louis Dollo et Maurice Leriche.

— Remerciements.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

M. LOHEST, en présentant un *Essai de carte géologique du Katanga*, a lu la note suivante :

Nous avons l'honneur d'offrir à l'Académie et aux membres de la Classe, de la part de la Compagnie géologique et minière des ingénieurs et industriels belges, les premiers exemplaires d'un *Essai de carte géologique du Katanga*.

Répondant à un souhait exprimé par M. le Ministre des Colonies, un groupe d'industriels et d'ingénieurs sortis de l'École de Liège avait décidé l'envoi d'une mission au Katanga.

Il fut convenu de commun accord que la mission poursuivrait en premier lieu un but scientifique et s'efforcerait de recueillir des documents pour la confection d'une carte géologique du Katanga, d'où le titre de *Géomines* donné à cette Société d'exploration.

L'essai que nous avons l'honneur de vous offrir, Messieurs, constitue une synthèse des premiers résultats scientifiques obtenus par la mission de *Géomines*, dirigée par M. M. Minette d'Oulhaye. La carte a été dressée par M. Mercenier, l'un des auteurs de la découverte du bassin charbonnier de la Lukuga,

en utilisant les documents recueillis par tous les membres de l'expédition.

Tous ces documents, notes, croquis cartographiques et échantillons minéraux, sont conservés à la Société *Géomines* et au laboratoire de géologie de l'Université de Liège.

La Classe vote des remerciements à M. Lohest et des félicitations à la Société *Géomines*, au sujet de sa courageuse entreprise nationale.

RÈGLEMENT

pour le Prix Pierre-J. et Édouard Van Beneden.

Il est institué, sous le nom de Prix Pierre-J. et Édouard Van Beneden, un prix de *deux mille huit cents francs* à décerner tous les trois ans à l'auteur ou aux auteurs belges ou étrangers du meilleur travail original d'embryologie ou de cytologie, manuscrit ou publié pendant les trois années précédant la date de clôture de chaque concours ⁽¹⁾.

Le prix ne pourra pas être partagé, hors le cas où il serait décerné pour un travail fait en collaboration.

Les travaux manuscrits pourront être signés ou anonymes. Dans ce dernier cas, ils porteront une devise qui sera répétée à l'extérieur d'un pli cacheté faisant connaître le nom et le domicile de l'auteur.

Les travaux pourront être rédigés en français, en allemand ou en anglais. Les manuscrits devront être dactylographiés ou écrits lisiblement en caractères latins.

Les auteurs qui désirent soumettre leurs travaux au concours doivent les adresser franc de port à M. le Secrétaire perpétuel de l'Académie, au Palais des Académies, à Bruxelles, avant la fin de chaque période, avec la mention : « Concours pour le Prix Pierre-J. et Édouard Van Beneden ».

(1) Adopté dans la séance du 5 juillet 1913.

Première période : 1^{er} janvier 1913 au 31 décembre 1915.

PRIX CHARLES LEMAIRE.

(XI^e période : 1^{er} juillet 1911 — 30 juin 1913.)

M. L. Descans, ingénieur des ponts et chaussées, soumet les trois travaux suivants :

Contribution à l'étude des ponts à béquilles.

Appareils de radoub.

Le calcul des poutres continues sur appuis fixes.

Le jury est composé de MM. P. De Heen, membre de l'Académie, Lagasse-de Loch, directeur général honoraire des ponts et chaussées, Dufourny, directeur général des voies hydrauliques, Lambin, ingénieur en chef directeur des ponts et chaussées, chef du cabinet du Ministre de l'Agriculture, et Van Brabant, ingénieur principal des ponts et chaussées, chef de cabinet du Ministre de la Marine, Postes et Télégraphes.

NOTICE POUR L'ANNUAIRE.

M. Jules Cornet accepte de rédiger la notice de M. Renard, pour l'*Annuaire*. — Remerciements.

PRIX DE GÉOGRAPHIE.

La Commission instituée pour examiner l'éventualité d'une revision des règlements des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un prix de géographie, rend compte des résultats de ses délibérations. La discussion est ajournée à la prochaine séance.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

—

PHYSIQUE. — **Sur une relation entre l'absorption de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel,**

par M. A. BOUTARIC (*).

I. — INTRODUCTION.

1. — On désigne sous le nom de *constante solaire* la quantité de chaleur reçue du Soleil, à sa distance moyenne de la Terre et sous l'incidence normale, par l'unité de surface d'un corps de pouvoir absorbant égal à l'unité qui serait situé à la limite extrême de notre atmosphère.

Il n'est pas probable que la quantité ainsi définie soit une constante. Du moins, rien n'autorise à le penser. Et même dans des expériences récentes, Abbot et Fowle (**) semblent avoir réussi à mettre en évidence des variations périodiques atteignant 8 %.

Mais ces variations sont en général complètement masquées, à la surface du globe, par l'influence, beaucoup plus considérable, des changements continuels dont l'atmosphère est le siège (variations de la quantité de vapeur d'eau et des autres substances qui absorbent la radiation solaire, variations dans l'état de condensation de ces substances, influence des poussières, etc.).

L'étude des variations du pouvoir absorbant de notre

(*) Présenté par MM. de Hemptinne et Verschaffelt.

(**) *Astroph. Journ.*, t. XXXIII, p. 491; 1914.

atmosphère, plus directement abordable à l'observation, est, pour la météorologie et la physique du globe, d'un intérêt au moins aussi grand que la détermination de la constante solaire.

J'ai tenté d'aborder cette étude dans un cas particulier. Je me suis proposé de rechercher s'il n'existerait pas une relation entre le pouvoir absorbant de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel.

L'existence possible d'une relation entre la polarisation atmosphérique et l'intensité de la radiation solaire à la surface du sol a été plusieurs fois soupçonnée (*). Ceux qui se sont occupés d'actinométrie ont depuis longtemps remarqué que pour obtenir de bonnes déterminations de la constante solaire, il fallait opérer sur des journées où la polarisation atmosphérique ait une valeur élevée (**).

Mais, à ma connaissance, aucune étude systématique n'a été entreprise jusqu'ici. C'est cette lacune que j'ai essayé de combler en mettant à profit les conditions climatiques de Montpellier, particulièrement favorables à ce genre de recherches.

II. — MÉTHODES ET APPAREILS DE MESURE.

2. — J'ai mesuré, aussi souvent que l'ont permis les conditions atmosphériques : 1° la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel, dans le vertical du Soleil, et à 90° (c'est la région du ciel où la proportion de lumière polarisée est maxima); 2° l'intensité calorifique de la radiation solaire aux diverses heures de la journée.

(*) J. MASCART, *Revue générale des sciences*, t. XXI, p. 908; 1910.

(**) « L'emploi du polarimètre et du cyanomètre devient précieux et permet de s'assurer des bonnes conditions des observations; le cyanomètre doit accuser une coloration du ciel d'un bleu profond et très peu lumineuse, le polariscope un degré de polarisation très élevé qui peut atteindre 0,80. » (A. CROVA, *Rapports présentés au Congrès international de physique de 1900*, t. III, p. 462.).

Pour les mesures polarimétriques, j'ai utilisé le photopolarimètre de Cornu (*). C'est un instrument d'un maniement commode et d'une grande sensibilité. Il permettrait aisément d'atteindre une précision de l'ordre du millième, si les conditions atmosphériques demeuraient parfaitement constantes (**). En réalité, les variations accidentelles que suffisent à provoquer des traces de fumées ou des buées totalement invisibles, rendent un peu illusoire une telle précision.

Les mesures d'intensité calorifique de la radiation solaire ont été effectuées à l'aide du pyrrohéliomètre à compensation de Knut Angström (***).

Je rappelle ici le principe de cet instrument. Deux lames noircies identiques A et B (fig. 1) sont placées côte à côte. L'égalité de leurs températures peut être constatée à l'aide de pinces thermo-électriques. Un galvanomètre relié aux pinces est au zéro quand les températures des lames sont les mêmes.

L'une des lames, A, par exemple, est exposée au rayonnement solaire, tandis que l'autre, B, est ombragée. Dans la lame B, on fait passer un courant électrique qui l'échauffe et dont on fait varier l'intensité jusqu'à ramener au zéro le galvanomètre. A ce moment, l'équilibre de température étant réalisé entre les deux lames, on écrit que l'énergie fournie par le courant à la lame B, I^2R , est égale à l'énergie reçue du Soleil par la lame A.

L'appareil que possède l'Institut de physique de l'Université de Montpellier, et dont je me suis servi, a été construit par la

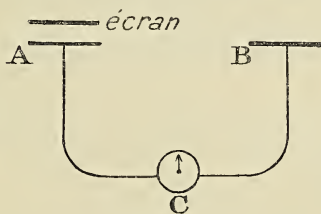


FIG. 1.

(*) CORNU, *Association française pour l'avancement des sciences*. Congrès de la Rochelle (1882) et de Limoges (1890).

(**) A. BOUTARIC, *Bull. Acad. roy. de Belgique*, p. 468; 1912.

(***) KNUT ANGSTRÖM, *Nova Acta regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis*, sér. 3, vol. XX, et sér. 4, vol. I.

maison Rose, d'Upsal, et étalonné par Angström lui-même. L'intensité calorifique de la radiation solaire, exprimée en calories-grammes par minute et par centimètre carré, est donnée par la formule

$$q = 15,5 I^2,$$

l'intensité I étant évaluée en ampères. Pour la mesure de cette intensité, j'ai utilisé un ampèremètre de précision de Siemens et Halske.

3. — L'appareil d'Angström, d'un usage aujourd'hui assez répandu, a été l'objet d'un certain nombre de critiques.

a) Une objection très sérieuse a été faite par Abbot au principe même de la méthode. La lamelle exposée est chauffée par-devant, la lamelle ombragée est chauffée de part et d'autre, de telle sorte que : 1° la lamelle exposée est en réalité plus chaude que la lamelle ombragée, bien qu'ayant la même influence sur la pile thermoélectrique; 2° la lamelle exposée perd plus que l'autre par convection et rayonnement. Cette dissymétrie a pour effet de rendre trop faibles les indications de l'instrument.

D'après Abbot, pour rendre correctes les mesures il faut multiplier par le facteur *constant* 1,092 les nombres fournis par le pyrrhéliomètre d'Angström.

Aussi bien, pour l'étude que j'avais en vue, il importait surtout d'avoir des mesures relatives comparables. Je n'ai donc pas eu à tenir compte de la correction indiquée par Abbot.

b) Les pinces thermoélectriques appuient sur les lames, mais en sont séparées par un isolant électrique, un morceau de papier de soie imbibé de gomme laque. C'est là un processus qui semble mal défini. Et si les deux soudures du couple ne sont pas rigoureusement identiques, il n'est plus vrai d'écrire que le nombre de watts dépensés par le courant dans l'une des lames mesure l'énergie du rayonnement solaire reçu par l'autre.

Cette objection a été formulée notamment par MM. G. Mil-

lochau et C. Féry (*), qui ont proposé la méthode de correction suivante :

« Un actinomètre thermoélectrique est analogue à une balance dont les deux bras seraient inégaux. Le moyen le plus simple de faire une mesure exacte dans ces conditions est d'avoir recours à une méthode de double pesée.

» On fera donc agir sur une des deux soudures, disposée à cet effet, le courant électrique, ce qui permettra de tracer la courbe d'étalonnage de l'instrument, relié à un millivoltmètre de sensibilité convenable, et, au moyen de l'observation, lorsque la même soudure sera exposée au rayonnement solaire, une simple lecture sur le cadran du millivoltmètre indiquera l'énergie électrique et, par conséquent, le nombre de calories qui mesurent le rayonnement solaire. Toutes les conditions étant les mêmes, cette méthode de substitution ne soulève aucune objection. »

La remarque qu'il est difficile d'admettre l'identité absolue des deux soudures est parfaitement fondée. Mais la méthode que proposent MM. Millochau et Féry ne me semble pas offrir de sérieuses garanties. D'abord un galvanomètre possède rarement une sensibilité constante pour toutes les déviations. De plus, et surtout, rien n'assure que la dissymétrie qui peut exister à un certain moment entre les deux soudures demeure constante. Si cette dissymétrie provient du papier qui n'isole pas thermiquement les deux lames de la même façon, on pourrait penser, en particulier, à une influence possible de l'état hygrométrique de l'atmosphère. Et alors l'étalonnage effectué n'aurait aucune valeur (**).

(*) *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. CXLVI, p. 372; 1908.

(**) Dans la même note, MM. Millochau et Féry décrivent un actinomètre qui constituerait un récepteur intégral (corps noir). Le principe de l'instrument est excellent. Celui-ci conviendrait parfaitement pour la mesure d'un flux constant d'énergie. Mais de l'aveu même de MM. Millochau et Féry, l'actinomètre en question possède une inertie considérable, *L'équilibre met vingt-trois minutes à s'établir.*

4. — La méthode proposée par Angström, qui est une méthode de zéro, me paraît préférable. Elle nécessite seulement un galvanomètre sensible.

Voyons de quelle nature sont les causes d'erreur :

1° Si la conductibilité thermique du papier n'est pas la même pour les deux bandes, et, d'une façon générale, si les deux pinces ne sont pas identiques, de ce que le galvanomètre revient au zéro on ne peut plus conclure que les deux lames ont la même température. L'une d'elles peut conserver un léger excès ;

2° On peut avoir mal déterminé le zéro du galvanomètre. Dans ce cas encore, quand on revient à la position choisie comme zéro, l'une des lames est en réalité à une température plus élevée que l'autre.

Il est facile de montrer que les erreurs commises s'éliminent si l'on a soin d'exposer et d'ombrager alternativement les deux lames et de prendre la moyenne des deux déterminations.

Supposons, en effet, que le galvanomètre étant au zéro, l'une des lames, la lame B, par exemple, garde un certain excès de température θ sur la lame A.

Exposons la lame A au rayonnement solaire ; elle reçoit un flux w d'énergie sous l'influence duquel elle prend un excès de température t sur la température ambiante. Comme t est petit, on peut écrire

$$w = kt.$$

Faisons passer le courant dans la lame B de manière à ramener

Autrement dit, l'indication de l'instrument donne la moyenne des énergies reçues pendant vingt trois minutes.

Comme l'intensité de la radiation solaire varie très rapidement vers le lever et vers le coucher du soleil, que dans la journée elle est le siège de variations accidentelles incessantes, l'appareil de MM. Millochau et Féry ne me paraît guère propre à la mesurer. Voici d'ailleurs une opinion autorisée : « Les variations incessantes de l'intensité de la radiation solaire nous montrent que les déterminations actinométriques, pour être exactes, doivent être faites dans le moindre temps possible. » (CROVA, *Annales de chimie et de physique*, 6^e sér., t. XIV, p. 143.)

au zéro le galvanomètre : à ce moment, l'excès de température de la lame B sur la température ambiante est $t + \theta$; l'énergie fournie par le courant est donc

$$u = k(t + \theta).$$

Maintenant, inversons les deux lames. La lame B, identique à A, reçoit le rayonnement solaire et prend, par suite, le même excès de température t sur la température ambiante. Dans la lame A on fait passer le courant. Lorsque le galvanomètre est revenu au zéro et que l'équilibre est établi, la lame A conserve un excès $t - \theta$ sur la température ambiante. L'énergie fournie par le courant est donc

$$u' = k(t - \theta).$$

Le rayonnement solaire w est bien la moyenne des énergies calorifiques fournies successivement par le courant

$$w = \frac{u + u'}{2}.$$

Remarque. — Dans l'appareil que j'ai utilisé, l'énergie calorifique fournie par un courant d'intensité i est donnée par la formule

$$u = 15,5 i^2,$$

d'où

$$w = \frac{u + u'}{2} = 15,5 \frac{i^2 + i'^2}{2}.$$

En réalité, on peut prendre simplement

$$w = 15,5 \left(\frac{i + i'}{2} \right)^2.$$

L'erreur relative que l'on commet ainsi est négligeable. On a en effet

$$\frac{\Delta w}{w} = \left(\frac{i - i'}{i + i'} \right)^2.$$

La différence entre les deux lectures i et i' n'a jamais dépassé

deux unités pour une valeur moyenne de i et de i' égale à 100 unités. D'où

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{4}{10.000}.$$

L'erreur est négligeable, eu égard à la précision que l'on peut attendre des mesures de l'énergie solaire.

En réalité, je faisais toujours trois mesures pour une détermination :

lame A ombragée :	intensité :	i_1 ;
» B	»	i' ;
» A	»	i_2 .

Je prenais

$$w = 15,5 \left(\frac{\frac{i_1 + i_2}{2} + i'}{2} \right)^2$$

comme mesure de l'intensité calorifique du rayonnement solaire à l'époque T où la lame B était ombragée.

III. — OBSERVATIONS.

5. — Voici, résumées en quelques tableaux, les mesures de l'intensité du rayonnement solaire et de la polarisation atmosphérique pendant les journées que j'ai pu utiliser pour les comparaisons que j'avais en vue. Je n'ai conservé que les mesures faites pendant des journées où le ciel était absolument sans nuage.

Les heures H indiquent l'instant des mesures en temps solaire vrai (*). Les intensités calorifiques de la radiation solaire sont exprimées en petites calories par centimètre carré et par minute. La polarisation P indique la proportion de lumière polarisée contenue dans le vertical du Soleil et à 90°.

(*) J'ai pu connaître l'heure avec une grande précision, grâce aux signaux radio-télégraphiques de la Tour Eiffel qui sont reçus quotidiennement au laboratoire de M. Meslin, directeur de l'Institut de physique de l'Université de Montpellier. Une correction très simple permet d'avoir l'heure locale.

H.	I.	H.	P.
<i>14 février 1912.</i>			
8 ^h 36 ^m	0.961	7 ^h 30 ^m	0.74
9 41	1.207	8 40	0.725
11 19	1.298	11 45	0.69
13 20	1.245	13 00	0.67
14 46	1.117	14 00	0.62
<i>15 février 1912.</i>			
8 ^h 0 ^m	0.698	8 ^h 0 ^m	0.64
9 0	0.967	9 0	0.62
10 0	1.145	10 0	0.62
11 0	1.253	11 0	0.62
12 0	1.259	12 0	0.61
13 0	1.193	13 0	0.61
14 0	1.128		
15 0	1.002		
15 52	0.723		
<i>4 avril 1912.</i>			
8 ^h 37 ^m	1.225	8 ^h 20 ^m	0.68
9 57	1.326	9 45	0.66
12 7	1.381	12 0	0.62
14 30	1.232	14 0	0.57
15 52	1.031	16 0	0.57
16 50	0.795		

H.	I.	H.	P.
<i>8 avril 1912.</i>			
8 ^h 40 ^m	1.174	8 ^h 0 ^m	0.62
10 3	1.232	10 0	0.62
11 28	1.285	14 30	0.62
14 25	1.226	16 50	0.63
16 18	1.008		
16 47	0.876		
<i>10 avril 1912.</i>			
8 ^h 29 ^m	1.278	8 ^h 0 ^m	0.66
9 51	1.336	10 0	0.66
11 39	1.381	16 0	0.63
14 36	1.253		
16 44	0.950		
<i>14 avril 1912.</i>			
8 ^h 40 ^m	1.201	8 ^h 0 ^m	0.59
10 22	1.312	15 0	0.62
12 0	1.326		
15 42	1.148		
<i>20 avril 1912.</i>			
8 ^h 24 ^m	1.008	7 ^h 50 ^m	0.545
9 11	1.026	9 0	0.53
9 26	1.142	10 30	0.61
10 43	1.245		
11 33	1.259		
13 45	1.142		

H.	I.	H.	P.
<i>21 avril 1912.</i>			
8 ^h 13 ^m	0.904	8 ^h 40 ^m	0.44
8 44	0.944	10 15	0.40
9 38	0.968		
10 48	0.973		
<i>2 mai 1912.</i>			
8 ^h 37 ^m	1.196	8 ^h 0 ^m	0.63
9 14	1.248	9 30	0.63
9 23	1.279	13 30	0.50(?)
10 54	1.279	15 15	0.57
11 46	1.269	16 55	0.57
13 36	1.217	17 20	0.57
14 27	1.173		
15 24	1.100		
17 4	0.743		
17 19	0.630		
<i>5 mai 1912.</i>			
8 ^h 44 ^m	1.207	8 ^h 0 ^m	0.62
9 4	1.219	10 0	0.62
10 4	1.259	15 0	0.63
11 32	1.315		
12 27	1.293		
13 39	1.285		
14 44	1.239		
17 11	0.950		

H.	I.	H.	P.
<i>11 mai 1912</i>			
8 ^h 46 ^m	1.056	8 ^h 30 ^m	0.50
9 27	1.086	10 45	0.48
10 51	1.127	15 20	0.41
11 39	1.142		
13 45	1.049		
14 41	0.921		
15 37	0.758		
<i>17 mai 1912.</i>			
8 ^h 19 ^m	1.259	8 ^h 0 ^m	0.63
9 4	1.301	9 0	0.59
10 52	1.348	16 0	0.66
13 19	1.312		
14 9	1.298		
14 49	1.285		
16 19	1.117		
17 5	1.020		
<i>31 mai 1912.</i>			
14 ^h 15 ^m	1.090	14 ^h 0 ^m	0.40
14 39	1.056	17 0	0.42
16 38	0.760		

H.	I.	H.	P.
<i>15 juin 1912.</i>			
8 ^h 40 ^m	1.220	8 ^h 30 ^m	0.61
11 2	1.313	15 0	0.595
12 10	1.333	17 30	0.68
14 26	1.286		
15 19	1.236		
16 48	1.124		
17 34	0.996		
<i>16 juin 1912.</i>			
9 ^h 0 ^m	1.243	9 ^h 0 ^m	0.64
9 ^h 44 ^m	1.306	14 30	0.595
10 38	1.326		
11 2	1.329		
12 57	1.313		
14 15	1.259		
<i>18 juin 1912.</i>			
9 ^h 0 ^m	1.246	8 ^h 45 ^m	0.67
10 23	1.329	14 30	0.63
11 10	1.334	17 0	0.62
12 2	1.340		
13 15	1.340		
14 18	1.292		
15 35	1.204		
16 43	1.026		

H.	I.	H.	P.
<i>19 juin 1912.</i>			
8 ^h 42 ^m	1.191	8 ^h 30 ^m	0.57
9 4	1.226	10 15	0.57
9 54	1.266	14 45	0.57
11 4	1.259	17 0	0.48
11 56	1.279		
14 14	1.233		
16 1	1.044		
16 51	0.924		
<i>20 juin 1912.</i>			
8 ^h 56 ^m	1.014	9 ^h 0 ^m	0.41
10 28	1.120		
12 4	1.080		
14 40	1.017		
16 29	0.806		
<i>25 juin 1912.</i>			
8 ^h 40 ^m	1.098	8 ^h 30 ^m	0.51
9 15	1.130	15 0	0.61
10 38	1.232		
11 50	1.299		
15 12	1.204		

H.	I.	H.	P.
<i>25 novembre 1912.</i>			
9h 4m	0.775	9h 0m	0 52
10 14	0 931	10 15	0.49
12 2	1 013	14 50	0.51
14 15	0 859		
14 59	0.753		
<i>26 novembre 1912.</i>			
9h 2m	0.615	9h 0m	0 46
10 19	0.827	10 25	0.42
12 0	0.687	12 0	0.32
14 4	0.827	14 0	0 45
<i>4 décembre 1912.</i>			
9h 19m	0.708	9h 0m	0.49
10 15	0.779	10 25	0.46
12 17	0.952	12 0	0.515
14 19	0.827	14 0	0.545
<i>5 décembre 1912.</i>			
9h 23m	0.738	9h 30m	0 56
10 30	0.936	10 30	0.57
11 33	1 026	11 40	0 57
14 28	0.799	14 0	0 59

H.	I.	H.	P.
<i>7 décembre 1912.</i>			
9h 24m	0.617	9h 30m	0.45
9 36	0.628	10 30	0.47
10 11	0.804	12 0	0.44
12 1	0.909	14 0	0.46
14 9	0.749	15 0	0.45
15 26	0.349		
<i>10 décembre 1912.</i>			
9h 38m	0.580	9h 40m	0.41
10 18	0.631	12 0	0.46
11 40	0.825	14 0	0.40
14 11	0.585		
<i>11 décembre 1912.</i>			
9h 29m	0.618	9h 40m	0.45
9 45	0.637	12 0	0.41
11 47	0.776	14 30	0.37
14 15	0.528		
<i>13 décembre 1912.</i>			
9h 50m	0.904	9h 30m	0.57
11 22	0.998	10 0	0.52
15 22	0.519	15 0	0.54

IV. — EXAMEN DES RÉSULTATS OBTENUS.

6. — J'ai d'abord tracé les courbes horaires des calories, c'est-à-dire les courbes représentant l'intensité calorifique de la radiation solaire aux différentes heures de la journée (*).

J'ai porté sur un même graphique les courbes obtenues pour des journées peu éloignées. Dans ces conditions, les épaisseurs traversées aux mêmes heures sont très voisines et peuvent être considérées comme identiques. Les courbes permettent donc de comparer les intensités reçues pour des épaisseurs atmosphériques égales, et, par suite, de voir, qualitativement, comment varie le degré de transparence de l'atmosphère pour ces journées rapprochées.

Voici quelques remarques que suggère l'examen de ces courbes :

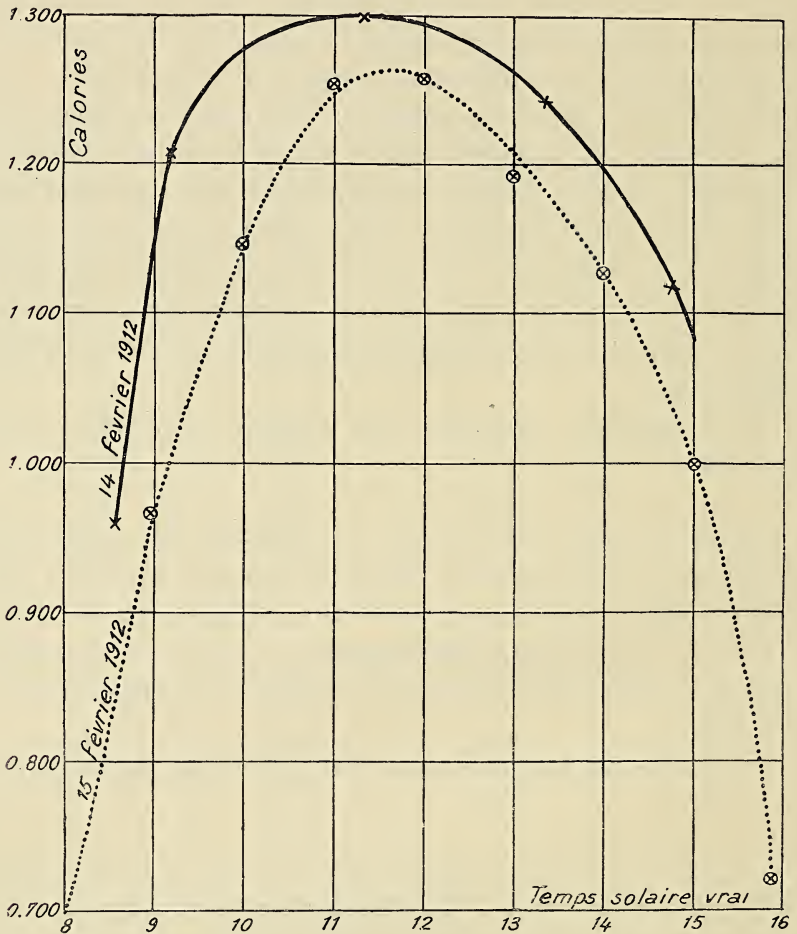
COURBES I (14 et 15 février). — La courbe des calories du 14 février est tout entière au-dessus de celle du 15 février. En même temps, si l'on se reporte aux tableaux du 14 et du 15 février, on voit que la polarisation a , le 14 février, a une valeur nettement supérieure à celle qu'elle prend aux mêmes heures le 15 février.

La courbe du 14 février n'est pas symétrique par rapport à

(*) Suivant une remarque de Langley, reproduite par CROVA (*Annales de chimie et de physique*, 6^e sér., t. XIV, p. 547; 1888), toutes les actions perturbatrices que l'atmosphère exerce sur l'intensité de la radiation tendent à la diminuer. Aussi peut-on considérer les dépressions des courbes comme des accidents passagers. Il vaut mieux attribuer une valeur prépondérante aux maxima de radiation. C'est ce que j'ai fait constamment.

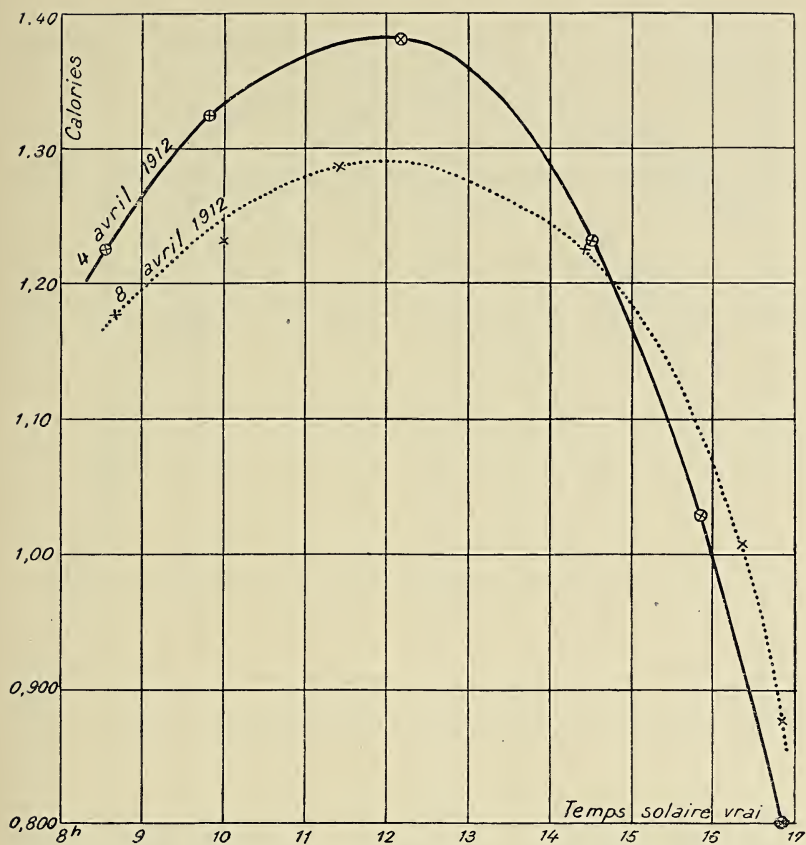
D'ailleurs, ainsi qu'on pourra le constater à plusieurs reprises dans ce mémoire, de trop faibles valeurs de la radiation sont en général corrélatives d'une diminution brusque de la polarisation.

l'ordonnée de 12 heures; elle est très aplatie l'après-midi. Corrélativement, on peut remarquer que la polarisation diminue régulièrement depuis le matin et est beaucoup plus faible à 14 heures qu'à 7 h. 30 m. (0.62 au lieu de 0.74).



COURBES I.

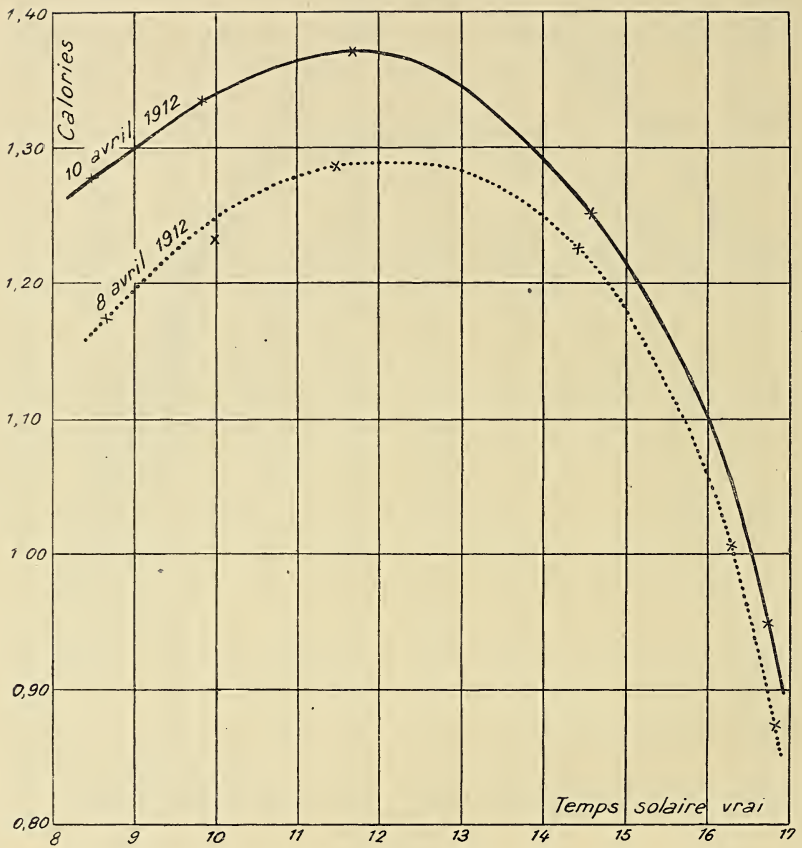
La courbe du 15 février est à peu près symétrique. La polarisation conserve une valeur à peu près constante.



COURBES II.

COURBES II (4 et 8 avril). — La courbe du 4 avril, d'abord très au-dessus de celle du 8 avril, la coupe et passe au-dessous vers 14 h. 30 m. La polarisation du 4 avril, d'abord supérieure à celle du 8, diminue et devient inférieure.

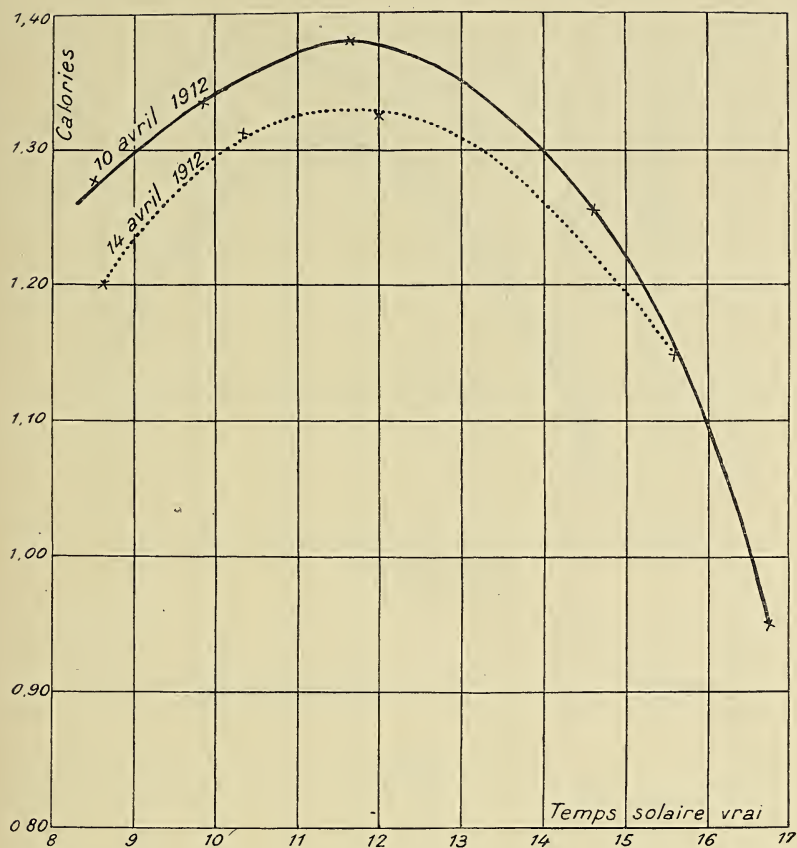
La courbe du 4 avril, qui correspond à des valeurs de la polarisation nettement décroissantes depuis le matin, est dissymétrique. Le 8 avril, la polarisation demeure constante et la courbe est approximativement symétrique.



COURBES III.

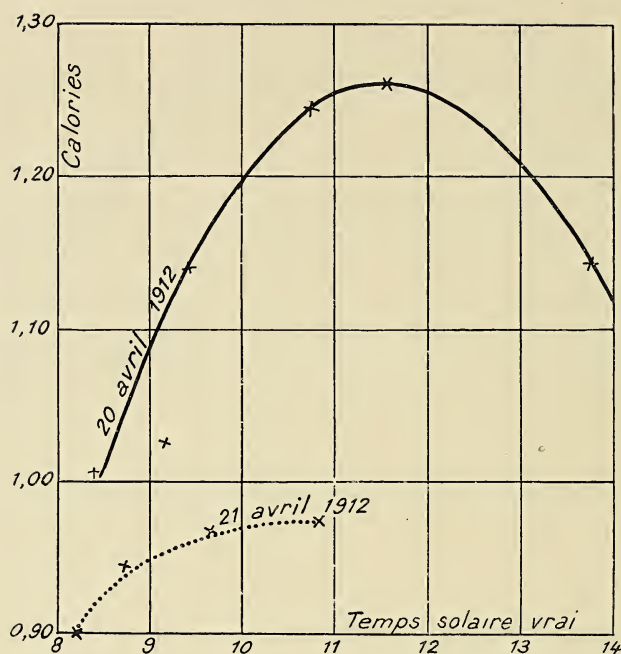
COURBES III (8 et 10 avril). — La courbe du 10 avril, nettement au-dessus de celle du 8 avril dans la matinée, tend ensuite vers celle-ci. Les polarisations suivent des variations analogues.

La courbe du 10 avril, qui correspond à des valeurs de la polarisation décroissantes depuis le matin, est dissymétrique.



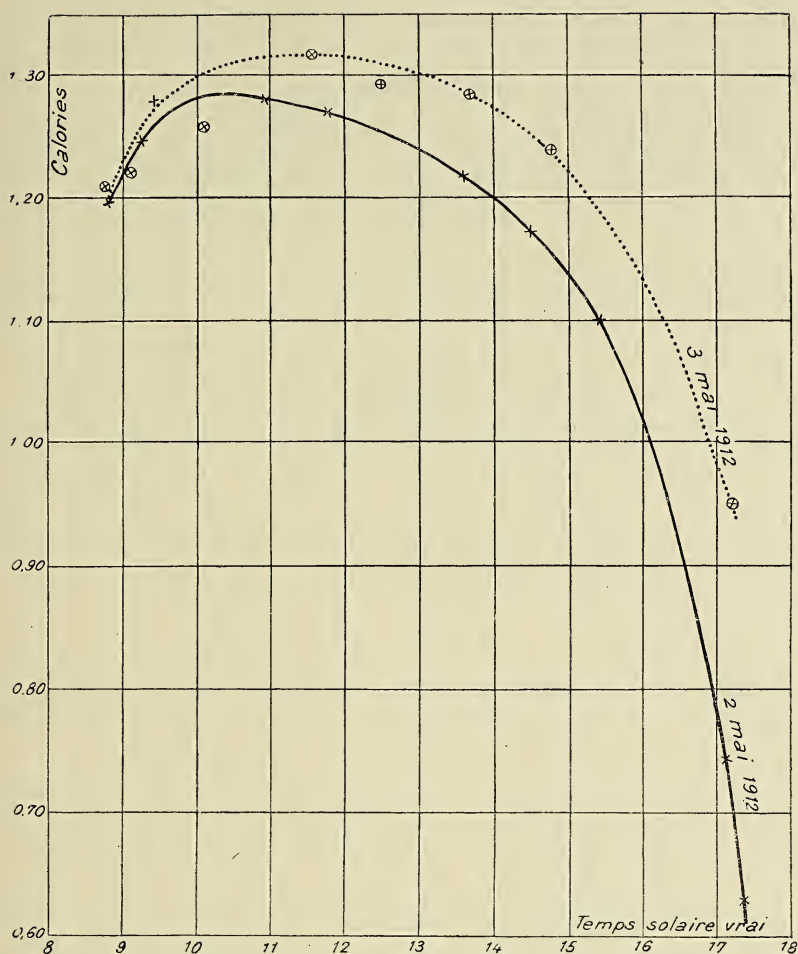
COURBES IV.

COURBES IV (10 et 14 avril). — La courbe du 14 avril est, dans la matinée, au-dessous de la courbe du 8 avril. Les deux courbes se rapprochent l'après-midi. Les polarisations, d'abord différentes, prennent des valeurs très voisines dans l'après-midi.



COURBES V.

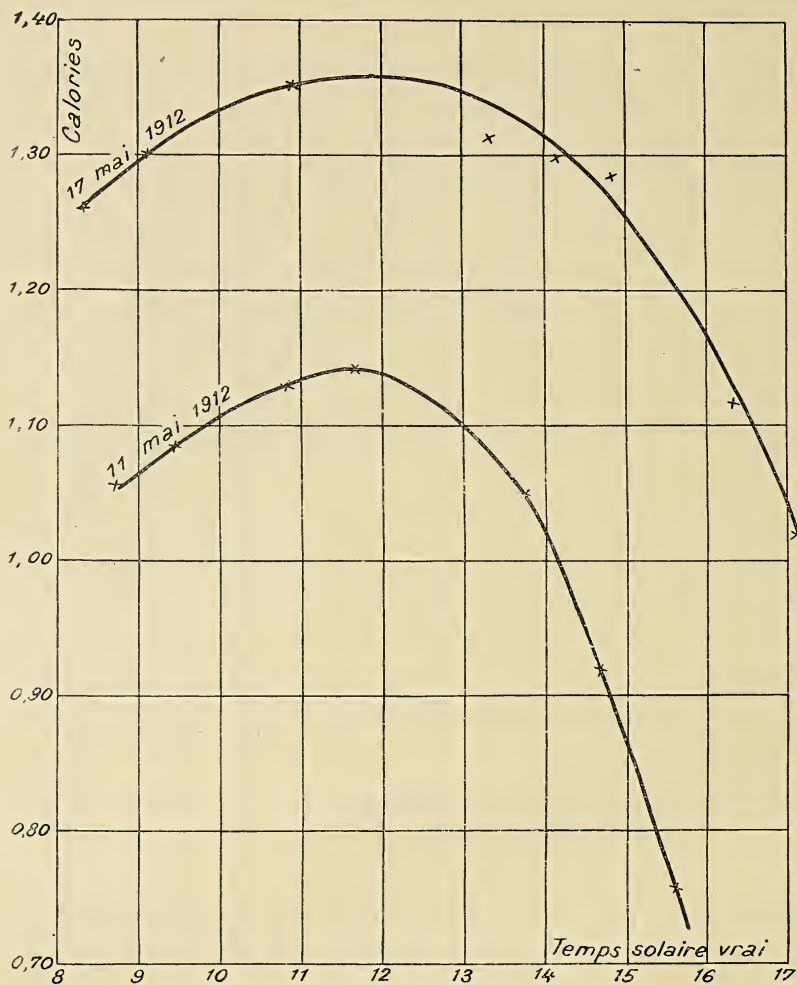
COURBES V (20 et 21 avril). — Le 21 avril, la polarisation a une valeur très faible. Aussi les quelques points que j'ai pu obtenir donnent-ils une courbe située bien au-dessous de la courbe du 20 avril. Vers 11 heures, le temps se couvre et il devient impossible de faire des mesures.



COURBES VI.

COURBES VI (2 et 3 mai). — La courbe du 2 mai coïncide presque, le matin, avec celle du 3 mai; l'après-midi, elle est nettement au-dessous. La polarisation du 2 mai, d'abord égale à celle du 3 mai, décroît et devient ensuite très inférieure.

La courbe du 2 mai est nettement aplatie l'après-midi.

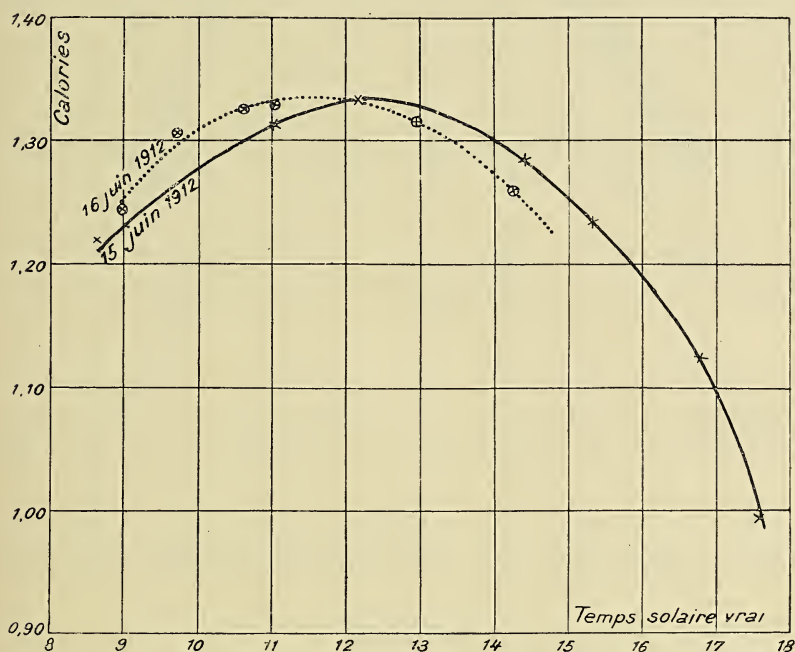


COURBES VII.

COURBES VII (11 et 17 mai). — La courbe du 11 mai se place bien au-dessous de celle du 17 mai. Les polarisations suivent des variations analogues.

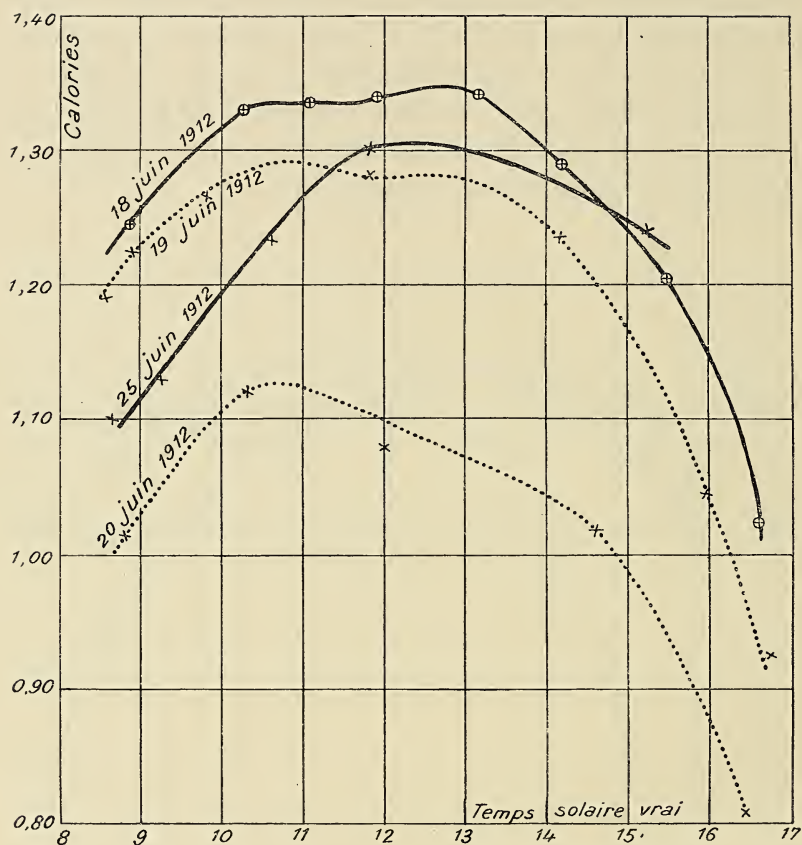
Les quelques points que j'ai déterminés le 31 mai dans

l'après-midi se placent bien au-dessous de la courbe du 17 mai; corrélativement, la polarisation a une valeur très faible. Je n'ai pas représenté les points du 31 mai afin d'éviter les confusions avec ceux du 11 mai qui seraient très voisins. D'ailleurs, la comparaison directe des courbes horaires du 11 mai et du 31 mai ne serait pas légitime, car les épaisseurs traversées, aux mêmes heures, ne sont plus comparables.



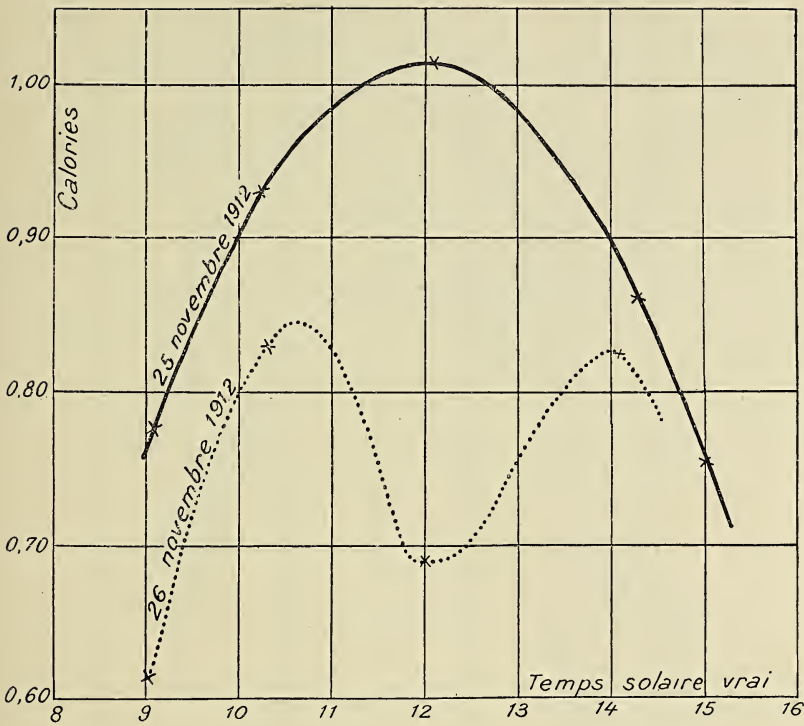
COURBES VIII.

COURBES VIII (15 et 16 juin). — La courbe du 16 juin, d'abord au-dessus de celle du 15 juin, passe ensuite au-dessous. La polarisation du 16 juin, d'abord supérieure, devient inférieure à celle du 15 juin.



COURBES IX.

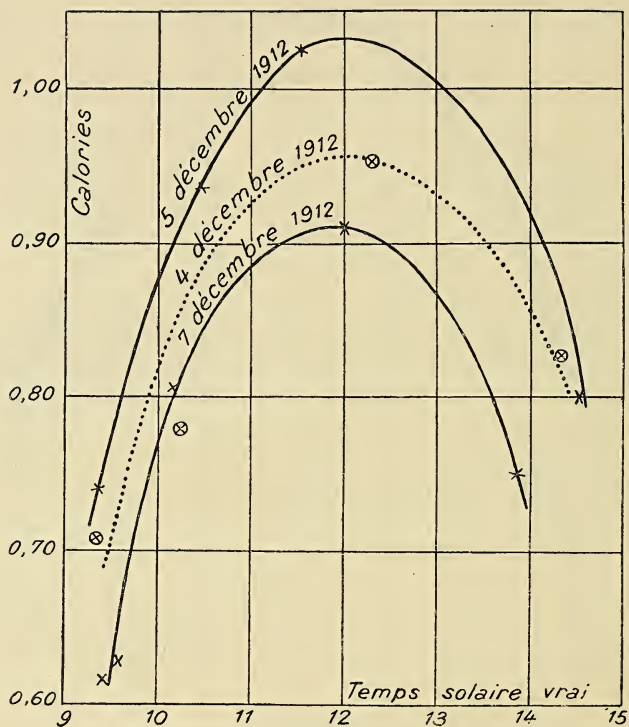
COURBES IX (18, 19, 20 et 25 juin). — Les courbes se placent dans l'ordre des polarisations. A remarquer la courbe du 25 juin : la polarisation, d'abord inférieure à celle du 19 juin, devient supérieure ; la courbe des calories, d'abord au-dessous, passe au-dessus.



COURBES X.

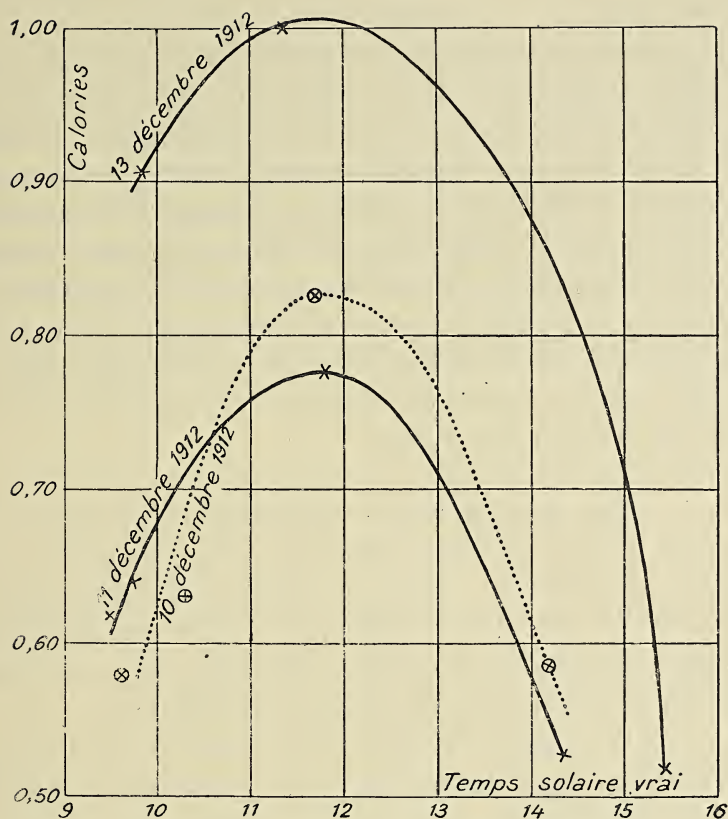
COURBES X (25 et 26 novembre). — Les courbes se placent dans l'ordre des polarisations.

A remarquer, le 26 novembre, le point déterminé à 12 heures, qui est extrêmement bas. Il lui correspond une valeur très faible de la polarisation.



COURBES XI.

COURBES XI (4, 5 et 7 décembre).



COURBES XII.

COURBES XII (10, 11 et 13 décembre). — Les courbes se placent dans l'ordre des polarisations.

Une conclusion très nette se dégage des comparaisons précédentes : *Le pouvoir absorbant de l'atmosphère, pour des journées rapprochées, varie en sens inverse de la polarisation : il augmente, par exemple, quand la polarisation diminue.*

Ceci montre déjà l'importance, au point de vue de l'absorption atmosphérique, des modifications que révèle l'étude de la polarisation.

Ces modifications qui influent sur la polarisation sont-elles les seules importantes? Rien n'est moins sûr. Dans tous les cas, les comparaisons précédentes ne permettent pas de l'affirmer. Elles portent sur des journées trop voisines. Et les causes susceptibles de faire varier le pouvoir absorbant de l'atmosphère sans influencer sur la polarisation pourraient demeurer sensiblement identiques pour des journées voisines. En particulier, si la présence de substances ayant une absorption sélective joue un certain rôle dans l'absorption, il se pourrait que, pour des journées voisines, la proportion de ces substances dans l'atmosphère fût à peu près constante.

7. — Pour être absolument concluantes, les comparaisons devraient pouvoir porter sur toute une année. Mais alors on se heurte à une difficulté : quand on prend des journées éloignées entre elles de plus d'une semaine, la comparaison des courbes horaires n'indique rien de précis ; à la même heure, les épaisseurs atmosphériques traversées sont trop différentes.

J'ai, sur les diverses courbes horaires, relevé les ordonnées correspondant aux diverses heures de la journée et calculé les masses atmosphériques traversées à ces mêmes heures. Pour le calcul de ces masses, diverses formules peuvent être utilisées (*). En réalité, les épaisseurs que j'ai eu à considérer n'ont jamais été bien grandes et toutes les formules donnent, dans ce cas, des résultats sensiblement concordants. J'ai mis à profit le tableau des épaisseurs horaires traversées pour chaque semaine à Montpellier, qui se trouve dans un mémoire de M. J. Loisel (**).

(*) RADAU, *Actinométrie*. Gauthier-Villars, Paris, p. 20; 1877.

(**) J. LOISEL, *Thèse* n° 4294, Paris, p. 50; 1908.

J'ai résumé les calculs en quelques tableaux. J'ai indiqué pour les différentes heures H, la polarisation P, la masse traversée ϵ et l'intensité calorifique I de la radiation.

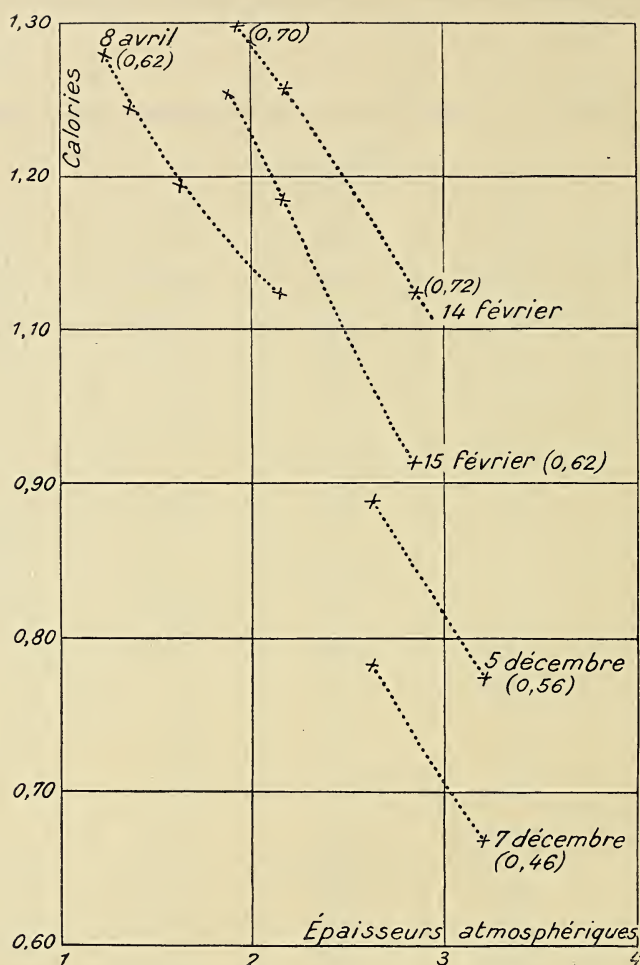
J'ai omis volontairement dans ces tableaux la valeur de l'intensité à 12 heures. A cause de la dépression qui se produit toujours, à Montpellier, vers midi, cette valeur est mal déterminée et n'a pas de signification nette.

La dernière colonne contient la valeur d'un certain coefficient p qui peut servir à caractériser la transmissibilité de l'atmosphère et dont la signification sera précisée plus loin.

H.	P.	ϵ .	I.	p .
<i>14 février 1912.</i>				
9h 0m	0.72	2.85	4.125	0.65
10 0	0.71	2.16	4.280	0.16 (?)
11 0	0.70	1.87	4.300	
13 0	0.67	1.87	4.263	0.57
14 0	0.62	2.16	4.200	0.53
15 0	»	2.85	4.080	
<i>15 février 1912.</i>				
9h 0m	0.62	2.85	4.015	1.00
10 0	0.62	2.16	4.185	0.64
11 0	0.62	1.87	4.255	
13 0	0.61	1.87	4.215	0.71
14 0	»	2.16	4.135	0.64
15 0	»	2.85	4.000	

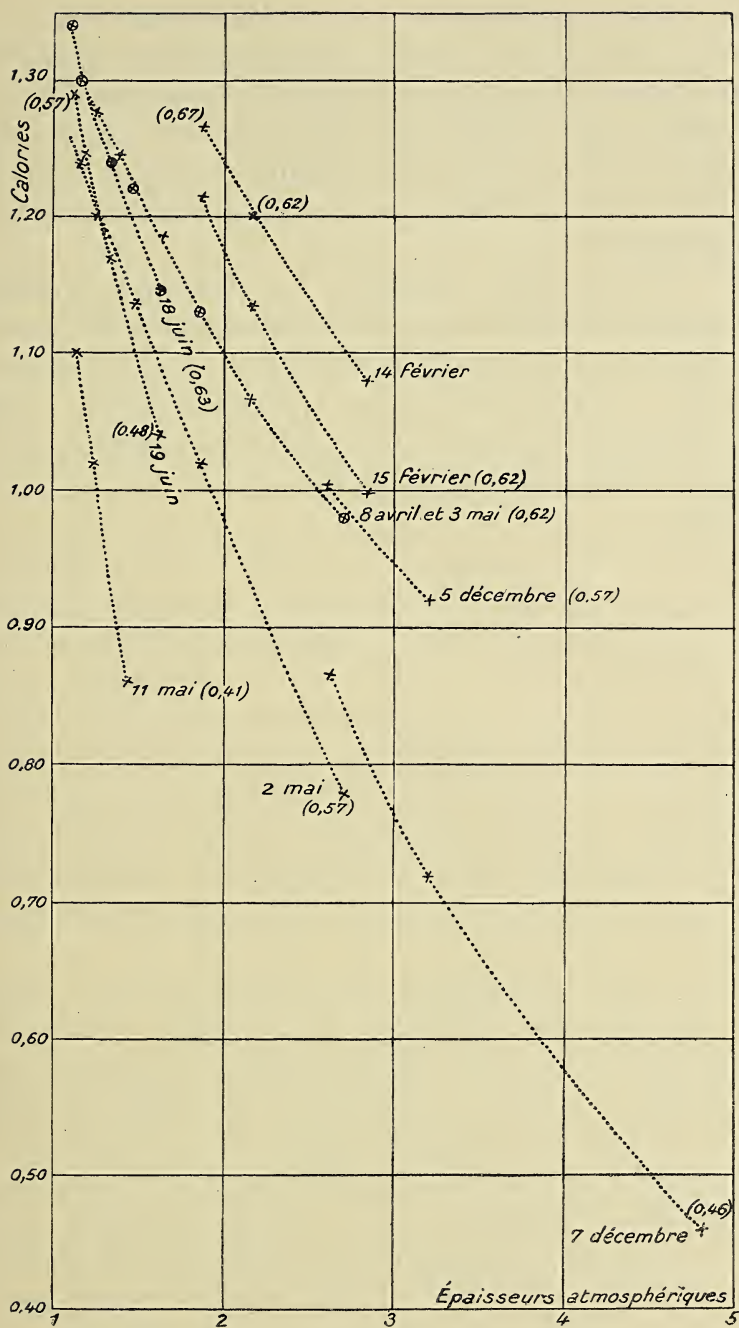
H.	P.	ε	I.	p.
<i>8 avril 1912.</i>				
8 ^h 0 ^m	0.62	2.16	1.125	
9 0	»	1.64	1.195	0.40
10 0	0.62	1.38	1.245	0.50
11 0	»	1.25	1.280	
13 0	»	1.25	1.275	0.45
14 0	0.62	1.38	1.245	0.46
15 0	»	1.64	1.185	0.60
16 0	0.63	2.16	1.065	
<i>2 mai 1912.</i>				
13 ^h 0 ^m	0.50 (?)	1.16	1.240	0.70
14 0	»	1.26	1.200	0.58
15 0	0.57	1.47	1.136	0.72
16 0	0.57	1.87	1.020	1.25 (?)
17 0	0.57	2.72	0.780	
<i>3 mai 1912.</i>				
13 ^h 0 ^m	»	1.16	1.300	0.40
14 0	»	1.26	1.275	0.48
15 0	0.63	1.47	1.220	0.50
16 0	»	1.87	1.130	0.66
17 0	»	2.72	0.980	
<i>11 mai 1912.</i>				
13 ^h 0 ^m	»	1.14	1.100	1.60
14 0	»	1.24	1.020	2.08
15 0	0.41	1.43	0.860	

H.	P.	ε	I.	p.
<i>18 juin 1912.</i>				
13 ^h 0 ^m	»	1.09	1.340	0.72
14 0	0.63	1.18	1.300	0.67
15 0	»	1.34	1.240	0.55
16 0	»	1.65	1.145	
<i>19 juin 1912.</i>				
13 ^h 0 ^m	»	1.09	1.290	0.84
14 0	0.57	1.18	1.245	0.86
15 0	»	1.34	1.170	0.94
16 0	»	1.65	1.040	
17 0	0.48	»	»	
<i>5 décembre 1912.</i>				
10 ^h 0 ^m	0.56	3.19	0.875	0.85
11 0	0.57	2.62	0.990	
13 0	0.57	2.62	1.005	0.60
14 0	0.59	3.19	0.920	
<i>7 décembre 1912.</i>				
10 ^h 0 ^m	0.46	3.19	0.770	0.96
11 0	0.46	2.62	0.885	
13 0	»	2.62	0.865	1.26
14 0	0.46	3.19	0.720	
15 0	0.45	4.80	0.460	1.37



COURBES XIII.

J'ai représenté les intensités calorifiques I en fonction des masses traversées ε (courbes XIII et XIV). A cause de la dissymétrie des courbes horaires par rapport à l'ordonnée de midi, j'ai tracé deux séries de courbes, les unes relatives aux valeurs obtenues le matin, les autres aux valeurs obtenues l'après-midi.



COURBES XIV.

Sur chaque graphique les courbes s'échelonnent bien, en général, dans l'ordre croissant des polarisations. Quand les polarisations sont les mêmes, les points se répartissent suivant une même ligne, même s'ils appartiennent à des journées éloignées : il en est ainsi, par exemple, pour les points du 8 avril et du 3 mai, obtenus pour une même valeur 0.62 de la polarisation.

Il y a bien quelques anomalies. Les points du 15 février, obtenus pour la même valeur de la polarisation (0,62) que les précédents, ne sont pas sur la même courbe : ils sont nettement au-dessus. Les points du 18 juin (même polarisation : 0,63) sont légèrement au-dessous. Les points du 5 décembre et ceux du 2 mai (même polarisation : 0,57) sont sur deux lignes très éloignées.

D'abord, il faut remarquer que la valeur de la polarisation, inscrite en regard des courbes, n'est le plus souvent qu'une valeur moyenne. Rarement la polarisation garde une valeur bien constante pendant une demi-journée. Et comme, au moment où je faisais les déterminations, je ne pensais pas poursuivre aussi loin les comparaisons, je ne me suis peut-être pas toujours astreint à faire un nombre suffisant de mesures de la polarisation. La valeur indiquée pour la polarisation peut donc ne pas correspondre toujours très exactement à la valeur réelle de la polarisation au moment des mesures d'intensités calorifiques.

D'autre part, les considérations suivantes expliquent la plupart des anomalies. Admettons que le Soleil rayonne dans l'espace de la même façon pendant l'année. L'énergie que reçoit 1 centimètre carré de la surface de la Terre varie en raison inverse du carré de sa distance au Soleil. Or, cette distance est plus grande le 8 avril que le 15 février, et le 18 juin que le 8 avril. Rien d'étonnant à ce que, pour des absorptions atmosphériques égales, l'intensité reçue soit plus grande le 15 février que le 8 avril ou le 3 mai, et plus grande le 8 avril que le 18 juin. La distance du Soleil est également plus grande le

2 mai que le 5 décembre, et l'anomalie constatée sur ces journées est dans le sens prévu.

On trouve dans la *Connaissance des Temps* la valeur pour chaque jour, à midi moyen, du logarithme du rayon vecteur de la distance de la Terre au Soleil (les distances sont exprimées en fonction du demi-grand axe de l'orbite terrestre).

Voici, dans le tableau ci-joint, les valeurs hebdomadaires moyennes de $\log r^2$ (*).

Les ordonnées du 8 avril, pour être comparables à celles du 15 février, doivent être multipliées par le rapport $\frac{r^2}{r'^2}$. Ce rapport, calculé au moyen du tableau précédent, est égal à 1,03. En multipliant par 1,03 les ordonnées du 8 avril, on diminue beaucoup et on annule presque, en certains points, l'écart qui existe entre la courbe du 8 avril et celle du 15 février.

En multipliant par 1,027 les ordonnées du 18 juin, les points obtenus se placent très sensiblement sur les courbes du 8 avril et du 3 mai.

Pour pouvoir comparer les ordonnées du 2 mai et celles du 5 décembre, il faut multiplier par 1,05 les ordonnées du 2 mai. Même après cette correction, les courbes restent ici séparées.

Aussi bien, les mesures polarimétriques ne peuvent révéler que la présence des particules en suspension dans l'air. Le nombre et la grosseur de ces particules sont un des facteurs importants de la transparence de l'atmosphère. Mais il n'est pas probable que ce soit le seul. En particulier, l'eau, à l'état de vapeur, n'exerce aucune influence sur la proportion de lumière polarisée; elle produit cependant, dans l'infrarouge, une action sélective qui ne peut être négligée. Or, la quantité de vapeur contenue dans l'atmosphère, en un lieu rapproché de la mer comme Montpellier, est généralement plus grande en mai qu'en décembre; et c'est probablement la raison de l'anomalie constatée entre la courbe du 2 mai et celle du 5 décembre.

(*) Tableau dressé par M. LOISEL, *loc. cit.*, p. 51.

Valeurs hebdomadaires moyennes de $\log r^2$.

Semaines.	$\log r^2$.	Semaines.	$\log r^2$.	Semaines.	$\log r^2$.	Semaines.	$\log r^2$.
1	1,98533	14	0,0085	27	0,01446	40	1,99983
2	1,98554	15	0,00258	28	0,01429	41	1,99805
3	1,98592	16	0,00424	29	0,01389	42	1,99630
4	1,98652	17	0,00586	30	0,01335	43	1,99465
5	1,98737	18	0,00743	31	0,01265	44	1,99306
6	1,98841	19	0,00887	32	0,01172	45	1,99153
7	1,98957	20	0,01013	33	0,01060	46	1,99010
8	1,99080	21	0,01126	34	0,00937	47	1,98888
9	1,99236	22	0,01228	35	0,00803	48	1,98782
10	1,99397	23	0,01312	36	0,00654	49	1,98690
11	1,99562	24	0,01372	37	0,00492	50	1,98615
12	1,99730	25	0,01413	38	0,00325	51	1,98566
13	1,99905	26	0,01439	39	0,00157	52	1,98540

8. — Un certain nombre de formules ont été proposées qui permettent de représenter, dans une même journée, la variation de l'intensité calorifique de la radiation I en fonction de la masse atmosphérique traversée ε . La formule indiquée par Crova (*) :

$$I = \frac{C}{(1 + \varepsilon)p},$$

est d'un emploi commode et donne de bons résultats.

C désigne ce que l'on appelle la « constante solaire », et p , un coefficient qui dépend de l'absorption atmosphérique, croît avec elle et peut lui servir de mesure.

J'ai calculé ce coefficient pour chaque groupe de deux valeurs de I et de ε :

$$p = \frac{\log I' - \log I}{\log (1 + \varepsilon) - \log (1 + \varepsilon')}.$$

J'ai indiqué le résultat du calcul dans la dernière colonne des tableaux précédents.

Généralement, les valeurs de p augmentent quand la polarisation diminue. Pour des journées où les polarisations sont les mêmes, le coefficient p prend des valeurs voisines.

Ces résultats ne sont vrai qu'en gros. Il semble que les valeurs de p sont généralement plus faibles en hiver qu'en été. Ce phénomène pourrait sans doute être rattaché à l'influence de la vapeur d'eau. De nouvelles observations sont nécessaires.

(*) CROVA, *Annales de chimie et de physique*, 6^e sér., t. XIV, p. 551; 1888.

V. — CONCLUSIONS.

L'étude précédente montre que pour la majeure partie des radiations reçues du Soleil, l'absorption exercée par l'atmosphère est étroitement liée à la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel (*).

Ce résultat confirme l'opinion actuellement admise que l'atmosphère agit plutôt par diffusion que par absorption sélective. Lorsque l'atmosphère est parfaitement claire, c'est la diffusion sur les molécules elles-mêmes qui intervient, et la proportion de lumière polarisée est très forte. (Lord Rayleigh.) S'il y a des particules en suspension (vésicules d'eau, poussières, etc.), la polarisation diminue et l'absorption augmente (**).

L'absorption sélective ne paraît s'exercer que pour certaines portions du spectre bien déterminées : absorption de la vapeur d'eau dans une petite portion de l'infrarouge, de l'oxygène dans l'extrême rouge, de l'ozone dans l'ultraviolet.

(Laboratoire de physique de l'Université de Montpellier.)

(*) L'absorption de l'atmosphère varie dans d'assez grandes limites, même pour des journées sans nuage, quand la polarisation varie. En opérant ainsi sur des journées où la polarisation a des valeurs différentes, il est probable que l'on doit obtenir des valeurs différentes de la « constante solaire ». Peut-être est-ce la raison des divergences notables entre les résultats obtenus par les divers savants sur la valeur de cette « constante ». C'est un point que j'ai l'intention d'approfondir.

(**) L'absorption dépend du *nombre* et surtout de la *grosseur* des particules en suspension. Si l'on produit dans une cuve à faces parallèles un précipité très fin de chlorure d'argent, on constate que l'absorption exercée sur la lumière croît avec le temps; la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée à 90° du rayon incident varie en sens inverse. Le poids du précipité produit demeurant constant, à mesure que les grains grossissent, l'absorption augmente et la polarisation diminue. D'ailleurs cette expérience présente un certain nombre de particularités intéressantes sur lesquelles je me propose de revenir.

SPECTROSCOPIE. — Sur l'origine de quelques groupes de bandes dans le spectre d'étincelle de sels de strontium,

par le Dr S. PIENKOWSKI ⁽¹⁾.

Le spectre de bandes des composés de strontium a été l'objet de multiples recherches ⁽²⁾, et le nombre des bandes mesurées est fort élevé. Mais, dans beaucoup de cas, aucune loi ne se dégage et même l'origine des bandes n'est pas certaine. Pour exciter l'émission, on a employé la flamme, l'arc et l'étincelle. Dans tous les cas, il se produit une dissociation partielle des sels et leurs combinaisons forment des composés nouveaux; il en résulte que le spectre obtenu consiste en une superposition des spectres des divers composés présents. Ainsi, par exemple, les bandes de l'oxyde de strontium et du métal lui-même peuvent apparaître dans le spectre de tous les composés du strontium et on peut ainsi les isoler. Mais on ne sait pas lesquelles de ces multiples bandes appartiennent à l'oxyde et lesquelles appartiennent au métal. On a supposé longtemps qu'elles appartaient à l'oxyde, mais, d'après les recherches de Hartley ⁽³⁾ et de Olmsted ⁽⁴⁾, on peut dire qu'il est possible qu'elles appartiennent à l'oxyde ou bien au métal ⁽⁵⁾.

⁽¹⁾ Présenté par M. De Heen.

⁽²⁾ Voir les détails dans H. KAYSER, *Handbuch der Spectroscopie*, Bd VI, pp. 544-565.

⁽³⁾ W. N. HARTLEY, Flame-spectra at high temperatures. (*Proc. Roy. Soc.*, 54, pp. 5-7; 1893. — *Phil. Trans.*, 185, pp. 461-212; 1894.) — On the thermo-chemistry of flame-spectra at high temperatures. (*Proc. Roy. Soc.*, 79, pp. 242-261; 1907.) — An investigation of the connexion between band and line spectra of the some metallic elements. (*Trans. Roy. Soc. Dublin*, 9, pp. 85-138; 1908.)

⁽⁴⁾ C. OLMSTED, Die Bandenspectra nahe verwandter Verbindungen. (*Zeitschr. für wissensch. Photogr.*, 4, pp. 255-333; 1906.)

⁽⁵⁾ H. KAYSER, *loc cit.*, pp. 546-548.

Dans l'étude de l'étincelle que je poursuis, il m'a été possible de fixer l'origine de quelques groupes de bandes, et voici la façon dont j'ai opéré.

L'étincelle, longue de 0^{cm}7-1 centimètre, jaillissait entre les électrodes filiformes en platine. Elle était mise dans le circuit secondaire d'une bobine d'induction dont le primaire était alimenté par un courant de 110 volts et 20-25 ampères. Aucune capacité ni self-induction n'était intercalée dans le circuit de l'étincelle. L'interrupteur de Whenelt donnait 350-400 interruptions à la seconde.

Dans ces conditions, l'étincelle se compose d'un noyau de 0^{cm}2 de diamètre apparent, entouré d'une auréole de couleur vert jaunâtre, d'un diamètre allant jusqu'à 1 centimètre.

Cette étincelle a été placée horizontalement à 1 centimètre environ devant la fente verticale d'un spectrographe à réseau. La fente était mise devant la partie médiane de l'étincelle.

Si l'on introduit une perle de chlorure de strontium fondue dans l'auréole de l'étincelle, elle conserve la teinte vert jaunâtre, mais le noyau paraît avoir un diamètre au moins triple de ce qu'il était dans l'étincelle pure, et est de couleur franchement rose. La photographie du spectre montre les multiples raies du strontium. La raie la plus forte est $\lambda = 4607,5$; ensuite se remarquent surtout $\lambda 4215$ et $\lambda 4078$, appartenant aux séries de larges doublets (série principale), et des raies des séries complémentaires des triplets, comme par exemple $\lambda 4692, 4873, 4852$.

Si l'on introduit la perle de chlorure de strontium dans le noyau de l'étincelle, elle change d'aspect et se réduit en diamètre, de façon qu'il ne subsiste que le noyau coloré en rose-rouge. L'auréole disparaît. Le spectre montre alors des raies plus nombreuses, mais, en outre, apparaissent encore des bandes. La courte exposition de trois à cinq minutes est suffisante pour les mettre en évidence ⁽¹⁾. Mais lorsque la perle se trouve dans l'auréole, je n'ai jamais remarqué la présence des

(1) Plaques Agfa « Isolar ».

bandes, même avec une exposition de quarante à soixante minutes ⁽¹⁾.

Ces propriétés particulières du noyau, de pouvoir exciter le spectre des bandes, entrent également en jeu dans l'excitation du spectre des raies, mais je reviendrai ailleurs sur cette question.

Dans la présente note, je ne m'occuperai que de quelques bandes très nettes, que je subdivise en deux groupes suivant leur origine.

Le tableau I indique la position et la largeur d'un groupe ; mais toutes ces bandes étant estompées vers rouge et vers violet, on ne peut guère compter sur une approximation plus grande que 3Å.

TABLEAU I.

λ	MAX.	REMARQUES.	λ HARTLEY.
3898 - 3912	3905	faible, estompée de deux extrémités.	3894 - 3912
3920 - 3931	non marqué	forte, » » »	3917 - 3932
3938 - 3954	3943	très forte, » » »	3936 - 3943
3962 - 3976	3968	forte, » » »	3958 - 3979
3988 - 4002	non marqué	forte, » » »	3986 - 4003
4013 - 4027	non marqué	forte, » » »	4011 - 4033

Ce groupe de bandes appartient au chlorure de strontium, car elles ne se rencontrent dans aucun des autres composés de ce métal. Ces bandes s'identifient avec les bandes de chlorure de strontium observées par Hartley dans la flamme. Les nombres de cet auteur sont donnés dans la dernière colonne du tableau. La bande λ 3898-3912 est attribuée par Hartley au strontium

⁽¹⁾ J'ai employé également les plaques Agfa « Chromo », six fois plus sensibles que « Isolar ».

lui-même. Remarquons cependant que Hartley l'a observée dans le spectre du chlorure dans la flamme; d'autre part, je ne l'ai remarquée qu'en travaillant avec le chlorure également. En employant le nitrate de strontium, par exemple, cette bande n'apparaît pas; il est donc peu probable qu'elle appartienne au métal.

Le deuxième groupe possède les bandes à bords violets bien marqués et, par suite, la longueur d'onde correspondante à ces bords est beaucoup plus certaine.

Le tableau II donne les longueurs d'ondes correspondant aux bords violets les plus marqués, ainsi que les mesures correspondantes d'Olmsted et de Hartley.

TABLEAU II,

λ	λ OLMSTED.	λ HARTLEY.
4583	IV. 4589.4	
4565	III. 4565.4	4597 - 4566 (1)
4545	II. 4545.8	4557 - 4542
4524	I 4524.5	4538 - 4523
4421	II. 4421.4	- 4423 b. v.
4401	I. 4400.4	- 4403 b. v.
4340	IV. 4341.3	- 4345 b. v.
4305	II. 4303.1	- 4304 b. v.
4281	I. 4281.4	- 4282 b. v.

Olmsted et Hartley ont observé ces bandes dans le spectre de flammes.

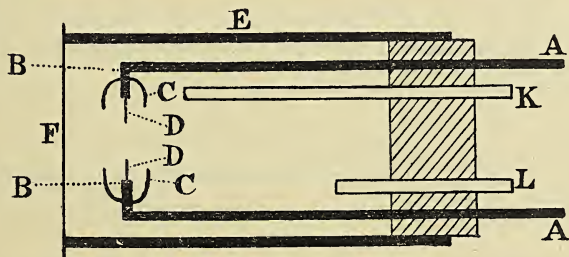
(1) Auerbach a trouvé dans la flamme λ 4583.

A grande dispersion, les bandes des composés de strontium se divisent en deux classes : des bandes larges et des bandes plus étroites. D'après Olmsted, les bandes étroites appartiennent à l'oxyde, les bandes larges au métal. Les bandes citées dans le tableau II appartiennent aux bandes larges et se rencontrent dans tous les composés du strontium. Olmsted est parvenu à les grouper en six séries distinctes, mais ayant des relations entre elles, ce qui montre que toutes elles possèdent le même centre d'émission. Les chiffres romains placés à côté des données d'Olmsted donnent le numéro de la série à laquelle appartient la bande. D'après Olmsted, ce sont les bandes du strontium. D'après Hartley, elles appartiennent à l'oxyde de strontium.

Pour résoudre la question relative à leur origine, il suffit de provoquer l'émission des bandes dans des conditions telles que l'oxyde ne puisse pas se former. Cela peut se réaliser en faisant jaillir l'étincelle que j'ai employée dans une atmosphère d'hydrogène.

Dans ce but, j'ai employé le dispositif suivant :

Deux électrodes A en cuivre, de $0^{\text{cm}}3$ de diamètre, sont terminées par des fils de platine B sur lesquels sont soudés de petits godets C en verre, de $0^{\text{cm}}5$ de diamètre et de $0^{\text{cm}}5$ de hauteur. Les fils B sont allongés par des fils D également en platine, de



$0^{\text{cm}}02$ de diamètre et de longueur telle qu'ils dépassent à peine le niveau des godets. L'intérieur des godets est totalement rempli de chlorure de strontium fondu. Les électrodes sont placées à l'intérieur d'un cylindre en verre E, terminé par une plaque plane F. Les deux tubes K et L permettent de maintenir la circulation continue de l'hydrogène.

TABLEAU III.

λ	
5535	
5522	
5504	
5481	
5451	
4962	1 ^{re} }
4872	2 ^e } raie du quatrième triplet de la première série complémen-
4832	3 ^e } taire de triplets.
4812	
4784	
4742	
4722	
4678	4 ^e terme de la troisième série des raies simples.
4607	
4438	1 ^{re} }
4362	2 ^e } raie du quatrième triplet de la deuxième série complémen-
4338	taire de triplets.
4306	1 ^{re} }
4162	2 ^e } raie du doublet de la deuxième série complémentaire de
4215	doublets.
4077	1 ^{re} }
4031	2 ^e } raie du doublet de la série principale de doublets.
3465	2 ^e raie du cinquième triplet de la première série complémentaire
3381	de triplets.
	1 ^{re} }
	2 ^e } raie du doublet de la première série complémentaire de
	doublets.

Le gaz avait été préparé par l'action de l'acide sulfurique sur du zinc, ou bien j'ai employé l'hydrogène commercial fourni par l'industrie.

Lorsqu'on fait jaillir l'étincelle, les électrodes de platine C, étant de faible diamètre, s'échauffent fortement et le chlorure fondu est entraîné dans l'étincelle qui se colore fortement en rose-rouge. Cette étincelle jaillissant horizontalement a été placée devant la fente verticale du spectrographe.

Les clichés obtenus sont démonstratifs.

Les six bandes de chlorure de strontium indiquées dans le tableau I sont très nettes. Au contraire, aucune des bandes du tableau II n'apparaît. En outre, le spectre montre les multiples raies. Le tableau III donne, à titre d'exemple, les raies mesurées sur un des spectrogrammes.

Certaines de ces raies, obtenues dans l'hydrogène, par exemple λ 5451, 4872, 4678, 4532, n'étaient même pas visibles dans le spectre obtenu dans l'air, où toutes les bandes du tableau II ont été très nettes.

Il est donc établi que les bandes, dont les bords violets sont donnés dans le tableau II, sont les bandes de l'oxyde de strontium. Ces bandes, que j'ai choisies comme étant les plus nettes, appartiennent aux séries indiquées par Olmsted, et il n'est pas possible que ce soient seulement ces termes-ci des séries qui appartiennent à l'oxyde, tandis que les autres appartiendraient au métal. Par suite, on peut conclure que toutes les bandes des six séries d'Olmsted appartiennent au même corps, et d'après ce que je viens de résumer, elles sont émises par l'oxyde de strontium.

Juin 1913.

Institut de physique
de l'Université de Liège.

CINÉMATIQUE. — **Sur divers modes de croissance
des milieux continus,**

par TH. DE DONDER (*).

Si la longueur de toute ligne tracée dans un milieu continu est invariante pendant le mouvement de ce milieu, celui-ci est dit *solide*; si tout volume considéré dans un milieu continu demeure constant pour tout mouvement de ce milieu, celui-ci est dit *incompressible*.

Si le milieu considéré change de forme ou de volume, on sera amené à remplacer ces liaisons entre points par d'autres hypothèses; on pourra supposer, par exemple, que toute ligne, ou toute surface, ou tout volume pris dans le milieu continu *croît proportionnellement au temps*, ou suivant une loi moins simple. Alors se pose la question : Quels sont les mouvements qu'un tel milieu est susceptible d'effectuer? Les covariants intégraux (**) se prêtent fort bien à la résolution de ce genre de problèmes. Dans ce travail, nous nous bornerons à l'étude des mouvements stationnaires.

LIGNES CROISSANT UNIFORMÉMENT.

Milieu rectiligne. — Cherchons les mouvements d'un milieu continu rectiligne dans lequel tout segment s'allonge uniformément. Si l'axe des x coïncide avec ce milieu, et si l'on

(*) Présenté par M. P. Stroobant.

(**) Sur la théorie des covariants intégraux, on pourra consulter notre *Étude sur les invariants intégraux* (Rendiconti del Circolo matematico, Palermo, tomo XV, 1901, voir spécialement le chapitre X), et notre mémoire *Sur les fonctions de Volterra et les invariants intégraux*. (Bull. de l'Acad. roy. de Belgique [Classe des sciences], n° 6, 1906.)

représente par u la vitesse du point d'abscisse x et par δx la distance entre deux points infiniment voisins, pris dans le milieu, à l'instant t , la question revient à chercher d'abord les fonctions u de x , telles qu'on ait, en vertu de

$$\frac{dx}{u} = dt, \quad (1)$$

la relation

$$\frac{a^2}{dt^2} \delta x = 0.$$

Autrement dit, il faut et il suffit que δx soit un covariant intégral, du premier degré, de l'équation (1). La fonction u est assujettie à l'unique condition

$$\frac{du}{dt} = a,$$

où a est un paramètre arbitraire (mouvement stationnaire); on voit déjà que *tous les points du milieu seront animés d'un mouvement uniformément accéléré ou, si $a = 0$, d'un mouvement uniforme*; l'accélération, identique pour tous les points, est a . De l'équation précédente (*), on déduit que

$$u = \sqrt{2ax + b}, \quad a \geq 0$$

où b est un nouveau paramètre arbitraire.

L'équation (1) devient

$$\frac{dx}{\sqrt{2ax + b}} = dt,$$

d'où

$$x = \frac{a}{2} t^2 + ct + \frac{c^2 - b}{2a},$$

(*) Nous laissons de côté le cas où $a = 0$, car le mouvement (stationnaire) serait celui d'un milieu *solide*.

où c est une constante d'intégration. Fixons notre attention sur deux points P' et P'' , correspondant aux valeurs c' et c'' de la constante c ; la distance $P'P''$ de ces deux points vaut

$$(c'' - c')t + \frac{c''^2 - c'^2}{2a};$$

elle croît proportionnellement au temps t , et la vitesse d'allongement dépend des deux points P' et P'' .

Milieu plan. — Reprenons le même problème pour un milieu continu plan. Employons les coordonnées rectangulaires et cherchons les mouvements définis par les équations différentielles

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = dt \quad (2)$$

possédant le covariant intégral, du premier degré,

$$\sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2};$$

donc il faut et il suffit qu'on ait

$$\frac{d^2}{dt^2} \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2} = 0,$$

en vertu des équations (2).

On aura d'abord

$$\frac{d}{dt} \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2} = \frac{\delta x \delta u + \delta y \delta v}{\sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2}};$$

on calculera de même la dérivée seconde et l'on trouvera enfin une expression de la forme

$$A(\delta x)^4 + B(\delta x)^3 \delta y + C(\delta x)^2 (\delta y)^2 + D \delta x (\delta y)^3 + E(\delta y)^4.$$

D'où les conditions nécessaires et suffisantes : $A = B = C$

$= D = E = 0$; ce sont des équations aux dérivées partielles du second ordre en u et v ; ce système se simplifie considérablement en calculant les expressions suivantes :

$$A + E - C \equiv \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right] \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] = 0$$

$$B - D \equiv 2 \left[\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right] \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] = 0.$$

Ces conditions peuvent être remplacées par les conditions équivalentes :

$$\left. \begin{array}{l} u = \frac{\partial \Theta}{\partial y} \\ v = \frac{\partial \Theta}{\partial x} \end{array} \right\} \text{ et } \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = 0. \quad (3)$$

Il en résulte :

$$A \equiv E \equiv \frac{\partial \Theta}{\partial x} \frac{\partial^3 \Theta}{\partial y^2 \partial x} + \frac{\partial \Theta}{\partial y} \frac{\partial^3 \Theta}{\partial x^2 \partial y} + \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0. \quad (4)$$

$$B \equiv 0.$$

En résumé, les équations du mouvement sont :

$$\frac{dx}{\frac{\partial \Theta}{\partial y}} = \frac{dy}{\frac{\partial \Theta}{\partial x}} = dt,$$

où Θ est une solution des équations (3) et (4).

Ces équations admettent la solution $\Theta \equiv a(x^2 - y^2) + cx + dy + e$, renfermant quatre paramètres arbitraires, mais elle correspond au mouvement stationnaire d'un milieu *solide*; la vitesse de croissance est donc nulle.

Les fonctions $\log(x^2 + y^2)$ et $e^x \cos y$ sont des solutions de (3), mais il n'en est pas de même pour l'équation (4).

Cherchons une solution imaginaire; on sait qu'une fonction arbitraire $f(z)$, où $z \equiv x \pm yi$, satisfait à l'équation (3); substituons $f(z)$ dans l'équation (4) : nous obtenons ainsi l'équation différentielle ordinaire

$$2f'f''' + f'^2 = 0,$$

où f' , f'' , f''' représentent les dérivées successives de f par rapport à z .

L'intégrale générale de cette équation est

$$f \equiv (\alpha z + \beta)^{5/3} + \gamma,$$

où α , β , γ sont trois paramètres arbitraires. La somme de ces deux fonctions imaginaires *conjuguées*, obtenues en remplaçant z successivement par $x + yi$ et par $x - yi$, ne satisfait pas à l'équation (4).

A titre d'exemple, prenons $\theta \equiv z^{5/3}$; les trajectoires seront $x \mp yi = c$, où c est une constante d'intégration; la solution générale est donnée par

$$\begin{cases} y = -\frac{i}{54}(2it + c')^3 + \frac{ci}{2} \\ x = \frac{1}{54}(2it + c')^3 + \frac{c}{2} \end{cases}$$

quand on prend $z \equiv x + yi$; c' est une nouvelle constante d'intégration.

Considérons c' comme fonction de c ; alors, $\partial c' \equiv \frac{\partial c'}{\partial c} \partial c$; faisons varier c de λ à μ , et calculons, au moyen de cette solution générale, l'intégrale

$$\int_{\lambda}^{\mu} \sqrt{(\partial x)^2 + (\partial y)^2};$$

nous obtiendrons un résultat de la forme $At + B$, où A et B sont des constantes qui dépendent de la courbe considérée à l'instant initial.

SURFACES CROISSANT UNIFORMÉMENT.

Milieu plan. — Quels sont les mouvements d'un milieu continu plan dans lesquels toute aire S_0 , considérée à l'instant initial (quelconque), croît uniformément; à l'instant t , cette aire vaut S .

Il faut et il suffit que les équations (2) admettent le covariant intégral 2-uple, du premier degré $\iint_S \delta x \delta y$, ou que

$$\frac{d^2}{dt^2} \iint_S \delta x \delta y = 0.$$

On trouvera d'abord :

$$\frac{d}{dt}(\delta x \delta y) = \delta u \delta y + \delta x \delta v = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \delta x \delta y.$$

La dérivée seconde fournira enfin la condition nécessaire et suffisante :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} u + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} v + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} v + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} u = 0.$$

Posons

$$\Theta \equiv \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

La condition précédente peut s'écrire

$$\Theta^2 + u \frac{\partial \Theta}{\partial x} + v \frac{\partial \Theta}{\partial y} = 0. \quad (*)$$

(*) Ce qui exprime que Θ^{-1} varie proportionnellement au temps : c'est donc un covariant fini, du premier degré, des équations du mouvement. Ce résultat est un cas particulier du théorème suivant : Si $M \delta x_1 \dots \delta x_n$ est un invariant intégral n -uple, et si $\mu \delta x_1 \dots \delta x_n$ est un covariant intégral n -uple, du $p^{\text{ième}}$ degré, $\frac{\mu}{M}$ sera un covariant fini, de degré p .

Si $\Theta \equiv 0$, on retombe sur le mouvement stationnaire des milieux *incompressibles*. Soit Θ une fonction *arbitraire* de x et de y , non identiquement nulle, et telle que $\frac{\partial \Theta}{\partial y}$, par exemple, soit différente de zéro; alors, on aura :

$$v = \frac{-u \frac{\partial \Theta}{\partial x} - \Theta^2}{\frac{\partial \Theta}{\partial y}} \equiv \varphi + u \psi;$$

φ et ψ sont donc deux fonctions connues.

Substituons v dans (6), d'où

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \psi \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} u + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \Theta;$$

la recherche de u se réduit à celle de deux invariants des équations

$$dx = \frac{dy}{\psi} = \frac{du}{-\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} u + \Theta}$$

A titre d'*exemple*, prenons

$$\Theta \equiv y;$$

alors,

$$v = -y^2 \quad \text{et} \quad u = 3yx + \rho(y);$$

prenons

$$\rho(y) \equiv 0;$$

les équations du mouvement deviennent :

$$\frac{dx}{3yx} = \frac{dy}{-y^2} = dt,$$

dont la solution générale est

$$\left\{ \begin{array}{l} xy^3 = x_0 y_0^3 \\ y = \frac{y_0}{1 + ty_0} \end{array} \right.$$

où x_0 et y_0 sont les coordonnées initiales d'un point quelconque du milieu continu.

L'intégrale double

$$\iint_S \delta x \delta y = \iint_{S_0} \frac{\partial(xy)}{\partial(x_0 y_0)} \delta x_0 \delta y_0 = S_0 + t \iint_{S_0} y_0 \delta x_0 \delta y_0 ;$$

on voit que la surface S croît uniformément et que la vitesse d'agrandissement dépend de l'aire considérée à l'instant initial : c'est une fonction de Volterra.

Juin 1913.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Delacre (Maurice). Louis Henry. Bruxelles, 1913; extr. in-8° (pp. 146-152, portrait).

Demoor (Jean). A propos du mécanisme intime de la sécrétion. Bruxelles, 1913; extr. in-8° (8 p.).

— L'Enseignement supérieur et le problème scolaire. Bruxelles, 1912; extr. gr. in-8° (20 p.).

— A propos du mécanisme de la sécrétion salivaire (3^e note) (Action de la pilocarpine). Liège, 1912; extr. gr. in-8° (65 p.).

— Le mécanisme intime de la sécrétion salivaire. Liège, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 187-206).

Mercenier. Essai de carte géologique du Katanga, 1913, in-fol.

BRUXELLES. *Ministère des Colonies*. Annales du Musée du Congo belge. La Faune paléocène de Landana. (Em. Vincent, L. Dollo et M. Leriche, 1913; in-fol.

LIÈGE. *Annales de la Société géologique de Belgique*. Publications relatives au Congo belge et aux régions voisines, année 1911-1912; in-8° (1913).

Spitaler (R.). Die Achsenschwankungen der Erde als Ursache der Auslösung von Erdbeben. Vienne, 1913; extr. in-8° (23 pp.).

Goddard (Pliny Earle). Indians of the Southwest. New-York, 1913; in-16 (191 pp., fig.).

STRASBOURG. *Association internationale de sismologie*. Katalog der im Jahre 1908 Registrierten seismischen Störungen. (Siegmond Szirtes.) 1913; gr. in-8°.

WASHINGTON. *Office of the Surgeon General, U. S. Army*. Index catalogue, second series, vol. 17; in-4°, 1912.

Fritsche (H.). Die Bestimmung der Elemente des Erdmagnetismus und ihrer zeitlichen Aenderungen. Riga, 1913; gr. in-8° (96 p., cartes).

UPSAL et STOCKHOLM. *Acta Mathematica 1882-1912*. Table générale des tomes 1-35. (Marcel Riesz.) 1913.

MONTVIDEO. L'Institut national physique et climatologique. Ses premiers essais d'aérologie, ses projets d'avenir. (Louis Morandi.) 1912.

INTERNATIONALE ERDMESSUNG. *Schweizerischen geodätischen Kommission*. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz. Dreizehnter Band. Polhöhen- und Schwerebestimmungen bis zum Jahre 1910; in-4°.





TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 5 juillet 1915.

Correspondance.

Remerciements des nouveaux élus. — Travail à l'examen. — Requête relative à la Station zoologique de Naples. — Notice de Th. Durand pour l' <i>Annuaire</i> . — Hommages d'ouvrages	564
---	-----

Bibliographie.

MERCENIER. — <i>Essai de carte géologique du Katanya</i> ; note par Max Lohest	564
--	-----

Prix P.-J. et Éd. Van Beneden.

Règlement	565
---------------------	-----

Prix Charles Lemaire.

Travaux soumis et désignation du jury pour la 11 ^e période (1911-1913)	566
---	-----

Notice pour l'Annuaire

M. J. Cornet rédigera la notice de M. Renard	566
--	-----

Prix de géographie.

Discussion ajournée à la prochaine séance	566
---	-----

Communications et lectures.

PHYSIQUE. — <i>Sur une relation entre l'absorption de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel</i> ; par A. Boutaric (1 fig., 14 diagr.)	567
SPECTROSCOPIE. — <i>Sur l'origine de quelques groupes de bandes dans le spectre d'étincelle de sels de strontium</i> ; par S. Pienkowski (1 fig.).	607
CINÉMATIQUE. — <i>Sur divers modes de croissance des milieux continus</i> ; par Th. De Donder.	614
Bulletin bibliographique	621

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

472
A16

L. C. 3

C

ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 8

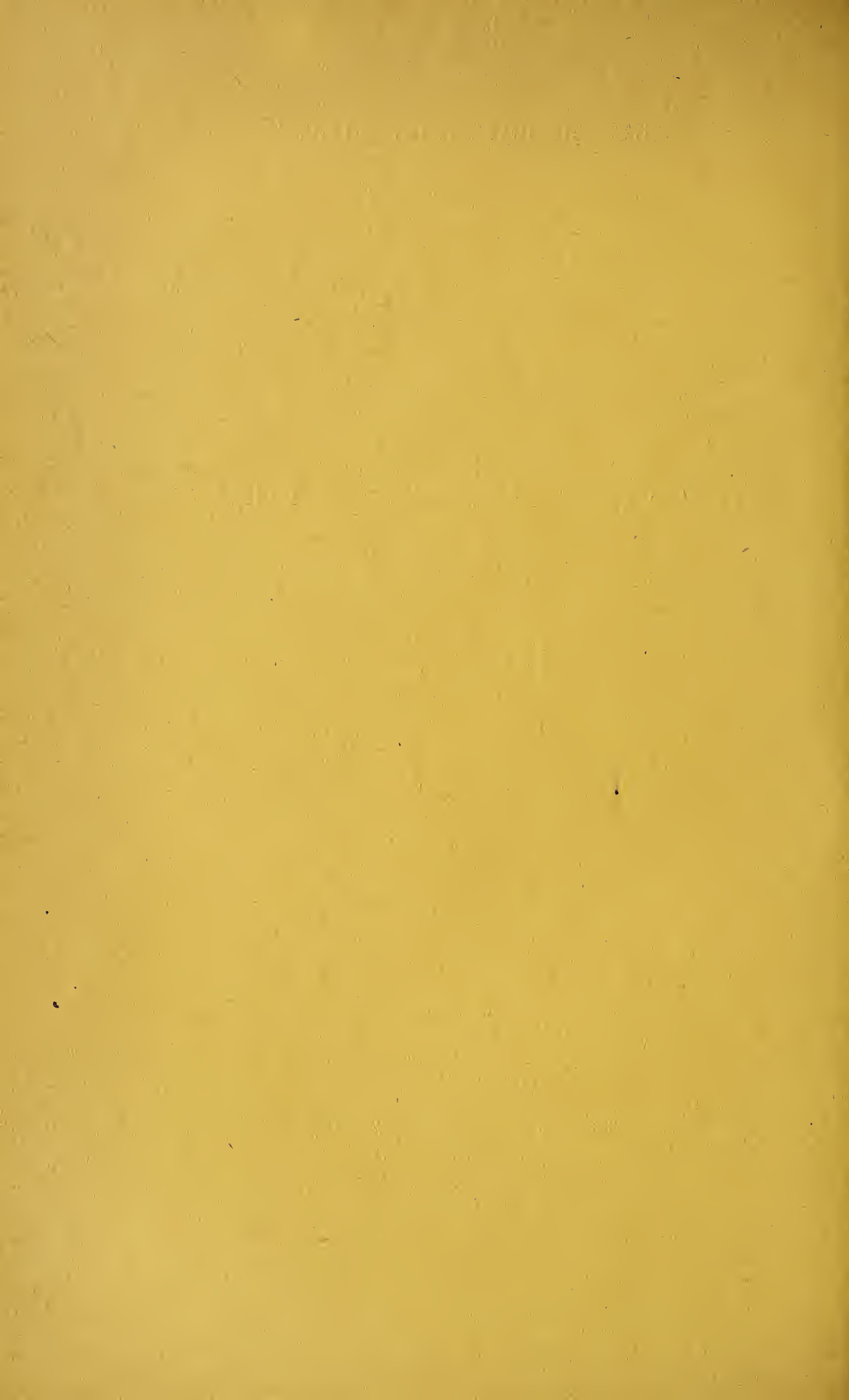


BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913



CLASSE DES SCIENCES

Séance du 2 août 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, M^{el} Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, J. Deruyts, J. Neuberg, Ch. Francotte, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, Fréd. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. Rutot, V. Willem, L. Dollo, *membres* ; Ch. Julin, G. Lecointe, E. Marchal, *correspondants*.

Absences motivées : MM. L. Fredericq, P. Stroobant, Nolf et Verschaffelt.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts annonce qu'il est disposé à allouer un subside annuel de 1000 francs au Comité international de publication des tables de constantes et données numériques de chimie, de physique et de technologie. — Remerciements.

— Le même Ministre transmet l'arrêté royal approuvant les élections de MM. Paul Stroobant et Louis Dollo.

— Le Bureau de l'Association internationale des Académies soumet au vote de la Classe les élections de la *Royal Society* d'Edimbourg et de la *Societas scientiarum Fennica* d'Helsingfors, à la qualité de membres de l'Association. — Ces sociétés sont admises à l'unanimité des suffrages.

— M. J. Meire, géomètre à Bruges, soumet à l'appréciation de l'Académie un travail manuscrit sur *Un nouveau principe de télémétrie et sa réalisation pratique* — Commissaires : MM. le Paige et Lecointe.

— Hommages d'ouvrages :

Di un fermento lattico filante, par C. Gorini (présenté par M. L. Fredericq);

Savants du jour : Gaston Darboux, 2^e édition, entièrement refondue, par Ernest Lebon (présenté par M. Neuberg). — Remerciements.

RÉSULTATS DU CONCOURS POUR L'ANNÉE 1913.

Sciences mathématiques et physiques.

CINQUIÈME QUESTION.

Résumer les travaux sur les systèmes de cubiques gauches et faire de nouvelles recherches sur ces systèmes. — Prix : 800 francs.

Un mémoire. Devise : *Le temps n'épargne pas ce qui s'est fait sans lui.*

Commissaires : MM. Neuberg, le Paige, Demoulin.

Sciences naturelles.

TROISIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur l'organogenèse des glandes sexuelles des oiseaux. — Prix : 1000 francs.

Un mémoire. Devise : *Vitam impendere vero.*

Commissaires : MM. Julin, Francotte, Van Bambeke.

SIXIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur le phénomène de la reviviscence chez les végétaux. — Prix : 1000 francs.

Un mémoire. Devise : *Felix qui potuit rerum cognoscere causas.*

Commissaires : MM. Gravis, Massart, Ém. Marchal.

PRIX DE GÉOGRAPHIE.

Le rapport de la Commission spéciale instituée pour examiner la revision des règlements des prix du Gouvernement et les notes de MM. Mansion, Lohest et Lecointe à propos de la création d'un prix de géographie seront imprimés et distribués avant la prochaine séance.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

ANATOMIE COMPARÉE. — ZOOLOGIE. — Contribution à l'étude de la Classification des Phallusiidées. — Les genres *Phallusia*, *Ascidia* et *Ascidiella*,

par CH. JULIN et A. ROBERT.

On sait qu'il existe chez tous les Ascidiens une glande intimement appliquée contre le ganglion nerveux, généralement à la face ventrale de ce dernier. Cette glande hypoganglionnaire ou hypophysaire est pourvue d'un conduit excréteur, qui débouche dans la cavité du siphon buccal au fond d'une fente étroite, ciliée, plus ou moins profonde et de forme très variable (pavillon ou entonnoir vibratile), siégeant à la surface d'un tubercule situé sur la ligne médio-dorsale, immédiatement en avant du sillon péricoronal et de l'extrémité antérieure du raphé dorsal.

L'un de nous ⁽¹⁾ a fait connaître pour la première fois, chez *Phallusia mamillata* Cuv., une disposition très remarquable de cet appareil hypophysaire : le conduit excréteur de la glande, au lieu d'être dépourvu de ramifications, comme c'est le cas dans l'immense majorité des Ascidiens, émet des branches collatérales secondaires, plus ou moins courtes ; chacune d'elles s'ouvre dans la cavité péribranchiale, à droite ou à gauche de la ligne médio-dorsale, par un pavillon ou entonnoir vibratile, de forme très variable et siégeant ordinairement à la surface d'un tubercule.

Chez *Ph. mamillata* il existe donc : 1° un pavillon vibratile (*pavillon primaire*) à l'extrémité antérieure du conduit excréteur (*canal principal*) de la *glande hypophysaire* ; il s'ouvre dans la cavité du siphon buccal et est l'homologue du pavillon vibratile des autres Ascidiens ; 2° des pavillons vibratiles (*pavillons secon-*

(1) CH. JULIN, *Arch. de biol.*, 1884, t. II, p. 216.

daires) siégeant à l'extrémité terminale des branches collatérales (canaux secondaires) du canal principal et débouchant dans la cavité péribranchiale.

Enfin, il résulte des recherches faites par l'un de nous (1881) : 1° que le nombre des canaux et pavillons secondaires augmente avec l'âge, suivant un processus de formation qu'il a fait connaître ; 2° que l'augmentation du nombre de ces canaux et pavillons secondaires s'accompagne d'une diminution de volume de la glande sous-jacente au ganglion nerveux.

Ces faits, relatifs à la constitution toute spéciale de l'appareil hypophysaire de *Ph. mamillata*, ont été confirmés par Herdman ⁽¹⁾. Roule ⁽²⁾ les a confirmés également, sauf sur un point. Il prétend que, parmi les pavillons secondaires, il en est — et ce seraient les plus nombreux — qui débouchent dans la cavité branchiale et non dans la cavité péribranchiale. C'est une erreur qui a déjà été relevée par Herdman et par Seeliger ⁽³⁾ : l'étude des coupes ne laisse aucun doute à cet égard.

Depuis cette époque, une disposition analogue a été observée : par Roule ⁽⁴⁾, chez *Ascidia Marioni* Roule ; par Metcalf ⁽⁵⁾, chez *Ascidia atra* Les. ⁽⁶⁾ ; par Herdman ⁽⁷⁾, chez *Ascidia phallusioides* Herdm., et, par le même auteur ⁽⁸⁾, chez *Ascidia polytrema* Herdm.

(1) HERDMAN, *Proceed. Roy. Soc. Edinburgh*, 1882-1883, p. 149.

(2) ROULE, *Ann. Mus. Marseille*, 1884, t. II, p. 247, et *Comptes rendus Acad. des sciences*, Paris, 5 avril 1886.

(3) SEELIGER, *Bronn's Klass. und Ordn. Tunicata*, 1898, t. III, suppl.

(4) ROULE, *Ann. Mus. Marseille*, 1884, t. II, p. 244.

(5) METCALF, *Zool. Bull. Boston*, 1897, t. I, n° 3, p. 143.

(6) D'après HARTMEYER (*Bronn's Klass. und Ordn.*, 1909, t. III, suppl., p. 1401), *Ascidia atra* Les. serait *Phallusia nigra* Sav. M. le Prof. M. Metcalf a eu l'extrême obligeance de confier à l'un de nous (Julin) un exemplaire d'*Ascidia atra*, provenant des collections de John's Hopkins University. Nous y avons retrouvé les dispositions de l'appareil hypophysaire décrites, chez cette espèce, par notre savant collègue américain.

(7) HERDMAN, *Australian Mus. Sydney Catal.*, 1899, n° 17, p. 14.

(8) HERDMAN, *Report Gov. Ceylon pearl oyster fish.*, 1906, n° 39, p. 306.

L'un des buts de la présente notice est de faire connaître une structure semblable chez *Ascidia fumigata* Grube ⁽¹⁾, où elle n'a pas encore été signalée jusqu'ici. Nous l'avons étudiée en examinant de nombreux spécimens de toutes tailles, depuis 12 millimètres jusqu'à 12 centimètres de longueur.

Les jeunes individus, ayant moins de 40 millimètres, ne présentent qu'une glande hypophysaire mamelonnée, volumineuse, débordant largement le ganglion dans tous les sens; le conduit excréteur est unique, non ramifié : il s'ouvre, dans la cavité du siphon buccal, par un pavillon vibratile (primaire) bien développé. Jusqu'à ce stade, l'appareil hypophysaire est donc semblable à celui de la plupart des autres Ascidien.

C'est chez un spécimen, long de 41 millimètres, que nous avons constaté la présence des tout premiers canaux et pavillons secondaires : ils étaient au nombre de deux seulement.

L'apparition de ces formations secondaires est donc tardive.

Mais nous avons pu nous convaincre que leur nombre s'accroît rapidement avec l'âge. Chez le plus grand individu que nous ayons examiné, — il était long de 12 centimètres, — quatre-vingt-sept pavillons secondaires, affectant d'ailleurs les formes les plus variables, terminaient les canaux secondaires émanant du canal principal de la glande.

De l'ensemble de nos observations sur *A. fumigata*, il résulte que, comme chez *Ph. mamillata*, à mesure que les canaux et

(1) *A. fumigata* a été trouvé par GRUBE (*Die Insel Lussin und ihre Meeresfauna*. Breslau, 1864, p. 56, fig. 5) et par HELLER (*Denkschr. Akad. Wien*, 1875, t. XXXIV, II. Abth., p. 408) dans l'Adriatique. Elle est commune dans la Méditerranée (TRAUSTEDT, *Mitth. aus d. Zool. Station zu Neapel*, t. IV, p. 460), et nos échantillons méditerranéens proviennent de Naples, du golfe de Jouan et de Tamaris. M. le Prof^r Duboscq nous a dit en avoir recueilli un exemplaire à Cette. L'un de nous (Julin) en a aussi récolté de nombreux spécimens dans la Manche, près de Luc sur-Mer, le 2 septembre 1911. Ces exemplaires recueillis à Luc étaient vert clair à l'état vivant, comme le sont toujours les *A. fumigata* de petite taille; toutefois ils sont devenus d'un vert foncé, presque noirâtre, après avoir été fixés par le sublimé acétique et l'alcool.

pavillons secondaires deviennent plus nombreux, la glande hypoganglionnaire et le pavillon primaire se réduisent. La réduction de ce dernier est même telle qu'il devient parfois difficile à découvrir. Comme chez *Ph. mamillata*, tous les pavillons secondaires s'ouvrent dans la cavité péribranchiale : les coupes et les reconstructions par la méthode de Born ne laissent aucun doute à cet égard.

L'existence de canaux et de pavillons vibratiles secondaires de l'appareil hypophysaire constitue un trait d'organisation si remarquable qu'il y a lieu, à notre avis, de réunir dans un genre spécial les Phallusiidées qui le possèdent.

Avant de discuter cette question, mentionnons que Roule a rangé *fumigata* dans son genre *Phallusia* avec *mamillata* et *monachus* Cuv., en se basant sur le fait que chez ces trois espèces, la branchie serait repliée sur le côté. Cette assertion est erronée en ce qui concerne *fumigata* : elle résulte d'une erreur d'interprétation d'une figure de Heller ⁽¹⁾.

Néanmoins nous estimons que l'on doit réunir, dans le même genre, *mamillata* et *fumigata*, mais en raison des dispositions spéciales de l'appareil hypophysaire. Et si l'on objecte que ces dispositions n'apparaissent que tardivement, nous répondrons que, d'après nos observations, le repliement de la branchie chez *mamillata* est bien plus tardif encore, car il débute à peine quand l'Ascidie atteint une longueur de 31 millimètres, alors que son appareil hypophysaire montre déjà plus de quarante canaux et pavillons secondaires.

A l'exemple de Metcalf ⁽²⁾, de Herdman ⁽³⁾, de Hartmeyer ⁽⁴⁾, et contrairement à l'opinion de Roule ⁽⁵⁾, nous sommes donc

(1) HELLER, *Denkschr. Akad. Wien*, 1875, t. XXXIV. II. Abth., pl. II, fig. 3.

(2) METCALF, *Zool. Bull. Boston*, 1897, t. I, n° 3, p. 146.

(3) HERDMAN, *Australian Mus. Sydney Catal.*, 1899, n° 17, p. 15.

(4) HARTMEYER, *Bronn's Klass. und Ordn.*, 1909, t. III, suppl., p. 1407.

(5) ROULE, *Ann. Mus. Marseille*, 1884, t. II, p. 242.

d'avis de réunir dans un même genre toutes les Phallusiidées dont l'appareil hypophysaire présente des canaux et pavillons secondaires (*mamillata*, *Marioni*, *atra*, *phallusioïdes*, *polytrema* et *fumigata*).

Roule ⁽¹⁾ résume, par le tableau suivant, les diagnoses des genres *Phallusia*, *Ascidia* et *Ascidiella*, tels qu'il les définit :

Branche droite.	{	Ganglion nerveux et glande hypoganglionnaire immédiatement derrière l'organe vibratile.	}	<i>Ascidiella</i> .
		Ganglion nerveux et glande hypoganglionnaire éloignés de l'organe vibratile.		<i>Ascidia</i> .

Branche recourbée sur elle-même *Phallusia*.

Dans cette diagnose, que Seeliger ⁽²⁾ a adoptée, Roule range son espèce *Marioni* dans le genre *Ascidia* et *mamillata* dans le genre *Phallusia*.

Hartmeyer ⁽³⁾ supprime le genre *Ascidia* tel que Roule le définit, en même temps qu'il le fait rentrer dans son genre *Phallusia* (p. 1400).

Il admet le genre *Ascidiella* de Roule, tout en faisant remarquer (p. 1407) qu'il s'agit plutôt, selon lui, d'un sous-genre de *Phallusia*.

En outre, il crée le genre *Phallusiopsis* ⁽⁴⁾, qu'il distingue du genre *Phallusia*, tel qu'il l'entend, par ce seul caractère : l'organe vibratile est subdivisé en un grand nombre d'orifices.

Hartmeyer, enfin, ne tient nullement compte, comme caractère générique, du reploiement de la branche sur elle-même.

(1) ROULE, *Ann. Mus. Marseille*, 1884, t. II, p. 219.

(2) SEELIGER, *Bronn's Klass. und Ordn.*, 1907, p. 1084.

(3) HARTMEYER, *Bronn's Klass. und Ordn.*, 1909.

(4) HARTMEYER, *Zool. Ann. Würzburg*, 1908, t. III.

Bref, si nous résumons, en un tableau comparable à celui de Roule, la diagnose de Hartmeyer, nous obtenons :

Ganglion nerveux et glande hypoganglionnaire placés immédiatement derrière l'organe vibratile.	} <i>Ascidella</i> .
Ganglion nerveux et glande hypoganglionnaire éloignés de l'organe vibratile.	{ Pavillon vibratile unique et indivis. } <i>Phallusia</i> .
	{ Organe vibratile subdivisé en un grand nombre d'orifices. } <i>Phallusiopsis</i> .

Hartmeyer signale (p. 1408) comme appartenant à son genre *Phallusiopsis*, les espèces suivantes : *mamillata* Cuv., *Marioni* Roule, *nigra* Sav. (= *atra* Les.) et *phallusioides* Herdm.

Il convient d'ajouter que Hartmeyer (pp. 1407 et 1487) doute lui-même de la validité de son genre *Phallusiopsis*, en se fondant sur le fait que l'on a observé, soit normalement, soit anormalement, une subdivision du pavillon vibratile dans d'autres espèces appartenant à d'autres genres.

Voici à quoi il fait allusion.

Roule a signalé une subdivision *anormale* du pavillon vibratile dans plusieurs exemplaires d'*Ascidia elongata* Roule et dans un spécimen de *Cynthia papillosa* L. ⁽¹⁾. D'autre part, Herdman ⁽²⁾ décrit le tubercule hypophysaire de sa *Polycarpa aurata* comme criblé *normalement* de petits orifices, et l'on connaît d'autres exemples d'une semblable constitution.

Roule estime que cette disposition est comparable à la formation des canaux et pavillons secondaires de *Ph. mamillata* et d'*Ascidia Marioni*. Or, Hartmeyer a adopté cette interprétation.

A notre avis, ces auteurs ont établi une confusion entre

(1) ROULE, *Comptes rendus Acad. des sciences*, Paris, 5 avril 1886, et *Rec. zool. de Suisse*, 1886, t. III.

(2) HERDMAN, *Report Gov. Ceylon pearl oyster fish.*, 1906, n° 39, p. 319.

deux formations d'une valeur morphologique toute différente. L'une consiste en la ramification du conduit excréteur de la glande hypophysaire, suivie de la formation de pavillons vibratiles secondaires mettant les canaux secondaires en communication avec la cavité péribranchiale; l'autre consiste en une subdivision secondaire de l'orifice fissiforme du pavillon vibratile primaire, le conduit excréteur de la glande restant néanmoins unique et indivis.

Cette question ayant, selon nous, une grande importance au point de vue de la classification des Phallusiidées, nous nous y arrêterons un peu plus longuement.

« Au cours des recherches que j'ai faites au Laboratoire de zoologie de Marseille sur l'organisation des Ascidies, dit Roule ⁽¹⁾, il m'a été donné de trouver, chez un seul individu de *Cynthia papillosa* L. et quelques individus d'*Ascidia elongata* mihi, une structure presque semblable à celle qui existe normalement chez les *A. Marioni* et les *Ph. mamillata* : le conduit excréteur, au lieu de posséder une ouverture unique, en porte au contraire un certain nombre. Et, malgré de nombreuses investigations, répétées pendant plusieurs années, il ne m'a pas été donné de retrouver d'autres individus offrant une pareille disposition; tous les organes vibratiles étaient, sauf chez les rares exemplaires signalés ci-dessus, semblables à ceux de la majorité des Ascidies et possédaient une ouverture unique. Chez les individus d'*A. elongata* pourvus d'un organe vibratile à plusieurs orifices, ces orifices, tantôt allongés et sinueux, tantôt simplement ovalaires et orientés en divers sens, étaient percés dans un mamelon épais occupant la place des organes vibratiles ordinaires et en ayant à peu près la forme; rien n'était donc changé dans la disposition générale, si ce n'est que l'extrémité périphérique du conduit, au lieu de rester simple, s'était rami-

(1) ROULE, *Comptes rendus Acad. des sciences*, Paris, 5 avril 1886, p. 2 du tiré à part.

fiée en un nombre variable (huit en moyenne) de canaux secondaires, ayant chacun son orifice particulier ⁽¹⁾.

» Il n'en était pas tout à fait ainsi chez l'unique individu de *C. papillosa* : la région périphérique du conduit excréteur, fort court, de la glande hypoganglionnaire, s'était bien divisée en canaux secondaires (soixante environ) ayant chacun leurs orifices propres ⁽²⁾; mais ces orifices, loin d'être percés comme de simples pores dans un mamelon épais servant de support commun, étaient portés au sommet de petits corps cylindriques allongés et soudés par leurs bases; chaque ramification parcourait, en son axe longitudinal, un de ces corps, et s'ouvrait à l'extrémité libre par un pore arrondi; l'ensemble des corps cylindriques formait un glomérule quelque peu plus grand que l'organe vibratile normal des *C. papillosa*, et en occupant la place.

» Cette structure particulière correspond presque entièrement à celle des *A. Marioni* et des *Ph. mamillata*; la seule différence porte sur le lieu d'origine des canaux secondaires qui, chez ces deux espèces, naissent sur tout le parcours du conduit principal, tandis qu'ils partent seulement de la région périphérique du conduit chez les individus dont l'étude fait l'objet de cette note ⁽³⁾. De plus, chez ces individus, une telle structure est une monstruosité, une manifestation tératologique, tandis qu'elle existe normalement chez les deux espèces mentionnées ci-dessus; et il est curieux de constater une pareille

⁽¹⁾ L'auteur devrait dire : si ce n'est que le pavillon vibratile, au lieu de rester simple, s'était subdivisé en un nombre variable (huit en moyenne) de petits orifices vibratiles.

⁽²⁾ L'auteur devrait dire : le pavillon vibratile du conduit excréteur, fort court, de la glande hypoganglionnaire, s'était bien subdivisé en une soixantaine environ de petits orifices vibratiles.

⁽³⁾ Cette phrase n'est que l'expression d'une interprétation erronée : l'auteur a pris la subdivision du pavillon vibratile pour une ramification du conduit excréteur de la glande hypophysaire, lequel n'est nullement cilié.

concordance entre une disposition habituelle chez certaines espèces et une disposition accidentelle chez certaines autres espèces d'Ascidies simples. »

Roule revient sur cette même question, et à peu près dans les mêmes termes, dans son travail sur la *Revision des espèces de Phallusiadées des côtes de Provence* ⁽¹⁾, et il ajoute (p. 255) :

« Cette structure est remarquable sous plusieurs rapports. Elle montre d'abord combien peut être grande, parmi les individus d'une même espèce, l'amplitude des variations de l'organe vibratile. Elle indique ensuite qu'il existe une tendance générale, chez la plupart des Ascidies, à la division du canal excréteur de la glande hypoganglionnaire et à la formation de branches secondaires collatérales ou terminales; et on ne doit pas accorder à cette tendance, lorsqu'elle se manifeste, une bien grande valeur, puisqu'on la voit apparaître chez certains individus d'une espèce et pas chez d'autres. C'est pour cette raison que je n'ai pas séparé l'*A. Marioni* des autres *Ascidia*; je n'ai pas cru convenable de faire un groupe à part de cette espèce, ni de la rapprocher des *Phallusia mamillata* Cuv., car, à mes yeux, la division du canal excréteur de la glande n'est pas assez importante pour motiver à elle seule une telle scission ni un tel rapprochement. »

Il n'est pas douteux, selon nous, que Roule a pris pour une ramification du conduit excréteur de la glande hypophysaire chez *A. elongata* et *C. papillosa* ce qui n'est, en réalité, qu'une subdivision anormale du pavillon vibratile, normalement unique et indivis chez ces espèces.

Roule n'a d'ailleurs donné aucune figure démontrant le bien fondé de son interprétation.

Il n'est pas douteux, selon nous, que les soi-disant « canaux secondaires » multiples, signalés par Roule dans la « partie

(1) ROULE, *Rec. zool. Suisse*, 1886, t. III.

périphérique » du conduit excréteur, ne sont que le produit de la subdivision anormale, probablement par simples soudures très localisées, de la longue et étroite fente vibratile, capricieusement enroulée, qui constitue le débouché du pavillon chez *A. elongata* et *C. papillosa* ⁽¹⁾. Cette disposition, anormale chez ces deux espèces, est comparable en tous points aux multiples pertuis du tubercule hypophysaire de *Polycarpa aurata* ⁽²⁾ et autres espèces : Roule lui-même en a figuré un exemple chez *Ascidia involuta* Hell. ⁽³⁾.

Enfin, insistons sur ce fait que nous avons eu l'occasion de constater une semblable subdivision (en deux et en trois orifices) de certains pavillons secondaires chez *Ph. mamillata* et *Ph. fumigata*, sans que cette subdivision intéressât les canaux secondaires correspondants.

Nous estimons, comme Hartmeyer et contrairement à l'opinion de Roule, qu'il n'y a pas lieu de tenir compte comme caractère générique, du reploiement de la branchie sur elle-même. Ce caractère, qui ne se manifeste d'ailleurs que chez deux espèces connues : *mamillata* Cuv. et *monachus* Cuv. ⁽⁴⁾, apparaît en outre très tardivement, du moins chez *mamillata*, ainsi que nous l'avons mentionné plus haut.

D'autre part, nous estimons que la ramification secondaire du conduit excréteur principal de la glande hypophysaire en canaux secondaires s'ouvrant par des pavillons secondaires dans la cavité péribranchiale, est un caractère important, qui exige de réunir dans un même genre les six espèces, actuellement

⁽¹⁾ Un modèle du pavillon vibratile de *C. papillosa*, que nous avons construit par la méthode de Born, nous a montré que le conduit excréteur de la glande hypophysaire est très étroit et débouche, par un très petit pertuis, en un point très restreint du fond de cette longue fente vibratile, capricieusement enroulée.

⁽²⁾ HERDMAN, *Report Gov. Ceylon pearl oyster fish.*, 1906, n° 39.

⁽³⁾ ROULE, *Rec. zool. Suisse*, 1886, t. III, pl. XV, fig. 29 et p. 218.

⁽⁴⁾ Il serait intéressant de rechercher si *monachus* est, en réalité, une espèce différente de *mamillata*.

connues, qui le présentent : *mamillata*, *Marioni*, *atra*, *phallusioides*, *polytrema* et *fumigata*.

Mais y a-t-il lieu, comme le propose Hartmeyer, de créer pour ces espèces un genre nouveau *Phallusiopsis*? Nous ne le croyons pas et nous proposons de qualifier essentiellement par le tableau ci-joint les diagnoses des genres *Phallusia*, *Ascidia* et *Ascidiella*.

Pavillon vibratile unique, bien développé et normalement indivis ⁽¹⁾ . Conduit excréteur de la glande hypophysaire dépourvu de branches collatérales.	Ganglion nerveux et glande hypophysaire placés immédiatement derrière l'organe vibratile.	} <i>Ascidiella</i> .
	Ganglion nerveux et glande hypophysaire éloignés de l'organe vibratile.	
Pavillon vibratile primaire unique, normalement indivis et devenant de plus en plus réduit avec l'âge. Conduit excréteur principal de la glande hypophysaire émettant des branches collatérales, ces canaux secondaires débouchant dans la cavité péribranchiale par des pavillons secondaires, généralement indivis.	Ganglion nerveux et glande hypophysaire éloignés de l'organe vibratile.	} <i>Phallusia</i> ⁽²⁾ .

(1) Il s'agit alors toujours du pavillon primaire, le seul qui existe : il s'ouvre dans la cavité du siphon buccal.

(2) Le genre *Phallusia*, tel que nous le définissons, comprend actuellement : *Ph. mamillata* Cuv., *Ph. Marioni* Roule, *Ph. atra* Les., *Ph. phallusioides* Herdm., *Ph. polytrema* Herdm. et *Ph. fumigata* Grube.

PHYSIOLOGIE — Quelques faits relatifs à la coagulation
du sang,

par P. NOLF, correspondant de l'Académie.

On admet généralement depuis A. Schmidt que la thrombine n'existe pas, au moins en quantité notable, dans le plasma circulant et qu'elle se forme en grande abondance, au moment de la prise en caillot, aux dépens d'une ou de plusieurs substances que la plupart des auteurs localisent dans le plasma. Pour A. Schmidt, la substance mère de la thrombine, la prothrombine, est unique. Elle est transformée en thrombine par les substances contenues dans l'extrait alcoolique de tout protoplasme cellulaire, substances thermostabiles qu'il a appelées zymoplastiques. Après avoir été longtemps délaissées, les substances zymoplastiques d'A. Schmidt sont en train de gagner la faveur des physiologistes. En réalité, leur intervention dans la coagulation du sang fut établie non pas par A. Schmidt, mais par Wooldridge qui reconnut en outre, vers 1883, que l'extrait alcoolique du protoplasme doit son activité thrombotique à la lécithine qu'il contient.

Parler de l'action zymoplastique d'un extrait alcoolique de protoplasme n'est donc pas autre chose que citer la propriété très particulière que possède la lécithine de cet extrait d'activer dans une forte mesure la coagulation d'un plasma.

Influencé par l'affirmation de Morawitz que l'action coagulante des extraits alcooliques de protoplasme est beaucoup inférieure, ce qui est exact, à celle des extraits aqueux, j'avais négligé, jusque dans ces derniers temps, de faire des observations personnelles sur l'action coagulante de la lécithine. Mais, sur la foi des observations de Wooldridge et d'A. Schmidt, j'avais cru pouvoir la ranger parmi les nombreuses substances que j'ai appelées thromboplastiques.

Parmi celles-ci, j'avais rangé, à côté de substances minérales, comme la poudre de verre ou l'oxalate calcique à l'état naissant, les extraits aqueux de protoplasme, en faisant la restriction que ces extraits aqueux agissent dans certaines expériences et par leurs substances thromboplastiques et par leur thrombozyme. Ayant établi que la thrombozyme n'existe pas dans tous les extraits cellulaires, qu'elle manque notamment dans les extraits des cellules séminales, je recourus habituellement à ces derniers, quand il me fallut, dans mes expériences, une substance thromboplastique exempte de tout facteur primordial de coagulation et notamment de thrombozyme. Le vitellus de l'œuf de poule fut le réactif que j'employai le plus souvent (bien que son pouvoir coagulant soit faible), à cause de son obtention aisée.

Partant de la constatation que les substances thromboplastiques sont sans effet sur les mélanges de fibrinogène et de thrombogène, tandis qu'elles activent puissamment la coagulation de mélanges de thrombozyme, thrombogène et fibrinogène, je recourus souvent à leur emploi pour déceler la présence de thrombozyme dans des liquides qui contenaient du thrombogène. L'expérience consistait à introduire le liquide à examiner dans deux tubes contenant une solution de fibrinogène, à ajouter à l'un un extrait cellulaire pourvu de thrombozyme, un extrait de rate, par exemple, et à l'autre le vitellus de poule. Si le premier se coagulait seul, je concluais que le liquide mélangé au fibrinogène ne contenait que du thrombogène et pas de thrombozyme.

Ayant constaté de cette façon que le plasma ou le sérum de chien chauffé à 56° ne sont pas coagulants, en présence de vitellus, mais le deviennent en association avec l'extrait de rate, je conclus que ces liquides sont dépourvus de thrombozyme et contiennent seulement du thrombogène.

Ces résultats, corroborés par l'emploi d'autres agents thromboplastiques dépourvus de thrombozyme, tels, par exemple, que le sperme, étaient cependant passibles de l'objection suivante : dans le plasma ou le sérum chauffés à 56°, il existe des

substances anticoagulantes qui contrebalancent dans une certaine mesure l'influence coagulante des agents thromboplastiques, et ce d'autant plus que la quantité de thrombozyme présente est plus faible. Il était possible que des agents thromboplastiques peu actifs, tels que ceux que j'employais, ne suffisaient pas à contrebalancer les influences anticoagulantes et à mettre en évidence la présence de petites quantités de thrombozyme.

Différents auteurs ayant récemment insisté sur l'action thromboplastique intense de la lécithine extraite des tissus, je crus utile de contrôler au moyen de cette substance les résultats obtenus par l'emploi de mes réactifs.

J'ai employé surtout la lécithine extraite du cerveau de chien et débarrassée par l'acétone d'autres lipoides mélangés. Je pus m'assurer que cette substance, qui donne avec la solution isotonique de chlorure sodique des pseudo-solutions parfaitement stables, accélère, dans une forte mesure, la coagulation des plasmas dilués de mammifères ou d'oiseaux auxquels on la mélange même en très petite quantité, tandis qu'elle est sans aucune action sur le fibrinogène pur, en présence de calcium.

L'ayant ajoutée à du fibrinogène mélangé de plasma ou de sérum de chien chauffés à 56°, je constatai aussi la coagulation assez pénible, à vrai dire, de ces mélanges. J'avais déjà observé antérieurement et décrit la persistance de la thrombozyme dans certains échantillons de ces liquides chauffés à 56°. Mes constatations actuelles me permettent d'affirmer que ce que je croyais être l'exception, est la règle. Des expériences très nombreuses faites en ces derniers mois, je dois conclure qu'il est impossible, par le chauffage à 56°, de débarrasser complètement un plasma ou un sérum de chien de sa thrombozyme en lui conservant son thrombogène.

Ces résultats étaient de nature à rendre souhaitable la revision de certaines données relatives à d'autres sérums ou plasmas. Lorsqu'on ajoute à un plasma fluoré de mammifère assez de chlorure calcique pour précipiter tout le fluorure alcalin à l'état de fluorure de calcium, on obtient d'habitude un liquide surna-

geant qui ne se coagule plus spontanément, même si le précipité de fluorure calcique ne l'a pas complètement privé de son fibrinogène. Certains de ces plasmas fluorés restent fluides malgré l'adjonction de vitellus d'œuf ou de sperme. J'avais cru pouvoir en conclure qu'ils sont privés de thrombozyme. Soumis à l'action de la lécithine, ils se coagulent de façon constante. Ici aussi le résultat de la nouvelle expérience infirme les anciennes conclusions, de sorte qu'il faut également renoncer à ce moyen d'obtenir un liquide contenant du thrombogène et privé de thrombozyme.

Un troisième moyen indiqué par moi pour atteindre ce but consiste à conserver aseptiquement du plasma oxalaté de chien à la température du corps (37° à 38°). L'expérience, telle que je la faisais anciennement, donnait les résultats suivants : le plasma oxalaté récent additionné de la quantité voulue de chlorure calcique fournit un caillot en quelques minutes. Après quelques heures d'exposition à 38° , il est déjà devenu très stable, en sorte que l'adjonction du sel de calcium n'amène plus qu'une coagulation incomplète ou tardive.

Après un jour ou deux, il ne se coagule plus du tout par le sel calcique, accompagné ou non de vitellus, mais encore par le sel calcique accompagné de l'extrait de rate. A ce moment, la coagulation est rendue plus facile par une dilution modérée ($1/5$) en eau salée isotonique.

Après trois ou quatre jours, le plasma est devenu incoagulable, pur ou dilué, par l'extrait de rate additionné d'un sel calcique, mais il produit, avec leur concours, la coagulation d'une solution de fibrinogène ⁽¹⁾.

J'avais conclu de ces faits que la conservation à 38° inactive successivement la thrombozyme et le fibrinogène en respectant plus longtemps le thrombogène.

(1) A ce moment, le plasma a perdu tout son pouvoir hétérohémolytique par suite de l'inactivation des deux éléments (Mittelstück et Endstück) du complément.

Par l'emploi de la lécithine, on obtient des résultats quelque peu différents. Quand, après trois jours environ, le plasma étant devenu réfractaire à l'influence coagulante de l'extrait de rate par suite de l'altération profonde du fibrinogène, on en ajoute une petite quantité à une solution de fibrinogène en même temps qu'une trace de lécithine, on observe la solidification du mélange. On peut en conclure à la persistance de la thrombozyme dans un plasma dont le fibrinogène est devenu incoagulable. Dans l'ordre de disparition des agents de coagulation, il faut donc placer le fibrinogène avant la thrombozyme.

A ce moment, la thrombozyme est d'ailleurs déjà altérée, comme l'indique la lenteur avec laquelle le caillot se forme. Si la conservation est plus longue, on voit disparaître peu à peu la propriété que possède encore le plasma de trois jours de coaguler une solution de fibrinogène avec le concours de la lécithine.

Un échantillon conservé depuis un mois à 38° avait perdu complètement cette propriété, tandis qu'il était encore capable de produire la coagulation du fibrinogène avec le concours de l'extrait de rate.

De l'ensemble de ces résultats, il faut conclure que la lécithine est, de toutes les substances étudiées, celle qui a le pouvoir thromboplastique le plus intense sur le plasma normal de mammifères. Le pouvoir thromboplastique des extraits d'organes peut lui être attribué en partie. Grâce à elle, on peut déceler la présence de la thrombozyme dans des liquides tels que sérum et plasma chauffés à 56°, plasma fluoré recalcifié, pour lesquels les moyens antérieurement employés avaient échoué.

CINÉMATIQUE. — Sur divers modes de croissance
des milieux continus (Note II),

par TH. DE DONDER (*).

Dans une première note (**), nous avons étudié les mouvements continus d'un milieu rectiligne ou plan dans lesquels toute ligne ou toute surface croît uniformément; nous supposons que l'état était stationnaire. Nous étendons maintenant ces résultats au cas des mouvements *variables*; nous considérons, en outre, les mouvements dans lesquels les surfaces croissent suivant une *loi exponentielle* ou *sinusoïdale*.

LIGNES CROISSANT UNIFORMÉMENT.

Milieu rectiligne. — En conservant les notations de notre première note, la condition nécessaire et suffisante

$$\frac{d^2}{dt^2} \delta x = 0$$

s'écrit

$$\frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial t} = a, \quad (1)$$

où a est une constante arbitraire.

Si $a \equiv 0$, le mouvement de tout point sera *uniforme* et l'on aura

$$x = x_0 + \alpha(x_0)t, \quad (2)$$

(*) Présenté par M. Verschaffelt.

(**) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), juillet 1913.

où x_0 est l'abscisse initiale et $\alpha(x_0)$ une fonction que nous déterminerons plus loin. L'intégrale générale de l'équation (1) est

$$x = ut + \varphi(u), \quad (3)$$

où $\varphi(u)$ est une fonction arbitraire de la vitesse u . Si l'on remplace u par $\frac{dx}{dt}$, on obtient une équation de Clairaut; nous avons vu que la solution générale de cette équation est de la forme (2); en substituant cette solution dans (3), on trouve que $\alpha(x_0)$ est la fonction inverse de (x_0) ; cette solution s'écrit, d'habitude,

$$x = ct + \varphi(c),$$

où c est une constante d'intégration.

Si a est différent de zéro, tout point aura une accélération constante a , et l'on aura donc

$$x = x_0 + \alpha(x_0)t + \frac{a}{2}t^2.$$

L'intégrale générale de (1) est

$$u^2 - 2ax = \varphi(u - at).$$

En remplaçant u par $\frac{dx}{dt}$, on obtient une équation différentielle du premier ordre présentant une grande analogie avec l'équation de Clairaut; en effet, son intégrale générale s'obtient en remplaçant $u - at$ par une constante d'intégration c et, par conséquent, u par $c + at$; on obtient ainsi

$$2ax = (c + at)^2 - \varphi(c).$$

Les divers points du milieu, à un certain instant, correspondent aux diverses valeurs données à c .

Milieu plan. — La méthode que nous avons adoptée pour la résolution de ce problème, dans le cas des mouvements stationnaires, s'applique, presque sans modification, au cas où la

vitesse (u, v) renferme le temps t explicitement; on obtient ainsi le résultat suivant : Pour que toute ligne croisse uniformément dans un milieu plan, il faut et il suffit que les composantes rectangulaires (u, v) de la vitesse soient de la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\partial \Theta}{\partial y} \\ v = \frac{\partial \Theta}{\partial x} \end{array} \right.$$

où Θ est une solution des équations

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial x} \frac{\partial^3 \Theta}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial \Theta}{\partial y} \frac{\partial^3 \Theta}{\partial y \partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x \partial y} \right)^2 + \frac{\partial^3 \Theta}{\partial t \partial x \partial y} = 0. \end{array} \right.$$

On vérifiera que le mouvement, non rigide, dont la vitesse dérive de la fonction $\Theta \equiv xy/(1+t)$, satisfait à ces conditions; ce mouvement s'interprète aisément en coordonnées polaires (ρ, ω) ; on aura : $\omega = \omega_0$ et $\rho = \rho_0(1+t)$; tous les points rayonnent uniformément de l'origine.

SURFACES CROISSANT SUIVANT UNE LOI DONNÉE.

Nous avons déjà étudié le cas où les surfaces croissent *uniformément*, quand u et v ne renferment pas t explicitement; il n'y a aucune difficulté à étendre cette solution aux mouvements variables.

Passons aux mouvements dans lesquels toute surface S croîtrait suivant une *loi exponentielle*; c'est-à-dire qu'on aurait

$$S = S_0 e^{at}.$$

D'où la condition nécessaire et suffisante

$$\frac{d}{dt}(\delta x \delta y) = a(\delta x \delta y),$$

ou

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = a.$$

Il en résulte que

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{ax}{2} + \psi(y, t) \\ v = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{ay}{2} + \Theta(x, t), \end{array} \right.$$

où $\varphi \equiv \varphi(x, y, t)$, ψ et Θ sont des fonctions arbitraires.

Considérons, enfin, les mouvements dans lesquels toute surface S croîtrait suivant la *loi sinusoïdale*

$$S = S_0 \cos at + \frac{1}{a} [S_0] \sin at,$$

où S_0 est l'aire considérée à l'instant initial $t = 0$, et $[S_0]$ la vitesse de croissance de S à cet instant : c'est une *fonction de Volterra* qui dépend de l'aire arbitraire S_0 .

En d'autres termes, nous cherchons les mouvements possédant le covariant $(\delta x \delta y)$ défini par l'équation

$$\frac{d^2}{dt^2}(\delta x \delta y) + a^2(\delta x \delta x) = 0.$$

En posant

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{d}{dt} \equiv u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t}, \end{array} \right. \quad (4)$$

on obtient la condition nécessaire et suffisante

$$\Theta^2 + \frac{d\Theta}{dt} + a^2 = 0. \quad (5)$$

Remarquons, en passant, que la fonction $\text{arc tg } \frac{\Theta}{a}$ est un covariant, du premier degré, de tous ces mouvements.

Pour déterminer ceux-ci, on prendra arbitrairement la fonction Θ ; puis on tirera v de (5); en substituant dans (4), on obtiendra une équation aux dérivées partielles du premier ordre qui fournira la fonction u . A titre d'*exemple*, soit $\Theta \equiv y$; d'où $v = -y^2 - a^2$ et $u = 3xy$.

Après avoir intégré les équations du mouvement de ce milieu, on trouve

$$S = S_0 \cos at + \frac{1}{a} \iint_{S_0} y_0 \delta x_0 \delta y_0 \sin at;$$

après chaque période $\frac{2\pi}{a}$, toutes les aires reprennent leurs valeurs initiales.

Juillet 1913.

GÉOMÉTRIE. — Sur les configurations planes n_4 ,

par E. MERLIN, chargé de cours à l'Université de Gand (1).

1. — Rappelons que l'on entend par *configuration plane*, un ensemble d'éléments (points et droites), situés dans un même plan, et tel que par chaque point passe un même nombre de droites et que sur chaque droite se trouve un même nombre de points. Une configuration plane se représente par un symbole de la forme (p_δ, d_π) , p désignant le nombre de points et d le nombre de droites de la configuration; δ , le nombre de droites unies à un même point et π , le nombre de points unis à une même droite. Les quatre nombres p, δ, d, π satisfont évidemment à la relation

$$p \cdot \delta = d \cdot \pi.$$

Dans le cas particulier où $p = d = n$, on aura $\delta = \pi = \nu$ et la configuration se représentera alors par le symbole n_ν .

La notation (p_δ, d_π) ne suffit pas, en général, à caractériser une configuration déterminée. Aussi fait-on communément usage de la représentation suivante, laquelle montre quels sont les éléments de la configuration qui s'y trouvent unis. Les éléments d'une espèce sont désignés par des lettres ou par des nombres entiers, chaque lettre ou chaque nombre étant répété autant de fois qu'il y a d'éléments de l'autre espèce, unis à l'élément considéré. On range ensuite les lettres, ou les nombres, en autant de colonnes qu'il y a d'éléments de la seconde espèce, de telle manière que les symboles représentant les éléments de la première, unis à un même élément de la seconde,

(1) Mémoire présenté par M. A. Demoulin.

se trouvent dans une même colonne. Le tableau ainsi obtenu représente la configuration considérée et jouit des quatre propriétés suivantes : chaque colonne se compose d'un même nombre de symboles ; les symboles d'une même colonne sont différents ; un symbole quelconque figure dans un même nombre de colonnes et deux colonnes ont au plus un symbole commun.

Tout tableau jouissant des quatre propriétés précédentes s'appelle une *configuration schématique*. Nous remarquerons qu'une configuration schématique peut exister sans qu'il soit possible de la réaliser géométriquement, même en faisant usage de points ou de droites imaginaires. Lorsque la configuration schématique est réalisable géométriquement, on dit qu'elle est *géométrique*.

De là les deux problèmes posés pour la première fois par M. Reye. Un symbole (p_δ, d_π) étant donné, construire toutes les configurations schématiques qui lui correspondent et en déduire celles qui sont géométriques.

S. Kantor ⁽¹⁾ fut le premier à s'occuper de la détermination systématique des configurations n_3 . Il fut suivi dans cette voie par H. Schroeter ⁽²⁾ et plus tard par V. Martinetti ⁽³⁾ et R. Daublebsky von Sterneck ⁽⁴⁾. V. Martinetti résolut d'ailleurs complètement le premier problème de Reye, relatif aux configurations n_3 . Quant au second problème, il a été étudié par C.-F. Möbius ⁽⁵⁾, S. Kantor ⁽⁴⁾, H.-A. Schwarz ⁽⁶⁾, V. Martinetti ⁽³⁾, Schroeter ⁽⁷⁾, E. Steinitz ⁽⁸⁾, sans toutefois avoir été résolu d'une manière générale.

⁽¹⁾ *Wien. Ber.*, (84), 2, (1881).

⁽²⁾ *Göttinger Nachr.*, 1889.

⁽³⁾ *Ann. mat. pura appl.*, (2), 43, (1887-1888).

⁽⁴⁾ *Monatsh. Math. Phys.*, 6, (1895).

⁽⁵⁾ *J. f. Math.*, 3, (1828).

⁽⁶⁾ *Sitzungsberichten Akad. Berlin*, 1910.

⁽⁷⁾ *Loc. cit.* et *Göttinger Nachr.*, 1888.

⁽⁸⁾ *Diss.* Breslau, 1894.

2. — En ce qui concerne les configurations n_4 , je ne crois pas que, jusqu'à présent, personne se soit occupé de leur étude systématique. On connaît toutefois quelques configurations n_4 isolées, à savoir : une configuration 21_4 , découverte par F. Klein ⁽¹⁾; une configuration 45_4 , de W. Burnside ⁽²⁾; une configuration 80_4 , de J. de Vries ⁽³⁾.

Comme, par chaque point d'une configuration n_4 passent quatre droites sur chacune desquelles se trouvent quatre points, il est évident que la plus petite valeur de n que l'on doit considérer, est $n = 13$. Commençons donc par l'étude de ce premier cas. Désignons par E un point de la configuration; par I, II, III et IV, les quatre droites unies à E; par A_1, A_2, A_3 , les trois points, autres que E, qui sont unis à I; par B_1, B_2, B_3 , ceux qui sont unis à II; par C_1, C_2, C_3 , ceux qui sont unis à III, et par D_1, D_2, D_3 , ceux qui sont unis à IV. Par A_1 passent trois droites autres que I. Il en est de même pour A_2 et A_3 . D'ailleurs ces droites sont distinctes, sinon elles se confondraient avec I. Elles sont aussi distinctes des droites I, II, III, IV et forment par suite, avec celles-ci, les treize droites de la configuration.

Cela étant, si l'une des droites issues de A_1 ne passait pas par B_1 , comme, alors, au plus l'une des droites issues de A_2 et l'une des droites issues de A_3 passeraient par B_1 , on n'aurait en B_1 que trois droites au plus B_1A_2, B_1A_3 et II. Il faut donc que les droites $A_1B_1, A_1B_2, A_1B_3, A_2B_1, A_2B_2, \dots, A_3B_3$ fassent partie de la configuration.

A_1B_1 devra renfermer encore deux points qui ne peuvent être ni sur I ni sur II; ceux-ci s'obtiendront donc en prenant un point sur III et un point sur IV, par exemple C_1 et D_1 . Dans le tableau schématique, les colonnes qui pourront encore contenir C_1 seront A_2B_2, A_2B_3, A_3B_2 et A_3B_3 . Comme il faut encore deux fois C_1 dans ce tableau, on aura le choix entre les deux

⁽¹⁾ *Math. Ann.*, 14, (1879).

⁽²⁾ *London Math. Soc. Proc.*, (2), 4, (1906).

⁽³⁾ *Amst. Versl. en Meded.*, (3), 6, (1889).

couples de colonnes A_2B_2 , A_3B_3 et A_2B_3 , A_3B_2 . Par raison de symétrie, ces deux cas ne sont d'ailleurs pas distincts; nous choisirons le premier. On trouve ensuite que D_1 doit figurer dans les colonnes A_2B_3 et A_3B_2 . Ensuite la colonne $A_2B_2C_1$ doit contenir une quatrième lettre, laquelle doit appartenir à IV et être différente de E et de D_1 ; soit D_2 cette lettre. Puis $A_3B_3C_1$ contiendra une lettre de IV différente de E, D_1 , D_2 ; appelons-la D_3 ; $A_2B_3D_1$ contiendra une lettre de III différente de E et C_1 , soit C_2 ; et $A_1B_3D_2$ contiendra C_3 . Le tableau schématique se forme alors immédiatement. Nous en concluons qu'il n'existe qu'une seule configuration schématique 13_4 , à savoir :

A_1	A_1	A_1	A_2	A_2	A_2	A_3	A_3	A_3	E	E	E	E
B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	A_1	B_1	C_1	D_1
C_1	D_3	D_2	D_3	C_1	D_1	D_2	D_1	C_1	A_2	B_2	C_2	D_2
D_1	C_2	C_3	C_3	D_2	C_2	C_2	C_3	D_3	A_3	B_3	C_3	D_3

Cette configuration n'est pas géométrique. En effet, prenons $A_1B_2C_3$ comme triangle de référence d'un système de coordonnées trilineaires et soient α_1 , β_1 , γ_1 les coordonnées du point A_2 . On en déduira les coordonnées des points D_2 , D_3 , A_3 , E et B_3 . Cherchons ensuite à déterminer α_1 , β_1 , γ_1 de telle sorte que les points A_3 , B_3 , D_3 soient en ligne droite; nous trouverons qu'il est impossible de satisfaire à cette condition, α_1 , β_1 , γ_1 ne pouvant être nuls, puisque A_2 n'appartient à aucun des trois côtés du triangle de référence.

3. — Occupons-nous ensuite du cas où $n = 14$. Si nous convenons qu'un point commun à d droites compte pour $\frac{d(d-1)}{1.2}$ points, nous pouvons dire que les points d'intersection des quatorze droites de la configuration, prises deux à deux, comptent pour $\frac{14.13}{2}$. D'autre part, comme par chaque point de la configuration passent quatre droites, les quatorze points de la configuration compteront pour $14 \times \frac{4.3}{2}$. Par suite, dans les intersections mutuelles des droites de la configuration, il y a des points étrangers à celle-ci, qui comptent pour 7.

Cela étant, considérons deux droites I et II se coupant en un point étranger à la configuration. Soient A_1, A_2, A_3, A_4 les quatre points unis à I, et B_1, B_2, B_3, B_4 les quatre points unis à II. Par chacun des points A_1, A_2, A_3, A_4 passent, outre I, trois droites de la configuration, ce qui fournit en tout, avec I et II, les quatorze droites de la configuration.

Chacune des droites, autres que I et II, contient nécessairement un point de II, sinon la configuration contiendrait plus de quatorze droites. Nous pourrions choisir arbitrairement $A_1B_2, A_1B_3, A_1B_4, A_2B_4, A_3B_4$.

Les droites passant par A_4 et celles passant par B_4 seront dès lors parfaitement déterminées, à savoir : $A_4B_1, A_4B_2, A_4B_3; A_2B_1, A_3B_1$. Par A_2 passe encore une droite; par raison de symétrie, on pourra prendre A_2B_3 . Par suite, la dernière droite sera A_3B_2 .

La droite A_1B_2 doit encore contenir deux points de la configuration, qui ne peuvent se trouver sur I ou sur II. Par chacun de ces deux points passent trois droites autres que A_1B_2 , ce qui donne six droites pour les deux. D'autre part, les deux points cherchés ne peuvent se trouver que sur les droites $A_2B_3, A_2B_4, A_2B_1, A_3B_4, A_3B_1, A_4B_1$ et A_4B_3 , au nombre de 7.

Je dis que A_2B_1 ne peut contenir aucun des deux points. En effet, si elle était unie à l'un d'eux, L, par exemple, les quatre droites passant par L seraient complètement déterminées, à savoir : A_1B_2, A_2B_1, A_3B_4 et A_4B_3 . Le second point M devrait alors se trouver sur trois des droites A_2B_3, A_2B_4, A_3B_1 et A_4B_1 . Or, si M se trouve sur A_2B_3 , il ne pourra plus se trouver que sur l'une des deux droites A_3B_1 et A_4B_1 , ce qui ne fournirait pas les quatre droites devant être unies à M. Si M n'est pas uni à A_2B_3 , il devrait être uni à la fois à A_2B_4, A_3B_1 et A_4B_1 , ce qui est impossible, les deux dernières ayant déjà B_1 en commun.

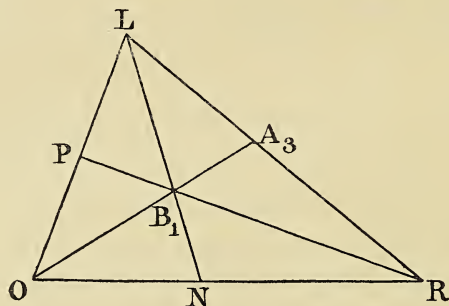
On conclut de cette discussion, que A_2B_1 doit être exclu. Il nous reste dès lors justement les six droites qui doivent, avec A_1B_2 , contenir L et M. Nous pouvons placer L sur l'une quelconque, par exemple sur A_2B_3 . L devra encore être uni à deux

des droites A_3B_4 , A_3B_1 et A_4B_1 . Si l'on choisissait A_3B_1 , il faudrait exclure les deux autres. Donc L se trouve sur A_3B_4 et A_4B_1 . Il en résulte que M est uni à A_2B_4 , A_3B_1 et A_4B_3 .

La droite A_2B_4M contient encore un point, N, par exemple. Il est aisé de voir que N sera encore uni à A_1B_3 , A_3B_2 et A_4B_1 . Dès lors, les places des trois points restants P, Q, R sont parfaitement déterminées dans le tableau schématique. Nous trouvons donc qu'il n'existe qu'une seule configuration schématique 14_4 , à savoir :

A_1	A_1	A_4	A_4	A_2	A_2	A_2	A_3	A_3	A_3	A_4	A_4	A_4	B_1
A_2	B_2	B_3	B_4	B_3	B_4	B_1	B_4	B_1	B_2	B_1	B_2	B_3	B_2
A_3	L	N	P	L	M	P	L	M	N	L	Q	M	B_3
A_4	M	R	Q	Q	N	R	R	Q	P	N	R	P	B_4

Montrons que cette configuration n'est pas géométrique. A cet effet, désignons par O le point étranger à la configuration et situé à l'intersection des droites A_1B_3NR et A_3B_1MQ . Le point O formera avec les points L et R un triangle, car si O se trouvait sur LR (A_3B_4), les droites OA_3B_1MQ et OA_3LRB_4 coïncideraient. Remarquons ensuite que B_1 ne se trouve pas sur LR (A_3B_4), sinon celle-ci coïnciderait avec A_3B_1MQ ; ni sur OR (A_1B_3N), sinon celle-ci coïnciderait avec A_4B_1LN ; ni sur OL, sinon LB_1A_4N (O) coïnciderait avec OA_3B_1MQ .



Cela étant, considérons l'hexagone $A_1B_3A_4B_1A_3B_2$, dont les sommets de rang impair A_1, A_4, A_3 sont sur une droite, I, et les sommets de rang pair B_3, B_1, B_2 sur une seconde droite, II. En

vertu du théorème de Pascal, les trois points d'intersection des couples de côtés opposés sont en ligne droite. Par suite, les points O, P, L seraient en ligne droite. Mais N est à l'intersection de $LB_1(A_4N)$ et de $OR(A_1B_3N)$; P, à l'intersection de $RB_1(A_2P)$ et de OPL ; et A_3 , à l'intersection de $OB_1(A_3MQ)$ et de $LR(A_3B_4)$. Or, en vertu du schéma, $A_3, P, N(B_2)$ devraient être en ligne droite, ce qui est impossible.

4. — L'étude du cas où $n = 15$, conduit à trois espèces de configurations schématiques 15_4 , suivant qu'il existe cinq, un ou qu'il n'existe aucun triangle dont les côtés appartiennent à la configuration et dont les sommets sont étrangers. On montre d'ailleurs sans difficulté, en rapportant la figure à un système de deux axes rectangulaires et en s'appuyant sur ce que l'homographie conserve les configurations, qu'aucune des configurations 15_4 n'est géométrique.

Les configurations schématiques $13_4, 14_4$ et 15_4 jouissent de la propriété suivante : *Il est possible d'écrire le tableau schématique de ces configurations de telle sorte que chaque ligne contienne tous les symboles.* On sait que cette propriété appartient à toutes les configurations n_3 . On conclut notamment de là que l'ensemble de polygones où le polygone qui forme une configuration géométrique $13_3, 14_3$ ou 15_3 , lequel est inscrit et circonscrit à lui-même, ne peut être une seconde fois inscrit ou circonscrit à lui-même.

5. — Avant de faire connaître un procédé permettant de déduire au moins une configuration schématique $(n + 1)_4$ de toute configuration n_4 , dès que n est ≥ 30 , il convient d'établir tout d'abord que toute configuration schématique n_4 (n étant ≥ 27) contient au moins un terne de colonnes tel que deux colonnes quelconques de ce terne n'aient aucun symbole commun. La démonstration est immédiate. Comme n est supérieur à 13, il nous sera possible de considérer deux colonnes I et II n'ayant aucun symbole commun. Soient A_1, A_2, A_3, A_4 , les lettres de

la colonne I, et B_1, B_2, B_3, B_4 , celles de la colonne II. Comme chacune des huit lettres appartient à trois colonnes autres que I et II, elles se trouveront ensemble dans vingt-six colonnes au plus. Dès lors, si nous supposons que le schéma contienne vingt-sept colonnes, il en existera une qui ne contiendra aucune des huit lettres $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3, B_4$. Appelons III cette colonne. Le terné formé par I, II, III jouira de la propriété énoncée plus haut.

Je dis qu'en outre, si n est au moins égal à 30, on pourra choisir une lettre dans chacune des colonnes d'un terné convenablement choisi I, II, III, de telle façon que deux quelconques de ces lettres ne soient pas dans une même colonne. Ou encore, en employant un langage géométrique, nous allons démontrer que, *si n est ≥ 30 , il existe au moins un triangle dont les côtés appartiennent à la configuration et dont les sommets sont des points diagonaux* (c'est-à-dire étrangers à la configuration), *circonscrit à un triangle dont les sommets sont des points de la configuration et dont les côtés sont des diagonales* (c'est-à-dire des droites étrangères à la configuration).

A cet effet, considérons deux droites I (A_1, A_2, A_3, A_4) et II (B_1, B_2, B_3, B_4) de la configuration dont l'intersection est un point diagonal. Si toutes les droites $A_1B_1, A_1B_2, A_1B_3, A_1B_4$ sont des diagonales, nous choisirons une droite III (C_1, C_2, C_3, C_4), coupant I et II en des points diagonaux, ce qui sera possible en vertu de l'hypothèse faite sur la grandeur de n . L'une au moins des droites $A_1C_1, A_1C_2, A_1C_3, A_1C_4$ sera nécessairement une diagonale, sinon par A_1 passeraient cinq droites de configuration. Admettons donc que A_1C_1 soit une diagonale. Nous supposons, pour la même raison, que C_1B_1 , par exemple, est une diagonale. I, II, III et A_1, C_1, B_1 forment dès lors un couple de triangles satisfaisant à l'énoncé.

Écartant ce cas, nous pourrions supposer que les droites I et II sont unies par au moins quatre droites telles que A_iB_k . Occupons-nous d'abord du cas où il n'existe que quatre droites

telles que $A_i B_k$ entre I et II. Considérons, comme plus haut, une droite III (C_1, C_2, C_3, C_4) coupant I et II en des points diagonaux. Une figure montrera immédiatement que, s'il n'existe pas de triangle $A_i B_k C_l$ dont les côtés sont diagonaux, auquel cas le théorème serait démontré, douze droites de la configuration telles que $A_i B_k C_l$ réunissent les droites I, II et III. Nous obtenons ainsi quinze droites de la configuration. Cela étant, soit $B_m C_n$ une diagonale; par chacun des points B_m et C_n passent, outre les droites II ou III, trois droites de la configuration. Celles-ci contiennent chacune un seul point de la configuration non situé sur I, II ou III. Appelons points K les points, au nombre de six au plus, distingués de la sorte. Soit IV (D_1, D_2, D_3, D_4) une seizième droite de la configuration. Si l'un des points D_1, D_2, D_3, D_4 n'est pas un point K, le théorème est démontré. Sinon, considérons l'ensemble des droites passant par D_1, D_2, D_3 ou D_4 . Nous pourrions supposer qu'au moins quatre droites $D_i A_k$, quatre droites $D_m B_n$, quatre droites $D_p C_q$ appartiennent à la configuration, sinon le théorème serait démontré. Par suite, nous devons admettre que, parmi les droites passant par D_1, D_2, D_3 ou D_4 , huit ou plus n'ont pas été comptées antérieurement. Soit V (E_1, E_2, E_3, E_4) une droite de la configuration différente des vingt-quatre droites déjà considérées. V coupera I, II, III et IV en des points diagonaux. Comme, en dehors des points de IV, il reste au plus deux points K et que sur V se trouvent les quatre points E_1, E_2, E_3, E_4 , il en résulte que nécessairement un des triangles tels que $E_i B_m C_n$ aura ses côtés diagonaux. Donc le théorème est démontré dès que, parmi les droites $A_i B_k$, quatre seulement appartiennent à la configuration.

Supposons ensuite que cinq seulement de ces droites soient des éléments de la configuration. Comme plus haut, il sera utile de considérer une droite III (C_1, C_2, C_3, C_4) coupant I et II en des points diagonaux, et l'on s'aidera également d'une figure. S'il n'existe pas de triangle $A_i B_k C_l$ dont les côtés sont diagonaux, auquel cas le théorème serait démontré, on trou-

vera qu'il y a lieu de considérer cinq dispositions différentes de la figure : pour l'une il existe quatorze et pour les quatre autres quinze droites passant par A_m , B_n ou C_p , appartenant à la configuration et distinctes de I, II et III. En comptant les droites I, II et III, nous avons donc dans le premier cas dix-sept et dans les derniers cas, dix-huit droites. Dans tous les cas, il sera possible de trouver une diagonale $A_i C_k$ ou $B_i C_k$ telle que les six droites, autres que I, II ou III et passant par ses extrémités A_i ou B_i et C_k , contiennent, outre les points de I, II ou III, sept points de configuration. Procédant dès lors comme plus haut, le théorème se trouvera démontré dans les cinq cas.

Ainsi, nous pourrions supposer dans ce qui suit que, parmi les droites $A_i B_k$ unissant les points de I à ceux de II, il y en a au moins six qui font partie de la configuration.

Je dis que si par un point A_i il n'existe qu'une droite de la configuration telle que $A_i B_k$, ou le théorème est démontré, ou l'on pourra substituer à I et II deux droites de la configuration se coupant en un point diagonal et telles que par un point A_m de I passent trois droites $A_m B_n$, $A_m B_p$, $A_m B_q$ de la configuration. En effet, soit $A_i B_1$, l'unique droite de l'espèce considérée passant par A_i ; $A_i B_2$, $A_i A_3$ et $A_i B_4$ seront des diagonales. Considérons une droite III (C_1 , C_2 , C_3 , C_4) coupant I et II en des points diagonaux, Comme nous l'avons fait remarquer déjà, nous pourrions supposer que $A_i C_1$ est une diagonale. Dès lors le théorème sera démontré, à moins que $C_1 B_2$, $C_1 B_3$ et $C_1 B_4$ n'appartiennent à la configuration. Par suite, nous avons deux cas à envisager, suivant que de tout point A_i ou B_k partent au moins deux droites de la configuration telles que $A_i B_m$, $A_i B_n$; $B_k A_p$, $B_k A_q$, ou qu'il existe au moins un point, A_i par exemple, par lequel passent les trois droites de la configuration : $A_i B_m$, $A_i B_n$, $A_i B_p$. Dans les deux cas, il sera possible de trouver une diagonale $A_i B_k$ telle que les droites de la configuration, autres que I et II et passant par A_i et B_k , contiennent au plus 4×2

+ 2×3 ou quatorze points de la configuration non situés sur I ou II, lesquels seront désignés par points K.

D'autre part, dans le premier cas, il y a au moins huit droites $A_i B_m$ et l'on démontre aisément que, dans le second cas, ou il y en a sept au moins, ou l'on peut substituer à I et II deux nouvelles droites I et II, telles que par un point A_i , par exemple, passent trois droites $A_i B_m$, $A_i B_n$, $A_i B_p$ et qu'il existe huit droites $A_i B_j$ faisant partie de la configuration. Par suite, entre I et II il existe au moins sept droites de la configuration telles que $A_i B_j$ et les droites de la configuration passant par les points de I et de II, seront au nombre de dix-neuf au plus.

Considérons onze nouvelles droites, que nous appellerons droites D. Elles contiendront chacune quatre points de la configuration. Si l'un de ces points était uni à quatre droites D, ce point ne pourrait être un point K, et le théorème serait démontré. Cela étant, désignons par p_2 le nombre des points de la configuration unis à deux droites D, et par p_3 celui des points unis à trois droites D. Le nombre des points distincts unis aux droites D sera, par suite, égal à

$$P = 11 \times 4 - p_2 - 2p_3 = 11 \times 4 - (p_2 + p_3) - p_3.$$

Si p_3 ou $p_2 + p_3$ sont supérieurs à 14, nombre des points K, le théorème est démontré, puisque, alors, l'un au moins des points de D ne serait pas un point K. Sinon, nous pourrions supposer

$$p_2 + 2p_3 \leq 28,$$

et, par conséquent,

$$P \geq 44 - 28 \text{ ou } 16.$$

Le nombre des points K étant égal à 14, nous voyons que parmi les P points unis aux droites D, il y en aura qui ne seront pas K.

Ainsi le théorème est établi dans tous les cas, moyennant l'unique hypothèse $n \geq 30$.

6. — Cela étant, plaçons-nous dans l'hypothèse où n est ≥ 30 et écrivons un terne de colonnes de l'espèce considérée précédemment et appartenant à n_4 :

A_1	B_1	C_1
A_2	B_2	C_2
A_3	B_3	C_3
A_4	B_4	C_4

A_1, B_1, C_1 étant trois lettres telles qu'aucun des couples A_1B_1, B_1C_1 et C_1A_1 ne figure dans les autres colonnes. Si nous remplaçons ces trois colonnes par les quatre suivantes :

A	A	A	A
A_1	A_2	B_2	C_2
B_1	A_3	B_3	C_3
C_1	A_4	B_4	C_4

nous aurons ajouté au tableau formé par n_4 une colonne et une lettre, tout en continuant à satisfaire aux conditions d'existence d'une configuration schématique. Ainsi se trouve généralisé un procédé établi par Martinetti à propos des configurations n_3 ⁽¹⁾.

On conclut de ce qui précède, que la connaissance d'une configuration schématique n_4 , où n est ≥ 30 , entraîne la connaissance d'une infinité de configurations schématiques de symbole $(n + p)_4$.

7. — A propos de la réalisation géométrique des configurations n_4 , rappelons que, en vertu d'une remarque faite par E. Steinitz ⁽²⁾, une configuration (p_δ, d_π) n'est en général

⁽¹⁾ *Loc. cit.*

⁽²⁾ Konfigurationen der projektiven Geometrie. (*Encyk. der Math. Wiss.*, III, 4, p. 485.)

réalisable géométriquement que si l'on satisfait à l'inégalité

$$2(p + d) - p\delta - 8 \geq 0,$$

laquelle n'est pas vérifiée dans le cas qui nous occupe. On pourrait être tenté de conclure qu'il n'existe qu'un petit nombre de configurations géométriques n_4 . Bien au contraire, nous allons montrer qu'il en existe une infinité. Cette particularité rend intéressantes les configurations géométriques n_4 .

Considérons dans ce but une configuration géométrique plane

$$(p_\delta, d_\pi).$$

Appliquons-lui l'opération suivante, employée ailleurs par E. Steinitz ⁽¹⁾. Élevons sur le plan de la configuration des perpendiculaires par les p points, et coupons ces perpendiculaires et les plans perpendiculaires menés par les d droites, par $\pi - 1$ plans parallèles au plan de la configuration. Projetons ensuite la figure obtenue d'un point S sur un plan. Nous aurons $d\pi + p$ ou $p(\delta + 1)$ droites, sur chacune desquelles se trouveront π points, et $p\pi$ points, par chacun desquels passeront $\delta + 1$ droites. Nous obtenons donc une configuration géométrique plane

$$[(p\pi)_{\delta+1}, p(\delta+1)_\pi].$$

Opérons sur celle-ci, comme nous avons opéré sur la première et continuons ainsi de suite. Nous obtiendrons une famille de configurations planes de symboles

$$[(p\pi^n)_{\delta+n}, p\pi^{n-1}(\delta+n)_\pi].$$

Si δ est plus petit que π , ce que l'on peut toujours supposer, car l'autre cas se ramènerait à celui-ci à l'aide d'une transformation corrélative, on pourra donc construire une configuration où les deux indices sont égaux à π .

(1) *Arch. der Math. und Phys.*, 1909, 3^e sér., XVI, 4^e cahier.

Par suite aussi, de toute configuration (p_i, d_π) , dont les indices δ, π ne dépassent pas 4, on déduira une configuration n_4 . Par exemple, toute configuration n_3 conduira à une configuration $16n_4$; la configuration $[(2n)_2, n_4]$, que l'on réalise aisément au moyen d'un polygone de n côtés, en adjoignant aux n côtés les n sommets et les n points d'intersection des côtés pris de deux en deux, mène à une configuration $32n_4$. D'une manière analogue, les configurations $(9_4, 12_3)$, par les points desquelles passe un faisceau de cubiques, et les configurations $(12_4, 16_3)$, étudiées par J. de Vries et par Hess, conduisent respectivement à des configurations 48_4 et 64_4 .



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Duesberg (J.). Sur l'identité des phénomènes de la métamorphose de l'épithélium intestinal chez certains Insectes et chez les Amphibiens anoures. Extr. gr. in-8° (2 p.), 1913.

— Plastosomes et « organforming substances » dans l'œuf des Ascidiens. Bruxelles; extr. gr. in-8° (pp. 463-474, fig.).

Lecat (Maurice). Sur la multiplication des déterminants. Louvain, 1913; extr. gr. in-8° (11 p.).

— Unisignants à plusieurs dimensions. Palerme, 1913; extr. gr. in-8° (10 p.).

BRUXELLES. *Expédition antarctique belge*. Résultats du voyage du *S. V. Belgica*, en 1897, 1898 et 1899, sous le commandement de A. de Gerlache de Gomery. Rapports scientifiques. Zoologie. Tuniciers, Cadu-cichordata (Ascidiacés et Thaliacés), par Éd. Van Beneden et Marc de Selys Longchamps. 1913; in-4°.

— Géologie. Petrographische Untersuchungen der Gesteinproben, II Teil. 1912, in-4°.

UCCLE. *Observatoire royal de Belgique*. Catalogue alphabétique des livres, brochures et cartes préparé et mis en ordre par A. Collard, bibliothécaire. Tome II, fascicule III, 1913.

PRAGUE. *Société des mathématiciens et des physiciens tchèques*. Cinquantième anniversaire, 1913.

Lebon (Ernest). Savants du jour. Gaston Darboux. Biographie, bibliographie analytique des écrits; 2^e édition entièrement refondue. Paris, 1913; gr. in-8° (95 p., portr.).

Le Chatelier (H.). Notice sur les travaux scientifiques. Angers, 1907; petit in-4° (86 p., pl., fig.).

Gorini (C.). Di un fermento lattico filante (bacillus casei filans). Rome, 1912; extr. in-8° (pp. 471-474.)

TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 2 août 1913.

Correspondance.

M. le Ministre des Sciences et des Arts alloue un subsidé au Comité international de publication des tables de constantes de chimie, physique et technologie. — Approbation royale des élections de MM. P. Stroobant et L. Dollo. — Vote pour l'admission de la <i>Royal Society d'Edimbourg</i> et de la <i>Societas scientiarum Fennica d'Helsingfors</i> en qualité de membre de l'Association internationale des Académies. — Travail à l'examen. — Hommages d'ouvrages	623
---	-----

Concours annuel de 1913

Travaux reçus et désignation des commissaires	624
---	-----

Prix de géographie.

Impression et distribution des rapports	625
---	-----

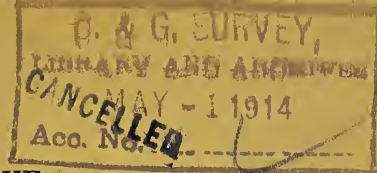
Communications et lectures.

ANATOMIE COMPARÉE. — ZOOLOGIE. — <i>Contribution à l'étude de la classification des Phallusiidées. Les genres Phallusia, Ascidia et Ascidiella</i> ; par Ch. Julin et A. Robert	626
PHYSIOLOGIE. — <i>Quelques faits relatifs à la coagulation du sang</i> ; par P. Nolf	637
CINÉMATIQUE. — <i>Sur divers modes de croissance des milieux continus</i> , notes II; par Th. De Donder	642
GÉOMÉTRIE. — <i>Sur les configurations planes</i> ; par E. Merlin (4 fig.)	647

Bulletin bibliographique	661
------------------------------------	-----

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

6.475
A16



ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA

CLASSE DES SCIENCES

1913 — N^{os} 9-10



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES

Séance du 18 octobre 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. le chevalier EDMOND MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, M^{el} Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neuberg, C. Vanlair, Ch. Francotte, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, Fréd. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. Rutot, V. Willem, P. Stroobant, L. Dollo, *membres* ; J. Verschaffelt, Ch. Julin, G. Lecointe, E. Marchal, Léon Crismer, J. Cornet, P. Nolf, *correspondants*.

CORRESPONDANCE

M. le Ministre des Sciences et des Arts demande que la Classe lui soumette une liste double de candidats pour la formation du jury de la deuxième période du concours décennal de mathématiques pures.

— Le même Ministre transmet une ampliation de l'arrêté royal du 22 août 1913 complétant l'article 19 des statuts de

l'Académie par la disposition suivante : « Une assemblée générale extraordinaire des trois Classes aura lieu chaque fois que trente membres de l'Académie en feront la proposition écrite. »

M. le Ministre fait savoir qu'il examinera au moment opportun s'il y a lieu de solliciter de la Législature une augmentation de la dotation académique.

— La Société impériale des Amis des sciences naturelles, d'anthropologie et d'ethnographie, associée à l'Université de Moscou, annonce la célébration, le 15/28 octobre, du cinquantième de son existence. — Des félicitations seront adressées.

— La *Royal Society* d'Édimbourg remercie pour son admission en qualité de membre de l'Association internationale des Académies.

— M. le capitaine Robert Thys prie la Classe d'accepter le dépôt d'un pli cacheté renfermant l'exposé rapide d'une idée dont il désire conserver le bénéfice moral et scientifique. — Accepté.

— Hommages d'ouvrages :

Esquisses biographiques. A.-F. Renard; par Paul Mansion.

Paul Mansion; extrait du *Liber Memorialis* de l'Université de Gand.

Études sur Léonard de Vinci. 3^e série : Les précurseurs parisiens de Galilée; par P. Duhem (présenté par M. Mansion, avec une note qui figure ci-après).

La transition de l'Éolithique au Paléolithique. — La conférence du Paléolithique de Tübingen. — Le Limon hesbayen; par A. Rutot.

— Remerciements.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

M. Pierre Duhem, professeur de physique théorique à l'Université de Bordeaux, notre associé en même temps qu'il est correspondant de l'Académie des sciences de Paris, a consacré une grande partie de son activité à une étude critique des sources des théories physiques. Il a déjà publié sur ce sujet plusieurs volumes où l'on trouve les résultats les plus précieux sur l'histoire des sciences entre la fin de la civilisation grecque et le XVII^e siècle. Parmi ces volumes, il faut citer les quatre suivants : *Les origines de la statique* (1905-1906); *Léonard de Vinci; ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu* (1906-1909). Ces ouvrages renouvellent complètement l'histoire de la statique; ils en font connaître le développement *continu* depuis Aristote et Archimède jusqu'à Stevin, Galilée, Roberval et Descartes, en passant par l'auteur anonyme d'un ouvrage ancien sur les poids, Jordanus Nemorarius, Albert de Saxe et Léonard de Vinci.

Le troisième volume des *Études sur Léonard de Vinci*, que j'ai l'honneur de présenter à la Classe au nom de notre savant associé, porte le sous-titre : *Les précurseurs parisiens de Galilée*, et est tout aussi intéressant que les précédents. C'est une histoire entièrement nouvelle des origines de la dynamique, science que créent les maîtres de l'Université de Paris, Jean Buridan, Albert de Saxe, Nicolas Oresme. Jean Buridan énonce la loi de l'inertie et en tire des conséquences sur le mouvement des projectiles et des astres. Albert de Saxe cherche la loi de la chute des corps pesants et hésite entre deux formes : la vitesse est proportionnelle au chemin parcouru ou à la durée de la chute; Léonard de Vinci, avant Galilée, choisit la seconde loi. Nicolas Oresme trouve la loi du chemin parcouru dans le mouvement uniformément varié, d'ailleurs déjà connue avant lui à Paris et à Oxford. Dès avant le milieu du XVI^e siècle, un disciple des maîtres de

Paris, le dominicain espagnol Dominique Soto, fait la synthèse de toutes ces vues nouvelles.

Le livre de M. Duhem expose en détail les découvertes des précurseurs de Galilée à l'Université de Paris et en fait connaître les vicissitudes jusqu'à l'époque de leur triomphe définitif dans la science occidentale. Il porte la dédicace suivante qui en résume l'esprit : *Ad majorem gloriam Mechanicae nostrae scientiae vere genitricis, Facultatis artium quae in Universitate Parisiensi XIV^o saeculo florebat.* P. MANSION.

COMITÉ SECRET.

La Classe se constitue en comité secret pour la présentation des candidatures aux places vacantes.

STATION ZOOLOGIQUE DE NAPLES.

MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte donnent lecture de leurs appréciations sur le rapport de M. Duesberg, titulaire d'une table d'études à la Station zoologique de Naples en 1912.
— Renvoi à M. le Ministre des Sciences et des Arts.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

PHYSICO-CHIMIE. — La théorie électronique et la notion de la valence,

par P. DE HEEN, membre de l'Académie.

§ I.

On sait que l'état d'un corps est actuellement défini par sa composition chimique, par sa structure moléculaire et, éventuellement, par son état de polymérisation. Les variations de cet état fourniraient l'interprétation des états allotropiques, par exemple l'existence d'un phosphore rouge et d'un phosphore blanc. Cependant, si nous concevons l'atome d'un corps simple *un et irréductible*, toujours identique à lui-même, devant nécessairement présenter toujours les mêmes propriétés, comment pourrait-il se faire que, sous l'action de réactions différentes mises en jeu, il devienne possible de lui communiquer des propriétés qui ne sont pas toujours les mêmes? Constatons donc que, dans certaines conditions, l'association de ces atomes peut se faire en proportions variables, de manière à produire les états allotropiques, et demandons-nous encore comment il est possible de concevoir une valence variable. Comment, en un mot, cet atome peut-il varier? L'ancienne chimie jetait pour ainsi dire un voile sur cette difficulté. Il était possible d'*éveiller* dans un atome des facultés réactionnelles variables, rendant possible la mise en jeu de certaines valences qui, dans d'autres cas, restaient pour ainsi dire *endormies*. Cette interprétation, bien que vague, suffisait aux besoins de cette science. Mais on pouvait déjà cependant soupçonner qu'un atome n'était pas une chose aussi simple qu'on aurait pu le penser de prime abord. Les deux questions fondamentales sont donc celles-ci : 1° Est-il possible

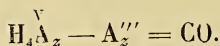
d'édifier une science chimique en admettant qu'un atome possède toujours et en toutes circonstances le même nombre de valences?
2° Dans la négative, quelle sera l'interprétation fournie par la théorie électronique?

Voici comment Wurtz ⁽¹⁾ démontre l'impossibilité de la première proposition : « De ces faits nous tirons cette conséquence qu'on ne saurait dire d'une manière absolue que l'iode est monoatomique, ni qu'il est triatomique.

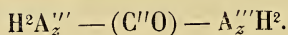
» Il n'est pas monoatomique d'une manière absolue, car il peut s'unir à trois atomes de chlore; il n'est pas triatomique d'une manière absolue, car il ne peut s'unir qu'à l'atome d'hydrogène et ne manifeste qu'une atomicité dans ses combinaisons les plus importantes.

» Dirons-nous que l'azote est triatomique d'une manière absolue? Comment se fait-il alors que dans le bioxyde d'azote AzO il n'est uni qu'à un seul atome d'oxygène diatomique, et pourquoi l'azote triatomique dans l'ammoniaque peut-il encore fixer deux éléments monoatomiques tels que HCl, HBr, HI, etc.?

» Il existe un composé de l'azote à la fois triatomique et pentatomique : c'est le cyanate d'ammonium



» Lorsque ce sel se convertit en urée, les deux atomes d'azote deviennent triatomiques :



» Nous pensons que la chose importante n'est pas de fixer l'atomicité que chaque élément possède d'une manière absolue, mais celle qu'il manifeste dans une combinaison donnée.

» La détermination absolue de l'atomicité présenterait, selon nous, les difficultés les plus sérieuses. Et d'abord, quel est l'élément auquel il conviendrait de le rapporter? Est-ce

(1) WURTZ, *Dictionnaire de chimie*, chap. *Atomicité*, p. 450.

l'hydrogène? est-ce le chlore? Cela n'est point indifférent, parce que nous savons qu'un élément donné peut ne pas manifester la même atomicité à l'égard du chlore ou à l'égard de l'hydrogène. Le plomb, qui ne s'unit pas à l'hydrogène, se combine avec deux atomes de chlore, il est donc diatomique par rapport au chlore; il est tétratomique par rapport à l'éthyle, car on connaît un plombotétréthyle $\text{Pb}(\text{C}_2\text{H}_5)_4$.

» Disons-nous que le plomb est tétratomique, parce que dans aucune combinaison il ne manifeste plus de quatre atomicités? En prendrons-nous l'atomicité *maximum* pour la vraie atomicité? Alors il sera difficile d'arriver pour chaque élément à une notion stable et qui ne soit pas subordonnée au hasard des découvertes. Tel élément, que nous envisagerons comme diatomique parce que nous ne connaissons qu'un bichlorure, sera tétratomique demain lorsque nous aurons découvert un tétrachlorure.

» Et puis, en supposant même qu'il soit possible de déterminer pour chaque corps cette atomicité maximum, il serait difficile d'admettre qu'elle pût marquer la limite absolue de la capacité de combinaison. En effet, des composés que nous pouvons envisager comme saturés, et dans lesquels, par conséquent, un élément donné a attiré à lui dans la même molécule le plus grand nombre possible d'autres éléments, peut encore exercer une certaine attraction sur les éléments d'une autre molécule.

» C'est ainsi que se forment sans doute les véritables combinaisons moléculaires, celles qui résultent de l'addition d'un sel saturé à un autre sel saturé ou de l'addition de l'eau de cristallisation à un sel. Le tétrachlorure de platine, pour prendre un exemple, paraît être un composé saturé, car il est douteux que le platine puisse manifester plus de quatre atomicités dans une seule et même molécule. Et pourtant cette molécule de PtCl_4 peut attirer 2KCl pour former avec ces deux nouvelles molécules un composé cristallisé. Il est probable que la force qui fait cristalliser la combinaison n'est pas étrangère à

l'attraction exercée par le chlorure de platine sur le chlorure de potassium. Mais cette attraction est une sorte d'affinité, et si l'on voulait en tenir compte au point de vue de la détermination absolue de l'atomicité du platine, il faudrait admettre que ce métal est octoatomique, car il est uni dans le chlorure double à huit éléments monoatomiques.

» C'est avec de telles difficultés qu'on est aux prises dès qu'on essaie de fixer la capacité de combinaison d'une manière idéale en quelque sorte et de déterminer l'atomicité absolue d'un élément donné.

» Cette voie nous paraît une impasse. Nous n'y entrerons pas. Nous tiendrons compte de ce fait que l'affinité est une force élective, que la faculté de combinaison d'un élément donné ne se manifeste pas de la même manière à l'égard de tous les autres éléments et, de plus, qu'entre deux corps simples elle peut s'exercer à divers degrés, comme nous le montre la loi des proportions multiples. Au lieu donc d'envisager l'atomicité dans son essence qui nous échappe, nous la considérons dans ses manifestations qui sont variables.

» Prenons un exemple. La propriété que le phosphore possède de s'unir à cinq atomes de chlore tient sans doute à une condition particulière de ses atomes, à leur forme, à leur structure, à leur volume, à leurs mouvements. Cette condition, qui nous est inconnue, est variable pour le phosphore, et si un atome de phosphore peut attirer cinq atomes de chlore tandis qu'il ne peut s'unir qu'à trois atomes d'hydrogène, s'il est pentatomique à l'égard du chlore, triatomique à l'égard de l'hydrogène, nous devons chercher la raison de ces différences, non seulement dans les atomes du phosphore, mais encore dans ceux du chlore et de l'hydrogène.

» De tout cela nous tirons cette conséquence que l'atomicité, c'est-à-dire cette faculté des atomes d'attirer un nombre plus ou moins grand d'autres atomes, varie dans ses manifestations.

» *Pour un élément donné, nous ne la considérons point d'une manière absolue, mais telle qu'elle apparaît dans les combinaisons où cet élément est engagé.*

» Nous dirons que l'azote est triatomique dans l'ammoniaque AzH_3 , pentatomique dans le chlorure d'ammonium H_4AzCl ; que le phosphore est triatomique dans l'hydrogène phosphoré PhH_3 , pentatomique dans le perchlorure PhCl_5 . En un mot, nous chercherons à définir non pas la manière d'être des atomes qui nous est inconnue, *mais leur rôle dans les combinaisons où ils entrent.*

» Les développements qui précèdent définissent le sens que nous attachons au mot atomicité. Nous devons les compléter en indiquant un trait caractéristique.

» *L'affinité chimique peut s'exercer entre des atomicités de la même espèce, qui peuvent se souder les uns aux autres, échangeant ainsi une partie ou la totalité des atomicités qui résident en eux.* On admettait autrefois que la force chimique ne peut s'exercer qu'entre des particules ou des atomes hétérogènes. Les chimistes sont revenus de cette idée. Après avoir envisagé le chlore et l'hydrogène comme formés, à l'état libre, par deux atomes rivés l'un à l'autre par l'affinité, ils ont étendu cette idée à d'autres éléments. *Aujourd'hui, on est en droit de supposer que les affinités qui résident dans un atome donné peuvent être satisfaites, en totalité ou en partie, par les affinités qui résident dans un second atome de la même espèce.* Si l'on dit, d'après Gerhardt, que le chlore libre est du chlorure de chlore ClCl , si l'hydrogène libre est de l'hydrure d'hydrogène HH , on exprime cette idée que les deux atomicités qui résident dans deux atomes de chlore ou dans deux atomes d'hydrogène ont été échangées par l'union d'un atome de chlore avec un atome de chlore, d'un atome d'hydrogène avec un atome d'hydrogène, et que, par le fait de cet échange, la capacité de combinaison qui réside dans ces atomes est satisfaite. Et tant que Cl demeure uni à Cl , que H demeure uni à H , il n'y a plus place dans ce couple pour un troisième élément monoatomique. Les molécules de chlore ClCl et d'hydrogène HH représentent des combinaisons saturées par l'échange de deux atomicités. »

Ces considérations sont sans doute familières aux chimistes, mais il était bon de les rappeler aux physiciens.

Nous voyons donc : 1° que la valence ou l'atomicité peut être variable pour un même atome ; 2° que deux atomes de même nature peuvent s'unir entre eux.

Examinons d'abord comment, en concevant l'atome ainsi que les électronistes le veulent, il est possible de concevoir la variabilité de la valence d'un atome. Considérons comme exemple l'atome de cuivre qui peut, suivant les circonstances, jouer le rôle d'élément mono ou bivalent, ensuite un atome de chlore jouant le rôle d'élément monovalent.

Si l'atome de cuivre est capable de jouer le rôle d'élément bivalent électro-positif, nous devons le supposer formé d'un ou de plusieurs électrons positifs centraux autour desquels gravitent un certain nombre d'électrons négatifs, mais en quantité trop faible pour qu'il puisse être considéré comme neutre, et le nombre d'éléments négatifs manquants doit correspondre à deux atomicités. Donc l'atome de cuivre possédera deux unités de charges positives alors que l'atome de chlore qui peut s'y combiner possède une unité de charge négative. Il en résultera donc que si nous associons un atome de chlore à un atome de cuivre, ce dernier jouera le rôle d'élément monovalent; si nous y associons deux atomes de chlore, il jouera le rôle d'élément bivalent, et dans chacun de ces cas l'atome de cuivre possède toujours *deux charges positives*. Donc si nous soumettons CuCl^2 à l'électrolyse, il y aura à la cathode libération *de deux charges positives et il en sera nécessairement de même si nous faisons subir à CuCl la même opération*. Ce qui est en opposition avec l'expérience, car dans ce dernier cas Cu n'abandonne qu'une unité de charge.

La conception électronique de l'atome se trouve donc ici en contradiction avec l'observation.

Pour employer l'ancien langage des chimistes, les deux valences de cuivre sont toujours *éveillées*, qu'il s'agisse de l'atome Cu qui va se combiner avec 1 Cl ou avec 2 Cl , alors qu'en réalité, s'il s'agit de CuCl , la deuxième valence *sommeille*, ce que l'on ne conçoit pas dans cette théorie.

Pour sauver la théorie électronique, il faudrait donc admettre

que l'atome de cuivre monovalent Cu de CuCl n'est pas le même que l'atome de cuivre Cu de CuCl_2 .

Cu' posséderait une charge positive et Cu'' en posséderait deux. Il y aurait donc deux cuivres et la transmutation correspondant à l'un ou à l'autre cuivre se produirait pendant la combinaison. Si nous acceptons la manière de voir de Soddy ⁽¹⁾, sur le travail duquel nous reviendrons, « des éléments ayant même masse atomique, mais des contenus d'électricité différents, trouvent leur place dans différentes familles de la table de Mendelejeff ». Nos deux cuivres seraient donc éloignés l'un de l'autre. Mais passons et supposons qu'il en soit ainsi. Nous pourrions alors faire deux hypothèses, car le cuivre à l'état de liberté correspond à Cu' ou à Cu'' .

Supposons d'abord qu'il corresponde à Cu'' .

Nous pourrions le supposer composé de charges centrales et de charges négatives périphériques, Il y a pénurie de ces dernières charges de manière à réaliser deux charges positives. Dans ces conditions, tout se passera normalement lorsque Cu se trouvera en présence de deux atomes de Cl; mais s'il se trouve seulement en présence d'un atome de Cl, Cu positif va d'abord être obligé de prendre à cet atome une charge négative complémentaire et alors que restera-t-il si l'on prend au Cl sa charge négative? Il restera nécessairement un chlore neutre qui ne subirait aucune action, qui ne libérerait aucune charge lors de l'électrolyse. On pourrait également supposer qu'il acquiert une charge positive lorsqu'il devient Cu' . On ne voit pas comment cela serait possible et, si on l'admettait, le poids atomique de Cu' serait sensiblement plus grand que celui de Cu'' . Le poids atomique varierait suivant la combinaison.

La deuxième hypothèse consiste à admettre qu'à l'état de liberté le cuivre correspond à Cu' ; alors tout se passera normalement lorsque cet atome est en présence d'un atome de Cl. Mais si on le met en présence de deux atomes de chlore, il

(1) SODDY, *Scientia*, mai 1913.

devra acquérir une charge positive. Si même il pouvait l'acquérir réellement, le poids atomique de Cu'' sera plus grand que celui de Cu' , ce qui exclut cette hypothèse. Ou bien il faut admettre que Cu' , mis en présence de deux atomes de Cl , perd lui-même une charge négative de manière à réaliser Cu'' . Comment et pourquoi cela se produirait-il ?

Il en résulterait alors que, lors de la combinaison du cuivre avec Cl_2 , il se produirait un dégagement formidable de charges négatives. Enfin, le dernier cas consiste à supposer que les atomes à l'état de liberté ne possèdent pas de charge (ce qui, en fait, est la réalité), mais alors, dans la théorie électronique, la combinaison n'a pas de raison d'être, puisque l'affinité ne peut être due qu'à l'existence d'électrons en excès.

Ensuite, on se demande comment des atomes de même nature, tels que des atomes d'hydrogène, peuvent se combiner entre eux. Ils sont cependant tous deux électro-positifs dans leurs combinaisons avec d'autres atomes. A vrai dire, Soddy admet, ainsi que nous le pensons également, que tous les atomes d'un même corps simple ne sont pas absolument identiques, mais si l'on admettait que ces différences portent d'une manière appréciable sur le caractère positif ou négatif, il est évident que l'on pourrait réaliser pratiquement une sélection. L'hydrogène, par exemple, se comporterait comme un véritable mélange et, mis en présence d'une quantité de chlore insuffisante pour réaliser la combinaison totale, les atomes les plus électro-positifs se combineraient d'abord et il resterait un hydrogène moins électro-positif. On pourrait ainsi obtenir une série de substances hydrogènes possédant des facultés réactionnelles extrêmement variables, ce qui est contraire à l'expérience, et l'on devrait admettre alors que ce sont les plus électro-positifs qui se soudent à ceux qui le sont *simplement moins* pour réaliser la combinaison extraordinairement stable qui est représentée par H_2 et qui ne se dissocie qu'à une température très élevée. *Ce qui conduit à admettre que des charges de même nom s'attirent ou se repoussent suivant les circonstances.*

Si enfin on admettait, ainsi que le veut la théorie électronique, qu'un métal, par exemple, est constitué par des atomes chargés, les corps électro-positifs seraient toujours chargés. On pourrait, à vrai dire, tourner la difficulté qui se présente et qui correspondrait à l'absence de charge à la surface des métaux, en admettant qu'il s'agit simplement de charges qui se trouvent à l'intérieur du métal. Mais on ne voit pas alors comment cette surface neutre peut être attaquée par une autre surface d'un corps électro-négatif dont la surface est également neutre. Ensuite, il suffirait de limer ces corps pour voir apparaître des quantités considérables d'électricité.

§ II.

Nous ne pensons pas que l'on puisse encore contester, non pas les difficultés, mais les impossibilités auxquelles conduit la théorie électronique lorsqu'on veut l'appliquer à l'étude de la chimie; c'est la raison pour laquelle nous pensons également qu'il est utile d'en imaginer une autre. C'est ce que nous avons essayé de faire en nous basant sur les idées que nous avons émises concernant les phénomènes électriques en général ⁽¹⁾. Nous n'avons nullement la prétention de considérer cette théorie comme plus vraie que la théorie électronique et, du reste, il importe peu qu'elle soit plus vraie ou plus fausse, attendu que rien ne nous sera jamais dévoilé en ce qui concerne la nature intime des choses, nous disons seulement que nous considérons notre manière de voir comme plus pratique, car, d'une part, elle ne se montre pas en opposition avec l'expérience, mais permet, au contraire, de relier les faits auxquels nous avons fait allusion, et ensuite, d'autre part, en élargissant considérablement le domaine des possibilités, elle nous a suggéré un ordre de faits

(1) DE HEEN, *Introduction à l'étude de la physique*, p. 199. Hayez, Bruxelles, 1912.

nouveaux qui non seulement ne pouvaient être prévus par la théorie électronique, mais qui, dans cette théorie, sont complètement ininterprétables.

Ce que nous avons dit peut permettre de définir quel doit être le caractère fondamental d'une théorie électrochimique : 1° il faut nécessairement que les atomes mis en jeu possèdent ou puissent posséder des charges, ainsi que le veut la théorie électrique; 2° *il faut que ces charges puissent exister soit à l'état potentiel, soit à l'état actuel, et, éventuellement, qu'elles puissent manifester indifféremment le caractère positif ou le caractère négatif* (soudure de deux atomes d'hydrogène).

Toute théorie qui ne satisfera pas à la deuxième condition correspondra à une impossibilité. Et il est indifférent d'imaginer n'importe laquelle; celle que nous proposons nous a semblé commode, ce qui ne veut pas dire qu'on n'en inventera pas de plus pratiques.

Mais pour arriver à ce résultat, et ceci est peut-être la plus belle démonstration de ce que nous avons toujours soutenu, il faut que les charges positives et négatives ne soient pas considérées comme des entités irréductibles, mais qu'elles représentent des quantités de mouvement. Alors seulement nous pouvons concevoir que celles-ci puissent se manifester dans certaines conditions et rester inapparentes dans d'autres, qu'elles puissent enfin manifester dans certains cas les caractères électro-positifs, dans d'autres les caractères électro-négatifs.

La manière qui nous semble la plus commode d'imaginer un système satisfaisant à ces conditions consiste à admettre que la quantité de mouvement correspondant à une quantité d'électricité présente la forme gyrostatique.

Si nous considérons notre atome gyrostatique formé par l'enroulement de chaînes ioniques, chaque ion étant propulsif et aspirant, le côté propulsif correspondant à la polarité positive et le côté aspirant correspondant à la polarité négative, nous voyons s'évanouir les impossibilités auxquelles conduit l'atome électronique. En effet, ainsi que nous l'avons montré, lorsque

deux atomes se trouvent initialement en présence l'un de l'autre, ceux-ci peuvent être considérés comme neutres, la quantité de mouvement électrique ou la charge se trouve à l'état potentiel, et ce n'est que si on réalise une perturbation que cette charge à l'état potentiel devient apparente. Il y a alors décalage ionique de manière à rendre possible le raccordement des fibres gyrostatiques décalées de l'atome avec celles d'un autre atome qui sera le siège d'un décalage d'orientation inverse, c'est-à-dire de signe contraire.

Nous désignerons alors sous le nom d'atomes électro-négatifs les atomes qui se décalent *de préférence* négativement et inversement; ils seront électro-positifs s'ils se décalent *de préférence* positivement. On peut admettre comme vraisemblable que c'est le décalage négatif qui se produit toujours initialement et que le décalage positif sur un autre atome n'est que la conséquence de l'action du premier.

'Nous voyons maintenant que, suivant la nature de la perturbation, c'est-à-dire de la réaction mise en jeu, il sera possible de réaliser un nombre de décalages variable, c'est-à-dire de faire varier la valence d'un même atome, ce qui correspondait à la première impossibilité dans la théorie électronique.

La deuxième impossibilité, qui correspond à la possibilité de la soudure de deux atomes identiques ou semblables, par exemple deux atomes d'hydrogène, ce qui impliquerait l'attraction des électricités de même nom, se trouve également interprétée.

Supposons, en effet, des atomes d'hydrogène à l'état naissant, donc des atomes isolés H, lesquels se trouvent à l'état instable; s'ils ne sont pas absolument identiques les uns aux autres, ainsi que nous le pensons avec Soddy, les plus instables se déclareront les premiers, vraisemblablement négativement, puis décaleront par suite de leur action sur les plus stables, ceux-ci positivement, d'où raccordement des chaînes ioniques et formation de H₂.

Nous voyons maintenant, en généralisant, que les polymères et les états allotropiques trouvent la même interprétation.

En effet, les conditions réactionnelles dans lesquelles on peut placer les atomes d'un même corps simple pouvant varier, nous pourrions également concevoir qu'il se produise des décalages en proportions très variables. Il en serait par exemple ainsi lorsque l'iode agit sur le phosphore blanc pour le transformer en phosphore rouge.

Quelle serait maintenant la signification des conclusions de Soddy qui, tout en employant la théorie électronique, est arrivé à des résultats très intéressants, ce qui nous paraît du reste naturel, bien que nous considérions notre *hypothèse-outil* comme préférable, pour les raisons que nous avons indiquées et que nous indiquerons.

Voici ce qu'il dit :

1° « Une particule ou atome d'hélium porteur de deux charges positives constitue une unité essentielle dans la structure de la matière. » Dans la pensée de Soddy, ce sont elles qui gouvernent le poids de l'atome. Si nous traduisons cela dans notre hypothèse, cette particule représente un atome gyrostatique *élémentaire* de la forme que nous avons admise ⁽¹⁾, et on peut en effet concevoir qu'un atome chimique soit constitué par plusieurs de ces atomes ;

2° « Que des atomes ayant même masse atomique, mais des contenus d'électricité différents, trouvent leur place dans différentes familles de la table de Mendelejeff. » Ceci se traduira en disant que des atomes possédant des facultés de décalage différentes trouvent leur place dans différentes familles ;

3° « Que les éléments dont les poids atomiques diffèrent de plusieurs unités, mais qui ont le même contenu électrique (nous dirons : qui possèdent la même faculté de décalage), occupent la même place dans la table et sont chimiquement inséparables. »

On voit que dans notre conception l'électron négatif représente *notre ion* dont l'ensemble constitue l'atome. Il est main-

(1) DE HEEN, *Loc. cit.*, p. 139.

tenant évident, comme le dit Soddy, « qu'un élément correspondant à une place dans la table des périodiques n'est pas, comme on le pensait jusqu'ici, un type de matière simple et homogène ».

Il est assez intéressant de voir que nous nous trouvons absolument d'accord avec un auteur qui adopte une théorie fort différente, de même que des écrivains qui, pour exprimer leur pensée, se serviraient de notations différentes. Mais notre système de notation va nous permettre d'arriver à une conclusion nouvelle que la théorie électronique n'aurait même pas permis de soupçonner.

Ainsi que nous l'avons vu, nous concevons la molécule comme formée d'un certain nombre d'atomes chimiques reliés par des chaînes ioniques. Or il est évident que pour une même molécule ces chaînes peuvent être inégalement organisées, par exemple le nombre des ions qui les constituent peut être variable; en un mot, même si le potentiel ou la quantité de mouvement électrique n'a pas varié, la solidité des liens intramoléculaires peut être variable. S'il en est ainsi, *une même molécule chimiquement définie peut posséder une infinité de facultés réactionnelles différentes*; donc, au lieu de n'avoir à considérer qu'une molécule, nous avons à en considérer une infinité. C'est l'étude de cet ordre de choses que nous avons désignée sous le nom de *métachimie* ⁽¹⁾.

Une *même* molécule peut être plus ou moins dégradée ou plus ou moins anoblie.

(1) DE HEEN, *Loc. cit.*, p. 248.

MÉTACHIMIE. — Démonstration expérimentale de la variabilité de la molécule et de l'atome,

par P. DE HEEN, membre de l'Académie.

§ I.

Variabilité de la stabilité d'une molécule. — Nous avons montré, il y a longtemps déjà, l'existence des chaleurs latentes de dissociation physique et chimique ⁽¹⁾, c'est-à-dire que si l'on chauffe progressivement un corps, les liens qui unissent les éléments commencent à se détendre en absorbant de ce chef une certaine quantité de chaleur; ce n'est que lorsque ces tensions ont atteint une certaine limite que survient la rupture définitive, c'est-à-dire la dissociation. Dans notre image, nous pouvons pour ainsi dire comparer les liens ioniques à des fils métalliques qui s'allongeraient progressivement avant la réalisation de la rupture.

De même nous considérerons ici nos actions latentes de dissociation chimique, c'est-à-dire que nous pourrions avoir à envisager deux molécules chimiques identiques non décomposées, mais dont les liens de l'une, qui unissent les atomes, peuvent être déjà déforcés, alors qu'il n'en est pas ainsi pour la deuxième.

Afin d'établir l'existence d'un pareil phénomène et afin d'écarter toute objection relative à la possibilité de l'intervention de phénomènes parasites qui rendraient notre démonstration douteuse, il était important d'utiliser la combinaison la plus simple; il fallait ensuite pouvoir reconnaître facilement que les liens qui unissent les atomes ont perdu ou gagné en solidité.

(1) P. DE HEEN, *Mémoires in-8° de l'Acad. roy. de Belgique*, 1883, et *La chaleur*, pp. 65 et 147. Ch. Desoer, éditeur, Liège.

Le chlorure d'argent s'indiquait immédiatement, car, d'une part, sa molécule formée de deux atomes est la plus simple possible et, d'autre part, il est facile de comparer la solidité de ces liens atomiques par l'action de la lumière qui le dissociera plus ou moins aisément. Les molécules les moins résistantes se décomposeront d'abord en noircissant, les plus solides ne se décomposeront qu'ensuite.

Plusieurs phénomènes plus ou moins vaguement observés conduisaient déjà à penser que peut-être la chimie était insuffisante pour définir l'état d'un corps. Les médecins savent, par exemple, que deux digitalines n'agissent pas toujours de la même manière sur l'organisme; l'eau des sources n'agit pas non plus de la même manière au moment où elle est puisée et quelque temps après; l'air que l'on respire lui-même ne possède pas toujours les mêmes propriétés hygiéniques, bien que l'analyse ne dévoile rien.

Tout cela était très peu précis, mais cela nous fournissait une indication suffisante pour nous demander si des expériences précises ne pourraient permettre de démontrer l'existence d'une métachimie telle que nous l'avons définie. Les expériences que nous avons entreprises avec le botaniste Micheels, lequel a continué par la suite à réaliser à l'Institut de physique une série de travaux remarquables, confirment singulièrement cette manière de voir, mais nous avons pensé qu'il serait nécessaire, pour l'établissement définitif de cette doctrine, de nous servir, pour la démonstration, d'éléments appartenant uniquement au domaine de la physique ou de la chimie.

Avant d'entreprendre notre étude sur la sensibilité du chlorure d'argent, il était indispensable de nous faire une idée exacte des causes d'erreur possibles. Sans cet examen attentif, on pourrait en effet attribuer les résultats à des causes parasites qui rendraient AgCl plus ou moins sensible à l'action de la lumière. Tel sera 1° l'état physique ou la grosseur des grains qui pourra varier si l'on opère avec AgCl frais ou préparé depuis un certain temps; 2° les actions de présence seront également intéressantes à examiner.

En ce qui concerne l'état physique, nous avons comparé AgCl frais à AgCl préparé depuis quelques jours ; nous avons également comparé AgCl d'abord pulvérisé dans un mortier en agate à celui qui n'avait pas subi cette opération.

Pour réaliser cette comparaison, les chlorures étaient d'abord convenablement mouillés, puis une petite quantité de chaque échantillon était disposée sur une lame de verre ; alors, à l'aide d'une deuxième lame, on écrasait le tout. Le chlorure présentait l'aspect d'une série de petites plages blanches parfaitement uniformes, dont il était aisé de comparer le degré d'altération.

Les observations faites sur les variations possibles et accidentelles de sensibilité, dans les conditions où nous avons opéré, nous ont montré qu'elles étaient toujours relativement faibles et qu'elles ne pouvaient en aucun cas être considérées comme comparables aux effets dont nous parlerons, même lorsque l'on compare AgCl frais à celui qui a été conservé humecté pendant quelques jours. Cependant, si AgCl est desséché et conservé pendant un certain temps sur une lame de verre, il perd de sa sensibilité ; les liens atomiques et moléculaires s'établissent plus solidement. Aussi, afin d'éviter toute erreur même minime, n'avons-nous opéré sur les chlorures que dans des conditions semblables et sur des chlorures fraîchement préparés ou préparés depuis la même époque et exposés dans le même état physique.

Actions de présence. — On sait avec quelle énergie peut agir la présence de certains corps lorsqu'il s'agit de provoquer une réaction chimique, alors qu'eux-mêmes n'interviennent pas directement dans la combinaison. Mais le mécanisme d'une semblable action ne semble pas avoir beaucoup préoccupé les physiiciens et les chimistes ; il était cependant utile d'en imaginer un, car nous allons voir qu'il met immédiatement sur la trace de la conception métachimique qui doit sans aucun doute élargir le domaine de la chimie.

Prenons immédiatement le cas le plus typique, nous examinerons les autres par la suite.

On sait que la potasse caustique, en réagissant à chaud sur le chlorure d'argent, le décompose. Le chlore attire le potassium et s'y combine, et brise les liens qui l'unissaient à l'oxygène ou au radical HO, lequel est repoussé et mis en liberté, alors que, d'autre part, il en est de même pour l'argent.

Mais la potasse caustique en solution suffisamment diluée et à froid, mise en présence du chlorure d'argent, n'amène pas la décomposition. Cependant, cela ne veut nullement dire qu'il ne se soit produit aucune action ; les actions attractives et répulsives se sont produites de même que dans le premier cas, mais elles ont simplement *détendu* les fibres ioniques ou les liens réactionnels, sans arriver à les rompre : leur solidité a été simplement compromise. Il est évident maintenant que si nous soumettons cette molécule mise en présence de KHO à une nouvelle action qui pourra être d'un autre ordre, celle-ci déterminera plus aisément la rupture finale, c'est-à-dire la dissociation, que si l'action de présence n'existait pas. Cela étant, nous avons vu par quel mécanisme l'action de la lumière pouvait arriver à rompre les liens réactionnels, et il est maintenant bien évident que la vibration lumineuse dissociera bien plus aisément la molécule de AgCl qui est en présence d'une solution de KHO que si elle ne l'est pas. L'expérience vérifie cette conclusion : AgCl noircit incomparablement sous l'action de la lumière, et nous nous trouvons donc bien en présence d'une *action latente de dissociation chimique*.

Les sels tels que CaCl_2 , par exemple, n'exercent pas d'actions sensibles. Il en est de même des solutions colloïdales de cuivre ou d'argent.

Quant aux acides en général, qui devraient exercer une action inverse de celle des alcalis, mais il est presque impossible d'en constater les effets. Au lieu d'utiliser notre méthode habituelle des lames de verre, introduisons AgCl dans un tube à réaction avec un excès d'acide sulfurique, par exemple, et exposons à la lumière. Mais il ne s'agit ici nullement d'une action de présence

dans le sens que nous lui attribuons, il se fait qu'à mesure que l'argent est mis en liberté il se dissout dans l'acide sulfurique. Si nous utilisons l'acide azotique, le résultat sera évidemment le même. Enfin, HCl , qui paraît être le seul auquel nous pourrions nous adresser avec confiance, ne détermine aucune action semblable, ce qui est du reste évident d'après ce que nous avons dit de ces actions.

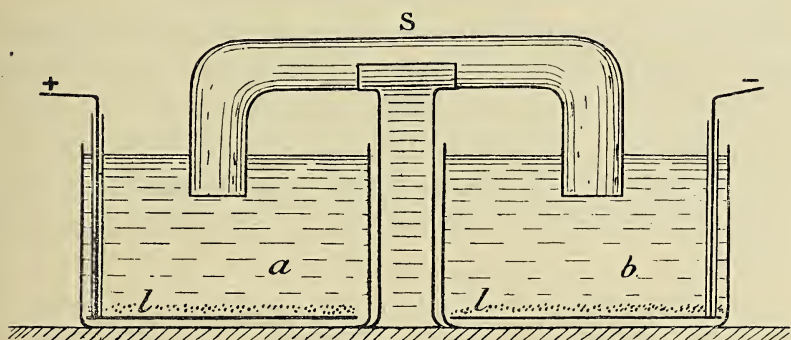
Déformations permanentes. — Si l'on introduit dans un mortier du chlorure d'argent et de la potasse caustique pulvérisée, puis si, après avoir ajouté un peu d'eau de manière à dissoudre KHO , on triture le mélange pendant quelque temps, on obtient une substance noire due à une réduction partielle en argent métallique. Après avoir lavé cette poudre à l'eau de manière à éliminer KHO , on la traite dans une capsule par l'acide azotique bouillant; l'argent réduit se dissout et il reste au fond de la capsule du chlorure d'argent qui n'a pas été réduit.

Après avoir été soigneusement lavé à l'eau, cet AgCl est comparé, entre les deux lames de verre, à AgCl qui n'a pas subi cette préparation, et on remarque qu'il est devenu incomparablement plus sensible. Les fibres réactionnelles se comportent donc comme si elles avaient subi une altération permanente, de même qu'un fil qui aurait été soumis à une charge supérieure à sa limite d'élasticité; en un mot, l'édifice moléculaire s'est dégradé d'une manière permanente, il a perdu de sa stabilité.

Nous avons répété la même expérience avec une solution renfermant 10 % de KHO : il ne se produit alors qu'une légère réduction. Ce chlorure d'argent, après avoir été traité par l'acide azotique, est encore beaucoup plus sensible à la lumière que celui qui n'a subi aucun traitement.

Actions électriques. — L'action de *tension* exercée sur la molécule de AgCl par KHO , et qui tend à la dissocier, s'applique tout aussi bien si l'on supprime le réactif KHO et si l'on

utilise l'action de tension réalisée à la cathode. Nous savons encore que si la cathode est le siège d'une tension des fibres ioniques, l'anode est le siège d'une compression ⁽¹⁾. Il nous suffira donc de placer à la cathode les molécules que nous voulons dégrader et de placer à l'anode les molécules que nous voulons anoblir. Cette dernière action anodique s'effectuera ici en dehors de toute réaction chimique.



L'appareil dont nous avons fait usage se compose de deux petits cristallisoirs en verre *a*, *b*, mesurant 7 centimètres de diamètre, au fond desquels se trouvent deux lames circulaires en platine *l* qui recouvrent le fond et qui jouent le rôle d'électrodes. Après les avoir toutes deux recouvertes de chlorure d'argent, on remplit les deux cristallisoirs à l'aide d'une pipette, afin d'éviter de déranger AgCl, puis on établit la communication électrique entre les deux récipients à l'aide du siphon S. La différence de potentiel entre les deux électrodes correspondait à 220 volts; l'intensité du courant, qui n'est d'abord que de 5 ou 6 milliampères, finit par s'élever jusqu'à 60 milliampères et même davantage, par suite de la production de HCl. Il importe, enfin, de rétablir tous les jours le siphon dont l'amorçage se compromet par suite de l'introduction de bulles gazeuses.

(1) DE HEEN, *Loc. cit.*, p. 81.

Une série d'expériences ont été conduites de cette manière qui toutes ont donné les mêmes résultats.

Si l'on veut obtenir l'action cathodique, il suffit de laisser passer le courant pendant trois ou quatre jours. Lorsque AgCl répandu sur la cathode s'est plus ou moins noirci, on le traite par HAzO_3 bouillant et l'on obtient la même substance que celle obtenue à l'aide de KHO. Le résultat est le même et caractérisé par le même *accroissement de sensibilité*.

L'anodisation ne s'obtient que d'une manière beaucoup plus lente : il faut au moins dix jours de passage de courant. Il est bon d'écraser tous les jours AgCl sur l'électrode avec un agitateur, afin de le maintenir à l'état de poudre fine. AgCl n'a naturellement subi aucune modification chimique, mais il est devenu notablement *moins sensible* à la lumière que AgCl normal.

Nous avons remarqué, de plus, que si l'on prolonge l'exposition à la lumière pendant plusieurs jours jusqu'à la limite d'action, AgCl anodisé conserve une teinte franchement noire qui contraste avec le brun foncé sale de AgCl normal.

Dans toutes ces expériences, AgCl était broyé dans un mortier en agate avant l'exposition, afin de l'obtenir dans le même état physique.

Les résultats que nous signalons ici ne constituent en réalité qu'un cas particulier de notre loi générale d'après laquelle toute anodisation correspond à une stabilisation ou à une tendance à la stabilisation de la matière, et au contraire toute cathodisation correspond à la production de son déséquilibre ou à une tendance au déséquilibre.

Ces caractères nous ont été montrés notamment par l'étude de la phosphorescence et du mouvement brownien, ainsi que par les expériences de Micheels sur la germination des plantes ⁽¹⁾.

(1) DE HEEN, *Loc. cit.*, p. 225.

Enfin, lorsqu'une plaque photographique a été exposée un instant à la lumière, le composé d'argent est resté *chimiquement* le même, mais sa molécule s'est dégradée de manière à accroître sa faculté réactionnelle. Elle est *métachimiquement* différente.

§ II.

Transformation de l'argent en métaéléments. — Il résulte donc de ce que nous avons dit qu'en anodisant AgCl on peut réaliser une infinité de substances AgCl plus sensibles ou moins sensibles à la lumière, suivant qu'il y a cathodisation ou anodisation plus ou moins prononcée. Ce fait peut s'interpréter en disant que l'on réalise ainsi une infinité d'états allotropiques de AgCl plus ou moins sensibles. L'accroissement de sensibilité lorsqu'il y a cathodisation corrobore notre loi générale, d'après laquelle cette action dégrade la molécule, lui communiquant ainsi la faculté de manifester plus aisément soit ses facultés réactionnelles, ainsi que le montre le cas particulier dont nous nous occupons, soit sa faculté de phosphorescence, soit sa faculté de demeurer en suspension dans les liquides (l'énergie manifestée à la surface des petites particules empêchant la réunion de celles-ci), etc., et l'inverse se produisant lorsqu'il y a anodisation. La cathodisation tend à déséquilibrer la molécule, tandis qu'au contraire l'anodisation la consolide.

Ceci étant établi, nous pouvons pousser plus loin nos déductions et nous nous demanderons si ces diminutions ou ces accroissements de stabilité du système moléculaire atteignent simplement la molécule, *si elles n'atteignent pas également l'atome*. S'il en est ainsi, nous pourrions réaliser une infinité d'individus chimiques, désignés sous le nom de corps simples, qui pourront évoluer au travers des combinaisons, lesquelles seront différentes les unes des autres, lorsque ces individus chimiques, que nous désignons sous le nom de métaéléments, forment les mêmes combinaisons.

Afin de vérifier cette possibilité, nous avons réduit dans un creuset, par la potasse caustique, les chlorures cathodiques et anodiques ainsi que du chlorure n'ayant pas subi de préparation. Nous avons obtenu ainsi trois globules d'argent métallique qui, en apparence, ne présentaient aucune différence. *Mais ces trois agents ne sont pas identiques.*

Afin de le montrer, nous avons dissous les trois globules ainsi obtenus dans l'acide azotique, et l'azotate obtenu a été cristallisé. Ces trois azotates d'argent, après avoir été dissous, ont été précipités par HCl, et enfin sur les trois chlorures préalablement lavés et fraîchement préparés ont été prélevés trois échantillons qui ont été écrasés, encore mouillés, entre les deux glaces. (On voit qu'ici toute trace d'objection possible concernant l'absence de comparabilité des chlorures tombe nécessairement.) Voici maintenant l'étonnant résultat que l'on obtient : Le chlorure d'argent qui a été obtenu à l'aide du métal qui est le résultat de la réduction d'un chlorure cathodisé ou traité par la potasse caustique par le procédé indiqué dans le chapitre précédent, s'est montré environ dix fois moins sensible à l'action de la lumière que le chlorure ordinaire. Si l'on surexpose pendant plusieurs jours aux rayons solaires, on remarque que AgCl cathodique prend une teinte jaunâtre notablement différente de la couleur noir-brun sale de AgCl normal. Il semble donc de plus qu'il faut admettre que l'argent cathodique réduit possède une plus grande faculté réactionnelle que Ag normal. En un mot, ce métaélément argent est plus basique.

Il est très probable qu'en faisant subir à cet AgCl une nouvelle cathodisation ou un nouveau traitement à la potasse caustique on obtienne par réduction un métal plus éloigné encore de l'argent normal, et qu'en répétant cette opération un certain nombre de fois on finisse par obtenir un métal dont le chlorure sera devenu insensible à la lumière.

On peut se demander comment il se fait que l'atome d'argent est modifié lorsque l'on fait agir KOH à froid et en solution

concentrée sur AgCl et que rien de semblable ne se produit lorsque l'on détermine la réduction à chaud dans un creuset. La réponse est cependant très simple : *il s'agit de débobiner l'atome sans casser le fil*. Or l'action violente à haute température brise brusquement les chaînes ioniques et empêche l'action de tension de s'exercer utilement.

Nous avons ensuite répété la même expérience avec le chlorure du métal anodique. Le résultat obtenu est plus complexe, mais il est très net. Au moment où l'on expose simultanément aux rayons du soleil le chlorure normal et le chlorure anodique, on constate que ce dernier prend presque instantanément une belle teinte rose, alors que le chlorure normal ne semble pas avoir subi d'altération sensible. Cette première partie de l'expérience semble donc indiquer bien nettement que l'atome d'argent anodisé a subi une modification inverse de celle de l'atome cathodisé. Si l'on prolonge l'exposition, cette plus grande sensibilité du chlorure anodique ne se maintient pas.

L'exposition se continuant, ils noircissent à peu près parallèlement. Mais la surexposition pendant plusieurs jours aux rayons solaires conduit à un résultat de même sens et plus marqué encore que celui obtenu avec AgCl cathodique : il perd complètement sa coloration foncée et prend une teinte *jaune-paille* lorsque la substance est vue au soleil. Cet argent anodisé posséderait donc une faculté réactionnelle plus grande encore que l'argent cathodisé, alors qu'à première vue on aurait dû s'attendre au résultat inverse. Cependant, ceci peut s'interpréter de la manière suivante : Lorsque AgCl a été anodisé, la molécule AgCl et l'atome Ag ont pris simultanément une forme plus stable et l'on obtiendrait réellement un Ag plus stable si l'on pouvait le séparer comme tel de la molécule. Mais lors de la réduction dans le creuset par KHO à haute température, l'atome modifié dans un sens se trouve *tirailé* en sens inverse. Il en est résulté qu'une faible partie de la substance a conservé une stabilité plus grande. Cette partie a formé avec le chlore une

combinaison moins stable et, comme nous venons de le voir, elle s'est montrée au début d'une extrême sensibilité à la lumière. Mais la presque totalité de la substance a subi, en sens inverse, l'action de tension exercée dans le creuset par KHO, laquelle tension, en agissant sur un atome déjà perturbé, l'a amené dans un état de déséquilibre plus grand encore que l'argent cathodique. Telle serait la cause de l'anomalie apparente. Soddy pense que le poids atomique n'est pas une constante naturelle, mais qu'il ne s'agit que d'une valeur statistique et moyenne. D'autre part, Crookes ⁽¹⁾ pense également que les atomes ne sont pas tous égaux pour une même substance, et lorsque l'on produit un précipité, le réactif s'adresserait d'abord aux atomes qui possèdent la plus grande faculté réactionnelle, pour ne s'adresser ensuite qu'à ceux qui la possèdent à un degré plus faible.

La première interprétation du fait que nous avons constaté, et qui vient naturellement à l'esprit, consiste à supposer avec Crookes et Soddy que les atomes qui constituent l'argent ne sont pas tous identiques; il en résulterait alors que si l'on soumet AgCl à l'action de la potasse caustique, ce réactif n'agirait pas de la même manière sur toutes les molécules, résultat qui serait du reste le même pendant la cathodisation. Il restera donc après l'une de ces opérations les molécules de AgCl les plus stables, qui ont été capables de résister à ces actions. Ce serait donc l'argent le plus basique que nous aurions extrait de l'argent normal; et le métal que nous obtiendrons, en se combinant avec le chlore, fournira une combinaison plus stable, moins sensible à l'action de la lumière.

Cependant, bien que nous soyons disposé à croire, avec Crookes et Soddy, que les atomes d'une même substance ne sont pas tous identiques, cette interprétation si simple ne

(1) CROOKES, *Éléments et métaéléments*. Gautier-Villars, Paris, 1888.

paraît pas admissible; en d'autres termes, il ne peut être question ici d'une espèce de triage atomique, car s'il en était ainsi, AgCl anodisé n'aurait subi aucune modification; en effet, il n'y a eu là ni réaction chimique, ni triage possible, AgCl est resté en apparence intact et toute l'action s'est bornée à une simple action physique.

Nous devons donc nécessairement admettre que les actions mises en jeu ont réellement modifié l'édifice atomique, qu'il s'est produit, non un simple triage, mais un phénomène de transmutation.

Lors de la cathodisation ou du traitement par la potasse caustique, il s'est produit à la fois une dégradation de l'atome et de la molécule, ce qui a rendu d'une part cette molécule plus dissociable sous l'action de la lumière et, d'autre part, lorsque l'atome d'argent a été mis en liberté, il a conservé sa dégradation, ce qui correspond à un accroissement de son caractère électro-positif; d'où cette conséquence que, se trouvant de nouveau en combinaison avec le chlore, il a réalisé une molécule plus stable. Nous désignerons ce métachlorure sous le nom de métachlorure cathodique β , et nous attribuerons à celui dont nous nous sommes occupé plus haut la lettre α . Nous attribuerons les mêmes lettres aux deux métachlorures anodiques.

Le raisonnement inverse s'applique à l'argent anodique, bien que nous ayons vu que l'action semble ici plus complexe. Il paraît certain que si, au lieu d'anodiser pendant dix jours, nous anodisons pendant une année; si, d'autre part, le traitement par la potasse caustique ou la cathodisation était répété une vingtaine de fois sur la succession des métaux réduits après chaque opération, nous obtiendrions alors des métaux dont les combinaisons s'éloigneraient encore bien davantage de celle de l'argent normal. Qu'il nous suffise de constater le fait dans la présente note.

Les résultats des expériences peuvent se résumer comme suit :

			TEINTE FINALE.
			—
			Résultat
			de la surexposition.
			—
			Sensibilité initiale.
			—
Métachlorure cathodique α .	Beaucoup plus sensible que le chlorure normal.		Rien de particulier.
Id.	id.	β .	Beaucoup moins sensible que le chlorure normal.
Id.	anodique α .	Moins ou beaucoup moins sensible, suivant les temps de l'anodisation, que le chlorure normal.	Franchement noire.
Id.	id.	β .	Beaucoup plus sensible au début de l'exposition (teinte rose), puis la sensibilité semble devenir la même que celle du chlorure normal.
Chlorure normal.			Brun sale foncé.

Si nous nous sommes adressé à l'argent, c'est uniquement parce qu'il est plus commode d'étudier ses facultés réactionnelles, mais il n'est pas douteux que les autres corps simples soient également susceptibles de subir de semblables transformations. Nous pouvons donc conclure qu'autour de chaque individu chimique, tel qu'on le rencontre dans la nature, il existe une zone de métaéléments, et nous pouvons nous demander si, en élargissant de plus en plus ces zones par des méthodes semblables, il n'arrivera pas un jour où elles finiront par se toucher et enfin par se confondre; ce jour, nous pourrions considérer la transformation de l'atome comme continue, les différents corps, dits simples, ne représentant

plus que différentes étapes établies par la nature au cours de leur évolution pendant la transformation des mondes.

Il est du reste probable que l'on arrivera, par le procédé que nous indiquons, plus aisément encore à réaliser une véritable transmutation lorsque l'on mettra en expérience ces corps extrêmement voisins que Crookes désigne sous le nom de méta-éléments. Tels sont, par exemple, l'erbium et l'holmium, l'erbium et l'yttrium, le samarium et le didyme, etc.

Les photographies des spectres de nos métaéléments de l'argent ne semblent cependant pas les distinguer de l'argent normal. Il est assez probable que ces métaéléments obtenus par l'action d'un courant repassent à l'état normal lorsqu'ils sont introduits dans l'étincelle de la bobine. Nos métaéléments ne seraient en réalité que des formes instables de l'atome d'argent, mais assez stables cependant pour persister comme telles dans leurs combinaisons.

Afin de faire saisir par une image quel est le degré de transmutation que nous pensons avoir fait subir à l'atome, nous pouvons comparer celui-ci à un corps à l'état d'équilibre stable dont nous aurions légèrement modifié la position : il pourra alors être relativement aisé de le ramener à l'état d'équilibre primitif. Mais pour pouvoir réaliser la transmutation d'un corps simple en un autre corps simple, il faudrait non seulement modifier l'état d'équilibre stable, mais pousser la transmutation jusqu'à réaliser un état d'équilibre instable qui, une fois atteint, amènerait le système dans un nouvel état d'équilibre stable, mais différent du premier.

Nous pensons donc avoir fait un petit pas vers le grand desideratum de la transmutation des corps simples.

Conclusion. — Quoi qu'il en soit de ces considérations, nous pouvons dire maintenant d'une manière certaine que nous avons réalisé *des argents différents* qui ne se comportent pas d'une manière identique dans leurs combinaisons et, comme le

dit Soddy, il serait également intéressant de comparer des métaux de provenances différentes.

Deux circonstances nous ont amené à cette constatation : premièrement la théorie que nous avons admise et qui nous permettait de voir, d'une manière fictive si l'on veut, ce qui devait se passer dans l'atome, et ensuite l'expérience du botaniste Micheels qui, en étudiant l'action du courant sur les organismes végétaux, eut l'idée d'examiner séparément l'action de la cathode et de l'anode.

Si l'on excepte la transformation du radium en hélium, il s'agirait donc de la première constatation d'une légère variabilité de l'atome chimique.

Institut de physique de l'Université de Liège.

Septembre 1913.

**La cinquième conférence de l' « International Union
for Co-operation in Solar Research »**

(Bonn, 1913)

par P. STROOBANT, membre de l'Académie.

L'Union internationale pour les recherches solaires a tenu sa cinquième conférence, à Bonn, du 30 juillet au 5 août 1913, sur l'invitation de M. le Professeur H. Kayser, l'éminent spectroscopiste.

L'Union a été fondée en 1904 à Saint-Louis (États-Unis), grâce à l'initiative de M. G. Hale; malheureusement le savant directeur de l'Observatoire du Mont Wilson et M. Schuster, professeur à l'Université de Manchester, l'un et l'autre membres du Comité exécutif, retenus par la maladie, n'ont pu assister à la conférence de Bonn, dont les séances eurent lieu au nouvel Institut de physique de l'Université.

L'Académie royale de Belgique (Classe des sciences), qui a adhéré à l'Union, a été admise au nombre des sociétés faisant partie de cet organisme.

Nous allons résumer les principales décisions prises au cours de cette conférence, à laquelle nous avons assisté en qualité de délégué de l'Académie au Comité de l'Union.

La Commission des étalons de longueur d'onde (rapporteur M. Buisson) a décidé de joindre à l'étalon primaire, qui est la longueur d'onde de la raie rouge du cadmium, et aux étalons secondaires, constitués par un certain nombre de raies du fer, des étalons tertiaires compris entre les derniers. Un assez grand nombre de nouvelles mesures d'étalons secondaires ont été effectuées pour les petites et les grandes longueurs d'onde. Il n'y a aucune divergence entre les valeurs obtenues pour les étalons de longueur d'onde à l'interféromètre et celles que donnent les

réseaux, ainsi qu'on aurait pu le craindre à la suite de la communication faite par M. Kayser à la réunion du Mont Wilson (1910).

On a arrêté un certain nombre de recommandations pour les mesures des étalons tertiaires.

M. Abbot, directeur de l'*Astrophysical Observatory* de Washington et rapporteur de la Commission de la radiation solaire, a fait une communication extrêmement intéressante. Il a d'abord signalé que l'éruption du volcan du Mont Katmai (Alaska), qui a eu lieu les 6, 7 et 8 juin 1912, a produit une couche de poussières qui est restée en suspension dans les régions élevées de l'atmosphère pendant plusieurs mois. En août, l'effet de cette couche fut si sensible que la radiation solaire, pour des distances zénithales moindres que 50° , a été diminuée de 20 %. Des recherches récentes, effectuées par Abbot et Fowle et par Humphreys, montrent que la température de la Terre est influencée dans des proportions considérables par la présence de poussières volcaniques.

Des données sur l'absorption par l'atmosphère, de la radiation solaire ont été obtenues à Washington (niveau de la mer), à Bassour, Algérie (altitude 1,160 m.), au Mont Wilson (altitude 1,730 m.) et au mont Whitney, Californie (altitude 4,420 m.).

L'Observatoire astrophysique de Washington vient de publier le résultat de 696 mesures de la radiation solaire effectuées, en partie, de 1902 à 1913, dans ces quatre stations.

La moyenne des valeurs, réduites à une même échelle et pour 1913, donne pour la *constante solaire* 1,932 calories par centimètre carré et par minute.

Les moyennes mensuelles, comparées aux nombres donnés par Wolfer pour les taches du Soleil, montrent que la radiation augmente avec l'activité solaire ⁽¹⁾.

(1) La *constante solaire* augmente de 0,07 pour un accroissement de 100 des nombres de Wolfer.

De plus, la comparaison des observations effectuées simultanément pendant plusieurs mois de 1911 et de 1912 au Mont Wilson et à Bassour a montré l'existence d'une variation irrégulière s'élevant à 5 % environ et ayant une période de sept à dix jours.

On a constaté également que quand la radiation solaire s'élève, l'intensité des rayons violets et ultraviolets augmente relativement à l'intensité des rayons rouges et infrarouges.

Enfin, l'étude de la radiation le long d'un diamètre solaire semble montrer que quand la radiation est grande, le contraste entre l'intensité du centre et celle du bord du Soleil dépasse la valeur normale.

A ce sujet, M. J. Baillaud signala qu'il résulte des mesures qu'il a faites, que le rapport de coloration du bord et du centre du Soleil présente des variations très sensibles.

De nouvelles mesures de la radiation solaire à l'aide du pyrhéliomètre seront effectuées à Arequipa (Pérou), sur l'Himalaya, et d'autres seront faites aux États-Unis à l'aide de ballons-sondes.

M. Fowler a communiqué un mémoire de M. Evershed, qui suggère d'étudier les variations de la radiation solaire par la détermination de l'intensité lumineuse de la Lune et des planètes, l'éclat de celles-ci étant rapporté à celui des étoiles.

Une Commission pour l'étude des classifications des spectres stellaires, nommée à la conférence du Mont Wilson, a procédé à une enquête parmi les astrophysiciens; les réponses ont été publiées *in extenso* dans l'*Astrophysical Journal*. En attendant l'établissement d'un système définitif et universel, on fera usage de la classification de *Harvard College Observatory* ⁽¹⁾; il a été convenu que la mention d'une lettre seule, non suivie d'un chiffre, indiquera un classement approché.

(1) *Annals*, vol. LVI, p. 66.

La Commission du spectrohéliographe portera à l'avenir le nom de Commission pour l'étude de l'atmosphère solaire, comprenant une sous-commission qui s'occupera en particulier de l'étude visuelle des protubérances.

Afin d'obtenir plus d'unité dans les statistiques, il a été décidé que :

1° L'aire des protubérances sera évaluée en prenant pour unité une surface ayant une étendue de 1° le long du limbe solaire et une hauteur de 1'' ;

2° La limite de hauteur des protubérances entrant dans la statistique sera de 30'' ;

3° La position des protubérances sera indiquée par leur angle de position, compté dans le sens ordinaire N-E-S-W, de 0° à 360° ;

4° Pour indiquer l'intensité des protubérances, on utilisera une échelle renfermant cinq termes : très brillante, brillante, éclat modéré, faible et très faible.

MM. Chrétien, Butler, Donitch et Ascarza ont donné des indications sur les spectrohéliographes qu'ils utilisent dans leurs observatoires respectifs.

L'Union a renouvelé le vœu émis en 1907, à la réunion de Meudon, relatif à la nécessité d'observations solaires effectuées vers la longitude de l'Australie, afin de compléter les données relatives à l'étude continue du Soleil.

La Commission recommande l'emploi du spectro-enregistreur des vitesses pour l'étude des couches d'hydrogène et de calcium.

M. Riccò a donné le résultat de trente-trois années d'observations visuelles des protubérances, effectuées toujours par la même méthode. Les protubérances suivent la même variation que les nombres de Wolfer relatifs aux taches solaires, mais avec un certain retard. L'importance des minima va en diminuant progressivement. A l'époque des minima, les zones de plus grande fréquence sont les latitudes de 45°, boréales et

australes, et à l'époque des maxima, ce sont les régions polaires et les régions équatoriales.

Le rapport de la Commission pour l'étude de la rotation du Soleil par la méthode de Doppler a été présenté par M. Plaskett, d'Ottawa.

La conférence de 1910 avait décidé de partager le travail entre divers observateurs, chacun d'eux basant ses déterminations sur l'étude du déplacement des raies prises dans différentes parties du spectre.

M. J.-B. Hubrecht a publié ⁽¹⁾ le résultat de ses recherches effectuées à l'Observatoire de Cambridge (Angleterre); d'après ses déterminations, la vitesse de rotation de l'hémisphère sud serait supérieure à celle de l'hémisphère nord; de plus, il a trouvé une vitesse équatoriale plus faible de 0^{km}15 par seconde, que celle généralement admise.

Les déterminations effectuées à Ottawa ont confirmé les résultats obtenus par Adams au Mont Wilson.

Le programme de 1910 a été maintenu, et notamment la vitesse de rotation à l'équateur sera déterminée par les divers observateurs et autant que possible à l'aide de méthodes différentes, en étudiant 10 raies choisies dans la région du spectre comprise entre λ 4420 et λ 4280. Il y aura lieu de rechercher la cause des erreurs systématiques dans la mesure des vitesses radiales.

L'étude du spectre des taches, qui a été partagée entre divers astronomes, n'a guère fait de progrès depuis la dernière réunion, à cause de l'absence presque complète de taches durant la période de minimum que nous traversons.

A la Commission des éclipses, M. de la Baume Pluvinel a

⁽¹⁾ *Monthly Notices*, vol. LXXIII, p. 5.

fourni les renseignements sur la prochaine éclipse de Soleil qui sera visible en Scandinavie et en Russie le 21 août 1914.

En dehors des rapports des diverses commissions et des discussions auxquelles certains ont donné lieu, quelques communications spéciales ont été faites par M. Slocum sur le mouvement des protubérances obtenues à *Yerkes Observatory*, par M. Deslandres sur les études de l'atmosphère solaire poursuivies à l'Observatoire de Meudon, par M. Julius sur certaines apparences optiques rappelant l'aspect des taches solaires, par M. St. John sur le mouvement radial dans les taches, sur la rotation du Soleil déterminée par différentes raies, etc.

Sur l'invitation de M. Riccò, directeur de l'Observatoire de Catane, la prochaine conférence aura lieu à Rome, probablement en septembre 1916.

Les membres de l'Union solaire assistèrent à des réceptions organisées en leur honneur par les villes de Bonn et de Cologne et à des fêtes données par M. le Professeur Küstner, directeur de l'Observatoire, et par M. le Professeur Kayser.

La plupart des astronomes qui avaient pris part à cette conférence assistèrent à la XXIV^{me} réunion de l'*Astronomische Gesellschaft*, qui coïncidait avec le 50^e anniversaire de la fondation de cette société et qui eut lieu immédiatement après à Hambourg.

Enfin, un certain nombre d'entre eux se rendirent ensuite à Potsdam, où ils furent reçus le 11 août à l'Observatoire astrophysique, par M. le Professeur Schwarzschild, directeur de ce bel établissement.

BIOLOGIE. — **La spermatogenèse chez les Lépidoptères.**

I. — L'origine des différentes cellules intrafolliculaires et le rapport qu'elles ont entre elles,

par LOUIS VERLAINE, docteur en sciences naturelles,
stagiaire à la Bibliothèque royale ⁽¹⁾.

I. — Introduction.

Les opinions émises au sujet de l'origine des cellules intrafolliculaires des testicules des Lépidoptères et des rapports qu'elles ont entre elles sont aussi variées que nombreuses. Parmi les auteurs qui se sont attachés à cette étude, il ne s'en trouve pas deux qui soient entièrement d'accord. Nous avons donc cru intéressant d'entreprendre de nouvelles recherches à ce propos, afin d'établir, par des observations, ainsi que par une discussion documentée, ce qu'il faut considérer comme raisonnable dans ce chaos d'hypothèses.

Avant d'entrer dans le développement de nos travaux, avant même d'exposer le résumé bibliographique de la question, il est nécessaire d'orienter le lecteur dans le sujet qui nous occupe.

A cette fin, examinons en détail la figure 16 qui représente une coupe faite frontalement à travers un testicule de *Pieris napi*. Nous n'avons dessiné que le contenu de deux follicules testiculaires. Un testicule adulte de Lépidoptère est donc divisé en huit chambres ou follicules ayant, dans cette coupe, la forme d'un cône à la pointe duquel se trouve un canal déférent (absent au niveau de cette coupe). Les chambres sont séparées

(1) Présenté par MM. Ch.-J. Francotte et Lameere.

par une membrane (m. i.) fortement pigmentée qui entoure également le testicule entier; le tout est contenu dans une seconde enveloppe (m. e.) non pigmentée. Karl Zick (1911) a étudié d'une façon approfondie et certainement définitive toutes les questions ayant trait à la formation des membranes testiculaires et des canaux déférents. Au cours de nos observations, nous n'avons pu que confirmer les assertions de cet auteur; aussi nous ne reviendrons pas sur ce sujet, nous bornant à étudier le contenu des follicules testiculaires.

Dans chacun de ceux-ci, et cela se voit très bien dans l'un de ceux que nous avons représentés figure 16, contre la membrane interne (m. i.), à la base du cône, est accolée une masse cellulaire hétérogène, au centre de laquelle se trouve la cellule de Verson (c. v.). Parmi les cellules qui entourent cette cellule géante, on en distingue de deux sortes : de grosses, sexuelles, spermatogonies primordiales (g. pr.), et de plus petites, périphériques, entourant les premières, lorsqu'elles sont mûres, de façon à les envelopper d'une membrane pluricellulaire appelée membrane cystique (m. cyst.). Les cellules sexuelles se divisent et donnent naissance à des colonies de spermatogonies à l'intérieur des membranes cystiques qui s'agrandissent. A la périphérie donc de l'amas cellulaire dont nous venons de parler se répartissent des jeunes colonies de spermatogonies de plus en plus riches en éléments et dont la taille va en augmentant, à mesure qu'elles s'éloignent de l'endroit où elles se sont formées. Elles se séparent, de bonne heure, les unes des autres et les espaces interstitiels sont remplis par un liquide spécial (Liq.) qui apparaît soudainement. Si l'on pénètre plus profondément dans le follicule vers la pointe du cône où se trouve le canal déférent, on rencontre successivement tous les stades évolutifs de la formation des spermatozoïdes. A l'intérieur des membranes cystiques qui s'agrandissent en s'amincissant, les spermatogonies deviennent des spermatocytes de premier ordre (col. c. 1) qui se rangent en une couche contre la membrane commune de façon à laisser, au centre de leur masse, une

vésicule creuse remplie d'un liquide clair. Les spermatocytes de premier ordre montrent tous les stades de l'accroissement ; ceux-ci sont suivis par la division des spermatocytes de premier ordre, par celle des spermatocytes de deuxième ordre et par la production de spermatides qui évoluent en spermatozoïdes. Les colonies, d'abord arrondies, s'allongeant alors, aboutissent à la formation de faisceaux de spermatozoïdes qui continuent à être enveloppés par la membrane cystique. Les faisceaux les plus mûrs sont les plus rapprochés du canal déférent.

BUT DU TRAVAIL.

Il résulte de cette description que l'on distingue à l'intérieur des follicules testiculaires des Lépidoptères trois éléments cellulaires bien définis par leur forme et par la façon dont ils se conduisent.

Ce sont : 1° la *cellule de Verson* ; 2° les *cellules sexuelles* ; 3° les *cellules des membranes cystiques*.

D'où viennent ces trois sortes de cellules et quels sont les rapports qu'elles ont entre elles, c'est ce que nous nous proposons de rechercher dans ce travail.

II. — Bibliographie.

Nous commencerons notre travail par le résumé des travaux parus sur cette question ; car nous ne voulons pas, dans la suite, séparer l'exposé de nos recherches de la discussion des différents problèmes qu'elles comportent. Afin que le lecteur tire de ce résumé des notions aussi claires que concises de l'état où se trouve actuellement le problème de l'origine des cellules intratesticulaires et des rapports qu'elles ont entre elles, nous sommes obligé de classer les auteurs, non pas d'après la date de l'apparition de leurs ouvrages, mais suivant les hypothèses plus ou moins rapprochées qu'ils ont formulées. Car ces dernières sont extrêmement nombreuses et nos connaissances sur

le sujet qui nous occupe n'ont pas été acquises, d'une façon progressive, d'année en année; les auteurs, en se succédant, ont fourni chacun des interprétations différentes des phénomènes, sans que celles-ci soient un progrès sur les précédentes. Très souvent, au contraire, on constate un retour en arrière vers des idées abandonnées depuis longtemps.

1° Nous avons à examiner tout d'abord les ouvrages de quelques auteurs très anciens, ayant étudié l'embryologie du testicule des Lépidoptères, mais *qui n'ont pas vu la cellule de Verson*.

Ce sont : von Siebold (38), Meyer (47), Landois (66) et Bessel (67). Il est inutile de décrire longuement leurs recherches. En résumé, ils admettent tous que les colonies de spermatogonies proviennent de la division, par voie endogène, des cellules mères primordiales contenues dans les petites capsules testiculaires. Il faut savoir que, dans les jeunes stades, l'organe génital mâle est représenté par deux petites capsules qui se divisent chacune en quatre follicules et qui se réunissent ensuite en une seule glande de huit follicules. Pour Meyer, ces cellules mères s'individualisent au sein d'un *syncytium* primitif, tandis que pour Bessel les jeunes capsules testiculaires renferment des cellules séparées et l'état syncytial primitif n'existe pas. Pour tous ces auteurs, sauf pour Meyer, qui y a décrit des noyaux, les membranes cystiques sont anhistes.

Abordons à présent les auteurs qui ont parlé de la cellule de Verson dans leurs études embryologiques des testicules des Lépidoptères.

2° Parmi ceux-ci, une première catégorie s'offre à nous, pour laquelle *la cellule de Verson est la mère de tous les éléments cellulaires contenus dans un follicule ou des cellules sexuelles seulement*.

A. — En premier lieu, Spichardt (86) a vu sur le *Liparis dispar* et le *Smerinthus populi* deux capsules testiculaires toutes jeunes, renfermant chacune quatre cellules à membrane sépara-

trice nettement visible, qui, par leur division caryocinétique, donnent naissance à d'autres cellules de même nature; ces dernières aboutissent, par voie endogène, à la formation de faisceaux de spermatozoïdes. Mais tous les spermatozoïdes ne viennent pas de ces cellules mères. A côté des quatre cellules primitives, il y a, dans les jeunes capsules, des noyaux de signification douteuse, généralement au nombre de quatre aussi et desquels, très probablement, la cellule de Verson, appelée par l'auteur *Keimzelle*, tire son origine. La *Keimzelle* se trouve au fond de chaque follicule. C'est une cellule géante sans noyau propre et dont la chromatine nucléaire est éparpillée dans le cytoplasme sous forme de grains surtout périphériques. Ceux-ci s'agglomèrent de façon à former de petits noyaux. Ces jeunes noyaux entrent dans une zone de cytoplasme enveloppant la cellule géante et ce cytoplasme est analogue à celui qui constitue les cellules sexuelles. Ils s'entourent d'une portion de ce cytoplasme et d'une membrane cellulaire. Telle est une seconde origine des cellules mères qui doivent donner naissance aux faisceaux de spermatozoïdes par voie endogène. La cellule de Verson est donc en partie la mère des spermatozoïdes.

Quelques éléments périphériques des colonies de cellules sexuelles s'aplatissent et constituent une membrane cystique.

B. — D'après les différents travaux de Verson sur le *Bombyx mori* (89, 95, 00), la cellule géante possède un noyau central et un cytoplasme à ramifications périphériques radiaires entre lesquelles sont réparties des cellules sexuelles arrondies déjà formées et à l'intérieur desquelles il y a des granulations et des noyaux de la grosseur de ceux que contiennent les cellules sexuelles. Ces noyaux proviennent de la division *par amitose* de celui de la cellule géante. Additionnés d'une partie de cytoplasme de la cellule de Verson, ils forment de nouvelles cellules sexuelles dont la division répétée produit les colonies de spermatogonies. Chaque follicule renferme une cellule géante dont le rôle est de donner naissance à tous les éléments sexuels du

follicule, de les répartir convenablement en les enveloppant de son cytoplasme et de les nourrir.

C. — Cholodkowsky (94) sur le *Bombyx mori*, *Hyponomeuta*, *Papilio* et *Vanessa urticae*, confirme les avis émis par Verson sur la cellule géante. Celle-ci est la mère de tous les spermatozoïdes, par division *mitotique* de son noyau, et elle les nourrit.

D. — Pour Munson (06), qui a étudié *Papilio rutulus*, l'état primitif est un syncytium. La cellule de Verson, *Grandmother stem cell*, est la souche des *Mother branch cells*, c'est-à-dire des cellules formant les branches de la cellule de Verson et dont le cytoplasme est en continuité avec celui de cette dernière. Munson reconnaît cependant n'avoir jamais vu le noyau de la cellule géante se diviser soit directement, soit indirectement. Les *Mother branch cells* se séparent de la cellule géante et donnent naissance à des colonies de spermatogonies. Les granulations décrites par tant d'auteurs dans le cytoplasme périphérique de la cellule de Verson ne sont pas des granulations, mais des noyaux en voie de formation, des *Cortical nuclei* dont la taille augmente à mesure qu'ils s'écartent de la cellule géante. Ils ne se trouvent pas dans le cytoplasme de cette dernière, mais autour des cellules des branches qu'ils entourent comme d'un manchon. Quand une *Mother branch cell* se sépare pour donner naissance, en se divisant, à une colonie, quelques *Cortical nuclei* l'enveloppent et fournissent, dans la suite, la membrane cystique pluricellulaire des colonies et des faisceaux de spermatozoïdes. Une des cellules cystiques placée devant la tête des spermatozoïdes en faisceaux devient très grosse et joue un rôle de nutrition. Munson est le seul qui ait prouvé, de façon certaine, par des dessins clairs, que les membranes cystiques sont formées de plusieurs cellules.

Les auteurs qui suivent rejettent l'idée que la cellule de Verson est la mère des cellules sexuelles.

On peut les classer en deux groupes : les uns la font dériver d'une cellule folliculaire ; ce sont : Toyama (94), Erlanger (96)

et Tichomirow (98). Les autres, Gilson (84 et 88), La Valette Saint-Georges (74, 87 et 97), Grünberg (03), Zick (11), croient qu'elle n'est autre chose qu'une spermatogonie transformée.

Examinons successivement les différentes opinions émises par chacun de ces auteurs.

3° *La cellule de Verson dérive d'une cellule folliculaire.*

A. — Toyama (94) (*Bombyx mori*) considère la cellule géante comme une cellule folliculaire émigrant de la paroi du testicule et entrant à l'intérieur de celui-ci dans la masse des cellules sexuelles. Elle n'est pas la mère des spermatogonies, puisqu'elle apparaît après elles. L'auteur la compare à la cellule de Sertoli des testicules des Vertébrés et au rachis de l'ovaire de l'*Ascaris*. C'est une cellule de soutien. Toyama ne dit pas si elle joue un rôle de nutrition; cependant, pour lui, les cellules sexuelles, d'abord séparées de la cellule géante, présentent dans la suite avec elle une continuité cytoplasmique très évidente, de façon à constituer un plasmode. Il dit en effet page 21 (*Zool. Anz.*, vol. 17) : « The genital elements, already present now arrange stemzelves around this follicular cell (la cellule de Verson) and in later stages it is clearly to be seen that there is a protoplasmic communication between this invaginated follicular cell and the genital cells. »

Toyama n'a pas trouvé de cellule de Verson chez une espèce de papillon; cet élément ne serait donc pas constant. Il ne parle pas des membranes cystiques.

Nous n'avons pas pu nous procurer l'ouvrage de cet auteur paru en 1902.

B. — Erlanger (96) résume et discute en quelques pages les opinions des auteurs de son époque. Il est d'avis que la cellule géante est une cellule folliculaire; car elle se divise par amitose et jamais les cellules sexuelles ne présentent ce mode de division. Il prétend que Cholodkowsky (94) n'a pas montré la transformation de la cellule de Verson en spermatogonies.

C. — Pour Tichomirow (98) (*Bombyx mori*), l'ébauche testiculaire constitue une masse de tissu conjonctif renfermant des

cellules sexuelles. Aux dépens de la masse conjonctive, il se constitue deux choses :

- a) Une membrane externe double et séparant les follicules ;
- b) Un réseau délicat séparant, dans le contenu folliculaire, les groupes de cellules sexuelles et constituant les membranes cystiques.

La cellule de Verson naît, au fond de chaque follicule, d'une cellule de l'enveloppe testiculaire. En principe, elle se trouve accolée à cette membrane ; mais elle en est séparée dans la suite par les cellules sexuelles. Elle entre à l'intérieur du réseau conjonctif interne, qui devient à cet endroit très riche en plasma, et elle perd sa membrane. Elle est nourricière des cellules sexuelles ; mais il n'y a pas de continuité cytoplasmique entre elle et ces dernières. Dans les derniers stades des cellules du réseau conjonctif interne qui enveloppent les faisceaux de spermatozoïdes, l'une d'elles, placée devant les têtes des éléments spermatiques, devient très grosse. Tichomirow la considère comme identique par son origine à la cellule de Verson et la compare à la cellule de Sertoli des Vertébrés. C'est une cellule de soutien.

4° Il nous reste à parler de ceux qui considèrent *la cellule de Verson comme une spermatogonie transformée*.

A. — Gilson (84 et 88) a étudié *Artia caja*, *Pieris brassicae* et *Cossus*. Les jeunes capsules testiculaires renferment des *métrocytes primordiales* qui se divisent par caryocinèse et forment ainsi quatre massifs de métrocytes correspondant au contenu des quatre follicules. Chaque métrocyte divise son noyau en deux noyaux fils. L'un d'eux s'entoure d'une portion de cytoplasme maternel et d'une membrane cellulaire à l'intérieur du cytoplasme maternel restant ; ainsi se forme une cellule sexuelle souche d'une colonie. L'autre noyau entretient la vie du reste du cytoplasme maternel et constitue avec lui une *cellule reste* entourant la cellule sexuelle. Cette dernière, par voie endogène, donne naissance à une colonie et finalement à un faisceau de spermatozoïdes dont la membrane enveloppante (membrane

cystique) n'est autre chose que la *cellule reste* fortement distendue et dont le noyau a pu se multiplier; mais l'enveloppe n'est pas multicellulaire. Un des *noyaux restes* se place devant la tête des spermatozoïdes, dans une grande portion de cytoplasme nourricier. Gilson a parfaitement vu la cellule de Verson chez *Artia caja* et *Pieris brassicae*; il l'appelle *blastophore* ou *cytophore*, la compare à une *cellule reste* et lui fait jouer un rôle de nutrition; il s'élève contre l'idée qu'elle soit un organe de soutien.

B. — Des travaux de La Valette Saint-Georges, de (74) sur *Sphinx porcellus*, de (87) sur *Cossus* et de (97) sur *Bombyx mori* et *Gastropacha*, il résulte les faits suivants : la cellule de Verson est une cellule sœur et non mère des spermatogonies; elle nourrit et soutient les éléments cellulaires contenus dans le follicule; son noyau ne se divise ni par amitose ni par mitose; il n'est pas prouvé que la continuité cytoplasmique entre elle et les cellules sexuelles existe réellement. La figure 1 du travail de 1897 montre une cellule de Verson entourée de cellules sexuelles; mais elle n'est démonstrative ni pour ni contre la théorie de la continuité. La figure 6 du même travail représente le contenu d'un follicule d'un jeune testicule; les cellules sexuelles encore arrondies sont ici bien limitées vis-à-vis de la cellule géante. La Valette Saint-Georges est donc le premier qui se soit élevé contre la continuité cytoplasmique, et, comme nous l'avons vu plus haut, Tichomirow (98) a confirmé ses vues quant à ce détail. Les colonies de spermatogonies naissent de grosses cellules placées contre la membrane externe du follicule, mais pas par endogenèse; quelques cellules périphériques de ces colonies s'aplatissent et forment la membrane cystique pluricellulaire.

C. — Grünberg (03) (*Bombyx mori*) appelle les cellules qui remplissent les capsules génitales des *Urkeimzellen*. Une d'entre elles se différencie très tôt (déjà dans l'embryon de *Bombyx mori*) en une *Apicalzelle*, cellule de Verson. Celle-ci nourrit les cellules sexuelles grâce aux propriétés fonctionnelles de son

noyau. Elle est à la fois sécrétrice et assimilatrice, et acquiert son matériel nutritif par dissolution de spermatogonies, par utilisation de tissus conjonctifs et par sécrétion propre. Elle disparaît vers la phase nymphale. Les autres *Urkeimzellen* se divisent en *Keimzellen*. Celles-ci se multiplient et se différencient en *spermatocytes* et en *Cystenzellen*. Les agrégats de spermatocytes entourés de *Cystenzellen* constituent des colonies qui deviennent des faisceaux de spermatozoïdes.

D. — Enfin, Karl Zick (11) étudie *Pieris brassicae*. Pour lui, l'*Apicalzelle* provient de la transformation d'une des spermatogonies primordiales des jeunes capsules testiculaires. Son cytoplasme est en continuité avec celui des spermatogonies pédonculées qui l'entourent; il est rempli, surtout à la périphérie, de granulations qui pénètrent dans les spermatogonies afin de les nourrir. La cellule géante a pour rôle principal de différencier les spermatogonies périphériques en cellules sexuelles et en cellules cystiques par le processus suivant : Une des gonies en communication cytoplasmique avec l'*Apicalzelle* divise son noyau; le noyau fils le plus rapproché de la cellule géante récupère vite la taille de la cellule mère; l'autre, moins bien nourri, reste petit. La cellule binucléée se détache de l'*Apicalzelle*; le gros noyau s'entoure de cytoplasme et d'une membrane cellulaire qu'il a différenciés de façon à former une jeune cellule sexuelle renfermée dans une *cellule, reste* analogue à celle décrite par Gilson (88). Telle est l'ébauche d'une colonie. Zick ne démontre pas que les membranes cystiques sont pluricellulaires; d'après sa théorie, d'ailleurs, elles ne doivent pas l'être.

Parmi les nombreux ouvrages publiés sur la spermatogenèse chez les Lépidoptères, nous n'avons pu nous procurer celui de Déreder (1906), afin de savoir si cet auteur s'est occupé de la cellule de Verson. Cela est toutefois peu probable, car Cook (10), qui parle du travail de Déreder, ne dit pas que cet auteur a étudié la cellule géante.

RÉSUMÉ.

Les nombreuses opinions émises au sujet du développement des cellules intratesticulaires diffèrent donc avec chaque auteur. En résumé :

1° *En ce qui concerne la cellule de Verson*, c'est une cellule mère pour Spichardt, Verson, Cholodkowsky et Munson; c'est une cellule folliculaire pour Toyama, Erlanger et Tichomirow; c'est une spermatogonie transformée pour Gilson, La Valette Saint-Georges, Grünberg et Zick.

Elle est un appareil de soutien pour Toyama et Erlanger; Verson, Cholodkowsky, Tichomirow, Gilson, Grünberg et Zick lui font jouer un rôle de nutrition, et pour La Valette Saint-Georges, elle est à la fois un organe de soutien et de nutrition.

2° *A propos des cellules sexuelles*, il existe un syncytium primitif pour Meyer et tous les auteurs qui défendent la continuité cytoplasmique entre la cellule de Verson et les cellules sexuelles. Toyama pourtant n'admet pas l'état syncytial du début; il parle d'un plasmode dû à l'abouchage ultérieur des cellules sexuelles à la cellule géante. Les auteurs suivants : Bessel, Spichardt, Tichomirow, Gilson, La Valette Saint-Georges s'élèvent contre l'idée de l'existence d'un syncytisme primitif.

Nous constatons que deux auteurs seulement, La Valette Saint-Georges et Tichomirow n'ont pas admis la continuité cytoplasmique.

3° *Au sujet des membranes cystiques*, ces dernières sont anhistes pour von Siebold, Landois, Bessel; elles sont unicellulaires, uni- ou plurinucléées pour Meyer, Gilson et Zick; tandis que pour Spichardt, Munson, Tichomirow, La Valette Saint-Georges, ce sont des enveloppes pluricellulaires. Elles proviennent de cellules sexuelles, sœurs des spermatogonies, aplaties pour tous les auteurs, sauf pour Munson, qui leur attribue une origine assez complexe, et pour Tichomirow, qui croit qu'elles sont des cellules folliculaires.

III. — Recherches personnelles.

A. — Matériel et méthode.

Il ne suffit pas, pour mener à bien cette recherche, d'étudier uniquement des testicules adultes tels que celui qui est représenté figure 16, où l'on rencontre souvent, dans un seul follicule, absolument tous les stades désirables, depuis la cellule de Verson et les spermatogonies primordiales jusqu'aux faisceaux de spermatozoïdes. Il faut surtout s'adresser à des organes tout jeunes, les plus jeunes possible, afin d'assister à la naissance des différentes cellules qui nous intéressent, et couper aussi un grand nombre de testicules arrivés à des stades de développement très variés, afin de suivre l'évolution des cellules en question. *Artia caja* nous a servi de sujet principal. Cette espèce constitue un matériel excellent parce qu'elle possède une génération d'hiver à développement lent, à laquelle nous avons eu soin de nous adresser. Toutefois, nous n'avons pu nous procurer des chrysalides de cet insecte afin d'étudier les membranes entourant les faisceaux de spermatozoïdes. Quelques préparations de *Mamestra brassicae* et de *Bombyx rubi* ont entièrement confirmé notre interprétation des phénomènes d'après *Artia caja*. *Pieris brassicae*, *P. Napi*, *Vanessa io* et *V. urticae* ont été préparés afin de vérifier les assertions de certains auteurs. Nous insistons fortement sur la nécessité absolue de ne pas se cantonner dans l'étude d'un seul type. Une espèce, très bonne, par exemple, pour la façon dont elle montre les membranes cellulaires, ne vaut rien pour un autre détail ou réciproquement. Il est évident que si l'on a débrouillé l'embryologie d'un organe chez un Lépidoptère, on a beaucoup de chances de connaître, par le fait, l'embryologie du même organe chez tous les Lépidoptères. Ce qu'on doit chercher, c'est le mécanisme, le plan de la succession des stades. Dès lors, il s'agit d'examiner le plus d'espèces possible, afin de prendre à chacune d'elles les qualités

partielles qu'elle renferme et d'utiliser celles-ci à la production d'une description idéale.

Le sublimé acétique, fixation quinze minutes, ou le liquide de Flemming, fixation huit jours, suivis de la coloration à l'hématoxyline ferrique ou de la triple coloration de Winiwarter, ont donné de très bons résultats. La méthode de Benda, fixation et coloration telle qu'elle est employée à présent à Liège par M. Julin, ou la fixation seule de Benda, suivie de l'hématoxyline ferrique, sont deux procédés également recommandables.

Toutes nos pièces ont été enrobées dans la paraffine fondant à 57° et coupées à 5 μ .

B. — Recherches.

Nous étudierons successivement : 1° la cellule de Verson, 2° les cellules sexuelles et 3° les membranes cystiques. Ensuite, 4°, nous établirons les rapports qui existent entre ces trois éléments.

I. — LA CELLULE DE VERSON.

a) Son origine.

Nous avons coupé plusieurs chenilles extraites des œufs deux jours environ avant l'éclosion. Les organes sexuels présentaient déjà un degré d'avancement bien marqué. A ce stade, on distingue difficilement les testicules des ovaires. Les glandes génitales mâles ou femelles sont représentées par deux capsules placées dorsalement par rapport au tube digestif et plus ou moins accolées à celui-ci. Il faut les comparer : les premières sont plus volumineuses et entourées d'une membrane plus épaisse, surtout au voisinage du canal déférent (fig. 1, c. d.), tandis que les secondes, plus petites, ont une enveloppe relativement mince et presque pas épaissie au niveau du canal déférent.

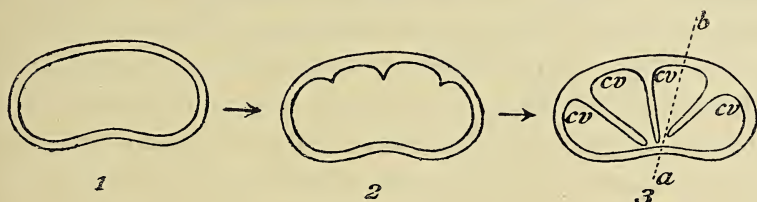
A part ces détails, les coupes faites dans les organes reproducteurs ont exactement le même aspect.

Il y a donc deux testicules; chacun d'eux est formé d'une petite capsule délimitée par une membrane cellulaire à noyaux allongés (fig. 1, m. i.) et remplie de quelques cellules assez grosses, arrondies ou plus ou moins polyédriques et à noyaux volumineux. Ces cellules, que nous appellerons *spermatogonies primordiales* (fig. 1, g. pr.), se divisent par caryocinèse (fig. 1) et sont nettement séparées les unes des autres par une membrane. Il ne peut pas être question ici d'un syncytium primitif. Lorsqu'une membrane n'est pas visible à un certain grossissement, des lentilles plus fortes la mettent presque toujours en évidence. Après une bonne fixation, les membranes sont toujours visibles.

Dans une série complète de coupes faites dans une de ces capsules très jeunes, nous avons cherché en vain quelque chose rappelant la cellule de Verson; cet élément n'existe pas encore au stade que nous venons de décrire; les cellules intracapsulaires sont toutes semblables. Notons qu'à ce moment l'enveloppe (m. i.) qui deviendra la membrane interne du testicule adulte (fig. 16, m. i.) commence à s'invaginer trois fois afin de diviser la capsule en quatre loges.

Pendant l'intervalle de temps qui s'écoule entre le moment de la naissance de la chenille et celui où elle mue pour la première fois, les testicules grossissent quelque peu; le nombre des spermatogonies primordiales n'augmente pas de beaucoup, mais celles-ci deviennent plus grosses. Il suffit de comparer les figures 1 et 2 pour s'en rendre compte. En même temps, la triple invagination de la membrane capsulaire (m. i.) se poursuit rapidement, si bien que, à l'époque de la première mue, les quatre chambres sont presque entièrement formées. La masse de spermatogonies primordiales est donc alors répartie en quatre portions. L'orientation d'objets si petits à couper (les chenilles étaient longues de 1 millimètre à peine) étant très difficile, nous n'avons pu obtenir une image de la formation des quatre follicules; le schéma ci-contre suffira, nous le croyons, pour expliquer le phénomène.

La figure 2 représente une section transversale faite dans le testicule d'une chenille prise au moment de la première mue. La coupe passe justement par le milieu de la masse des cellules qui remplissent un des follicules (suivant *a-b* dans le schéma 3). On y distingue le canal déférent (c. d.) ; l'intérieur est rempli de spermatogonies primordiales ; deux de celles-ci (g. pr.), fraîchement issues d'une division caryocinétique, possèdent encore entre elles un *résidu fusorial* et, sur la membrane de séparation, un *Zwischenkörper* bien apparent. Nous attirons l'attention sur la position déviée de ces deux éléments.



Au fond du follicule, opposée au canal déférent et tout contre la membrane capsulaire, une cellule, une spermatogonie primordiale certainement, offre un aspect différent de celui de ses voisines. Le cytoplasme est plus coloré ; ce n'est pas qu'il prenne davantage l'hématoxyline ferrique, mais il semble devenu plus dense, moins transparent ; il y a modification chimique. On n'y distingue pas de granulations, bien qu'il y en ait souvent dans les cellules avoisinantes ; et quant au noyau, il ne diffère pas de celui des autres cellules intrafolliculaires.

Nous assistons ici à l'apparition de la cellule de Verson.

Une spermatogonie primordiale se transforme ainsi, en même temps, au fond de chacun des quatre follicules des deux capsules testiculaires d'une même chenille. Nous avons fixé un assez grand nombre de chenilles dans l'intervalle de temps qui sépare l'éclosion et le stade dont nous venons de parler (soit trois ou quatre jours) ; malheureusement, le débitage en coupe et la coloration n'ont pas réussi de façon suffisante pour servir

de base à une étude sérieuse. Nous n'avons donc point suivi pas à pas la différenciation de la spermatogonie primordiale en cellule de Verson. Il semble que celle-ci apparaisse brusquement pendant la première mue de la chenille chez *Artia caja*. Naturellement, ce moment varie avec les espèces.

Discussion.

Nos figures 1 et 2 établissent à suffisance l'absence de syncytium primitif pour qu'on puisse passer sur cette question sans la discuter. Chaque spermatogonie primordiale est séparée de ses voisines par une membrane bien nette. Parmi ces dernières cellules, dans chaque follicule, comme nous l'avons vu, une cellule de Verson apparaît. A part la coloration intense de son cytoplasme, elle se présente sous tous les aspects d'une spermatogonie, et jamais, entre elle et ses voisines, il n'existe, à ces stades avancés, des rapports directs de cytoplasme à cytoplasme.

Du fait qu'elle n'apparaît qu'à un certain moment dans le testicule, alors que celui-ci est déjà pourvu d'un nombre relativement grand de cellules, il résulte qu'on ne peut plus soutenir l'hypothèse que la cellule géante est la mère des cellules sexuelles. Nous sommes de l'avis de Toyama (94) à ce sujet.

Quant à savoir si la cellule de Verson est une cellule folliculaire ou une spermatogonie transformée, il n'est pas bien difficile d'être convaincu qu'il faut opter pour la seconde de ces hypothèses.

Il n'y a pas de doute, la cellule géante ne provient pas de la membrane capsulaire ; la limite qui la sépare de cette enveloppe est trop nette en comparaison de celle qui la sépare des spermatogonies environnantes restées normales et qui est identique aux membranes séparatrices de ces spermatogonies (fig. 2). Sa forme et sa taille, au moment de son apparition, sont encore des arguments en faveur de l'origine que nous lui attribuons.

Dans aucun cas où nous avons observé l'apparition d'une cellule plus colorée au fond des follicules, jamais nous n'avons pu trouver de détail pouvant autoriser l'hypothèse de la naissance de cet élément aux dépens d'une cellule émigrée de la membrane enveloppante de la glande génitale.

Erlanger (96) dit que la cellule géante ne peut être une spermatogonie transformée parce que son noyau se divise amitotiquement alors que ce mode de division n'est jamais employé par les cellules sexuelles. Mais cet argument ne vaut rien : il ne prouve pas non plus que la cellule géante soit une cellule folliculaire modifiée, car les cellules des enveloppes testiculaires se divisent toujours par caryocinèse comme les cellules sexuelles. Notre figure 9 en donne une preuve suffisante.

Quant à conclure, comme Tichomirow (98) l'a fait, que l'origine de la cellule de Verson est folliculaire parce qu'elle part de la membrane et parce qu'elle reste longtemps unie à elle par un pédoncule, ces considérations ne nous paraissent pas non plus une explication suffisante. Il faut, pour résoudre le problème, assister à l'apparition de la cellule en question.

Comment se fait-il qu'une cellule, d'abord semblable à ses voisines, se transforme subitement en une autre dont le rôle futur est si compliqué et si différent de celui qu'elle aurait pu remplir, et surtout, par quel facteur son apparition se fait-elle toujours en même temps et au même endroit dans les quatre follicules des deux capsules testiculaires d'une même chenille? Nous nous perdons en conjectures à ce sujet. D'une part on peut émettre l'hypothèse que la spermatogonie se transforme sous l'influence de sécrétions de la membrane capsulaire; mais cette membrane est homogène partout et plusieurs spermatogonies primordiales sont en contact avec elle au fond de chaque follicule. Ensuite, nous n'avons jamais trouvé de cellule de Verson dont la partie cytoplasmique accolée à l'enveloppe testiculaire était seule différenciée, ce qui pourrait faire admettre l'influence de cette enveloppe.

D'autre part, on peut aussi chercher dans le noyau de la cellule de Verson l'origine des modifications cytoplasmiques ; c'est cette opinion qui paraît la plus vraisemblable ; car jamais nous n'avons trouvé de noyau incomplètement entouré de cytoplasme différencié et, comme nous venons de le dire, il n'y a jamais qu'une cellule géante par follicule, bien que plusieurs spermatogonies primordiales soient en contact avec l'enveloppe du testicule.

La question reste irrésolue pour le moment. Il est probable que la spermatogonie primordiale destinée à devenir la cellule de Verson est chimiquement et physiologiquement modifiée depuis longtemps déjà avant le moment où nos moyens d'investigation nous rendent compte des changements qui se sont opérés. La résolution de ce problème nécessitera de nouvelles recherches approfondies.

Conclusions.

1° Les deux capsules testiculaires renferment en principe des spermatogonies primordiales toutes semblables et séparées par une membrane. Pas de syncytium ;

2° Au moment de la séparation en quatre follicules, au fond de chacun de ceux-ci, une cellule de Verson apparaît ;

3° Cet élément n'est donc pas une cellule mère des cellules sexuelles ;

4° Il ne tire pas son origine d'une cellule de la membrane enveloppante ;

5° C'est une spermatogonie primordiale qui se modifie synchroniquement dans les quatre chambres des deux capsules testiculaires d'une même chenille, sous l'influence de facteurs encore inconnus.

b) Évolution et disparition de la cellule de Verson.

α. — *Évolution de la forme.*

Abandonnons un instant l'étude des spermatogonies primordiales pour ne nous occuper que de la cellule de Verson.

Celle-ci va subir des modifications importantes. Tout en restant attachée à la membrane testiculaire par un pédoncule cytoplasmique élargi à sa base, elle s'allonge de plus en plus de façon à porter son noyau au centre du follicule, au milieu de l'amas des cellules sexuelles dont le nombre s'accroît de beaucoup. Les figures 5 et 6, représentant des sections faites dans des testicules de chenilles, prises respectivement aux moments des mues 2, 3 et 4, montrent les transformations successives de la cellule de Verson. Après un certain temps, le pédoncule s'amincit et le cytoplasme qui le constitue conflue vers le corps cellulaire central. Fréquemment, on constate, au stade de la quatrième mue, un décollement entre le pédoncule et la membrane du testicule (fig. 6 d). Cela indique probablement un effort dû à la rétraction de la cellule de Verson; toutefois cette structure ne doit pas être considérée comme naturelle; c'est un accident. Quelques jours après la quatrième mue, la cellule de Verson perd absolument tout rapport avec la membrane du follicule. Le pédoncule, aminci de plus en plus sous la poussée des spermatogonies primordiales, qui se multiplient de toutes parts, s'est rétracté et la cellule géante se trouve maintenant isolée au centre des spermatogonies primordiales. C'est ce que la figure 7 représente. L'isolement de la cellule de Verson coïncide avec l'apparition des premières colonies de spermatogonies (fig. 6 X); à partir de ce moment aussi, les spermatogonies primordiales se divisent plus rarement; elles envahissent uniquement la partie intérieure du follicule opposé à l'endroit où se trouve la cellule géante, de sorte que celle-ci, accompagnée des cellules qui l'entourent, conserve toujours sa position contre la membrane interne du follicule. Quand le follicule contient à peu près assez de

colonies spermatogoniales et de spermatogonies primordiales (qui doivent encore former des colonies) pour être pourvu dans la suite d'une quantité suffisante de faisceaux de spermatozoïdes, la cellule de Verson diminue sensiblement de taille; quelque temps après, elle présente des signes très caractéristiques de dégénérescence. Son cytoplasme se colore d'une façon extraordinairement intense par l'hématoxyline ferrique et son noyau disparaît par liquéfaction. La cellule prend alors l'aspect d'une grande tache noire, amiboïde, au milieu de quelques spermatogonies primordiales restantes et des colonies plus ou moins avancées. Un certain nombre des dernières spermatogonies primordiales du voisinage se liquéfient; des colonies entières subissent le même sort et les produits de leur désintégration s'ajoutent aux restes de la cellule de Verson, sous forme de granulations ou de traînées noirâtres. La substance ainsi obtenue devient de plus en plus homogène et s'insinue entre les colonies sexuelles jusqu'à disparition complète de la tache amiboïde. La cellule de Verson, en disparaissant, enrichit donc de ses restes et des substances qu'elle a élaborées par dissolution de cellules environnantes le liquide dans lequel sont baignées les colonies sexuelles et dont nous avons parlé plus haut, lors de notre explication de la figure 16.

Le même phénomène de dégénérescence de colonies entières se voit encore assez souvent à l'intérieur du follicule, surtout dans la zone d'accroissement des spermatocytes de premier ordre. Encore une fois, les produits de désintégration qui en résultent diffusent dans le liquide interstitiel; ils servent à nourrir les colonies pendant leur évolution et les spermatozoïdes mûrs en attendant leur expulsion.

La figure 11 représente la cellule de Verson à un stade avancé de dégénérescence; les noyaux qu'elle renferme sont ceux de spermatogonies primordiales en voie de disparition et les prolongements ramifiés qui y sont figurés s'insinuent entre les colonies voisines. Cette figure vient d'une préparation de *Bombyx rubi*, ces stades nous ayant échappé chez *Artia caja*.

La figure 12 montre chez le *Bombyx rubi* deux colonies de spermatocytes de premier ordre déjà fortement dégénérés. Les colonies de spermatocytes qui entourent cette tache noire se sépareront plus tard les unes des autres, et le liquide nourricier s'insinuera entre elles.

Tels sont les stades par lesquels passe la forme de la cellule de Verson depuis sa naissance jusqu'à sa disparition complète.

Conclusions.

1° A part sa structure pédonculée temporaire, la cellule géante possède des limites très variables ; elle adopte la forme de l'espace dans lequel elle peut se loger.

2° Elle est toujours séparée par des membranes des cellules sexuelles vivantes qui l'entourent. (Ex. : toutes nos figures d'*Artia caja*, sauf la figure 7.)

Mais, dans les derniers stades, des cellules sexuelles ou des colonies de celles-ci, en voie de dégénérescence, sont englobées et assimilées par son cytoplasme. Ce phénomène rend alors les limites difficiles à établir. (Ex. : fig. 7.)

β. — Le noyau de la cellule de Verson.

Le noyau de la cellule de Verson, rarement arrondi, est ordinairement ovalaire et allongé dans le sens du grand axe de la cellule. La structure chromatique diffère peu de celle du noyau des spermatogonies primordiales à l'état du repos qui sépare deux divisions. Parfois, les grains de chromatine sont plus rares et en même temps plus gros, mais sans jamais permettre de voir dans leur arrangement une prophase de division caryocinétique. Très souvent il renferme un ou deux nucléoles. (Ex. : fig. 4, 5, *Artia caja* ; fig. 19, *Pieris napi* ; fig. 20 a, b, c, *Pieris brassicae*.) Nous avons examiné beaucoup de ces noyaux chez des espèces différentes et jamais nous n'avons vu d'apparence de caryocinèse. Cholodkowsky (94) est d'ailleurs le seul

qui ait défendu la division mitotique de la cellule géante; il s'est certainement trompé. Nous pouvons être catégorique dans nos affirmations à ce sujet.

Mais il n'en est pas de même si l'on aborde l'étude du noyau de la cellule de Verson dans le but de rechercher s'il peut se diviser directement. Il est certain qu'il faut se défier, dans bien des cas, d'apparences trompeuses. Souvent le noyau présente des replis transversaux auxquels, avec La Valette Saint-Georges, nous n'attachons pas d'importance. Souvent aussi, à l'un de ses pôles, il présente quelques vacuoles claires, mais de nature purement cytoplasmique et ne pouvant pas être interprétées comme une fragmentation partielle. Dans d'autres cas, le noyau se trouve placé à la périphérie de la cellule géante, de sorte que certaines coupes tangentielles, tout en le renfermant, contiennent aussi, tout près de lui, une spermatogonie primordiale à membrane mal visible, et l'on croit avoir affaire à une cellule de Verson binucléée. Telles sont des considérations dont il faut tenir compte.

Mais à côté de ces exemples, nous avons relevé des faits de grande importance en faveur de la division directe. Dans une capsule testiculaire d'une jeune chenille de *Pieris brassicae*, trois des quatre cellules de Verson possédaient un noyau présentant des symptômes de division directe, comme si la division du noyau se faisait synchroniquement dans une même capsule, ce qui semblerait prouver, par analogie avec l'apparition synchrone des quatre cellules de Verson, qu'on a bien affaire ici à un stade faisant partie de l'évolution de la cellule géante.

Un des noyaux (fig. 20a) présentait un étranglement transversal profond atteignant un gros nucléole chromatique divisé lui-même presque entièrement en deux parties égales. Il est inutile de commenter davantage cette figure; sans aucun doute, on se trouve bien ici en présence d'une division directe poussée à un degré assez avancé.

Le noyau (fig. 20b) de cette même capsule testiculaire possédait aussi deux nucléoles égaux presque entièrement séparés et

en rapport avec un étranglement beaucoup moins prononcé pourtant.

Enfin, le noyau (fig. 20c) renfermait deux nucléoles, mais inégaux, et présentait aussi un étranglement profond.

Citons encore un autre exemple : celui de la figure 19 de *Pieris napi*, où l'on voit un noyau de la cellule géante également profondément incisé par une rainure, mais ne renfermant pas de nucléole bien défini.

Si vraisemblable que paraisse notre figure 20a, nous ne croyons cependant pas être en présence d'un processus de division normale. On peut dire que la netteté avec laquelle l'apparence d'amitose se présente dans la figure 20a est une rareté. Toujours les étranglements du noyau sont irréguliers, anormaux; car à quoi veut-on qu'aboutisse la division du noyau (fig. 20c), si la rainure qu'il présente se poursuit? Évidemment à la formation de deux éléments nucléaires dont l'un, beaucoup plus petit que l'autre et dépourvu peut-être de nucléole, sera voué à une mort certaine. On ne peut pas appeler cela une division, c'est une fragmentation, une anomalie n'aboutissant à rien au point de vue de l'économie générale des éléments cellulaires contenus dans le follicule. Examinons tous les autres noyaux dont nous venons de parler et ceux que les auteurs ont dessinés pour défendre l'hypothèse de la division directe, et nous devons convenir que, dans la presque totalité des cas, la division est anormale.

D'ailleurs, on ne comprend pas à quoi une telle division pourrait servir! Comme cela ressortira de l'étude ultérieure des cellules sexuelles et des membranes cystiques, aucune des cellules intrafolliculaires ne tirant son origine de la cellule géante, les deux noyaux fils devraient rester dans la cellule de Verson, et il faudrait considérer cette dernière binucléée comme une monstruosité intéressante tout simplement.

Conclusions.

1° Le noyau de la cellule de Verson ne se divise pas par coryocinèse.

2° Il peut présenter très souvent des replis transversaux accidentels sans aucune importance.

3° Exceptionnellement, il offre des aspects véritables d'amitose; mais si la division commencée s'achève réellement (ce qui est très peu probable), les deux noyaux fils formés restent dans la cellule de Verson et l'un d'eux ne donne pas naissance soit à une spermatogonie primordiale, soit à une cellule cystique.

γ. — Les granulations de la cellule de Verson.

Presque toujours, le cytoplasme de la cellule géante est plus opaque que celui des spermatogonies primordiales, mais dans certains cas (fig. 6) il peut présenter une transparence très grande. Sa partie centrale est généralement dépourvue de granulations; c'est à peine si on y rencontre (en dehors des stades de dégénérescence naturellement) quelques petits nodules sombres et indécis.

Il n'en est pas de même de sa partie périphérique. Celle-ci est presque toujours remplie de granulations de nature et de forme variées.

Quelle peut bien être la substance qui constitue ces granulations considérées par tous les auteurs comme nutritives et destinées à passer directement dans les cellules sexuelles abouchées à la cellule géante?

Afin de résoudre ce problème, nous avons fixé et coloré un certain nombre de glandes génitales par des méthodes différentes, et ce travail nous a donné les résultats suivants :

A quelque stade qu'elles soient examinées, les granulations

cytoplasmiques périphériques de la cellule de Verson se colorent :

1° En noir par l'hématoxyline ferrique après la fixation au sublimé acétique, au Flemming et au Benda ;

2° En violet et en rose, après la coloration et la fixation de Benda ;

3° En jaune, violet et rouge vineux, quand les coupes ont été traitées par la triple coloration de Winiwarter.

On doit conclure de ces faits que les grains sont de nature :

1° *Chromatique*, ce qui est prouvé par l'hématoxyline ferrique et la triple coloration ;

2° *Mitochondriale*, prouvé par le Benda.

3° *Cytoplasmique*, prouvé par toutes les méthodes employées.

Toujours donc, les granulations offrent des caractères de coloration qui obligent de les classer en ces trois catégories. Mais la structure qu'elles présentent est très différente suivant qu'on a affaire à une jeune cellule de Verson ou à une cellule ayant rétracté son pédoncule et atteignant le terme de ses propriétés fonctionnelles.

Nos figures 2 et 3 ne montrent pas de granulations périphériques ; la figure 4 en représente deux petits amas peu importants ; la cellule géante de la figure 5 est entourée, à certains endroits, d'une large bande granuleuse ; celle de la figure 6 possède aussi quelques rares portions granuleuses périphériques ; mais les granulations de ces deux dernières figures sont régulières et ressemblent beaucoup à celles que contiennent les cellules sexuelles. Tandis que dans la figure 7, où la cellule de Verson n'est plus rattachée à la membrane testiculaire par un pédoncule, il y a une zone très épaisse de granulations variables et ne ressemblant pas du tout, comme forme, ou très rarement, à celles des spermatogonies primordiales. Dans un stade encore ultérieur (fig. 11), les techniques différentes ne colorent que d'une façon indécise les liquides granuleux provenant de la désintégration de la cellule de Verson et des colonies voisines.

Comment expliquer ces différences ?

Dans les premiers stades (fig. 2, 3, 4), les spermatogonies primordiales, peu serrées les unes contre les autres, montrent bien les limites qui les séparent de la cellule géante; elles sont généralement pourvues à leur base d'un amas plus ou moins compact de mitochondrie; si la coupe qu'on examine renferme des portions de cellules sans noyau et juxtaposées à la cellule géante (fig. 3, *a, b, c*) et si, comme cela est très fréquent, on ne distingue pas les membranes séparatrices contiguës à la cellule de Verson (parce que probablement le cytoplasme de cette dernière, plus dense, a la même réfringence que les membranes), on considère, et cela se comprend bien, les granulations observées comme étant la propriété de la cellule de Verson. Dans la figure 4, par exemple, nous avons représenté deux petits amas de granulations; sans aucun doute, ceux-ci appartiennent à des spermatogonies primordiales situées dans un plan inférieur à celui de cette figure et dont nous n'avons pas vu les membranes séparatrices. La série des coupes nous a fait comprendre ceci de façon certaine.

La large bande granuleuse entourant la cellule de Verson dans la figure 5 avait été tout d'abord interprétée comme étant, en partie, constituée de granulations nutritives; un examen plus soigné de cette préparation et des suivantes de la série nous a prouvé de façon absolue que toute la bande située du côté du gros bout du noyau provenait de cinq cellules sectionnées plus ou moins tangentiellement dans le plan représenté ici. Comme ces portions supérieures renferment justement la grande partie des mitochondries (et parfois une petite portion du noyau), on a sous les yeux un amas de granulations noires disposées en chaînettes, et souvent on ne sait pas à qui il faut en attribuer la possession, à la cellule de Verson ou aux cellules sexuelles.

On constate aussi du côté du nucléole du noyau de la cellule géante, dans cette même figure 5, une zone granuleuse irrégulière. Si indécise que soit cette dernière, les coupes suivantes de la série nous ont convaincu qu'elle représente une portion supé-

rieure de trois spermatogonies primordiales dont les noyaux n'ont pas été entamés.

On comprend, dès lors, que les méthodes de coloration employées permettent de déceler, dans bien des stades, parmi les grains, de la chromatine, des mitochondries et du cytoplasme, puisqu'il y a réellement des cellules coupées. Pour peu que les queues des spermatogonies primordiales allongées (fig. 6, *a-b*) soient sectionnées transversalement, on obtient de grosses granulations colorées en gris pointillé de noir par l'hématoxyline ferrique, en rose par le Benda et en jaune par l'orange G de la triple coloration. Parmi les grains mis en évidence par l'hématoxyline ferrique, il en est même d'assez gros qui ne sont autre chose que la pointe noire des spermatogonies allongées que l'on voit dans notre figure 6 et dont nous parlerons dans la suite. Nous ne nions pourtant pas que, dans certains cas, la cellule de Verson, à ces stades précoces, puisse contenir des granulations cytoplasmiques propres, une cellule voisine pouvant toujours dégénérer et être absorbée par la cellule géante; mais c'est un cas relativement rare. Dans les premiers stades, les granulations périphériques de la cellule géante sont donc généralement des éléments appartenant à des spermatogonies primordiales dont on ne voit pas bien les limites.

Considérons avec presque tous les auteurs, sans toutefois l'avoir prouvé jusqu'ici, la cellule de Verson comme nourricière.

Pendant très longtemps, elle conserve des rapports avec la membrane du testicule qui devient très pigmentée. Comme elle ne renferme pas de granulations propres (nous venons de le démontrer) et que justement, pendant sa pédonculisation, elle a le plus besoin de matériaux nutritifs pour alimenter les spermatogonies primordiales qui se multiplient très rapidement, nous émettons l'hypothèse que la membrane (m. i.) pigmentée lui fournit, par l'intermédiaire du pédoncule, la substance nourricière qu'elle transformera en aliment noble, destiné à préparer

les spermatogonies primordiales pour les fonctions importantes qu'elles auront à remplir.

Tant que la cellule géante possède son pédoncule, elle peut puiser dans la membrane testiculaire les réserves qui lui sont nécessaires. Celles-ci se présentent sous forme de liquides qui diffusent de l'enveloppe testiculaire dans la cellule de Verson comme les liquides nourriciers nobles diffusent de la cellule de Verson dans les cellules sexuelles. A ce stade, il n'y a donc pas de granulations périphériques; toutes celles qu'on y voit (à part de rares exceptions) appartiennent à des cellules voisines.

Mais quand la cellule de Verson a rétracté son pédoncule, où se procurera-t-elle les substances nourricières? En dissolvant et en assimilant des cellules sexuelles moins résistantes que leurs sœurs et qui serviront à nourrir celles-ci.

Il n'y a rien d'étonnant à cela; dans bien des cas d'ovogénèse, une seule cellule d'un groupe arrive à former un œuf après avoir englobé ses voisines. Dès lors, on voit apparaître des granulations périphériques appartenant réellement à la cellule de Verson, ou tout au moins étant soumises aux fonctions assimilatrices de son noyau, car très longtemps on distingue une séparation très nette entre la zone granuleuse et le cytoplasme central de la cellule comme si les substances diffusaient difficilement l'une dans l'autre. Exemple : figure 7. Toutes ces granulations présentent encore les colorations de la chromatine, des mitochondries et du cytoplasme; cela se comprend, puisqu'elles viennent de cellules dégénérées qui renfermaient ces trois éléments; mais la forme des grains mitochondriaux ou chromatiques est loin de ressembler à celle des grains que l'on trouve dans le cytoplasme et le noyau des cellules vivantes. Dans la figure 7, traitée par le Benda, la majorité des grosses granulations périphériques de la cellule géante sont colorées en violet; combien leur forme est-elle différente de celle des grains plus réguliers qui se rencontrent dans les spermatogonies allongées!

Plus la cellule de Verson approche de sa fin et plus toutes ces substances de nature variée confluent et se fusionnent l'une

avec l'autre, pour constituer le liquide homogène final qui s'ajoute à celui qui baigne déjà les plus âgées des colonies.

Conclusions.

1° La cellule de Verson pédonculée ne possède pas ou très rarement de granulations cytoplasmiques périphériques ; elle puise vraisemblablement la nourriture nécessaire aux spermatogonies primordiales dans la membrane testiculaire pigmentée.

2° Après rétraction de son pédoncule, la cellule géante se procure la substance nutritive par désintégration et dissolution de cellules ou de colonies de celles-ci sacrifiées au salut de leurs sœurs.

3° Les granulations provenant de cellules sont donc de nature chromatique, mitochondriale ou cytoplasmique.

4° Elles sont destinées à se dissoudre et elles ne passent jamais directement dans les cellules sexuelles, celles-ci étant toujours fermées, comme nous le prouverons dans la suite.

II. — LES CELLULES SEXUELLES.

Reprenons l'étude des spermatogonies primordiales là où nous l'avions laissée pour examiner la cellule de Verson. Nous avons vu que la jeune capsule testiculaire se divisait en quatre follicules contenant chacun des cellules sexuelles nettement séparées les unes des autres, se divisant par caryocinèse et dont l'une se transformait en cellule de Verson. Nous avons également décrit la pénétration de la cellule de Verson jusqu'au centre des spermatogonies primordiales. Ces phénomènes commencent vers la première mue des chenilles. Des coupes faites à travers les testicules de chenilles prises au moment de la deuxième mue et entre les deuxième et troisième mues nous donnent des aspects tels que les figures 3 et 4 en représentent.

Un cercle ou deux seulement de spermatogonies primordiales

entourent la cellule de Verson. Elles sont arrondies ou quelque peu polyédriques et se multiplient avec une grande rapidité.

On peut en juger par la présence de nombreux couples de cellules non encore entièrement séparées (fig. 4, *a*, *b*, *c*) et, en même temps, par le fait que les figures caryocinétiques sont extrêmement rares. Les cellules filles, fraîchement issues d'une division, récupèrent très vite la taille de la cellule mère; cela se comprend facilement; car elles sont largement accolées à la cellule géante et les liquides nutritifs élaborés par celle-ci peuvent diffuser à travers leur membrane. Le fait le plus important à noter, pour le moment, dans la conduite des spermatogonies primordiales, est la façon dont elles se divisent ou plutôt dont elles se séparent.

La membrane de séparation de deux cellules filles commence à apparaître du côté le plus périphérique du contenu folliculaire et le processus formateur se poursuit vers la cellule de Verson de façon à refouler, de plus en plus, vers cette dernière, le résidu fusorial et le *Zwischenkörper* qui se manifeste sous l'aspect de quelques granulations d'épaisseur variable. Les cellules sexuelles restent finalement unies au niveau du *Zwischenkörper*, tout à la base, contre la cellule géante. C'est ce que la figure 4, *a*, nous a montré. Après un certain temps, les deux cellules filles achèvent de se séparer; elles possèdent alors chacune, à l'endroit de la disjonction, un petit corpuscule coloré en noir par l'hématoxyline ferrique, de la forme d'un croissant (vue de profil) ou bien ovalaire ou plus ou moins arrondi. Dans la figure 4, *b* et *c*, les deux spermatogonies primordiales qui viennent de se séparer présentent encore un vestige de la division qui leur a donné naissance sous forme du petit corpuscule noir situé contre la cellule géante et qui représente le résidu fusorial ajouté aux granulations du *Zwischenkörper*. Les spermatogonies, à ces stades, sont donc arrondies et présentent les particularités que nous venons de signaler quant à la façon dont elles se séparent.

Vers la troisième mue de la chenille, le contenu du follicule

offre un aspect différent de ceux que nous avons eus sous les yeux jusqu'à présent ; comparons, pour nous en rendre compte, les figures 4 et 5. Tout d'abord, la taille du testicule est doublée ; les spermatogonies primordiales sont encore disposées en deux cercles concentriques autour de la cellule de Verson. Ne considérons ici que le cercle intérieur : le nombre des éléments cellulaires est aussi plus que doublé ; ceux-ci, cependant, ont conservé leur taille antérieure. Mais ce qui frappe le plus, c'est l'allongement de ces éléments en forme de poire ; presque toutes les spermatogonies primordiales ont pris cette structure à cause de laquelle nous les avons appelées *spermatogonies primordiales piriformes*.

Dans cette figure 5, il n'y a pas moins de quatre couples de cellules allongées montrant nettement, par la façon dont elles sont placées l'une à côté de l'autre, et surtout par le corpuscule noir qu'elles possèdent à l'extrémité de la pointe, contre la cellule géante, qu'il s'agit bien de cellules issues de divisions toutes récentes ; les couples allongés constituent tout simplement un stade ultérieur à celui des couples des cellules arrondies de la figure 4, *a*, *b*, *c*. Les spermatogonies primordiales piriformes, une fois séparées, possèdent à leur pointe une petite calotte noire ; encore une fois, c'est un résidu fusorial qui disparaîtra avant une nouvelle division. La figure 5 *a* nous montre une de ces cellules allongées, dont la pointe, dépourvue du corpuscule terminal, est bien fermée par une membrane vis-à-vis du cytoplasme de la cellule géante. A partir de ce moment, la cellule de Verson se présentera, en coupe, comme entourée d'une auréole de cellules piriformes terminées par le corpuscule noir et entre lesquelles sont intercalées, de temps en temps, quelques jeunes spermatogonies primordiales encore arrondies. La figure 6 représente une coupe faite dans une chenille arrivée au moment de la quatrième mue. Notons en passant que les spermatogonies primordiales du cercle externe sont devenues beaucoup plus petites, — nous expliquerons ce fait dans la suite, — tandis que les cellules du cercle interne ont gardé un noyau de

taille identique à la taille du noyau des cellules des stades précédents. Elles se sont encore multipliées de façon à former presque un double cercle autour de la cellule géante et sont toutes terminées par le corpuscule noir, mais les couples de cellules unies par un résidu fusorial sont à présent très rares, ce qui indique la fréquence moindre des divisions.

Certaines cellules piriformes, les plus périphériques, et en même temps celles qui sont le plus rapprochées de l'emplacement du futur canal déférent, rétractent leur prolongement et s'arrondissent de nouveau. Ce sont des spermatogonies primordiales qui ont acquis les réserves, mais surtout les qualités cytoplasmiques nécessaires à la formation des colonies de spermatogonies; nous les appellerons *spermatogonies primordiales souches*. Elles s'isolent au milieu de quelques petites cellules périphériques (fig. 7, c. cyst. et g. pr. s.) et se divisent aussitôt en deux spermatogonies. La figure 6, X, montre l'apparition d'une des premières colonies de spermatogonies. Entre les deux, quatre et même six premières spermatogonies, il reste un résidu fusorial, analogue comme forme et comme position à celui que nous avons décrit chez les spermatogonies primordiales; il est seulement plus gros et unit les cellules beaucoup plus longtemps. Exemples : figure 6, X, et figure 7 (r. f. des colonies de trois et quatre spermatogonies placées contre l'amas cellulaire entourant la cellule de Verson).

Les spermatogonies continuent à se diviser jusqu'à ce qu'elles aient atteint un certain nombre. Elles prennent alors le nom de spermatocytes de premier ordre et se rangent, en une couche, à la périphérie de la colonie, contre la membrane de celle-ci (fig. 7, m. cyst.), en laissant au milieu de leur masse un espace creux qui se remplit d'un liquide clair (fig. 7, v. cr.).

Pendant très longtemps, les spermatocytes de premier ordre, dont la forme est conique, conservent dans leur pointe, qui est tournée vers la vésicule creuse, les résidus fusoriaux de plusieurs divisions antérieures des spermatogonies. Ceux-ci restent unis les uns aux autres de façon à constituer de véritables chaînes,

très épaisses (fig. 7, col. c. 4). Finalement, les chaînes se fragmentent et chaque spermatocyte en reçoit une portion qui disparaît dans la suite.

Les spermatocytes passent par tous les stades de l'accroissement, se divisent en deux spermatocytes de deuxième ordre qui, eux-mêmes, donnent naissance à deux spermatides. Celles-ci se transforment en spermatozoïdes. Toutes les colonies de spermatocytes et de spermatides et tous les faisceaux des spermatozoïdes sont entourés de membranes par l'étude desquelles nous terminerons ce travail.

Tous les faits que nous venons de relater, à l'exception de la description brève de l'évolution des spermatocytes de premier ordre jusqu'aux spermatozoïdes, ont été vus sur *Artia caja*; *Manestra brassicae* a entièrement confirmé notre façon de voir : la figure 10 en fait foi; elle montre très bien les spermatogonies primordiales piriformes terminées par le corpuscule noir.

Dans toutes les cellules sexuelles, nous avons figuré une grande quantité de granulations : ce sont les mitochondries. L'hématoxyline ferrique les présente souvent sous forme de chaînettes noires assez irrégulières, même après le sublimé acétique (fig. 6), tandis que la méthode de Benda (fig. 7) les fait ressortir comme des grains souvent réguliers, moins nombreux et colorés en violet.

Discussion.

Trois points intéressants sont à examiner; ce sont : 1° la question de la continuité cytoplasmique; 2° la raison d'être des cellules piriformes; 3° les causes qui ont empêché presque tous les auteurs de voir les limites cellulaires entre la cellule géante et les spermatogonies primordiales.

1° La question de la continuité cytoplasmique.

Nous avons vu, lors de notre exposé bibliographique, que deux auteurs seulement se sont élevés contre la continuité cytoplasmique. Ce sont La Valette Saint-Georges (97), à qui revient l'honneur d'avoir, le premier, vu clair dans cette question d'em-

bryologie, et Tichomirow (98), dont les figures sont tout à fait probantes. Mais aucun de ces deux auteurs n'a prouvé que les spermatogonies piriformes sont fermées vis-à-vis de la cellule géante; c'est pourtant lorsque les cellules sexuelles revêtent cette forme que le problème devient embarrassant à résoudre.

Y a-t-il donc continuité?

La discussion est inutile pour les spermatogonies arrondies des premiers stades; nos figures 2, 3, 4, la figure 6 du travail de (97) de La Valette Saint-Georges et les figures 1, 2 et 3 de Tichomirow (98) sont de nature à enlever tous les doutes. La continuité n'existe pas. Toyama (94) lui-même reconnaît que, dans les premiers stades, il y a fermeture des cellules sexuelles vis-à-vis de la cellule géante; la communication cytoplasmique ne se produirait qu'après.

Mais en est-il de même des spermatogonies piriformes? Si, comme Toyama le dit, il se constitue un plasmode ultérieur, l'abouchage des cellules sexuelles ne peut se faire qu'au niveau du corpuscule noir terminant les cellules piriformes.

Étudions donc cet organe afin de savoir s'il joue un rôle dans la nutrition des cellules sexuelles.

Tout d'abord, *est-ce bien un résidu fusorial*? Si nous n'avions pas eu sous les yeux la figure 4, qui fait voir la façon dont se détachent les cellules alors qu'elles sont encore arrondies, il nous aurait été très difficile de comprendre la signification du corpuscule terminal des spermatogonies primordiales piriformes. Heureusement ce détail de la plus haute importance ne nous a pas échappé. Nous sommes persuadé qu'un examen comparé de nos figures 4 *b, c*, 5 *b* et 8 *b, c, d*, où nous montrons la succession des stades par lesquels passent les cellules en voie de séparation, suffira amplement pour convaincre le lecteur de la véracité de notre interprétation des faits. La figure 8c surtout est de nature à dissiper tous les doutes. La pointe noire des cellules allongées est donc bien formée par un résidu fusorial.

Ne pourrait-on pas voir, dans cet endroit, un passage, une véritable bouche laissée ouverte à l'entrée de la zone granuleuse,

comme la presque totalité des auteurs l'ont dit, ou, tout au moins, un endroit plus faible de la membrane permettant une diffusion plus intense et plus rapide du liquide nourricier?

Il n'y a certainement pas d'ouverture. Parfois, le corpuscule résiduel a une forme annelée (fig. 8*d*), mais c'est très rare et celle-ci n'est que momentanée. L'anneau se transforme vite en un corps arrondi ou conique. D'ailleurs, nous avons vu une apparence de résidu fusorial annelé dans des spermatogonies d'une jeune colonie (fig. 22), et l'on sait bien que, dans ce cas, il n'y a aucune communication directe entre le cytoplasme des spermatogonies et le liquide interne de la colonie.

Quant à la question de savoir si la terminaison de la queue des spermatogonies piriformes n'est pas un endroit propice à la diffusion du liquide nourricier grâce à la présence du résidu fusorial accolé à la membrane cellulaire, nous n'y croyons pas pour différentes raisons.

Tout d'abord, il y a souvent des cellules piriformes non terminées par un résidu fusorial chez des espèces où cet élément est cependant très lent à disparaître. (Ex. : *Artia caja*, fig. 5*a*; fig. 6*c, d.*)

Ensuite, chez certains types, par exemple chez *Pieris brassicae* et *napi*, *Vanessa io* et *urticae*, il est bien rare que l'on puisse mettre en évidence un reste du fuseau dans les spermatogonies (ex. : fig. 18), et jamais (chez *Pieris*) nous n'en avons vu dans les spermatogonies primordiales allongées. Beaucoup de ces dernières donc ne sont pas terminées par le corpuscule noir et sont simplement fermées vis-à-vis de la cellule de Verson par une membrane ordinaire. Cet organe n'étant pas constant, la possibilité de son utilité dans la nutrition des cellules sexuelles est donc fortement compromise.

Une autre raison nous porte à croire qu'on ne doit pas attacher de l'importance à sa présence.

Nous ne voyons pas pourquoi on voudrait faire jouer ici un rôle au résidu fusorial, alors qu'on n'y pense même pas au sujet des spermatogonies et des spermatocytes de premier

ordre. Or, dans ces cellules, l'élément résiduel se conduit exactement comme dans les spermatogonies primordiales. Il suffit, pour s'en rendre compte, d'examiner la figure 7 d'*Artiacaja*. Dans la première division (fig. 7 g. rf.), les spermatogonies restent attachées entre elles par le résidu fusorial dont la portion intracellulaire offre la forme d'une petite calotte ou d'un corpuscule conique, accolé à la membrane de la cellule et analogue à celui qui termine les spermatogonies primordiales piriformes. Plus tard (figure 7, col. c. 1 I et col. c. 1 II), on peut comparer la vésicule creuse centrale à la cellule de Verson et la couche de spermatogonies ou de spermatocytes aux spermatogonies primordiales qui entourent la cellule géante. Les spermatogonies et les spermatocytes se divisent, comme les spermatogonies primordiales, de façon que les deux cellules filles formées restent en rapport avec le liquide central. La membrane de séparation se constitue contre l'enveloppe de la colonie (m. cyst. fig. 7) et s'avance de plus en plus vers le liquide central, refoulant le résidu du fuseau dans la pointe des cellules dont la forme est conique. La seule différence existant entre la division des spermatogonies et celle des spermatogonies primordiales, c'est que le résidu fusorial n'atteint pas la pointe extrême des spermatogonies, mais il unit très longtemps celles-ci avant de disparaître, et si on doit le considérer comme un déchet dans la division de la spermatogonie, il n'y a pas de raison pour l'interpréter autrement dans les spermatogonies primordiales, d'autant plus que, comme nous l'avons dit plus haut, il est loin d'exister dans toutes les espèces ou dans toutes les cellules d'une même espèce.

Conclusions.

Le cytoplasme des spermatogonies allongées n'est aucunement en continuité avec celui de la cellule de Verson. Le corpuscule noir accolé à la membrane terminale de leur prolongement est d'origine fusoriale; il est destiné à disparaître

comme il le fait dans les spermatogonies et ne joue aucun rôle dans la nutrition des cellules sexuelles par la cellule géante.

2° *La raison d'être des spermatogonies primordiales piriformes.*

Ne peut-on pas chercher dans l'allongement des cellules sexuelles une action de la cellule de Verson, soit, par exemple, une transformation légère de la membrane tendant à modifier la tension superficielle et à produire le prolongement? Cela paraît peu vraisemblable, car, à côté des cellules piriformes, plus près même de la cellule nourricière qu'elles, il y a souvent des jeunes spermatogonies primordiales encore bien arrondies.

La répartition des éléments cellulaires à l'intérieur du follicule, autour de la cellule de Verson, est faite de la manière la plus favorable, tant à l'utilisation complète de l'espace limité réservé aux cellules sexuelles qu'au maintien des rapports nutritifs entre ces dernières et la cellule géante.

Généralement, on n'a qu'un cercle de spermatogonies primordiales autour de la cellule nourricière (fig. 4); en tout cas, on n'a jamais qu'un cercle de cellules piriformes (fig. 5, 6, 7). Dans les stades jeunes, représentés par la figure 4, les spermatogonies primordiales, encore peu nombreuses, sont arrondies, mais aussitôt qu'elles se multiplient rapidement, comme cela se voit vers la mue, n° 3 (fig. 5), elles s'écrasent mutuellement et prennent tout naturellement la forme conique avec la pointe tournée vers le centre. On ne comprendrait pas une autre répartition, d'autant plus que la division se fait presque toujours de façon que la plaque équatoriale soit perpendiculaire au cytoplasme de la cellule géante. On a d'ailleurs la même disposition dans les colonies de spermatogonies, dès que celles-ci, en s'écrasant plus ou moins, se rangent à la périphérie, contre la membrane cystique, en une couche (fig. 7, col. c. I, I et II, et fig. 18). Ajoutons que cette répartition des spermatogonies primordiales permet à la cellule de Verson de les nourrir plus longtemps, puisqu'elles restent en rapport avec elle par l'extrémité de leur prolongement.

Conclusions.

La structure piriforme est donc naturelle, due à l'écrasement mutuel des cellules; elle est favorable à l'utilisation complète de l'espace limité réservé aux cellules sexuelles et d'autant plus avantageuse pour ces dernières qu'elle permet à la cellule de Verson de les nourrir plus longtemps.

3° *Pourquoi les auteurs précédents ont-ils décrit la continuité cytoplasmique entre la cellule géante et les spermatogonies primordiales?*

Le choix du matériel joue un grand rôle dans la réussite de l'étude de la cellule de Verson. Les cellules des espèces examinées doivent, autant que possible, posséder cette particularité de rester longtemps unies entre elles, après une division, par un résidu fusorial. La présence de cet élément sert à délimiter les cellules qui le contiennent vis-à-vis de la cellule géante; puis, elle sert à comprendre la signification des couples de cellules allongées.

Ensuite, cela va sans dire, s'il s'agit d'étudier les rapports entre deux cellules différentes, il faut s'adresser aux espèces dont les membranes cellulaires sont le mieux visibles; de cette façon, il y a des chances, lorsqu'on ne voit pas de membrane, qu'elle n'existe pas en réalité. Zick (11), par exemple, a étudié un matériel très mauvais (*Pieris brassicae*) à cause de la difficulté inouïe de voir les membranes cellulaires; on comprend dès lors que cet auteur ait parlé de cellules sexuelles dont le cytoplasme est en continuité, d'une part, avec celui de la cellule de Verson et, d'autre part, avec les cellules plus petites destinées à fournir les membranes cystiques des colonies.

Mais quand bien même l'espèce examinée jouirait des qualités dont nous venons d'exposer l'utilité, il faut, pour mener à bien cette recherche, suivre l'évolution de la cellule de Verson et des spermatogonies primordiales depuis leur apparition jusqu'à leur disparition ou leur transformation avancée.

A part La Valette Saint-Georges (97) et Tichomirow (98), qui ont étudié quelques jeunes stades, aucun autre auteur ne s'est préoccupé de rechercher l'origine des aspects histologiques qu'il a décrits.

Presque tout le monde s'est borné à examiner des coupes faites dans des testicules adultes. Il en résulte que tous les auteurs qui ont agi de la sorte se sont heurtés à une cause d'erreur presque insurmontable : les granulations périphériques de la cellule de Verson. Comment, en effet, débrouiller les limites cellulaires au milieu de la large zone granuleuse qui entoure la cellule géante dans les derniers stades (fig. 7) et qui cache les extrémités des spermatogonies primordiales piriformes qui sont elles-mêmes complètement remplies de grains mitochondriaux. Surtout si on étudie des préparations colorées à l'hématoxyline ferrique, on ne sait où finissent les granulations de la cellule géante et où commencent celles des spermatogonies piriformes (fig. 7). On comprend que les auteurs aient tous décrit la continuité cytoplasmique. Or, s'ils avaient préparé de jeunes testicules, ils auraient eu sous les yeux des images telles que nos figures 3 et 4, et auraient vu qu'à ces stades les granulations de la cellule géante n'existant pas, les limites des cellules sexuelles étaient très visibles; frappés par ce fait, ils auraient suivi jusqu'à leur maturité les gonies primitives des jeunes capsules et auraient, comme nous, rejeté l'idée de la continuité cytoplasmique entre la cellule géante et les cellules sexuelles. C'est donc surtout en négligeant d'étudier tous les stades évolutifs du contenu testiculaire que les auteurs se sont exposés à commettre les erreurs dont nous avons prouvé l'existence.

III. — LES MEMBRANES CYSTIQUES.

Il nous reste à parler des membranes cystiques enveloppant les colonies de cellules sexuelles et les faisceaux de spermatozoïdes. D'où viennent les cellules qui les composent et quels sont les stades évolutifs par lesquels elles passent?

Au cours des développements consacrés à l'étude des cellules sexuelles, nous avons constaté fréquemment la présence de deux cercles concentriques de spermatogonies primordiales autour de la cellule géante; mais nous avons délaissé le cercle périphérique pour ne parler que de l'interne. Nous allons maintenant nous occuper du cercle externe de spermatogonies primordiales.

Dans la figure 3, ce dernier est encore incomplètement formé; nous y voyons deux grosses cellules à peu près de la taille des spermatogonies primordiales (g. pr.) et quatre plus petites (e). Dans la figure 4, le cercle externe de cellules s'est enrichi d'éléments; tous ceux-ci sont à présent plus petits que les spermatogonies primordiales; leur noyau est même parfois inférieur à la moitié de celui de ces dernières (fig. 4 d). Nous concluons de ces faits que les petites cellules périphériques (fig. 3 c et 4 d) viennent de grosses cellules, également périphériques, et en principe identiques aux spermatogonies primordiales qui constituent le cercle interne de cellules (fig. 3 d).

Dans les stades qui suivront, la différenciation se fera de plus en plus entre une zone externe de petites cellules et une zone interne, accolée à la cellule géante, de spermatogonies primordiales conservant la grosseur initiale. La figure 5 nous montre l'apparition des cellules piriformes, tandis que les petites cellules périphériques restent plus ou moins polyédriques. La multiplication des petits éléments cellulaires marche de pair avec celle des spermatogonies primordiales. Mais tandis que ceux-ci récupèrent, entre deux divisions, la taille maternelle, les petites cellules diminuent de plus en plus de volume jusqu'à ce qu'elles atteignent souvent à peine le quart de la grosseur des spermatogonies primordiales. Exemple : figure 6 f; 7 c. cyst.

Telle est l'origine des petites cellules qui sont mêlées aux cellules sexuelles entourant la cellule de Verson; leur forme est très variée; elles sont écrasées par les spermatogonies primordiales, plus fortes qu'elles, et dont la structure est presque toujours bien nettement piriforme ou arrondie. Ces petites cellules, que nous appellerons *cellules cystiques* parce qu'elles

formeront plus tard les membranes cystiques, se multiplient par caryocinèse. (Ex. : fig. 10, où sont représentées trois mitoses, deux de spermatogonies et une de cellule cystique.) Elles constituent donc un véritable épithélium de revêtement pour la masse des cellules sexuelles (fig. 6).

Quand une *spermatogonie primordiale souche* apparaît et fait hernie de la zone nourricière, elle écrase plus ou moins devant elle la couche des cellules cystiques; celles-ci l'entourent de chaque côté et s'insinuent entre elle et l'amas des spermatogonies primordiales encore en rapport avec la cellule géante. De cette façon, la spermatogonie souche est isolée au milieu d'une petite masse de cellules cystiques, et la couche de ces cellules, un moment interrompue, s'est reformée autour de l'amas des spermatogonies piriformes non encore mûres.

Par le même procédé, toutes les spermatogonies souches (fig. 7 g. pr.) s'isolent successivement au centre d'un petit nombre de cellules et se mettent aussitôt à se diviser en spermatogonies. A l'endroit du follicule qui renferme les colonies, les cellules cystiques constituent donc une masse homogène, offrant la structure d'un réseau dans les mailles duquel se développent les colonies et qui donne, en coupe, l'aspect représenté par la figure 7 m. cyst. La multiplication des spermatogonies et des spermatocytes étant très rapide, les couches intercoloniales de cellules cystiques s'étirent de plus en plus en s'aminçissant. On y voit encore des caryocinèses, mais rarement (fig. 13, deux noyaux en prophase). Au bout d'un certain temps, près du canal déférent, c'est-à-dire à l'endroit où se trouvent les colonies les plus âgées, le phénomène suivant apparaît : les cellules cystiques se groupent, à quelques-unes, de façon à entourer spécialement une colonie; c'est-à-dire que, dans les membranes plus ou moins épaisses qui séparent deux colonies voisines (fig. 12, m. cyst.), il se fait des scissures longitudinales entre les cellules, et les deux colonies s'écartent, entourées chacune d'une enveloppe propre. Celle-ci est constituée de plusieurs cellules aplaties, juxtaposées et quelque peu superposées

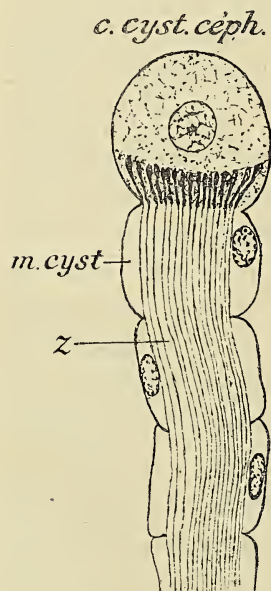
(fig. 13, 14, 15). Les espaces interstitiels sont remplis par un liquide nourricier qui apparaît à ce moment et dont nous avons déjà fait mention. Ce phénomène s'étendra peu à peu à tout le contenu du follicule.

Pendant l'évolution des cellules sexuelles jusqu'à l'apparition des spermatides inclusivement, les membranes cystiques gardent l'aspect dont nous venons de parler. Mais les colonies continuent à augmenter par suite de l'accroissement des spermatocytes de premier ordre et par les deux divisions de maturation. Il en résulte que les membranes cystiques s'amincissent parfois assez fortement et que leur structure devient difficile à déchiffrer. Nos figures 7, 11, 12, 13, 14, 15, d'individus différents, montrent, de façon persuasive, que les enveloppes cystiques sont bien formées par la juxtaposition de cellules cystiques.

Dans la figure 15, on peut compter cinq cellules, dans une portion de la membrane qui entoure une colonie.

Quand les spermatides s'allongent en spermatozoïdes, elles

se placent les unes à côté des autres en un faisceau. La membrane pluri-cellulaire continue à envelopper le faisceau. Devant la tête des spermatozoïdes, une cellule cystique, devenant très grosse, nourrit ces derniers et les soutient pendant leur maturation. C'est un fait que l'examen de nombreuses préparations microscopiques nous autorise à certifier; malheureusement, nous n'avons pu nous procurer d'*Artia caja*, de *Bombyx rubi* et de *Mamestra brassicae* des testicules assez âgés pour y trouver ces stades, et nous n'avons pas voulu produire une figure indécise de faisceaux de spermatozoïdes de *Pieris*. Cependant, nous croyons



utile de reproduire, dans le texte, la figure 43 de Mun-

son (06) (*Papilio rutulus*), afin de donner au lecteur une idée de la structure d'un tel faisceau, cette figure étant la meilleure qui ait été produite jusqu'à présent dans le but de défendre la pluricellularité des enveloppes des groupes d'éléments spermatiques; nous reprendrons l'étude de ce détail ultérieurement, lorsque nous rechercherons le sort des membranes cystiques.

Discussion.

a. — Origine des cellules cystiques.

Tichomirow (98) fait dériver les cellules cystiques du stroma folliculaire primitif chez le *Bombyx mori*. Ce papillon a été étudié au même point de vue par La Valette Saint-Georges (97) et Grünberg (63), et ces deux auteurs font dériver les cellules cystiques de spermatogonies transformées. Ce n'est pas un motif pour dire que Tichomirow s'est trompé. Ce dernier peut avoir raison contre eux et contre tous les autres; cependant, un coup d'œil jeté sur les trois figures (fig. 2), où toutes les spermatogonies sont semblables (fig. 3), où la différenciation en deux cercles, un externe de petits éléments et un interne de gros, est commencée, mais incomplète en *d*, et (fig. 5) où le cercle externe de petites cellules est complètement formé, suffira, nous le croyons, pour convaincre d'une façon définitive que les cellules cystiques dérivent bien de spermatogonies primordiales et n'ont rien à voir, comme le croit Tichomirow, avec les cellules folliculaires.

Munson (06) s'est trompé dans son interprétation de l'origine des cellules cystiques. On sait, par notre exposé bibliographique, quelles sont les opinions de cet auteur à ce sujet. Il faut attribuer son erreur uniquement au fait qu'il n'a eu sous les yeux que des préparations de testicules adultes. Quand la cellule de Verson atteint le terme de ses propriétés fonctionnelles, et quand presque toutes les cellules sexuelles sont mûres pour se diviser en colonies de spermatogonies, les cellules cystiques périphé-

riques en principe s'insinuent entre les cellules sexuelles, de façon à les entourer, et atteignent même la cellule de Verson.

C'est ce que représente très bien notre figure 11. Supposons (cela est très possible) que chez une autre espèce la cellule géante ne dégénère pas si vite après avoir terminé son rôle de différenciation des cellules sexuelles, et on aura sous les yeux des préparations où les cellules cystiques seront mélangées aux cellules sexuelles, voire même parfois juxtaposées à la cellule de Verson. On sera d'autant plus tenté de conclure à l'origine centrifuge des cellules cystiques (en considérant comme centre la cellule géante) que les colonies les plus jeunes, entourées des membranes les plus récentes, sont les plus rapprochées de la cellule de Verson, et qu'il est impossible de déchiffrer les rapports des cellules cystiques ou sexuelles avec la zone granuleuse périphérique épaisse dans laquelle elles sont plus ou moins encastées.

Les cellules cystiques tirent donc bien leur origine des spermatogonies primordiales; tous les auteurs sont de notre avis et nous l'avons suffisamment prouvé. Il est intéressant d'examiner quel peut être le facteur qui provoque leur apparition.

C'est à la cellule de Verson qu'il faut attribuer le rôle de différencier les spermatogonies primordiales toutes semblables, en principe : 1° en cellules sexuelles, souches des colonies, ayant conservé le volume des premières cellules intracapsulaires, et dont les propriétés cytoplasmiques et nucléaires se sont fortement modifiées, et 2° en cellules cystiques devenues beaucoup plus petites que les premières cellules intracapsulaires, mais ayant vraisemblablement conservé, au cours de leur transformation, une substance cytoplasmique et nucléaire peu différente de celles des premières cellules desquelles elles dérivent.

Les cellules cystiques, en effet, n'apparaissent qu'après l'entrée en fonction de la cellule de Verson, et l'on voit que, précisément, ce sont les cellules les plus éloignées de cette dernière qui se divisent en cellules plus petites. On peut dire qu'à un certain moment, dans les follicules, les cellules passent par une

phase de multiplication très rapide. Les spermatogonies primordiales en rapport avec la cellule nourricière peuvent, grâce à celle-ci, récupérer entre deux divisions la taille maternelle, tandis que les spermatogonies primordiales éloignées de la cellule géante, faute de nourriture, ne peuvent, entre deux divisions, atteindre le volume normal. Ajoutons qu'il faut donner au terme nourriture un sens non seulement quantitatif, mais aussi qualitatif; la taille des cellules sexuelles peut être fonction, non seulement de la quantité de nourriture qu'elles reçoivent, mais aussi de la qualité de cette dernière.

b. — Les membranes cystiques.

Deux auteurs seulement, Gilson (88) et Zick (11), ont avancé une théorie de laquelle il ressort que les membranes cystiques sont constituées par une *cellule reste* ayant pu grandir et même diviser son noyau. (Voir exposé bibliographique.)

Notre travail réfute la théorie de Gilson et précisément cet auteur avait comme sujet d'étude *Artia caja*, l'espèce que nous avons le plus examinée. Afin de vérifier les assertions de Zick, nous avons, comme lui, préparé *Pieris brassicae*. Cette espèce constitue un très mauvais matériel pour des recherches de ce genre. Toutefois nous avons pu vérifier sur *Pieris brassicae* (à part le résidu fusorial) toutes les structures que nous avons décrites chez *Artia caja*. Nous nous élevons surtout contre la continuité cytoplasmique momentanée entre les cellules sexuelles et aussi contre les rapports directs entre les spermatogonies piri-formes et la cellule géante. La difficulté de voir les membranes cellulaires a conduit Zick aux erreurs qu'il a commises, et nous avouons sincèrement que, si nous n'avions eu sous les yeux que des préparations de *Pieris*, nous aurions probablement édifié une théorie semblable à celle de cet auteur.

Une fois qu'on admet l'origine spermatogoniale des cellules cystiques et leur séparation vis-à-vis d'elles-mêmes et des cellules sexuelles, on est en même temps obligé de reconnaître

que les membranes cystiques sont pluricellulaires. Nous l'avons suffisamment prouvé et nous reprendrons ce sujet dans la suite, lorsque nous étudierons la maturation des faisceaux de spermatozoïdes et le sort des membranes qui entourent ces derniers.

Conclusions.

1° Les cellules cystiques apparaissent un peu après la cellule de Verson.

2° Ce sont des spermatogonies ne recevant pas de cette dernière la nourriture qu'elle donne aux cellules sexuelles.

3° Elles se divisent par caryocinèse et, faute de nourriture, ne peuvent pas récupérer le volume maternel dans l'espace de temps qui sépare deux divisions.

4° Elles sont toujours séparées les unes des autres et aussi des cellules sexuelles.

5° Quelques-unes d'entre elles entourent les spermatogonies primordiales souches de façon à les envelopper d'une membrane pluricellulaire qui s'étend et s'amincit à mesure que la colonie grandit.

6° Les membranes cystiques continuent à entourer les faisceaux de spermatozoïdes ; une des cellules, placée devant les têtes des éléments spermatiques, devient très grosse et joue, selon toute vraisemblance, un rôle de soutien et de nutrition.

IV. — RAPPORTS QUI EXISTENT ENTRE LES TROIS SORTES DE CELLULES INTRAFOLLICULAIRES.

La cellule de Verson provient d'une spermatogonie primordiale. A la base de tous les phénomènes qui s'accomplissent dans le follicule testiculaire se trouve la fonction de nutrition de la cellule géante.

C'est à cause de cette fonction (comme nous l'avons vu) que les spermatogonies primordiales sont différenciées en cellules sexuelles et cellules cystiques. La cellule géante nourrit les cel-

lules sexuelles par diffusion à travers les membranes de celles-ci des liquides qu'elle a élaborés, et jamais par passage direct de granulations périphériques dans ces cellules. Il n'y a pas continuité cytoplasmique.

La cellule de Verson ne nourrit que les spermatogonies primordiales, car elle disparaît dès que toutes celles-ci sont devenues capables de se diviser en une colonie de spermatogonies. Ses restes enrichissent quelque peu le liquide interstitiel des colonies, mais le bon développement de celles-ci ne doit pas être attribué à la cellule géante; il est assuré par la présence du liquide interstitiel, vraisemblablement dû à la sécrétion continue de l'enveloppe pigmentée interne du testicule. La cellule de Verson est donc nutritive; les rapports de nutrition provoquent la naissance des cellules sexuelles et leur absence détermine l'apparition des cellules cystiques.

A côté de ces fonctions, la cellule géante en a une autre; elle sert de soutien, car elle assure, à l'intérieur du testicule, la bonne répartition et le calage des éléments cellulaires et des colonies.

Quels sont à présent les rapports des cellules cystiques avec les cellules sexuelles? Par leur réunion, les cellules cystiques forment des enveloppes autour des colonies. Ces enveloppes ont pour but de séparer les groupes de cellules sexuelles se trouvant à un stade de développement synchronique; on voit, en effet, que dans une colonie (fig. 7, col. c. 1) le même phénomène (accroissement, division, etc.) se passe en même temps dans toutes les cellules. Elles sont donc protectrices et servent de soutien pour les cellules des colonies. On peut aussi les considérer comme nourricières; probablement, elles constituent un filtre transformateur du liquide interstitiel destiné à alimenter les cellules qu'elles contiennent.

La grosse cellule céphalique des faisceaux de spermatozoïdes décrite par tant d'auteurs et signalée également par nous, sans toutefois la dessiner, joue certainement à la fois un rôle de nutrition et de soutien.

Probablement, comme le dit Munson (06), les membranes cystiques sont destinées à se vider de leur contenu, lorsque les spermatozoïdes sont entièrement mûrs; elles dégénèrent alors et leurs restes dissous se mêlent au liquide folliculaire. C'est une question à élucider.

On voit donc que les trois cellules différentes contenues dans le testicule ont la même origine : une *spermatogonie primordiale*. Vraisemblablement aussi, *spermatogonies primordiales* et *cellules des enveloppes testiculaires* viennent-elles d'une même ébauche cellulaire, car, d'après Vaney et Comte (11), qui ont comparé la formation des organes sexuels chez *Bombyx mori* à ce qui se passe chez *Chyromus*, *Chrysomelis* et les *Orthoptères*, les deux testicules ou les ovaires tireraient leur origine de deux grosses cellules qui apparaissent à un stade où le blastoderme, complètement différencié, présente une bandelette germinative déjà bien formée.

Tel est le résultat de nos recherches. Nos figures prouvent clairement, telle que nous l'avons établie, l'*origine unique des différentes cellules intrafolliculaires des testicules des Lépidoptères* que nous avons étudiés.

Toutefois, du fait que l'enveloppe du testicule et son contenu proviennent tous deux de la différenciation d'un même ébauche cellulaire (Vaney et Comte [11]), il semble résulter que la nature de l'origine des cellules de Verson et cystiques est de peu d'importance. En effet, si les cellules de Verson et cystiques apparaissent très tôt, au moment de la différenciation de l'ébauche génitale en membrane et contenu, il peut se faire qu'on soit dans l'impossibilité de dire si les cellules en question sont *folliculaires* ou *sexuelles* d'origine. La nature donc de l'origine de ces cellules dépendrait uniquement du moment de leur apparition.

Contre la possibilité d'une origine folliculaire des cellules cystiques, disons qu'un seul auteur, Tichomirow, a défendu cette théorie. Or, La Valette Saint-Georges et Grünberg le

contredisent, tout en nous confirmant, après étude de l'espèce étudiée par lui, *Bombyx mori*.

Quant à la cellule de Verson, trois auteurs seulement, comme nous l'avons vu, lui ont attribué une origine folliculaire. Ce sont Erlanger, Toyama et Tichomirow, qui ont étudié le *Bombyx mori*, et que Verson, Cholodkowsky, La Valette Saint-Georges et Grünberg ont contredits pour nous confirmer après examen de cette même espèce.

Nous espérons donc pouvoir, dans la suite, étendre à tous les Lépidoptères les conclusions que nous avons tirées de l'étude d'*Artia caja*, *Bombyx rubi* et *Mamestra brassicae*, et que nous allons résumer avant de terminer ce travail.

Conclusions.

Les deux jeunes capsules testiculaires renferment, en principe, des spermatogonies primordiales toutes semblables et séparées par une membrane. Pas de syncytium.

La cellule de Verson.

1. Au moment de la division de la capsule en quatre follicules, au fond de chacun de ceux-ci une cellule de Verson apparaît.

2. Cet élément n'est donc pas une cellule mère des cellules sexuelles.

3. Il ne tire pas son origine d'une cellule de l'enveloppe testiculaire.

4. C'est une spermatogonie primordiale qui se modifie synchroniquement dans les quatre chambres des deux capsules testiculaires d'une même chenille, sous l'influence de facteurs encore inconnus.

5. La cellule de Verson s'allonge et se pédunculise de façon à s'isoler au centre de l'amas des spermatogonies primordiales, tout en restant pendant un temps relativement long fixée par son pédoncule à l'enveloppe du testicule.

6. A part sa structure pédonculée temporaire, la cellule géante possède des limites très variables; elle adopte la forme de l'espace dans lequel elle peut se loger.

7. Elle est toujours séparée par des membranes des cellules sexuelles vivantes qui l'environnent. Mais, dans les derniers stades, des cellules sexuelles ou des colonies de celles-ci, en voie de dégénérescence, sont englobées et assimilées par son cytoplasme. Ce phénomène rend alors ses limites très difficiles à établir.

8. Le noyau de la cellule géante ne se divise pas par caryocinèse.

9. Il peut présenter très souvent des replis transversaux, accidentels, sans aucune importance.

10. Exceptionnellement, il offre des aspects véritables d'amitose, mais si la division commencée s'achève réellement (ce qui est très peu probable), les deux noyaux fils formés restent dans la cellule de Verson et l'un d'eux ne donne pas naissance soit à une spermatogonie primordiale, soit à une cellule cystique.

11. La cellule de Verson pédonculée ne possède pas, ou très rarement, de granulations périphériques cytoplasmiques; elle puise vraisemblablement la nourriture nécessaire aux spermatogonies primordiales dans la membrane testiculaire pigmentée interne.

12. Après rétraction de son pédoncule, la cellule géante se procure la substance nutritive par désintégration et dissolution de cellules ou de colonies de celles-ci, sacrifiées au salut de leurs sœurs.

13. C'est alors qu'apparaissent les granulations cytoplasmiques périphériques de la cellule géante. Celles-ci étant d'origine cellulaire sont donc de nature chromatique, cytoplasmique et mitochondriale.

14. Elles sont destinées à se dissoudre et elles ne passent jamais directement dans les cellules sexuelles, qui sont toujours fermées, de toutes parts, par une membrane.

15. La cellule géante finit par disparaître en se désagrégeant et ses restes se mêlent au liquide intrafolliculaire.

Les cellules sexuelles.

1. Dans les premiers stades, les spermatogonies primordiales, bien séparées les unes des autres et de la cellule de Verson, sont peu nombreuses et polyédriques.

2. Elles se multiplient rapidement, s'écrasent mutuellement en s'allongeant et devenant piriformes, et constituent une couche plus ou moins régulière renfermant la cellule géante.

3. Il n'y a pas d'abouchage plasmodial des cellules sexuelles avec la cellule de Verson.

4. La nutrition se fait par diffusion de liquide à travers les membranes.

5. Le corpuscule noir terminant la pointe des spermatogonies piriformes ne joue aucun rôle : c'est un résidu fusorial destiné à disparaître.

6. La structure piriforme n'est pas due à une action de la cellule géante, elle est naturelle, produite par l'écrasement mutuel des cellules, favorable à l'utilisation complète de l'espace restreint réservé à ces dernières, et d'autant plus avantageuse pour elles qu'elle permet à la cellule de Verson de les nourrir plus longtemps.

7. Après maturation, chaque « spermatogonie primordiale souche » se divisera en un certain nombre de spermatogonies qui donneront naissance aux spermatozoïdes.

Les membranes cystiques.

1. Les cellules cystiques apparaissent un peu après la cellule de Verson.

2. Ce sont des spermatogonies ne recevant pas de cette dernière la nourriture qu'elle donne aux cellules sexuelles.

3. Elles se divisent par caryocinèse et, faute de nourriture, ne peuvent récupérer le volume maternel dans l'espace de temps qui sépare deux divisions.

4. Elles sont toujours séparées les unes des autres et aussi des cellules sexuelles par une membrane.

5. Quelques-unes d'entre elles entourent les « spermatogonies primordiales souches » de façon à les envelopper d'une membrane pluricellulaire qui s'étend en s'amincissant à mesure que la colonie grandit.

6. Les membranes cystiques continuent à entourer les faisceaux de spermatozoïdes ; une des cellules, placée devant la tête des éléments spermatiques, devient très grosse et joue, selon toute vraisemblance, un rôle de soutien et de nutrition.

Les rapports qui existent entre les trois sortes de cellules intrafolliculaires.

1. Ces trois sortes de cellules tirent leur origine des spermatogonies primordiales contenues dans les jeunes capsules.

2. La présence ou l'absence de rapports nutritifs avec la cellule géante différencie les spermatogonies primordiales en spermatogonies primordiales souches de colonies sexuelles et en cellules cystiques.

3. En plus de son rôle de nutrition, la cellule de Verson assure la bonne répartition des cellules et des colonies à l'intérieur des follicules.

4. Les membranes cystiques séparent les groupes cellulaires se trouvant à un certain stade de développement. Elles constituent probablement un filtre transformateur du liquide intrafolliculaire destiné à alimenter les cellules qu'elles contiennent.

En terminant notre travail, nous présentons l'expression de notre vive reconnaissance à M. Lameere, professeur de zoologie au doctorat à l'Université libre de Bruxelles, et au laboratoire duquel nous avons fait cette étude, pour la sollicitude remarquable qu'il a toujours montrée envers nous, afin que toute facilité nous fût donnée de mener à bien nos recherches.

Nous exprimons également nos remerciements les plus sincères à M. Francotte, professeur d'embryologie au même

doctorat, au laboratoire duquel nous avons aussi travaillé. C'est grâce aux conseils précieux et toujours bienveillants que M. Francotte a eu la bonté de nous donner que nous avons été vite initiés aux manipulations histologiques dont la connaissance nous était indispensable.

ABRÉVIATIONS.

C. cyst.	=	cellule cystique.
C. cyst. céph.	=	cellule cystique céphalique.
C. d.	=	canal déférent.
C. V.	=	cellule de Verson.
Col. g.	=	colonie de spermatogonies.
Col. c. 1.	=	colonie de spermatocytes de premier ordre.
C. 1.	=	spermatocyte de premier ordre.
Col. c. 2.	=	colonie de spermatocytes de deuxième ordre.
C. 2.	=	spermatocyte de deuxième ordre.
F. z.	=	faisceau de spermatozoïdes.
G.	=	spermatogonie.
G. pr.	=	spermatogonie primordiale.
G. pr. pyr.	=	— — — piriforme.
G. pr. s.	=	— — — souche.
G. pr. dég.	=	— — — dégénérée.
J. f. z.	=	jeune faisceau de spermatozoïdes.
Liq.	=	liquide interstitiel.
M. cyst.	=	membrane cystique.
M. e.	=	— — — externe.
M. i.	=	— — — interne.
Mitoc.	=	mitochondries.
Mit.	=	mitose.
R. f.	=	résidu fusorial.
Tr.	=	trachées.
V. cr.	=	vésicule creuse.
Z.	=	spermatozoïde.

EXPLICATION DES FIGURES.

Artia caja.

- FIG. 1. — Coupe à travers un testicule d'une chenille extraite de l'œuf; pas de cellule de Verson. Grossissement : 750 diamètres; Liquide de Flemming et hématoxyline ferrique.
- FIG. 2. — Testicule d'une chenille au stade de la mue n° 1; apparition de la cellule de Verson. Gross. : 750 diamètres; Flem. et hémat. fer.
- FIG. 3. — Testicule d'une chenille au stade de la mue n° 2 montrant les deux cercles de cellules (sexuelles et cystiques) et l'absence de continuité cytoplasmique. Gross. : 750 diamètres; Flem. et hémat. fer.
- FIG. 4. — Testicule d'une chenille fixée entre le moment de la deuxième mue et celui de la troisième, montrant la façon dont se séparent les spermatogonies primordiales. Gross. : 750 diamètres; Benda.
- FIG. 5. — Testicule au stade de la troisième mue montrant : les deux cercles bien définis de cellules, les couples de cellules sexuelles et les granulations périphériques de la cellule de Verson constituées par des cellules sexuelles. Gross. : 750 diamètres; Flem. et hémat. fer.
- FIG. 6. — Testicule au stade de la quatrième mue montrant : les deux cercles de cellules, l'apparition d'une colonie de spermatogonies, la pédonculation de la cellule de Verson et la terminaison noire des spermatogonies primordiales. Gross. : 750 diamètres; sublimé et hémat. fer.
- FIG. 7. — Testicule après la quatrième mue : granulations périphériques de la cellule géante constituées par des cellules dégénérées; le pédoncule est rétracté; membranes cystiques pluricellulaires. Gross. : 530 diamètres; Benda.
- FIG. 8. — Façon dont se divisent les cellules sexuelles. Gross. : 1500 diamètres.
- FIG. 9. — Membrane testiculaire dont une cellule se divise par caryocinèse. Gross. : 1500 diamètres; Flem. et hémat. fer.

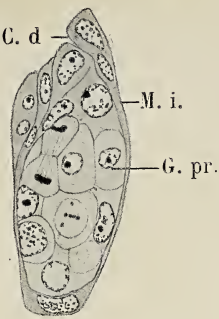


FIG. 1.

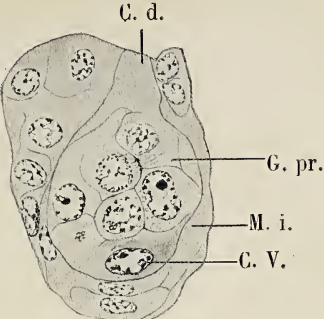


FIG. 2.

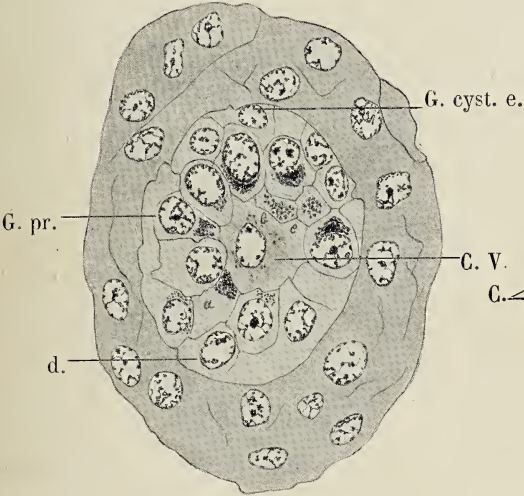


FIG. 3.

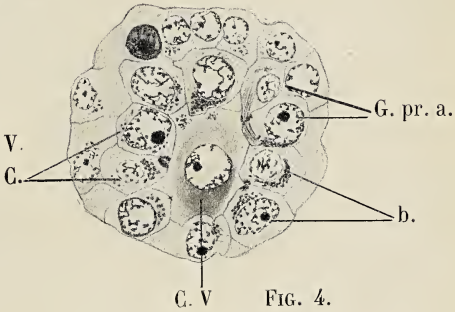


FIG. 4.



FIG. 5.

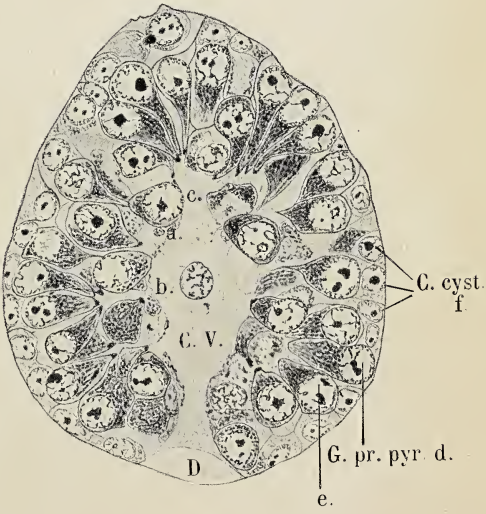


FIG. 6.

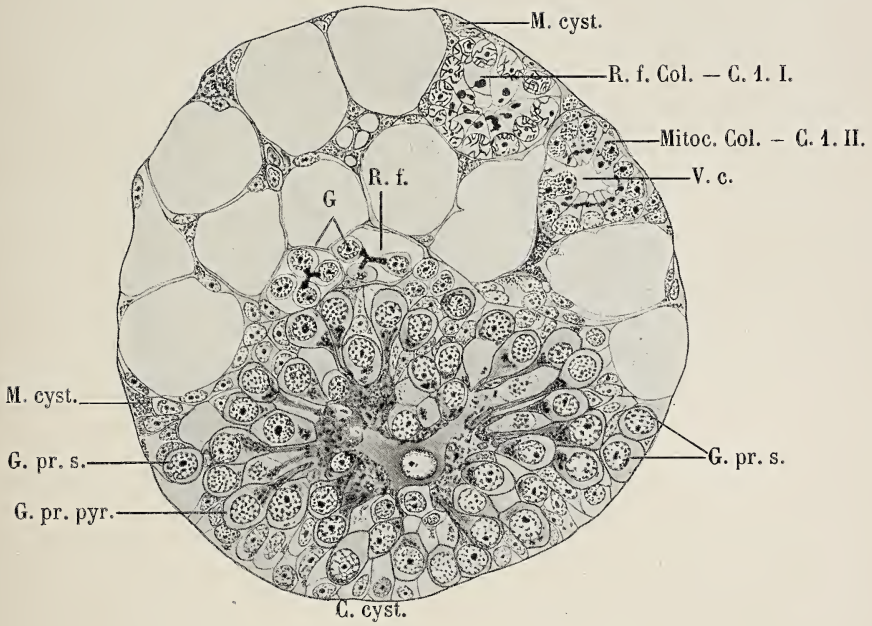


FIG. 7.



FIG. 8.

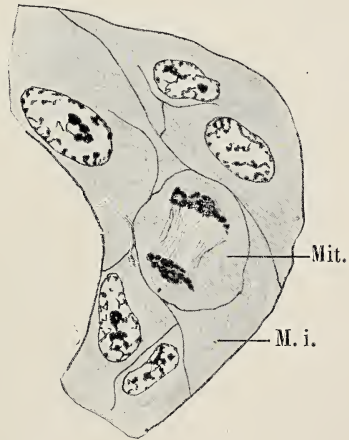


FIG. 9.

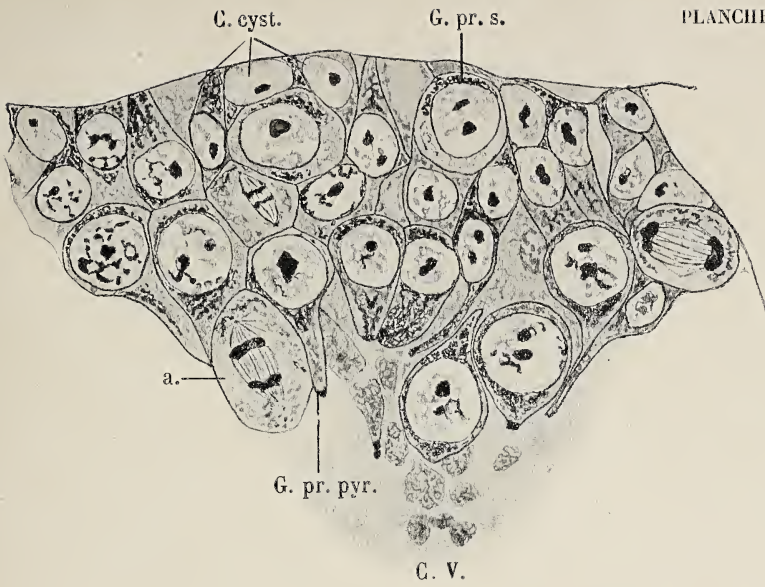


FIG 10:

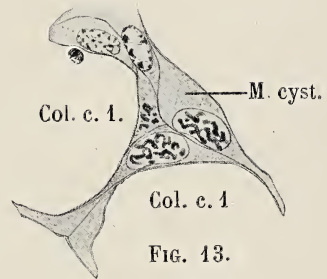


FIG. 13.

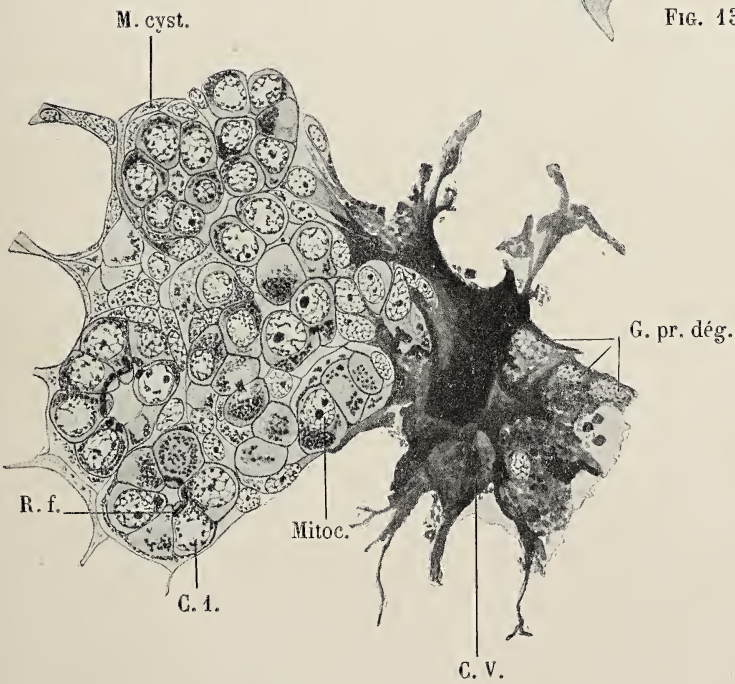


FIG. 11.

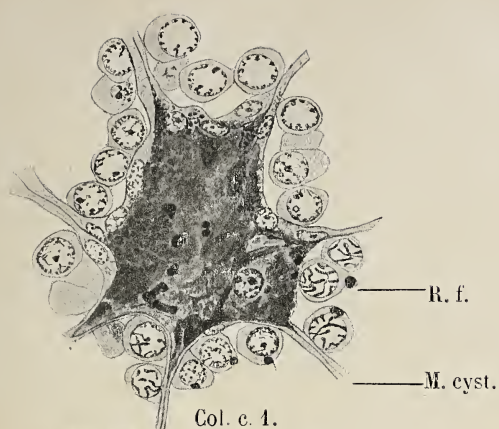


FIG. 12

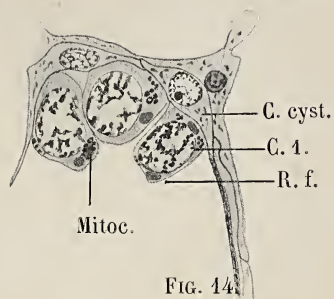


FIG. 14

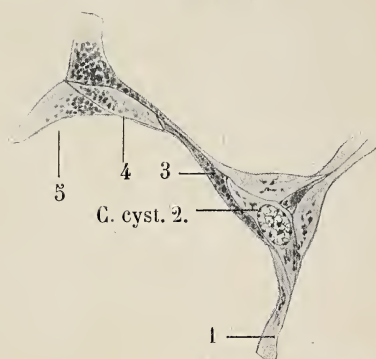


FIG. 15



FIG. 16

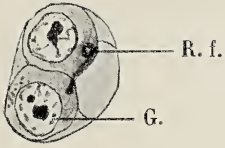


FIG. 17.

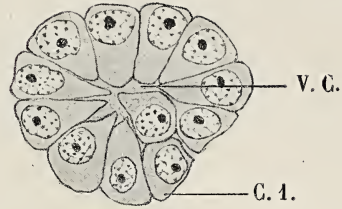


FIG. 18.

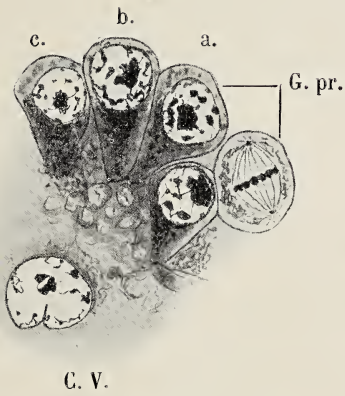


FIG. 19.

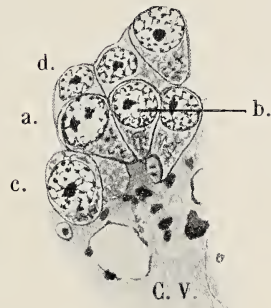


FIG. 21.



FIG. 20.

Mamestra brassicae.

FIG. 10. — Fermeture des cellules sexuelles vis-à-vis de la cellule géante par un résidu fusorial; séparation des cellules cystiques et leur division par caryocinèse. Gross. : 1500 diamètres; Flem. et hémat. fer.

Bombyx rubi.

FIG. 11. — Cellule de Verson en voie de dégénérescence. Gross. : 706 diamètres; Benda et hémat. fer.

FIG. 12. — Deux colonies de spermatocytes de premier ordre dégénérés. Gross. : 660 diamètres; Benda et hémat. fer.

FIG. 13. — Membranes cystiques pluricellulaires renfermant des noyaux en prophases de caryocinèse. Gross. : 1000 diamètres; Benda et hémat. fer.

FIG. 14 et 15. — Membranes cystiques pluricellulaires. Gross. : 1000 diamètres; Benda.

Pieris napi.

FIG. 16. — Coupe à travers un testicule pris dans une chrysalide montrant le contenu des follicules. Gross. : 260 diamètres; Flem. et triple coloration.

FIG. 17. — Spermatogonies en division montrant le résidu fusorial. Gross. : 1500 diamètres.

FIG. 18. — Colonie de spermatogonies; absence de résidu fusorial; forme conique des cellules. Gross. : 1500 diamètres; Flem. et hémat. fer.

FIG. 19. — Absence de continuité cytoplasmique visible pour les cellules *a* et *b* et non visible pour la cellule *c*; noyau présentant une apparence de division directe. Gross. : 1500 diamètres; sublimé-bichromate et hémat. fer.

Pieris brassicae.

FIG. 20. — Noyaux en division directe. Gross. : 1500 diamètres; subl. et hémat. fer.

FIG. 21. — Figure destinée à réfuter la théorie de Zick (11). Gross. : 1500 diamètres; sublimé et hémat. fer.

OUVRAGES A LIRE.

67. BESSELS, Studien über die Entw. der Sexualdrüsen bei Lepidopt. (*Zeitschr. für wiss. Zool.*, Bd XVII.)
94. CHOŁODKOWSKY, Zur Frage über die Anfangstadien der Spermatogenese bei den Insekten. (*Zoologischer Anzeiger*, XII, pp. 302-304.)
96. ERLANGER, Spermatogenetische Fragen. I. Die Verson'sche Zelle. (*Zool. Centralbl.*, III, 82-83.)
84. GILSON, Étude comparée de la spermatogenèse chez les Arthropodes. (*La Cellule*, I.)
88. — Étude comparée de la spermatogenèse chez les Arthropodes. (*La Cellule*, IV.)
02. GRÜNBERG, Untersuchungen über die Keim- und Nährzellen in den Hoden und Ovarien der Lepidopteren. (Verlaufige Mitteilung.) (*Zool. Anz.*, Bd XXVI, pp. 131-142, 4 fig.)
03. — Untersuchungen über die Keim- und Nährzellen in den Hoden und Ovarien der Lepidopteren. (*Zeitschr. für wiss. Zool.*, Bd LXXIV.)
66. LANDOIS, *Archiv für mikr. Anat.*
74. LA VALETTE SAINT-GEORGES, *Archiv für mikr. Anat.*
87. — Spermatologische Beiträge. Fünfte Mitteilung über die Bildung der Spermatocyten bei den Lepidopteren. (*Archiv für mikr. Anat.*, XXX, pp. 426-434, pl. XXV.)
97. — Zur Samen- und Eibildung beim Seidenspinner (*B. mori*). (*Arch. für mikr. Anat.*, L, 751-766, pl. XXXVIII-XL.)
47. MEYER, Vergleichende Anatomie der Insekten, 1847, p. 108.
06. MUNSON, Spermatogenesis on Butterfly (*Papilio rutulus*). (*Boston Mass. Proc. Soc. Nat. Hist.*, 33, pp. 73-124, 6 pl.)
86. SPICHARDT, Beitrag zu der Entwicklung der männlichen Genitalien und ihrer Ausführgänge bei Lepidopteren. (*Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande Westfalens und des Reg. -Bezirks Osnabrück.*)

98. TICHOMIROW, Zur Anatomie des Insectenhodens. (*Zool. Anz.*, XXI, pp. 623-630, 5 fig.)
94. TOYAMA, On the Spermatogenesis of the Silk-Worm. (*Zool. Anz.*, n° 438.)
02. — Contribution to the Study of Silk Worm. 1) On the Embryology of the Silk-Worm. (*Bull. Agric. Tokyo Univ.*, vol. 5, pp. 73-118, fig. 7-11.)
11. VANEY, C., et COMTE, A., L'apparition des initiales génitales chez le *Bombyx mori*. (*C. r. Soc. biol. Paris*, t. LXXI, pp. 712-713, 3 fig.)
89. VERNON, Zur Spermatogenesis. (Summary in *Journ. Roy. micr. Soc.*, 1889, p. 364.)
97. — *Zeitschr. für wiss. Zool.*, vol. 58, pp. 300-313.
00. — Sur la fonction de la cellule géante dans les follicules testiculaires des Insectes. (*Arch. ital. de biol. Revues, résumés, reproduction de travaux scientifiques italiens*, XXXII, pp. 326-334.)
36. VON SIEBOLD, *Muller's Archiv*, 1836, p. 30.
11. ZICK, Beiträge zur Kenntnis des postembryonalen Entwicklungsgeschichte der Genitalorgane bei Lepidopteren. (*Zeitschr. für wiss. Zool.*, 98. Bd, pp. 430-477, 24 fig., t. XXI-XXII.)
-

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — Recherches expérimentales
sur la physiologie cardiaque d'« *Octopus vulgaris* »,

par HENRI FREDERICQ.

La physiologie cardiaque des Céphalopodes a jusqu'à ce jour suscité des recherches relativement nombreuses. Je m'abstien-drai de refaire un historique de la question; on trouvera en effet tous les renseignements désirables à ce sujet dans la bonne monographie de Victor Bauer : *Einführung in die Physiologie der Cephalopoden* ⁽¹⁾.

Je me bornerai à exposer ici les résultats de quelques expé-riences que j'ai exécutées, pendant les mois de juillet et d'août 1913, à la Station biologique de Roscoff, sur le fonctionnement de l'appareil cardiaque d'*Octopus vulgaris*.

Je saisis avec plaisir l'occasion qui m'est offerte d'exprimer ma reconnaissance à M. le Prof^r Yves Delage, membre de l'Institut, directeur de la Station biologique de Roscoff, pour la libérale hospitalité que j'ai reçue dans son laboratoire. Mes remerciements vont aussi à M. Fred Vlès, préparateur à la Station, dont l'inlassable complaisance a grandement facilité mon travail.

*
* * *

Division de ce travail.

J'envisagerai successivement les points suivants :

1° Conditions physiques qui modifient le fonctionnement du ventricule isolé du Poulpe, alimenté par une circulation artifi-cielle : rôle de la pression, de la température (loi de Van 't Hoff) et de la vitesse de l'écoulement;

2° Conditions chimiques de son fonctionnement; modifica-tions de la composition du liquide nutritif;

(1) *Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel*, 1909, XIX, 151-268.

3° Propriétés physiologiques du muscle ventriculaire isolé, sans circulation artificielle : inanition, addition latente, loi du « Tout ou Rien », propriété du myocarde de se laisser téta-
niser, etc ;

4° Fonctionnement des valvules du ventricule du Poulpe ;

5° Physiologie du cœur du Poulpe *in situ* : fonctionnement du nerf viscéral ; coordination des contractions dans les différentes parties de l'appareil cardiaque.

§ 1. — PHYSIOLOGIE DU VENTRICULE CARDIAQUE ISOLÉ DU POULPE,
ALIMENTÉ PAR UNE CIRCULATION ARTIFICIELLE.

Le cœur de Poulpe, comme on le sait, est un complexe de cavités et de conduits assez nombreux :

Il comprend comme appareils pulsatiles deux veines rénales auxquelles succèdent deux cœurs branchiaux qui expulsent leur contenu dans les branchies, d'où le sang est poussé jusque dans le ventricule unique et médian par les contractions des deux oreillettes (fig. 1).

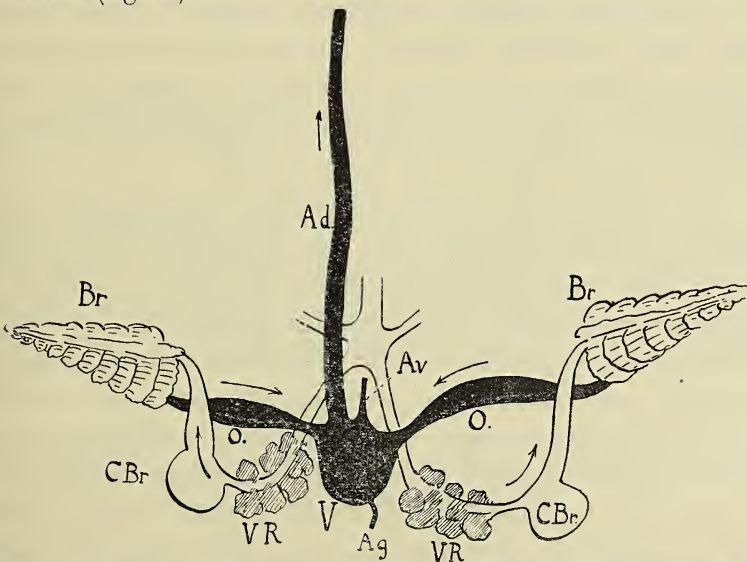


FIG. 1. — Cœur et gros vaisseaux d'un Céphalopode (vue dorsale). Ad = aorte dorsale ; Av = aorte ventrale ; Ag = artère génitale ; V = ventricule ; VR = veines rénales et leurs appendices ; CBr = cœurs branchiaux ; Br = branchies ; O = oreillettes. (D'après Bauer.)

A. — *Technique.*

L'isolement et l'extirpation du ventricule sont réalisés de la façon suivante :

L'animal est d'abord « décapité », c'est-à-dire que son corps est sectionné en travers au niveau de l'étranglement situé en arrière des yeux ; de cette façon, la couronne des bras est séparée du corps.

Le corps de l'animal étant couché sur la face dorsale, on fend le sac palléal sur sa face ventrale, on incise les parois des cellules péritonéales, on refoule les appendices rénaux, de manière à mettre à découvert le ventricule, les oreillettes et les autres parties centrales de l'appareil circulatoire (veines rénales, cœurs branchiaux, oreillettes, ventricule). Une canule de verre est introduite dans une des oreillettes, tandis que l'autre oreillette et les vaisseaux efférents du ventricule, l'aorte dorsale exceptée, sont ligaturés. Le ventricule est alors séparé du corps de l'animal par quelques coups de ciseaux. La canule de verre fixée dans l'oreillette servira à amener dans la cavité ventriculaire les liquides nutritifs dont on étudiera l'action. Ces liquides, après avoir irrigué le ventricule, s'écouleront au dehors par l'aorte dont la lumière est restée perméable.

Une variante de l'expérience consiste à remplacer la canule simple en verre par une canule à double courant de Kronecker, et à ligaturer l'aorte dorsale comme les autres vaisseaux. Ces dernières conditions expérimentales permettent d'évaluer avec une approximation plus grande la pression vraie qui règne dans la cavité ventriculaire. La valeur de cette pression, variable au gré de l'expérimentateur, est donnée par la colonne de liquide qui fait suite au conduit de sortie de la canule à double courant.

Les deux liquides nutritifs dont on veut comparer l'action sur le ventricule sont contenus dans deux récipients formant flacons de Mariotte (fig. 2). Ils s'écoulent par des tubulures

partant de la partie inférieure de ces récipients et se réunissant en Y.

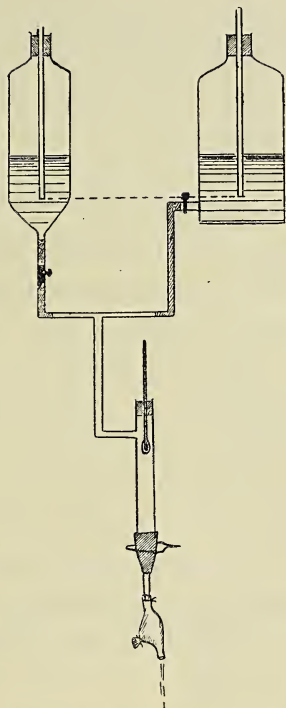


FIG. 2. — Schéma du dispositif expérimental pour l'étude physiologique du ventricule isolé de Poulpe, alimenté par une circulation artificielle.

Des robinets placés sur les branches de l'Y permettent de régler l'arrivée alternative de l'une ou de l'autre solution. Un thermomètre placé dans la branche impaire de l'Y permet d'observer la température du liquide au moment où il atteint le cœur.

B. — *Conditions physiques qui modifient le fonctionnement du ventricule isolé du Poulpe.*

Dans cette série d'expériences, j'ai utilisé exclusivement l'eau de mer naturelle de Roscoff comme solution destinée à entretenir les contractions d'un ventricule isolé de Poulpe.

Un ventricule isolé alimenté au moyen d'eau de mer à la température ordinaire (17° à 18° C.) se contracte rythmiquement pendant un temps très long. En général, après sept à huit heures de circulation artificielle sous une pression continue, on peut encore observer des contractions rythmées très énergiques.

a. — Rôle de la pression.

La pression qui règne à l'intérieur du ventricule isolé constitue l'excitant naturel des contractions rythmées. En effet, tandis qu'un ventricule vide ne se contracte pas, s'il n'est excité mécaniquement ou par des chocs d'induction, les contractions rythmées font leur apparition dès que, par la canule auriculaire, on introduit dans la cavité du ventricule de l'eau de mer sous une pression continue. Les contractions cessent dès qu'on arrête l'arrivée de l'eau de mer. Si, au lieu d'utiliser une pression continue, on réalise une arrivée intermittente de l'eau de mer en pinçant et en relâchant alternativement le tube de caoutchouc par lequel le liquide est introduit, on constate que le ventricule répond par une contraction à chaque nouveau « flot » que l'on admet dans sa cavité.

La simple distension des parois du ventricule suffit à déterminer l'apparition de contractions rythmées. On peut, sans circulation artificielle, insuffler directement de l'air dans la cavité ventriculaire par la canule fixée dans le tube auriculaire : une insufflation intermittente produira le même effet qu'une arrivée intermittente d'eau de mer.

Bien plus, il suffira d'exercer sur les parois ventriculaires une certaine traction mécanique (telle qu'elle est réalisée par certains procédés d'enregistrement : méthode de la suspension et autres) pour voir se produire des contractions rythmées. C'est dans des circonstances de ce genre qu'il faut sans doute chercher l'explication des contractions spontanées de ventricules isolés et vides, signalées par Ransom et Carlson.

J'ai cherché à déterminer quelle est la pression minimale

indispensable pour provoquer l'apparition des contractions rythmées. Pour cela, j'ai utilisé le dispositif suivant (fig. 3) : Un ventricule de Poulpe est préparé comme il a été dit plus haut. Une canule simple (*c*) en verre est introduite par une oreillette jusque dans le ventricule *V* ; à cette canule fait suite, par l'intermédiaire d'un tube de caoutchouc, un tube de verre jouant le rôle de manomètre (*tm*) et contenant de l'eau de mer. La canule auriculaire est à la cote 0.

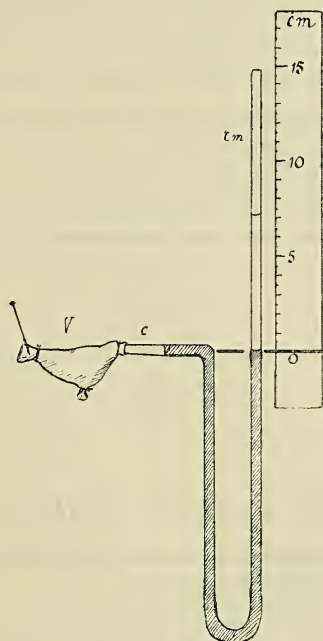


FIG. 3. — Schéma du dispositif expérimental pour la détermination de la pression minimale indispensable pour provoquer des contractions dans le ventricule isolé du Poulpe.

Il suffit d'élever le niveau de l'eau de mer à une hauteur très faible au-dessus du 0 pour noter l'apparition de contractions rythmées ; cette hauteur a été de 3 centimètres, 1^{cm}75 et 2 centimètres, lors de la diastole, dans trois expériences différentes, les contractions s'arrêtant dès que la pression manométrique descendait en dessous de ces valeurs.

b. — Influence de la pression sur l'amplitude des contractions.

Cette influence est nulle. Le dispositif employé dans l'expérience précédente permet de s'en rendre compte. Si on fait varier dans des limites étendues la pression régnant dans la cavité ventriculaire, on constate que l'amplitude des contractions (ou leur énergie) n'a pas varié, c'est-à-dire que la différence entre la pression systolique et la pression diastolique est restée à peu près constante. Voici les chiffres de deux expériences exécutées de cette façon sur des ventricules différents :

Expérience n° XLV, du 18 août 1913.

Hauteur de la colonne d'eau au-dessus du 0		Amplitude des contractions.
lors de la diastole.	lors de la systole.	
Centimètres.	Centimètres	
3,5	4,25	0,75
9,0	9,75	0,75
46,25	47,0	0,75
3,0	3,75	0,75
1,75	2,5	0,75

Expérience n° XLVI, du 18 août 1913.

Hauteur de la colonne d'eau au-dessus du 0		Amplitude des contractions.
lors de la diastole.	lors de la systole	
Centimètres.	Centimètres.	
2,0	3,25	1,25
49,0	50,5	1,5
34,0	35,25	1,25
14,0	16,0	2,0
9,0	11,0	2,0
2,5	4,0	2,0
23,0	24,5	1,5
45,5	47,0	1,5
2,0	3,5	1,5

Si dans cette deuxième expérience on n'observe pas une constance absolue de la valeur de l'amplitude comme dans la première, on constate cependant que les légères variations de cette valeur ne sont pas en relation avec les variations de pression inscrites dans les deux premières colonnes.

Ces résultats ne sont pas conformes à des observations anciennes de Ransom.

c. — Influence de la pression sur la fréquence des contractions.

On connaît, depuis les recherches de Ransom, l'influence exercée par la pression sur le nombre des contractions du cœur *in situ* : la chute de pression déterminée par la section des bras ou l'ouverture de la veine cave ou de l'aorte entraîne un ralentissement du pouls, qui atteindrait principalement le ventricule. Ce ralentissement pourrait être provoqué par la mise en action de divers mécanismes, par exemple par une inhibition s'exerçant par l'intermédiaire du nerf viscéral, ou encore par une action directe sur le ventricule lui-même. Rien de plus simple, pour décider laquelle de ces deux hypothèses se rapproche le plus de la réalité des faits, que de s'adresser au ventricule isolé. C'est ce que j'ai fait. Le dispositif expérimental que j'ai utilisé dans cette série d'expériences a été décrit au littéra A (Technique) : flacon de Mariotte susceptible d'être placé à une hauteur plus ou moins considérable au-dessus du ventricule et contenant de l'eau de mer à la température ordinaire, canule simple dans une des oreillettes, ligature de tous les vaisseaux afférents et efférents du ventricule, à l'exclusion de l'aorte dorsale qui livre passage au liquide qui a rempli le ventricule.

Le diagramme de la figure 4, construit au moyen des chiffres fournis par l'expérience n° VIII du 16 juillet 1913, montre d'une façon très claire que le ventricule se contracte avec une assez grande fréquence sous une pression de 85 centimètres ⁽¹⁾ (59,

(1) Le cœur de Poulpe *in situ* se contracte en général 35 fois par minute (Léon Fredericq, Ransom, Bottazzi et Enriquez, confirmés par mes observations personnelles). D'après Carlson, la fréquence serait moins grande.

58, 58, 56, 56, 53, 53 contractions à la minute), moins fréquemment sous une pression de 45 centimètres (52, 53, 52, 51, 50, 49 contractions à la minute).

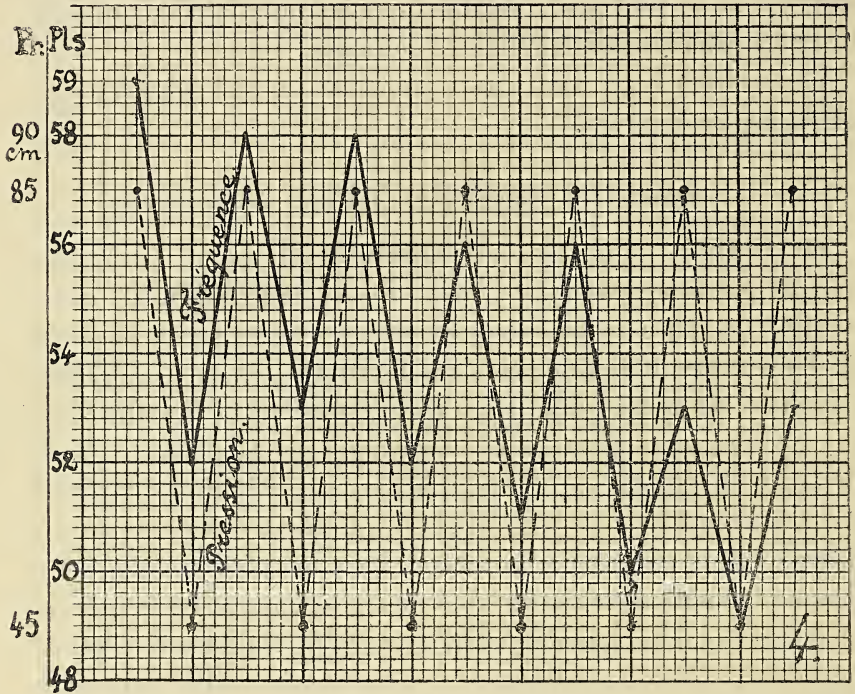


FIG. 4. — Expérience n° VIII, du 16 juillet 1913. Relations qui existent entre le rythme du ventricule isolé et la pression. Pr = hauteur en centimètres de la colonne d'eau qui pèse sur le ventricule. Pls = fréquence des pulsations par minute.

D'autre part, la *vitesse de l'écoulement* ne semble jouer aucun rôle en ce qui concerne la fréquence des contractions. Cette vitesse peut être mesurée d'une façon empirique par le nombre de bulles d'air qui s'échappent à l'extrémité inférieure du tube (ouvert à l'air libre par son extrémité supérieure) qui plonge dans le flacon de Mariotte. Le nombre de ces bulles d'air, la pression exercée sur le ventricule restant constante, peut varier dans des limites très larges sans que la fréquence des contractions en soit influencée, ainsi que le montrent les chiffres suivants fournis par l'expérience n° IX, du 16 juillet 1913.

Le cœur *in situ* se contractait 36 fois par minute; ventricule isolé; circulation artificielle d'eau de mer aérée :

PRESSION.	NOMBRE de bulles par minute.	NOMBRE de contractions par minute.
45 centimètres.	66	62
Id.	52	60
Id.	48	60
Id.	48	60
Id.	47	—
Id.	57	57
Id.	52	56
Id.	32	54
Id.	53	53

Toutefois, lorsque l'écoulement du liquide devient trop abondant dans l'unité de temps, le ventricule est distendu au maximum et devient incapable de lutter par ses contractions contre cette distension; aussi, dans ces conditions, les contractions cessent-elles de se produire.

d. — Influence de la température sur les contractions du ventricule isolé de Poulpe.

On connaît depuis longtemps l'action stimulante d'une élévation de température vis-à-vis du rythme cardiaque de la Grenouille ou de la Tortue, par exemple.

Snyder a eu l'idée de rechercher si l'accélération provoquée par une élévation de la température et le ralentissement qu'on observe à la suite d'un abaissement de la température pouvaient être considérés comme conformes à la loi de Van 't Hoff, loi d'après laquelle la vitesse d'une réaction chimique est doublée ou triplée pour chaque élévation de température de 10° C.

Les constatations de Snyder sur le cœur de Tortue montrent qu'en effet, endéans certaines limites (de 0° à + 40° C.), la fréquence des contractions cardiaques est doublée lorsque la température s'élève de 10° C. ; Snyder en conclut qu'une réaction chimique est essentiellement la cause de la contraction cardiaque ⁽¹⁾. D'autres observations de Kanitz, de Warder, de Rogers et de Spohr ont permis de vérifier que la loi de Van 't Hoff était également applicable à la production de CO² chez beaucoup d'animaux à sang froid, aux mouvements rythmés de l'œsophage et de l'intestin, etc.

Les expériences que j'ai exécutées sur le ventricule isolé du Poulpe alimenté au moyen d'une circulation artificielle confirment ces différentes observations. Chez le Poulpe comme chez la Tortue, la fréquence des contractions spontanées passe du simple au double environ quand on élève de 10° la température de l'eau de mer qui entretient les contractions, et diminue au contraire de moitié quand on abaisse cette température de 10°.

Voici les chiffres de quelques expériences concluantes à cet égard, exécutées suivant la technique exposée plus haut (deux flacons de Mariotte dont les tubulures se réunissent en Y, canule simple dans une des oreillettes, ligature de tous les autres vaisseaux partant du ventricule ou y aboutissant, sauf de l'aorte dorsale).

Expérience n° XII, du 18 juillet 1913.

Pression : 90 centimètres; température de l'eau de mer : **19°**.

57, 54, 54, 52, 51, 47, 46, **44** contractions par minute.

Entre 22° et 24° : 69 contractions par minute.

Entre 25° et 28° : 75 contractions par minute.

Entre 28° et 29° : 85 contractions par minute.

A **29°** : **90** contractions par minute.

A 29°5 : 95 contractions par minute.

(1) Snyder a récemment vérifié ces résultats sur des cœurs isolés de Chat et de Chien.

- A 30° : 94 contractions par minute.
Entre 21° et 22° : 66 contractions par minute.
A 20° : 60 contractions par minute.
A 19° : 57, 55, 54 contractions par minute.
Entre 22° et 29° : 68 contractions par minute.
A 29° : 86 contractions par minute.
A 19°5 : 53 contractions par minute.
A 19° : 51, 53, 52, 53, 50, 51 contractions par minute.
Entre 27° et 29° : 82 contractions par minute (pouls alternant).
A 29° : 81, 79, 72 contractions par minute.

Expérience n° XIX, du 26 juillet 1913.

- Entre 21° et 22° : 64 contractions par minute.
A 22° : 60, 60, 60, 60 contractions par minute.
Entre 11°5 et 12° : 30 contractions par minute.
A 11°5 : 31 contractions par minute.
Entre 6° et 7° : arrêt du cœur.
A 20° : 59 contractions par minute.
A 22° : 60 contractions par minute.
Entre 29° et 30° : 82 contractions par minute.
A 32° : 79 contractions par minute.
Entre 33° et 36°, les contractions se ralentissent, puis s'éteignent définitivement après une courte période d'arythmie.
En général, le ventricule cesse de battre quand la température s'abaisse aux environs de + 5° C., les contractions reprenant dès qu'on réchauffe le liquide de circulation artificielle.
Aux environs de + 33° C., on observe un arrêt définitif des contractions : la fibre musculaire du cœur perd ses propriétés contractiles spontanées à cette température et cesse d'être excitable par des excitants mécaniques et électriques.

Les grandes modifications de fréquence qui s'observent à la suite des variations de la pression ou de la température sont très importantes à considérer dans toutes les expériences qui

portent sur le ventricule isolé. Il est par conséquent indispensable, dans des expériences de ce genre, de noter avec soin ces deux valeurs.

Nous avons vu que le ventricule isolé de Poulpe sans circulation artificielle et sans excitations étrangères semble bien dépourvu de contractions automatiques.

Il n'en est pas de même, ainsi que l'ont démontré Léon Fredericq et Ransom, des veines rénales et des cœurs branchiaux.

Ces organes extraits du corps de l'animal conservent pendant un certain temps leur activité propre. Bien plus, la succession normale des contractions est conservée dans la pulsation de ces deux cavités.

C. — *Conditions chimiques qui intéressent le fonctionnement du ventricule isolé de Poulpe.*

Étant donné que l'eau de mer naturelle suffit à alimenter un ventricule isolé de Poulpe et à entretenir son activité spontanée pendant de longues heures, il n'était pas sans intérêt de rechercher quels sont, parmi les sels contenus dans cette eau de mer, ceux qui sont indispensables au bon fonctionnement de notre préparation ventriculaire et ceux, au contraire, qui ne semblent présenter à cet égard aucune utilité ⁽¹⁾.

Tout d'abord nous devons remarquer que la CONCENTRATION MOLÉCULAIRE du liquide de circulation artificielle ne présente pas une importance bien grande en ce qui concerne le problème que nous envisageons.

En effet, tandis que l'emploi d'une solution de chlorure sodique (34 ‰) isotonique avec l'eau de mer de Roscoff détermine un arrêt total du ventricule au bout d'un temps très court

(1) On sait que des recherches très nombreuses ont été poursuivies dans un ordre d'idées analogue, mais dans d'autres groupes zoologiques, par différents auteurs. Les plus récentes sont celles de Filippo Lussana, sur le cœur isolé de Tanche et de Tortue. (*Arch. int. Physiol.*, 1913, pp. 416, 425, 9 fig.)

(2 minutes, 2 minutes, 13 minutes, 6 minutes, 2 minutes, 2 minutes), on peut parfaitement alimenter un ventricule de Poulpe au moyen d'eau de mer largement diluée d'eau douce (1 litre d'eau de mer + un demi-litre d'eau douce) sans que cet arrêt se produise : le cœur continue à battre pendant de longues heures comme si l'on avait utilisé de l'eau de mer non diluée. Ce n'est que pour une dilution beaucoup plus considérable (parties égales d'eau de mer et d'eau douce) que l'arrêt survient au bout de peu d'instant.

On peut d'ailleurs remplacer l'eau de mer naturelle par une SOLUTION ARTIFICIELLE renfermant les principaux sels contenus dans l'eau de mer, sans que le fonctionnement du ventricule isolé en soit troublé.

Voici la composition de la solution dont je me suis servi :

NaCl : 25.635	CaSO ⁴ : 4.33
MgCl ² : 3.66	MgBr ² : 0.723
MgSO ⁴ : 1.66	CaCO ³ : 0.117
K ² SO ⁴ : 0.83	Eau douce : 1000.

La suppression des sels de magnésium contenus dans cette solution ne semble avoir aucune influence sur le bon fonctionnement du ventricule isolé de Poulpe.

Dans mon expérience n° XXXIV, du 14 août 1913, un ventricule isolé de Poulpe, alimenté avec de l'eau de mer artificielle ne contenant pas de sels de magnésium, pulsait encore énergiquement après cinq heures de circulation artificielle.

Dans mon expérience n° XXXVI, du 15 août 1913, cette durée fut, dans les mêmes conditions, de neuf heures ; le cœur, il est vrai, battait assez irrégulièrement à la fin de l'expérience, phénomène qui s'observe parfois aussi d'ailleurs si on utilise de l'eau de mer naturelle contenant du MgCl², du MgSO⁴ et du MgBr².

Ces expériences permettent de constater en outre que l'ion —Br n'est pas nécessaire non plus au bon fonctionnement du muscle cardiaque.

La présence des sels de calcium et de potassium a, par contre, une très grande importance. La suppression de l'un de ces deux métaux détermine un arrêt après un temps assez court. La restitution d'eau de mer naturelle après cet arrêt rétablit la succession normale des contractions. Voici les résultats observés au cours de quelques expériences :

Expérience n° XLI, du 17 août 1913.

Ventricule isolé de Poulpe.

10 h. 55 m. Circulation d'eau de mer artificielle sans sels de Ca. Accélération des contractions.

11 h. Arrêt du cœur. Restitution de l'eau de mer naturelle.

11 h. 5 m. Les contractions reprennent.

11 h. 7 m. Circulation d'eau de mer artificielle sans sels de Ca.

Arrêt immédiat du cœur.

11 h. 8 m. Restitution de l'eau de mer naturelle.

11 h. 11 m. Le cœur se remet à battre.

Au cours d'autres expériences, le premier arrêt du cœur s'est produit après 5 minutes environ de circulation d'eau de mer artificielle sans sels de Ca; les arrêts suivants, après 1 minute environ.

Expérience n° XLIII, du 18 août 1913.

Ventricule isolé de Poulpe.

9 h. 50 m. Circulation d'eau de mer artificielle sans sels de K.

10 h. 5 m. Arrêt brusque du cœur qui se remet à battre à la suite d'une circulation d'eau de mer naturelle.

10 h. 12 m. Circulation d'eau de mer artificielle sans sels de K.

10 h. 14 m. Arrêt brusque du cœur qui se remet à battre à la suite d'une circulation d'eau de mer naturelle.

10 h. 21 m. Circulation d'eau de mer artificielle sans sels de K.

10 h. 23 m. Arrêt brusque du cœur qui se remet à battre à la suite d'une circulation d'eau de mer naturelle.

Au cours d'autres expériences, le premier arrêt s'est produit après 24 et 21 minutes environ de circulation d'eau de mer artificielle sans sels de K; les arrêts suivants, après 10 et 1 minutes.

On remarquera : 1° que la privation de sels de K influence le cœur plus tardivement que la privation de sels de Ca; 2° que le premier arrêt (celui qui se produit après le premier contact du ventricule avec l'eau de mer artificielle privée de sels de Ca ou de sels de K) met plus de temps à se produire (temps compté à partir du début de la circulation artificielle du liquide dont on étudie l'action) que les arrêts suivants.

Peut-être peut-on proposer de ce fait l'explication suivante : Le ventricule, avant la circulation du liquide privé de sels de K ou de Ca, tenait en réserve des sels de K ou de Ca, qui ont été lavés et entraînés par cette première circulation. Ce n'est que quand cette provision a été épuisée que l'arrêt du ventricule s'est produit. L'eau de mer normale que l'on a fait circuler ensuite a restitué au ventricule les sels nécessaires pour qu'il se remette à battre. Mais leur quantité n'était pas suffisante pour en permettre une nouvelle mise en réserve. D'où un arrêt plus précoce lors d'une deuxième circulation de liquide dépourvu de sels de K ou de sels de Ca.

§ 2. — PHYSIOLOGIE DU VENTRICULE CARDIAQUE ISOLÉ DU POULPE SANS CIRCULATION ARTIFICIELLE, EXCITÉ PAR DES CHOCS D'INDUCTION.

J'ai réuni dans ce paragraphe les résultats de quelques expériences entreprises dans le but de m'assurer si le myocarde du Poulpe possède des propriétés physiologiques analogues à celles du myocarde des autres animaux tels que la Grenouille ou les Vertébrés supérieurs, et spécialement s'il obéit à la loi du « Tout ou Rien », s'il possède une période réfractaire, s'il est

possible de constater chez lui la présence du phénomène de l'addition latente, etc.

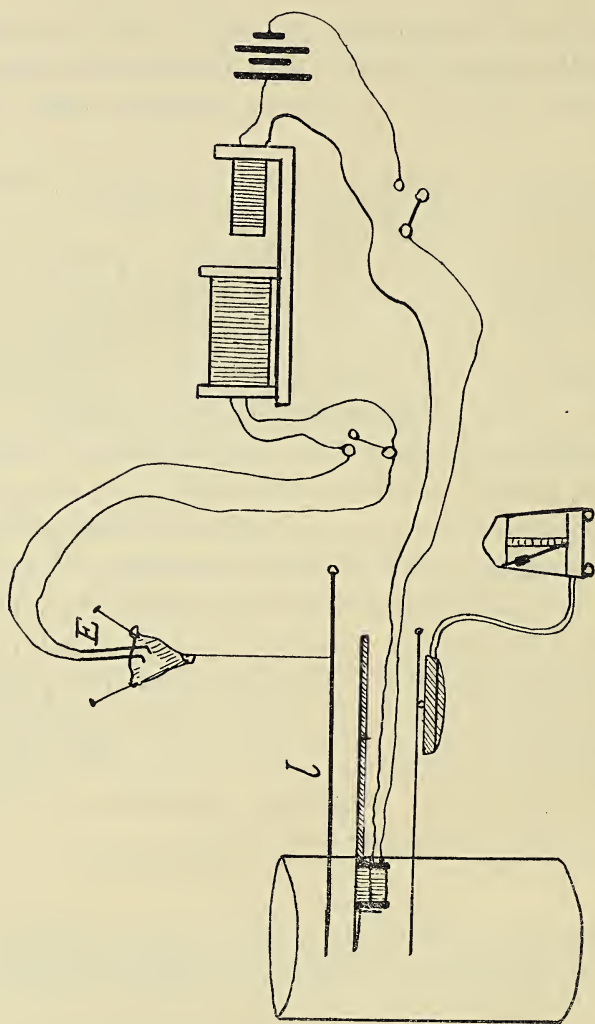


FIG. 5. — Schéma du dispositif expérimental pour l'étude physiologique du ventricule isolé de Poulpe, non alimenté par une circulation artificielle.

La technique que j'ai suivie est des plus simples : isolement du ventricule comme il a été dit plus haut ; fixation sur une planche de liège verticale au moyen d'épingles enfoncées aux deux angles auriculaires du triangle formé par le ventricule ; ligature de l'aorte dorsale, le fil de la ligature étant attaché à

un levier myographique l horizontal, mobile dans un plan vertical, et ce levier lui-même étant mis en mouvement par chaque contraction du myocarde (fig. 3). Les excitations électriques étaient fournies par un chariot de Du Bois-Reymond et conduites jusqu'au muscle par deux électrodes métalliques (E).

Ainsi que nous l'avons vu, un ventricule extrait du corps et déposé sur la table cesse de battre. Il faut l'exciter directement pour voir se produire des contractions. Il répond à chaque excitation mécanique ou électrique par une seule contraction, mais il bat rythmiquement s'il est distendu par une insufflation d'air ou par injection d'eau de mer. Les ventricules auxquels je me suis adressé ne réalisant pas ces conditions, j'ai eu recours à des chocs d'induction pour provoquer leur contraction.

A. — *Influence de l'inanition des Poulpes sur l'énergie de la contraction cardiaque.*

Les Poulpes qui devaient servir à mes expériences avaient été réunis en nombre assez considérable dans un grand bassin. Par suite de diverses circonstances, la nourriture leur avait manqué pendant quelques jours. Il en était résulté un affaiblissement considérable des contractions du ventricule isolé excité par des chocs d'induction. Il a suffi de nourrir les Poulpes survivants au moyen de Crabes en grande quantité, pendant deux jours, pour voir les contractions cardiaques récupérer une amplitude normale.

B. — *Recherche du phénomène de l'addition latente.*

Il m'a été impossible d'observer dans le ventricule isolé de Poulpe le phénomène de l'addition latente. Excitons (comme dans l'expérience n° XXXIX, du 16 août 1913) un ventricule isolé au moyen de chocs d'induction d'intensité variée, la

mesure de l'intensité étant fournie par l'écartement des bobines du chariot d'induction; nous constaterons les faits suivants :

Une excitation de fermeture à 10 centimètres ne produit pas de contraction ;

Une excitation de fermeture à 9 centimètres produit une contraction ;

Une excitation de rupture à 10 centimètres produit une contraction ;

Des excitations de fermeture très rapprochées à 10 centimètres ne produisent pas de contraction. Donc pas d'addition latente, telle que la montrerait un myocarde de grenouille.

C. — *Contraction forcément maximale du myocarde.*
(Loi du « Tout ou Rien » de Bowditch.)

D'après Ransom, le cœur du Poulpe obéirait à la loi du « Tout ou Rien ». D'après Carlson, au contraire, des excitations d'intensité croissante seraient suivies de contractions de grandeur de plus en plus faible (spécialement chez les individus fatigués).

Mes expériences sur le ventricule isolé confirment la première de ces opinions.

Des chocs de rupture ou de fermeture d'intensité variable déterminent la production dans le myocarde ventriculaire d'une contraction dont l'amplitude ne varie pas.

Les seules variations d'amplitude que l'on puisse observer sont imputables à la fatigue du muscle (celle-ci se produit très vite) et n'ont aucun rapport avec les variations d'intensité de l'excitant (fig. 6).

Le muscle ventriculaire du Poulpe présente cependant une particularité curieuse sur laquelle il convient tout au moins d'attirer l'attention : les contractions dues à des excitations de fermeture sont toujours plus fortes que celles dues à des excitations de rupture, contrairement à ce qui se produit dans les organes qui n'obéissent pas à la loi du « Tout ou Rien » (fig. 6, 7 et 9). Cette différence n'est pas imputable non plus à la diffé-

rence d'intensité qui existe entre les chocs de rupture et les chocs de fermeture, puisque des expériences exécutées au moyen d'excitations appartenant exclusivement à l'une de ces deux catégories m'ont permis de vérifier la légitimité de l'application de la loi de Bowditch au myocarde du Poulpe.

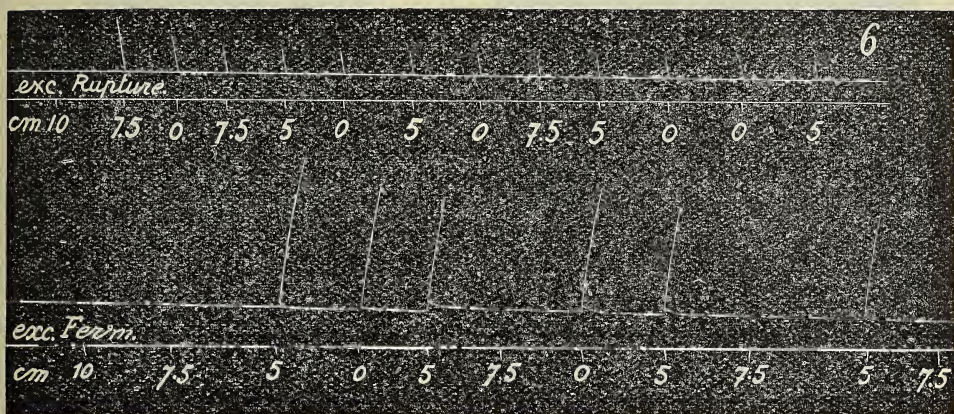


FIG. 6. — Ventricule isolé de Poulpe, excité par des chocs d'induction de rupture (*en haut*), de fermeture (*en bas*). L'amplitude des contractions est indépendante de l'intensité de l'excitant, mais est très fortement influencée par l'état de fatigue du muscle cardiaque. Les excitations de fermeture provoquent des contractions beaucoup plus amples que les excitations de rupture. (Expérience n° XXXV, du 14 août 1913.)

D. — Recherche de l'inexcitabilité périodique.

Ransom et Carlson, expérimentant sur des cœurs *in situ*, ont constaté que, pendant la systole, et spécialement à son début, le ventricule était moins excitable par des chocs d'induction de rupture, bien que cependant il ne soit pas réfractaire à toute excitation.

Désirant étudier cette propriété de plus près, j'ai excité le muscle ventriculaire isolé au moyen de chocs d'induction de

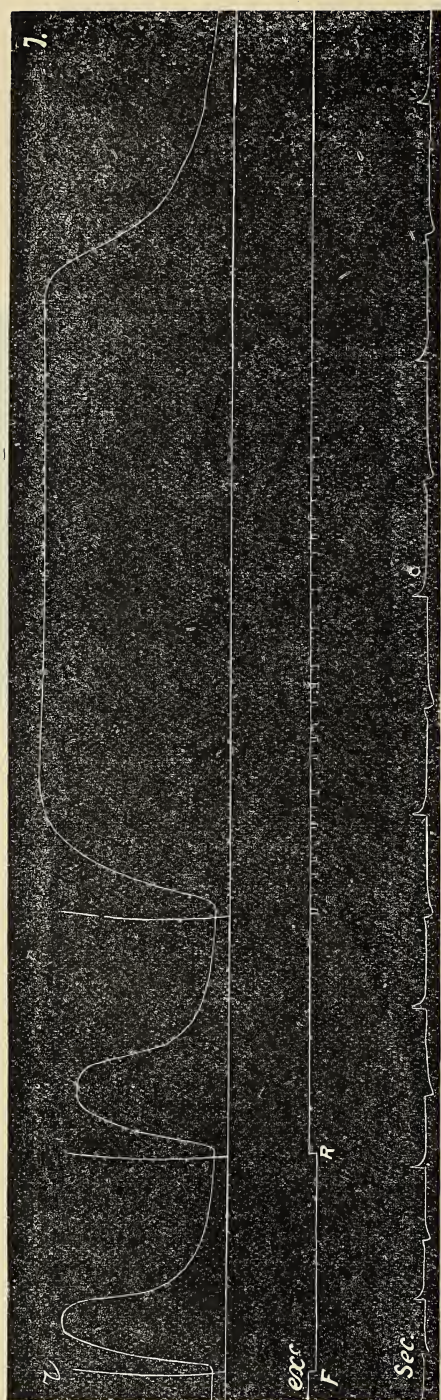


FIG. 7. — Contraction tétanique du ventricule isolé de Poulpe à la suite d'excitations faradiques.
(Expérience n° XXVI, du 9 août 1913.)

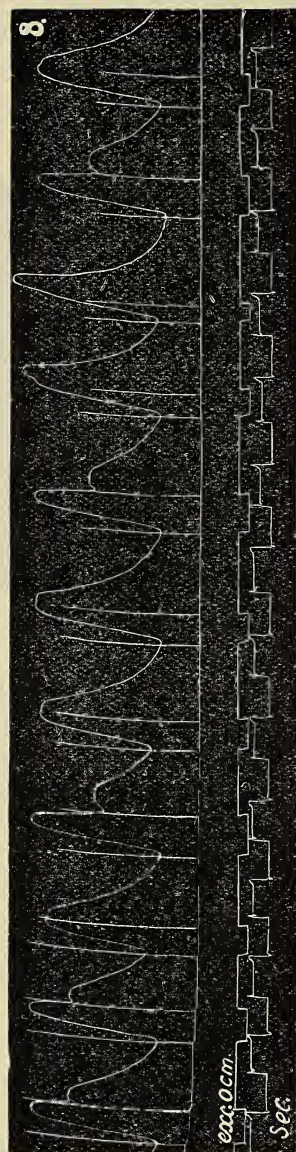


FIG. 8. — Ventricule isolé de Poulpe. Contractions fusionnées à la suite d'excitations doubles relativement rapprochées.
(Expérience n° XXIX, du 16 août 1913.)

rupture et de fermeture d'intensité moyenne (très supportables si on applique les électrodes sur la langue), se succédant dans un temps très court. Dans ces conditions, j'ai vu la courbe myographique montrer, après une phase d'énergie croissante, une phase pendant laquelle elle se maintient plus ou moins parallèle à l'abscisse, pour ne s'abaisser vers cet axe qu'après cessation des excitations (fig. 7). Cette courbe peut, en somme, être considérée comme une courbe de tétanos musculaire. Si, au lieu de faradiser le muscle cardiaque, nous l'excitons par des chocs de fermeture suivis, à peu d'intervalle, de chocs de rupture, nous constatons que le choc de rupture peut surprendre le muscle à une phase quelconque de la contraction provoquée par le choc de fermeture. Dans aucun cas, le choc de rupture ne sera inefficace. Toujours il se produira une seconde contraction qui déformera la première (fig. 8).

Ces faits impliquent l'absence d'une période réfractaire absolue. Chez la Grenouille et chez les Vertébrés supérieurs, une faradisation de ce genre n'aurait nullement déterminé l'apparition d'un tétanos.

Le fait que la contraction est forcément maximale, coexistant avec l'absence de période réfractaire vraie, montre que ces deux propriétés du myocarde ne présentent entre elles aucun lien (de causalité par exemple), comme certains auteurs avaient pu le supposer chez les animaux où ces propriétés peuvent être constatées toutes les deux.

Au cours de mes expériences de circulation artificielle (voir plus haut), il m'est arrivé à diverses reprises, quand les conditions de nutrition laissaient à désirer, de constater l'apparition d'une *alternance* bien caractérisée des contractions cardiaques. Nous venons de voir d'autre part que l'existence d'une période réfractaire doit être rejetée.

C'est une preuve de plus que la cause du pouls alternant (que l'on observe chez les animaux supérieurs et chez l'homme) ne doit pas, comme l'affirment H. E. Hering et ses élèves, être cherchée dans des modifications de durée que subirait la période

réfractaire du myocarde ⁽¹⁾, s'il est permis toutefois de conclure du cœur du Poulpe au cœur des Vertébrés.

Le ventricule isolé du Poulpe présente encore une particularité sur laquelle je voudrais attirer ici l'attention :

Quand un ventricule a été téтанisé pendant un certain temps (3 ou 4 secondes au plus) et qu'on cesse ensuite de l'exciter, on le voit se relâcher à peu près complètement, mais cette décontraction est bientôt suivie, *sans nouvelle excitation*, d'une série de contractions spontanées assez nombreuses, isolées et séparées par des périodes de repos; ces contractions sont beaucoup plus amples que les contractions provoquées, et leur amplitude croît de plus en plus. C'est un phénomène assez semblable au phénomène de l'escalier de Bowditch; il en diffère cependant en ce que, contrairement à ce dernier, il se produit pour ainsi dire spontanément, sans être provoqué *immédiatement* par une excitation (fig. 9).

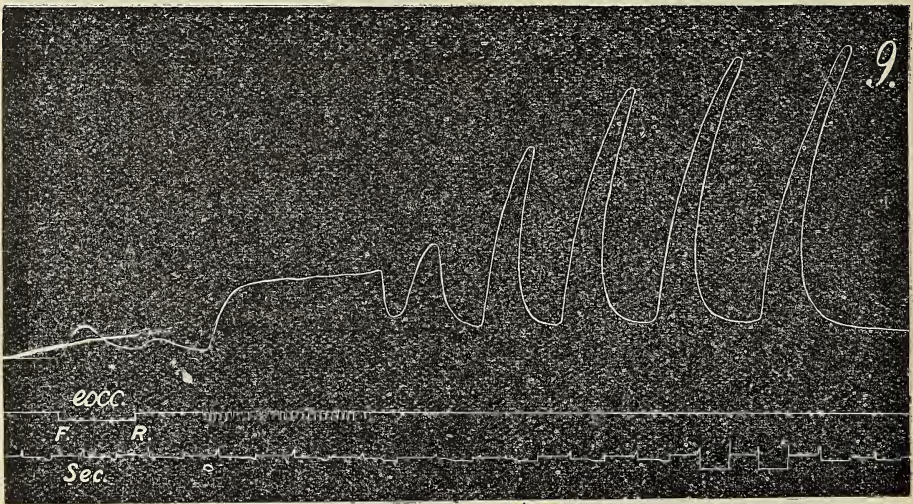


FIG. 9. — Contractions *spontanées* d'amplitude croissante à la suite d'une téтанisation du ventricule. (Expérience n° XXXI, du 12 août 1913.)

(1) HENRI FREDERICQ, Die Hering'sche Theorie gibt keine Erklärung für den an ausgeschnittenen Herzmuskelstücken hervorgerufenen Pulsus alternans. (*Arch. f. d. ges. Physiol.*, 1913, t. CLI, pp. 406-410.)

§ 3. — FONCTIONNEMENT DES VALVULES DU VENTRICULE DU POULPE.

La présence de valvules entre les oreillettes et le ventricule, d'une part, entre le ventricule et l'aorte dorsale, d'autre part, du cœur des Céphalopodes, est parfaitement connue et a été signalée à différentes reprises. Mais la présence de ces valvules a été jusqu'ici considérée à un point de vue exclusivement anatomique; et, bien que certains auteurs aient affirmé que les valvules auriculo-ventriculaires se ferment pendant la systole du ventricule, tandis que s'ouvrent les valvules situées entre le ventricule et l'aorte ⁽¹⁾, on peut dire qu'au point de vue physiologique la question reste à traiter, puisqu'elle n'a été jusqu'ici soumise à aucune vérification expérimentale ⁽²⁾.

Une petite expérience très simple permet de se rendre compte que les conditions hydrauliques qui se trouvent réalisées pendant le fonctionnement normal des oreillettes et du ventricule du cœur du Poulpe sont suffisantes pour provoquer la fermeture des valvules auriculo-ventriculaires au moment de la systole du ventricule et la fermeture des valvules situées entre le ventricule et l'aorte ventrale au moment de la diastole; en d'autres termes, que le jeu de ces valvules est sous la dépendance des variations de pression qui règnent dans les diverses cavités du cœur aux différents temps d'une révolution cardiaque, sans qu'on doive faire intervenir un mécanisme particulier (contraction de fibres musculaires spéciales, par exemple) pour expliquer leur fonctionnement.

Libérons le ventricule cardiaque d'un Poulpe de ses enve-

(1) « Two semi-lunar valves guard the entrance of each auricle into the ventricle... However at the moment of systole the valves close and present the reflux of blood into the auricles .. The anterior aorta also has two smaller semi-lunar valves at its base. They close during diastole and open during systole. » (ANNIE ISGROVE, p. 43.)

(2) « Das Spiel der Klappen ist bisher nicht untersucht. » (BAUER, p. 251.)

loppes. Ligaturons l'artère génitale, l'aorte dorsale et l'un des tubes auriculaires. Introduisons une petite canule de verre dans l'oreillette non ligaturée et fixons-la dans ce conduit au moyen d'un fil de soie. Fixons une canule semblable dans l'aorte ventrale. Isolons à présent du reste du corps, par quelques coups de ciseaux, le ventricule et les origines des vaisseaux afférents et efférents contenant les deux canules. La cavité du ventricule ne communique plus avec l'extérieur que par l'une des oreillettes et par l'aorte ventrale, les autres vaisseaux (aorte génitale, aorte dorsale, oreillette opposée) ayant été ligaturés.

Si nous introduisons de l'eau de mer sous une pression convenable (50 à 80 centimètres d'eau) par la canule fixée dans l'oreillette, cette eau n'éprouve aucune difficulté à pénétrer dans la cavité du ventricule et à s'écouler ensuite par la canule fixée dans l'aorte ventrale. L'eau de mer n'a fait que suivre le trajet habituel du sang pendant les contractions du système cardiaque du Poulpe. Cette circulation d'eau de mer a pour effet de faire battre rythmiquement oreillette et ventricule pendant un certain temps (voir plus haut).

Si, au contraire, nous introduisons l'eau de mer sous pression par la canule fixée dans l'aorte ventrale, le vaisseau devient turgescent jusqu'au niveau des valvules qui empêchent le reflux du liquide vers le ventricule ; le ventricule ne se remplit pas *et ne se contracte pas*, et pas une goutte d'eau ne s'écoule par la canule fixée dans l'oreillette. Cet état persiste si on enfonce jusque dans la cavité ventriculaire la canule auriculaire en lui faisant dépasser le point d'insertion des valvules : on peut en conclure que les valvules aortiques opposent une barrière absolue au reflux du liquide de l'aorte vers le ventricule.

Si, d'autre part, c'est la canule aortique que l'on fait pénétrer jusque dans la cavité du ventricule en lui faisant franchir la ligne des valvules (la canule auriculaire ayant été retirée du ventricule), nous observons l'affaissement de l'aorte ventrale, la turgescence du ventricule, l'absence absolue d'écoulement par la canule auriculaire : donc les valvules auriculo-ventriculaires opposent

une barrière suffisante au reflux du liquide du ventricule vers les oreillettes.

On peut conclure de cette expérience que la fermeture des valvules auriculo-ventriculaires et des valvules ventriculo-aortiques du cœur du Poulpe est sous la dépendance des différences de pression qui règnent dans les diverses cavités du cœur, et n'est pas en rapport avec l'activité rythmique du myocarde ventriculaire ou auriculaire, puisque ces valvules fonctionnent parfaitement sans qu'on puisse observer la moindre contraction cardiaque.

D'autres expériences, exécutées au moyen d'une technique semblable sur d'autres vaisseaux efférents du ventricule (aorte ventrale, artère génitale), tendent à faire croire que les valvules que l'on a décrites à l'origine de ces vaisseaux fonctionnent d'une façon analogue.

§ 4. — PHYSIOLOGIE DU CŒUR DE POULPE *in situ*.

Pour immobiliser les Poulpes au cours de cette série d'expériences, je me suis servi d'un appareil de contention fort ingénieux, quoique très simple, imaginé par M. Fred Vlès ⁽¹⁾. Le corps de l'animal, présenté bien en évidence à l'opérateur, est laissé libre, tandis que les bras sont emprisonnés en masse dans une sorte de sac de toile. L'animal est fixé dans l'appareil de manière à nous montrer sa face ventrale. La cavité palléale est fendue dans toute sa longueur et les deux moitiés du manteau sont rabattues et fixées à droite et à gauche. Un système de tuyaux de caoutchouc permet d'irriguer constamment, au moyen d'eau de mer aérée, les branchies qui ont été mises à nu par l'ouverture de la cavité palléale, et d'empêcher ainsi l'asphyxie de l'animal sur lequel on expérimente.

(1) Une description complète de cet appareil sera publiée dans un prochain travail de M. Vlès.

A. — *Fonctionnement du nerf viscéral.*

Le nerf viscéral gauche des Céphalopodes se trouve placé, dans les deux sexes, entre le conduit génital gauche et la veine cave; le nerf droit est placé chez la femelle entre l'intestin et l'oviducte droit; chez le mâle, il longe l'intestin à droite. Ces deux nerfs sont relativement faciles à atteindre et à placer sur les électrodes du circuit secondaire de la bobine inductrice de Du Bois-Reymond.

Voici quelles sont les principales observations que j'ai pu faire en ce qui concerne la physiologie de ces nerfs :

La faradisation d'un des nerfs viscéraux détermine l'arrêt du ventricule, des deux cœurs branchiaux et des deux oreillettes; dans ce cas, ce sont les oreillettes qui se contractent en dernier lieu. En général, la faradisation de l'un ou de l'autre nerf viscéral est sans effet sur le fonctionnement des veines rénales qui continuent à se contracter spontanément suivant leur rythme habituel. Dans certains cas exceptionnels, cependant, j'ai pu observer aussi un arrêt des veines rénales.

Toutes les cavités cardiaques arrêtées à la suite de la faradisation d'un nerf viscéral sont arrêtées en diastole complète : elles sont relâchées au maximum. Cette observation est en opposition avec les faits décrits par Ransom, Bottazzi et Enriques, et Carlson. D'après ces auteurs, l'excitation d'un seul nerf viscéral déterminerait l'arrêt du ventricule et de l'oreillette du même côté en diastole. Le cœur branchial et les vaisseaux branchiaux du même côté s'arrêteraient en systole maximale. L'oreillette et le cœur branchial du côté opposé au nerf excité battraient irrégulièrement; les veines rénales subiraient également un arrêt diastolique. Mes observations étant en fait différentes de celles de ces physiologistes, je ne m'arrêterai pas à discuter les explications qu'ils proposent des troubles constatés par eux.

Quand les contractions reprennent, après l'arrêt dû à la faradisation d'un des nerfs viscéraux, que cette reprise soit due à la

cessation de l'excitation ou à la « fatigue ⁽¹⁾ » du nerf excité, c'est le ventricule qui se met à battre en premier lieu.

Sa contraction est *accompagnée* de celle des veines rénales dont la contraction est à peu près simultanée avec celle du ventricule. Puis se contractent successivement les cœurs branchiaux, puis les oreillettes, puis de nouveau le ventricule. Souvent le cycle des contractions semble éprouver une certaine difficulté à récupérer sa succession normale. En aucun cas cependant, je n'ai pu observer la succession signalée par Bauer : ventricule, oreillettes, cœurs branchiaux et veines rénales.

L'action inhibitrice du nerf viscéral d'un côté s'exerce par voie directe sur le ventricule et les autres cavités cardiaques du même côté; par voie réflexe sur les cavités cardiaques (autres que le ventricule) situées du côté opposé.

En effet, la section du nerf viscéral droit ou du nerf viscéral gauche abolit les effets inhibiteurs de l'excitation du bout périphérique du nerf viscéral droit sur les cavités gauches, et réciproquement, tandis que l'action du nerf gauche sur les cavités droites, ou du nerf droit sur les cavités gauches, n'est pas abolie si on extirpe le ventricule. Le ventricule, organe impair, est inhibé indifféremment par l'excitation du nerf droit et du nerf gauche. Bottazzi et Enriques avaient déjà insisté sur l'action inhibitrice des nerfs viscéraux s'exerçant au maximum sur le ventricule et restant douteuse sur les veines rénales.

(1) Ce terme n'est employé ici que pour faciliter la compréhension. Henrijean et moi-même avons insisté sur l'impropriété de cette appellation quand il s'agit de phénomènes du même genre observés chez des animaux supérieurs dont le nerf vague est excité pendant un temps plus ou moins long.

B. — *Coordination des contractions des différentes parties de l'appareil cardiaque. — Excitation des cavités cardiaques pendant l'arrêt dû à la faradisation des nerfs viscéraux.*

L'excitation (par des chocs d'induction isolés ou par une faradisation de très courte durée) des différentes parties de l'appareil cardiaque pendant l'arrêt dû à la tétanisation des nerfs viscéraux permet d'étudier de quelle façon se propage la contraction entre les diverses cavités cardiaques. On peut de la sorte exciter successivement les veines rénales, les cœurs branchiaux, les oreillettes et le ventricule. Il peut arriver que les résultats obtenus dans certaines expériences isolées s'écartent de ceux que j'ai observés dans la majorité des cas. Je résume ci-après les résultats qui peuvent, me semble-t-il, être considérés comme représentant la normale :

Pendant l'arrêt dû à la tétanisation d'un des nerfs viscéraux, l'*excitation du ventricule* provoque la contraction des diverses parties de l'appareil circulatoire dans l'ordre suivant :

1° Le ventricule et les deux veines rénales ;

2° Les deux cœurs branchiaux ;

3° Les deux oreillettes.

Il ne se produit pas de nouvelle contraction du ventricule à la suite de la contraction des oreillettes.

On pourrait songer à rapporter ces faits à deux causes. D'abord on pourrait supposer que la période réfractaire qui suit la contraction provoquée du ventricule n'est pas encore terminée quand finit la contraction des oreillettes qui devrait être suivie d'une nouvelle systole ventriculaire. Mais cette hypothèse est peu probable, car, ainsi que nous l'avons vu plus haut, le ventricule de Poulpe est tétanisable et ne présente pas de véritable période réfractaire. Il semble plus plausible d'admettre qu'à l'état normal c'est l'augmentation brusque de pression ventriculaire due à la contraction des oreillettes qui est l'exci-

tant naturel de la contraction du ventricule ⁽¹⁾. Au contraire, dans le cas particulier qui nous occupe, l'appareil circulatoire travaille à vide. L'observation directe montre l'affaissement complet de tous les vaisseaux. La contraction des oreillettes n'est pas suivie d'une augmentation de pression dans la cavité ventriculaire : c'est pourquoi le ventricule ne se contracte pas, tout excitant (naturel ou artificiel) lui faisant défaut ⁽²⁾.

De ce qui précède on peut conclure également qu'entre les veines rénales et les cœurs branchiaux, et entre les cœurs branchiaux et les oreillettes, la coordination naturelle n'est pas assurée par un mécanisme analogue à celui qui fonctionne entre les oreillettes et le ventricule : l'augmentation brusque de pression ne joue ici aucun rôle, puisque le cycle des contractions de ces trois espèces de cavités n'est pas troublé, même quand le cœur se contracte à vide. On peut s'en rendre compte d'une façon plus directe encore en ligaturant une oreillette à ses deux extrémités : cette oreillette continue à se contracter à son tour habituel après la contraction des cœurs branchiaux. Nous avons éliminé l'hypothèse d'une coordination par distension mécanique, due à une augmentation de pression, ainsi que l'hypothèse d'une conduction purement musculaire, puisque le tube auriculaire est fortement ligaturé à ses deux extrémités ; nous sommes bien forcé d'admettre qu'entre les cœurs branchiaux et les branchies, d'une part, et les oreillettes, d'autre part, la communauté de rythme est assurée par des voies nerveuses qui ne suivent pas la paroi de l'oreillette elle-même, mais en sont nettement distinctes.

(1) Ransom a déjà proposé cette manière de voir en se basant sur le fait que l'interposition d'une canule de verre entre l'oreillette et le ventricule ne trouble pas la coordination.

(2) Des observations identiques peuvent être faites sur un Poulpe dont le cœur est arrêté spontanément et non plus à la suite de la faradisation des nerfs viscéraux. Cela exclut l'hypothèse d'une action inhibitrice élective des nerfs viscéraux sur le ventricule, action qui s'opposerait à la contraction du ventricule à la suite de la contraction des oreillettes.

Une autre conclusion à tirer des résultats expérimentaux que je viens d'exposer, c'est que chez le Poulpe, contrairement à ce qui se passe chez les Vertébrés supérieurs, il est impossible de provoquer une contraction cardiaque antidrome pendant l'arrêt du cœur dû à l'excitation de ses nerfs inhibiteurs.

L'excitation de parties de l'appareil cardiaque autres que le ventricule (pendant l'arrêt dû à la faradisation des nerfs viscéraux) conduit à des conclusions analogues.

C'est ainsi que l'excitation d'une des veines rénales ou des appendices rénaux y attendant détermine la contraction :

1° des deux veines rénales ;

2° des deux cœurs branchiaux ;

3° des deux oreillettes, sans contraction du ventricule.

L'excitation d'un des cœurs branchiaux détermine la contraction :

1° des deux cœurs branchiaux ;

2° des deux oreillettes, sans contraction du ventricule.

Enfin, quand l'excitation porte sur une oreillette (assez loin du ventricule pour que ce dernier ne soit pas influencé par l'excitation), on observe en général uniquement une contraction simultanée des deux oreillettes, sans contraction des autres cavités cardiaques.

Quant à la coordination des contractions des cavités droites et des cavités gauches, coordination qui assure le synchronisme dans la contraction de deux cavités de même nom, elle semble être réalisée par l'intermédiaire d'éléments (probablement nerveux) situés dans le ventricule ou dans son voisinage immédiat ; l'extirpation du ventricule, en effet (les nerfs viscéraux n'étant pas excités), ne trouble pas la fréquence des contractions spontanées des cavités droites et gauches, mais produit l'indépendance de ces deux groupes de cavités, l'un vis-à-vis de l'autre, les contractions des cavités de même nom cessant d'être simultanées.

RÉSUMÉ.

1. La distension du ventricule du Poulpe constitue l'excitant naturel de ses contractions rythmées. Le ventricule isolé vide ne se contracte pas spontanément. La pression nécessaire pour déterminer des contractions est voisine de 2 centimètres d'eau.

2. Les variations de pression agissant sur les parois intérieures de la cavité ventriculaire du Poulpe sont sans effet sur l'amplitude des contractions.

3. La fréquence des contractions spontanées du ventricule isolé de Poulpe croît avec des augmentations de la pression intraventriculaire.

4. Par contre, la vitesse d'écoulement du liquide nutritif est, endéans certaines limites, sans influence sur la fréquence des contractions du ventricule isolé.

5. La fréquence des contractions du ventricule isolé de Poulpe est doublée quand la température du liquide nutritif augmente de 10° C. (Vérification de la loi de van 't Hoff.)

6. L'eau de mer naturelle, même diluée (1 litre d'eau de mer + 0,5 litre d'eau douce), suffit à entretenir pendant plusieurs heures les contractions spontanées d'un ventricule isolé de Poulpe.

7. Les sels dissous contenus dans l'eau de mer naturelle ne sont pas tous nécessaires à l'entretien de ces contractions.

La présence des ions Na, K et Ca est indispensable, tandis que l'absence de l'ion Mg et des sels des autres métaux contenus dans l'eau de mer est supportée sans dommage.

8. Le ventricule cardiaque du Poulpe, isolé, sans circulation artificielle, ne présente pas le phénomène de l'addition latente. Il obéit à la loi du « Tout ou Rien », mais il répond cependant aux chocs de fermeture par une contraction plus énergique qu'aux chocs de rupture. Il ne devient pas périodiquement inexcitable (absence de période réfractaire vraie) et est parfaitement tétani-

sable ; et cependant, il peut se contracter suivant un rythme alternant. Dans certains cas, on peut observer un phénomène assez voisin de celui qui est connu sous le nom de « phénomène de l'escalier » de Bowditch.

9. Le jeu des valvules de l'appareil cardiaque du Poulpe est réglé uniquement par des différences de pression hydraulique.

10. L'excitation d'un nerf viscéral non sectionné détermine l'arrêt en diastole complète de tout l'appareil cardiaque, aussi bien des cavités droites que des cavités gauches. En général, la contraction des veines rénales n'est pas inhibée.

11. L'action inhibitrice du nerf viscéral d'un côté s'exerce par voie directe sur le ventricule et les autres cavités cardiaques du même côté, par voie réflexe sur les cavités cardiaques (autres que le ventricule) situées du côté opposé. Le ventricule est inhibé indifféremment par l'un et l'autre de ces nerfs.

12. La communauté de rythme entre les oreillettes, d'une part, et le ventricule, de l'autre, est due aux augmentations de pression intraventriculaire déterminées par la contraction des oreillettes. Au contraire, la communauté de rythme qui existe entre les veines rénales, les cœurs branchiaux et les oreillettes est assurée par l'intervention d'éléments nerveux extrinsèques.

13. Pendant l'arrêt dû à la tétanisation des nerfs viscéraux, on ne peut déterminer la production d'une contraction cardiaque antidrome.

14. La coordination des contractions des cavités droites et des cavités gauches est assurée par des éléments nerveux situés dans le ventricule ou dans son voisinage immédiat.

Station biologique de Roscoff.

BIBLIOGRAPHIE.

- PAUL BERT, Mémoire sur la physiologie de la Seiche. (*Mém. Soc. scient. Bordeaux*, 1867, V, 115-138.)
- FOSTER et DEW-SMITH, On the behaviour of the heart of Molluscs under the influence of electric currents. (*Proc. R. S. London*, 1875, XXIII, 318-343.)
- LÉON FREDERICQ, Recherches sur la physiologie du Poulpe commun. (*Arch. zool. expér.*, 1878, VII, 535-583.)
- W. B. RANSOM, On the cardiac rythm of Invertebrata. (*Journ. of Physiol.*, 1884, V, 261-341.)
- F. BOTTAZZI et P. ENRIQUES, Recherches physiologiques sur le système nerveux viscéral des Aplysies et de quelques Céphalopodes. (*Arch. ital. biol.*, 1900, XXXIV, 111-143.)
- SNYDER, On the influence of temperature upon cardiac contraction and its relation to influence of temperature upon chemical reaction velocity. (*University of California publications*, 1905, II, n° 15, 125-146.)
- Is the rate of the surviving mammalian heart a linear or an exponential function of the temperature? (*Zeitschr. f. allg. Physiol.*, 1913, XV, 72-86.)
- A. J. CARLSON, Comparative Physiology of the Invertebrate heart. III. Physiology of the cardiac nerves in Molluscs. (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1905, XIV, 16-53.)
- Comparative Physiology of the Invertebrate heart. Mémoires nos V, VI, VII et VIII. (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1906, XVI, 47-109.)
- VICTOR BAUER, Einführung in die Physiologie der Cephalopoden. (*Mittheilungen aus der Zoolog. Stat. Neapel*, 1909, XIX, 150-268, v. pp. 247-256.)
- CH. G. ROGERS, Studien über Temperaturcoefficient. (*Amer. Journ. of Physiol.*, XXVIII, 81.)
- ANNIE ISGROVE, Eledone. (*L. M. B. C. Memoirs*, Williams and Norgate, London, 1909, 1 vol., 105 pp.)
-

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — **Déduction des équations de Maxwell de la théorie de l'électricité de De Heen,**

par P. NOAILLON, docteur en sciences physiques et mathématiques.

§ 1. — *Les hypothèses.*

La présente note est rédigée de manière à être accessible aux lecteurs qui n'auraient pas spécialement étudié les théories du Prof^r De Heen (*).

Elle a pour but de déduire les quatre équations fondamentales de Maxwell comme conséquences nécessaires des quatre hypothèses suivantes, admises par le Prof^r De Heen :

1° L'éther est incompressible. La masse de chaque portion est donc proportionnelle au volume de cette portion ;

2° L'éther est doué d'une élasticité rotationnelle (voir les paragraphes intitulés : *Élasticité rotationnelle* et *Effort élémentaire exercé par l'élasticité rotationnelle*) ;

3° Chaque ion négatif détruit par unité de temps (ou plutôt transforme dans une autre phase) un volume constant d'éther. Chaque ion positif reforme dans le même temps le même volume d'éther ;

4° Chaque ion en mouvement (courant électrique) exerce sur l'éther une force dirigée dans le sens du mouvement, ou en sens contraire, selon le signe de l'ion. Cette force est proportionnelle à la vitesse de l'ion (**).

(*) DE HEEN, P., Introduction à l'étude de la physique. (*Mém. de l'Acad. roy. de Belgique*, in-4°, t. IV, 1912.)

(**) Si le système d'axes coordonnés a été convenablement choisi. Nous impliquons donc l'hypothèse qu'il existe au moins un système convenable. (Le principe de relativité énonce qu'il y en a une infinité.)

A ces quatre hypothèses on doit adjoindre les deux définitions suivantes :

Le vecteur (e) indiquant en un point la vitesse de translation de l'éther s'appelle intensité du champ électrique en ce point ;

Le vecteur (H) indiquant en un point la torsion totale de l'éther (voir le paragraphe intitulé : *Champ magnétique*) s'appelle intensité du champ magnétique en ce point.

§ 2. — *Les quatre phases.*

Esquissons d'abord quelques points de cette théorie qui nous seront nécessaires.

L'espace est rempli par une substance que nous considérons sous trois phases différentes :

La phase zéro ;

La phase éther ;

La phase ionique.

L'éther se trouve répandu dans tout l'espace. Dans cette phase éther, la substance est animée de mouvements tourbillonnaires extrêmement rapides. Entre autres conséquences de ces mouvements tourbillonnaires, l'éther jouit de la propriété d'être incompressible.

Pour une étude plus complète des phénomènes naturels, il faut considérer, outre les trois phases précédentes, une quatrième phase : la phase matière.

Mais cette phase matière n'aura pas à intervenir dans nos équations de l'électromagnétisme. Voici pourquoi :

Nous supposons que la phase zéro et la phase éther n'ont pas d'action directe sur la matière. Elles peuvent agir seulement sur les ions qui, eux, éprouvent de la part de la matière des résistances d'impénétrabilité. Les actions électromécaniques qui s'exercent sur des corps matériels proviennent uniquement d'actions exercées sur des ions prisonniers dans ces corps matériels.

§ 3. — *Champ électrique.*

Dans un champ électrique, l'éther se trouve animé d'un mouvement de translation dont la vitesse est en chaque point représentée par le vecteur e qui indique l'intensité du champ électrique.

§ 4. — *Limites du champ électrostatique. Ions.*

Cette translation finit par conduire l'éther à la limite du champ électrique (*). Cette limite est caractérisée par la présence d'une couche superficielle d'ions négatifs.

Ces ions négatifs ont la propriété de transformer la substance de la phase éther dans la phase zéro.

C'est une opération analogue au passage de l'état liquide à l'état gazeux. Le volume d'éther transformé en une unité de temps par un ion est une constante, la même pour tous les ions. Nous choisirons nos unités de temps et de volume de façon que cette constante soit l'unité.

Ce courant d'éther aspiré par les ions négatifs prend sa source à l'autre limite du champ (**). Sur cette autre limite du champ est répandue une couche superficielle d'ions positifs.

Ces ions positifs ont la propriété inverse des ions négatifs : ils transforment la substance de la phase zéro dans la phase éther. Le volume transformé en une unité de temps par chaque ion positif est encore égal à l'unité.

Remarquons que l'incompressibilité de l'éther, qui est ainsi détruit et reconstitué, exige que le nombre total des ions positifs soit égal au nombre total des ions négatifs.

(*) Le champ électrique considéré est, par exemple, celui qu'on produit entre les deux armatures d'un condensateur plan. La limite dont nous parlons actuellement est l'armature négative de ce condensateur.

(**) Armature positive du condensateur.

§ 5. — *Champ magnétique.*

A chaque mouvement élémentaire de l'éther correspond pour chaque particule de l'éther une rotation élémentaire (*) (qui peut éventuellement être nulle si le mouvement est irrotationnel). Si nous suivons dans son mouvement une particule d'éther depuis l'état de repos initial (au temps t_0) jusqu'à l'état de mouvement actuel (au temps t), et si nous intégrons de t_0 à t le vecteur qui représente la rotation élémentaire, nous obtiendrons un nouveau vecteur H , qui représentera l'intensité du champ magnétique au point occupé à l'instant t par la particule considérée.

§ 6. — *Première équation.*

Suivons dans son mouvement une particule d'éther depuis l'instant t jusqu'à l'instant $t + dt$.

Les divers points de cette particule possèdent chacun une vitesse représentée par le vecteur e , vecteur qui peut varier d'un point à un autre. La variation du vecteur e a pour conséquence une rotation de la particule sur elle-même. Pendant le temps dt , la particule effectue une petite rotation (**) représentée par le vecteur

$$\frac{1}{2} \text{rot}(ed t),$$

c'est-à-dire par le vecteur dont les trois composantes sont :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial z} c_x - \frac{\partial}{\partial x} c_z \right) dt,$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial z} c_y - \frac{\partial}{\partial y} c_z \right) dt,$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} c_y - \frac{\partial}{\partial y} c_x \right) dt.$$

(*) Voyez la note ci-dessous.

(**) Voir le *Traité de mécanique* de APPEL, t. III (édit. 1903), n° 705, pp. 286-289.

Ce vecteur

$$\frac{1}{2} \text{rot} (edt)$$

représente donc un accroissement (positif ou négatif) de la torsion de la particule d'éther en ce point.

On aura donc

$$\frac{dH}{dt} dt = K \frac{1}{2} \text{rot} (edt)$$

et par suite

$$\frac{d}{dt} H = \left(\frac{1}{2} K \right) \text{rot} e,$$

où le facteur $\left(\frac{1}{2} K \right)$ est une constante qui dépend du choix des unités.

Nous ferons ce choix de telle sorte que

$$\frac{1}{2} K = 1.$$

Donc

$$(I) \quad \frac{d}{dt} H = \text{rot} e.$$

§ 7. — Seconde équation.

Soient H_x , H_y , H_z les trois composantes du vecteur H . L'expression

$$\frac{\partial}{\partial x} H_x + \frac{\partial}{\partial y} H_y + \frac{\partial}{\partial z} H_z$$

s'appelle divergence du vecteur H . Elle se représente par

$$\text{div. } H.$$

De la relation (I) on déduit

$$\text{div. } \frac{d}{dt} H = \text{div. rot} e,$$

ou

$$\frac{d}{dt} \text{div. H} = \text{div. rot } e.$$

Mais un calcul simple montre que, quel que soit le vecteur e , on a toujours

$$\text{div. rot } e = 0.$$

Donc

$$\frac{d}{dt} \text{div. H} = 0.$$

D'après notre théorie, le champ magnétique est produit par des torsions effectuées dans les fibres d'éther. Avant qu'on ait effectué ces torsions, le vecteur H était partout nul et, par suite, on avait aussi, en ce temps-là :

$$\text{div. H} = 0.$$

Soit t_0 une époque choisie en ce temps-là.

Depuis ce temps t_0 jusqu'à l'époque actuelle t , l'on a

$$\frac{d}{dt} \text{div. H} = 0.$$

Donc, en intégrant de t_0 à t ,

$$[\text{div. H}]_{t_0}^t = 0,$$

ou

$$\text{div. H} - \text{div. (H)}_{t_0} = 0.$$

Mais nous venons de dire que $[\text{div H}]_{t_0} = 0$.

Donc

$$(II) \quad \text{div. H} = 0.$$

§ 8. — Élasticité rotationnelle.

Nous avons dit que la substance possède dans la phase éther des mouvements tourbillonnaires extrêmement rapides. Ces mouvements giratoires procurent à l'éther une élasticité rotationnelle au sens de Lord Kelvin :

L'axe d'une toupie en rotation tend à rester dans la position

verticale ; si on l'en écarte, il décrira un petit cône autour de la verticale, comme le fait le fil d'un pendule conique sous l'influence de la pesanteur qui tend à le ramener à sa position d'équilibre. Pour un observateur qui ignorerait son mouvement de rotation, la toupie semblerait obéir à une sorte de force élastique. On peut imaginer des appareils plus compliqués qui reproduisent plus exactement encore les propriétés des corps élastiques, et c'est ce qu'a fait Lord Kelvin. Supposons des systèmes articulés dont certaines pièces, jouant le rôle de gyrostats, sont animées d'une rotation rapide. Dans ces systèmes, aucune force n'est en jeu (à part les forces d'inertie), et pourtant ils se comporteront comme s'ils étaient doués d'élasticité. En apparence, on peut y emmagasiner de l'énergie potentielle ; mais ils ne possèdent en réalité que de l'énergie cinétique. On supposera que l'éther est constitué de la sorte.

Il y a toutefois une différence entre l'élasticité ordinaire (celle des solides) et l'élasticité rotationnelle de Lord Kelvin. Quand on déforme un solide, son élasticité est mise en jeu ; mais elle ne l'est plus quand on le fait tourner en changeant son orientation dans l'espace, mais sans changer sa forme. Il n'en est pas ainsi dans les systèmes articulés de Lord Kelvin.

Dans ces systèmes de Lord Kelvin, et dans notre éther, on ne peut changer l'orientation sans avoir à vaincre une sorte de résistance élastique :

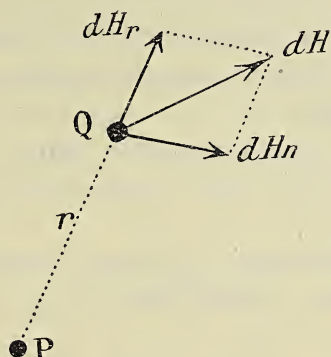
Les diverses parties de l'éther tendent à conserver leur orientation ; on ne peut les en écarter sans dépenser du travail ; elles y reviennent quand la force extérieure cesse d'agir.

§ 9. — *Effort élémentaire produit par l'élasticité rotationnelle.*

Supposons qu'aux points d'une région élémentaire de volume $d\tau$ entourant le point Q il existe une torsion élémentaire de l'éther représentée par le secteur

$$dH.$$

Considérons un point quelconque P et un volume élémentaire $d\tau'$ autour de ce point. En vertu de l'élasticité rotationnelle, il existe une force qui agit sur le volume $d\tau'$ et qui tend à faire tourner ce volume autour du vecteur dH .



Cette force produite par la torsion du volume $d\tau$ et agissant sur le volume $d\tau'$ sera proportionnelle au produit de ces deux volumes.

Elle pourra être représentée par

$$(dF)d\tau \cdot d\tau',$$

dF dépendant du vecteur dH .

Décomposons dH en une composante dH_r le long de PQ et une composante dH_n normale à PQ.

La composante dH_r n'aura pas d'action sur le point P. La force dF sera proportionnelle à dH_n . Elle sera normale au plan des deux vecteurs PQ et dH_n .

On aura

$$dF = K \cdot dH_n,$$

le coefficient K étant une certaine fonction de la distance $PQ = r$.

Nous poserons

$$K = r \cdot f(r).$$

De sorte que

$$dF = f(r) \cdot r dH_n.$$

Nous ferons sur la fonction $f(r)$ seulement les deux hypothèses suivantes :

1° Cette fonction décroît avec une très grande rapidité lorsque r augmente. Elle sera donc pratiquement nulle dès que r dépassera une certaine valeur r_0 (rayon d'action), valeur r_0 qui sera supposée très petite ;

2° La fonction devient peut-être infinie quand r tend vers zéro, mais si cela a lieu, nous supposerons que l'ordre d'infinitude est inférieur à 5.

En d'autres termes, nous supposons qu'il existe une constante $m < 5$ et un nombre positif fixe M , tels que l'on ait pour toutes les valeurs de r :

$$f(r) < \frac{M}{r^m}.$$

Remarquons maintenant qu'un vecteur égal au produit des deux vecteurs PQ et dH_n et normal au plan de PQ et dH_n est égal au produit vectoriel des vecteurs $PQ = r$ et dH . Ce produit vectoriel, selon une notation très répandue, sera représenté par

$$[r \cdot dH].$$

Donc

$$r \cdot dH_n = [r \cdot dH]$$

et

$$dF = f(r) \cdot [r \cdot dH],$$

où $f(r)$ est une fonction scalaire de la distance r , fonction dont nous ignorons la forme exacte, mais dont il nous suffira de savoir qu'elle satisfait aux deux conditions que nous venons d'énoncer.

Considérons maintenant un vecteur magnétique fini H . C'est l'intégrale de torsions élémentaires, de t_0 à t .

Son action F sera donc l'intégrale des actions élémentaires dF .

Donc

$$\mathbf{F} = \int_{t_0}^t f(r) [\mathbf{r} \cdot d\mathbf{H}] = f(r) \cdot [\mathbf{r} \cdot \int_{t_0}^t d\mathbf{H}]$$

$$\mathbf{F} = f(r) \cdot [\mathbf{r} \cdot \mathbf{H}].$$

Donc :

Un élément de volume $d\tau$ entourant le point Q et possédant une intensité magnétique $\mathbf{H}$, exerce sur un élément de volume $d\tau'$ entourant un point P une force représentée par le vecteur

$$\mathbf{F} \cdot d\tau \cdot d\tau' = f(r) \cdot [\mathbf{r}\mathbf{H}] \cdot d\tau \cdot d\tau'.$$

§ 10. — *Effet total produit en un point par l'élasticité rotationnelle.*

Cherchons quelle est la force totale exercée par l'élasticité rotationnelle sur l'unité de volume située en un point P (*). (Parce que l'éther est supposé incompressible, donc à densité constante, il revient au même de considérer l'unité de volume ou l'unité de masse.)

Choisissons ce point P comme origine des coordonnées. Les composantes H_x , H_y , H_z du vecteur magnétique en un point Q sont des fonctions des coordonnées x , y , z de ce point.

Examinons d'abord le cas où ces fonctions sont linéaires :

$$H_x = h + ax + by + cz,$$

$$H_y = h' + a'x + b'y + c'z,$$

$$H_z = h'' + a''x + b''y + c''z.$$

L'effort exercé sur l'unité de volume située en P (origine) par un élément de volume $d\tau$ entourant le point Q est, d'après une formule précédente :

$$f(r) \cdot [\mathbf{r} \cdot \mathbf{H}] d\tau.$$

Entourons l'origine P d'une petite sphère de rayon α , et soit

(*) Plus exactement le rapport entre l'effort exercé sur un élément de volume $d\tau'$ et la mesure de ce volume $d\tau'$.

E l'espace extérieur à cette sphère. L'effort exercé sur l'unité de volume située en P par tout l'espace E extérieur à la sphère α , est égal à l'intégrale

$$\int_E f(r) \cdot [r \cdot H] d\tau.$$

Et l'effort total que nous avons cherché est la limite pour $\alpha = 0$ de cette intégrale.

Le vecteur H étant égal à la somme géométrique

$$H = Hx + Hy + Hz,$$

l'intégrale ci-dessus sera égale à la somme géométrique des trois intégrales

$$\int_E f(r) \cdot [rHx] d\tau + \int_E f(r) \cdot [rHy] d\tau + \int_E f(r) \cdot [rHz] d\tau.$$

Occupons-nous de la première de ces trois intégrales.

Le vecteur r a pour composante

$$x \quad y \quad z$$

et le vecteur Hx

$$H_x \quad 0 \quad 0$$

Donc le vecteur

$$p = [rHx]$$

a pour composantes

$$\begin{aligned} p_x &= 0 \\ p_y &= zHx = hz + axz + byz + cz^2 \\ p_z &= -yHx = -hy - axy - by^2 - czy. \end{aligned}$$

Donc

$$\int_E f(r) \cdot [rHx] d\tau = \int_E f(r) \cdot p_y d\tau + \int_E f(r) \cdot p_z \cdot d\tau.$$

Ces deux dernières intégrales représentent des vecteurs dirigés respectivement suivant l'axe des y et suivant l'axe des z .

On a

$$\begin{aligned} \int_E f(r) \cdot p_y \cdot d\tau &= h \int_E f(r) \cdot z \cdot d\tau + a \int_E f(r) \cdot xz \cdot d\tau + b \int_E f(r) \cdot yz \cdot d\tau \\ &+ c \int_E f(r) \cdot z^2 d\tau; \end{aligned}$$

à cause de la symétrie, autour de l'origine, du champ E et de $f(r) \cdot d\tau$, les intégrales

$$\int_E f(r) \cdot z d\tau; \quad \int_E f(r) \cdot xz d\tau; \quad \int_E f(r) \cdot yz d\tau$$

sont nulles.

Il reste donc

$$\int_E f(r) \cdot p_y \cdot d\tau = c \int_E f(r) \cdot z^2 \cdot d\tau.$$

Pour évaluer cette dernière intégrale, nous passerons aux coordonnées polaires :

$$x = r \cdot \sin \theta \cdot \cos \omega$$

$$y = r \cdot \sin \theta \cdot \sin \omega$$

$$z = r \cdot \cos \theta.$$

On a

$$d\tau = r^2 \cdot \sin \theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\omega;$$

donc

$$\begin{aligned} \int_E f(r) \cdot z^2 d\tau &= \int_E f(r) \cdot (r \cos \theta)^2 \cdot r^2 \cdot \sin \theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\omega \\ &= \int_0^{2\pi} d\omega \cdot \int_0^\pi \cos^2 \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot \int_\alpha^\infty f(r) \cdot r^4 \cdot dr \\ &= \frac{4\pi}{3} \int_\alpha^\infty f(r) \cdot r^4 \cdot dr. \end{aligned}$$

Donc

$$\int_E f(r) \cdot p_y d\tau = c \cdot \frac{4\pi}{3} \int_\alpha^\infty f(r) \cdot r^4 \cdot dr.$$

Ce nombre mesure un vecteur dirigé suivant l'axe des y .

Pour éviter toute confusion à l'égard de nos vecteurs, nous représenterons (conformément à Hamilton) par $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ trois vecteurs unitaires dirigés respectivement suivant les axes des x , des y et des z . On aura donc

$$\int_E f(r) \cdot p_y d\tau = c \cdot \vec{j} \cdot \frac{4\pi}{3} \int_\alpha^\infty f(r) \cdot r^4 \cdot dr;$$

de même

$$\int_E f(r) \cdot p_z d\tau = -b\bar{k} \cdot \frac{4\pi}{3} \int_{\alpha}^{\infty} f(r) \cdot r^4 dr.$$

Donc

$$\int_E f(r) \cdot [rH_x] d\tau = \left\{ +c\bar{j} - b\bar{k} \right\} \frac{4\pi}{3} \int_{\alpha}^{\infty} f(r) \cdot r^4 dr.$$

A cause de l'hypothèse faite que

$$f(r) < \frac{M}{r^m}$$

avec $m < 5$, l'intégrale

$$\int_{\alpha}^{\infty} f(r) \cdot r^4 dr$$

tend vers une valeur finie pour $\alpha = 0$. Nous poserons

$$\frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} f(r) \cdot r^4 \cdot dr = K.$$

On aura donc

$$\int_{\infty} f(r) [rH_x] d\tau = [c\bar{j} - b\bar{k}] \cdot K.$$

On sait que si un vecteur q a pour composantes q_x, q_y, q_z , on représente par

$$\text{rot } q$$

le vecteur

$$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ q_x & q_y & q_z \end{vmatrix} = \bar{i} \left(\frac{\partial}{\partial y} q_z - \frac{\partial}{\partial z} q_y \right) + \bar{j} \left(\frac{\partial}{\partial z} q_x - \frac{\partial}{\partial x} q_z \right) + \bar{k} \left(\frac{\partial}{\partial x} q_y - \frac{\partial}{\partial y} q_x \right).$$

Or, le vecteur Hx a pour composantes :

$$Hx, \quad 0, \quad 0,$$

donc

$$\text{rot H}x = \bar{j} \frac{\partial}{\partial z} \text{H}x - \bar{k} \frac{\partial}{\partial y} \text{H}x;$$

mais

$$\frac{\partial}{\partial z} \text{H}x = c \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial y} \text{H}x = b;$$

donc

$$\text{rot H}x = c\bar{j} - b\bar{k}$$

et la formule précédente peut s'écrire :

$$\int_{\infty} f(r) \cdot [r \text{H}x] d\tau = K \cdot \text{rot H}x.$$

De même

$$\int_{\infty} f(r) \cdot [r \text{H}y] d\tau = K \cdot \text{rot H}y$$

$$\int_{\infty} f(r) \cdot [r \text{H}z] d\tau = K \cdot \text{rot H}z.$$

Donc enfin

$$\int_{\infty} f(r) [r \text{H}] d\tau = K \cdot \text{rot H}.$$

Tel est l'effort total exercé, sur l'unité de volume placée en P, par un champ magnétique dont les composantes H_x, H_y, H_z sont des fonctions linéaires de *x*, *y*, *z*.

*
* * *

Considérons maintenant un champ magnétique dont l'intensité est une fonction qui n'est astreinte qu'à la seule condition d'avoir des dérivées partielles premières continues.

A cause de l'hypothèse faite que la fonction *f*(*r*) décroît avec une très grande rapidité quand *r* augmente, nous pourrons, pour calculer l'effort en P, remplacer le champ quelconque H par un champ osculateur H' à composantes linéaires. C'est-à-dire par un champ H' tel que

$$\text{H}'x = h + ax + by + cz$$

$$\text{H}'y = h' + a'x + b'y + c'z$$

$$\text{H}'z = h'' + a''x + b''y + c''z,$$

les constantes $h, a, b \dots$ étant choisies de sorte que l'on ait au point P :

$$\begin{aligned} H'x &= Hx \\ \frac{\partial H'x}{\partial x} &= \frac{\partial Hx}{\partial x} \\ \frac{\partial H'x}{\partial y} &= \frac{\partial Hx}{\partial y} \\ \frac{\partial H'x}{\partial z} &= \frac{\partial Hx}{\partial z} \end{aligned}$$

et de même pour les composantes suivant l'axe des y et suivant l'axe des z .

L'effort total exercé par le champ H sur l'unité de volume situé en P sera donc

$$K \text{ rot. } H' = K \text{ rot. } H.$$

On peut d'ailleurs choisir les unités de telle sorte que

$$K = 1.$$

Dans ces conditions, l'effort total exercé par le champ magnétique d'intensité H sur l'unité de volume située en P est égal à

$$\text{rot. } H.$$

§ 11. — *Troisième équation dans une portion de l'espace sans courant électrique.*

Cette force

$$\text{rot} = H,$$

qui agit sur l'unité de volume d'éther située en P, est équilibrée par la force d'inertie due à l'accélération de cet éther.

Cette force d'inertie est

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} e$$

$\frac{1}{c}$ étant une constante dont la valeur numérique dépend du choix des unités (*).

Nous aurons donc

$$(III) \quad \frac{1}{c} \frac{d}{dt} e = \text{rot } H.$$

§ 12. — Courant électrique.

Dans les phénomènes que nous avons examinés jusqu'à présent, les ions étaient répandus en couche superficielle immobile à la limite du champ électrique. Ce champ électrique était supposé situé dans un corps imperméable aux ions. A de tels corps on donne le nom de *diélectriques*.

Mais il existe aussi des corps qui se laissent traverser par les ions. On les appelle *conducteurs*.

Ces ions en mouvement tendent à entraîner l'éther avec une force proportionnelle à leur nombre et à leur vitesse (**).

La force exercée par le mouvement des ions sur l'unité de volume d'éther dépend :

1° Du nombre ρ_+ des ions positifs qui se trouvent à l'instant considéré dans cette unité de volume;

2° De la vitesse moyenne (**) de ces ions positifs, vitesse de déplacement que nous représentons par le vecteur v_+ ;

3° Du nombre ρ_- d'ions négatifs dans l'unité de volume;

4° De la vitesse de déplacement moyenne (**) v_- de ces ions négatifs.

Cet effort (***) sera égal au nombre

$$\frac{1}{c} \left\{ \rho_+ v_+ - \rho_- v_- \right\}.$$

Il peut être négatif (si $\rho_- v_- > \rho_+ v_+$).

(*) L'étude des phénomènes lumineux, selon les vues de Maxwell, montre que cette constante c mesure la vitesse de la lumière dans le vide.

(**) Par rapport au champ magnétique.

(***) L'existence de cette force a été mise en évidence par le Prof^r De Heen dans plusieurs expériences originales.

§ 13. — *Troisième équation dans le cas général.*

Dans le cas général où des ions en mouvement traversent l'unité de volume d'éther situé en P, la force

$$\text{rot H}$$

exercée par l'élasticité rotationnelle est équilibrée non seulement par l'inertie de l'éther

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} e,$$

mais encore par la force d'entraînement des ions

$$\frac{1}{c} \left\{ \rho_+ v_+ - \rho_- v_- \right\}.$$

On a donc

$$(III) \quad \frac{1}{c} \left\{ \frac{d}{dt} e + \rho_+ v_+ - \rho_- v_- \right\} = \text{rot H}.$$

§ 14. — *Quatrième équation.*

Nous avons dit que l'éther est incompressible.

Donc si l'on imagine un petit parallépipède rectangle parallèle aux axes coordonnés dans lequel ne se trouvent pas d'ions, on pourra écrire que le volume d'éther qui entre par seconde est égal au volume qui sort. On obtient ainsi

$$\text{div. } e = 0.$$

Si le parallépipède renferme des ions, le volume d'éther qui entre par seconde, diminué du volume qui sort, est égal au volume d'éther que les ions négatifs ont réduit à la phase zéro, diminué du volume d'éther produit par les ions positifs.

Le volume transformé par chaque ion est une constante que nous supposons égale à l'unité. On a donc

$$(IV) \quad \text{div. } e = \rho_+ - \rho_-.$$

§ 15. — *Force exercée par l'éther sur les ions.*

Nous avons obtenu les équations de Maxwell en écrivant les équations du mouvement de l'éther gyrostatique, conformément aux vues du Prof^r De Heen.

Cet éther gyrostatique exercera sur les ions les effets reconnus dans les expériences classiques, si l'on suppose que chaque ion est sous l'influence de deux forces :

Une force exercée par la translation de l'éther, et qui est représentée en grandeur et sens par la vitesse (e) de cette translation, multipliée par le signe de l'ion ;

Une autre force dépendant de la torsion (H) de l'éther et qui tend à courber la trajectoire de l'ion autour de cet axe de torsion (H). Cette force est proportionnelle au produit vectoriel du vecteur H par la vitesse v de l'ion.

La force totale exercée par l'éther sur chaque ion est représentée par la formule vectorielle :

$$F = (*) \pm \left\{ e + \frac{1}{c} [vH] \right\}.$$

(*) Il faut remplacer $\pm$ par le signe de l'ion.

PHYSICO-CHIMIE. — **Essai sur l'analyse piézométrique**

(Premier mémoire),

par JEAN TIMMERMANS ⁽¹⁾.

INTRODUCTION.

L'étude des équilibres hétérogènes auxquels se rapporte la loi des phases peut se faire par deux espèces de méthodes expérimentales : par l'observation visuelle directe, quand il s'agit de phases fluides, transparentes; par des procédés indirects, lorsqu'il s'agit de phases cristallines, opaques; le type le plus caractéristique de ces derniers procédés est l'analyse thermique (Tammann).

Les systèmes condensés (où il n'y a pas de phase vapeur) de plusieurs composants n'ont guère fait l'objet de recherches qu'à température variable et sous pression constante (pression atmosphérique); l'étude des transformations que subissent les mélanges sous des pressions élevées, me semble être un problème digne d'intéresser à son tour les physico-chimistes, tant par son importance théorique que par ses applications aux autres sciences (la géologie par exemple) et à la technique industrielle.

On songera sans doute, pour résoudre cette question, à entreprendre des recherches d'analyse thermique sous des pressions supérieures à la normale, mais je crois qu'un tel procédé se heurterait à de grandes difficultés opératoires : dans un mémoire récent, Puschin et Grebenschtschikow ⁽²⁾ en ont fait usage pour la première fois. Tammann ⁽³⁾, de son côté, a tourné la difficulté

(1) Présenté par MM. Crismer et Verschaffelt.

(2) *Journal de la Société physico-chimique russe*, t. XXXIV, pp. 412 et 244, 1912. Résumé dans le *Chemisches Zentralblatt*, 1912, 1^{er} semestre.

(3) *Zeitschr. für physikalische Chemie*, 80, 743, 1912.

en observant simultanément les variations de la pression et de la température, mais sa méthode n'a été appliquée qu'à l'étude de substances pures. Une autre méthode, d'application plus simple, dans les régions de températures facilement accessibles, me paraît fournir une solution élégante du problème : elle consiste à étudier à température constante les variations de pression observables, quand on laisse revenir lentement à la pression ordinaire un système préalablement comprimé ; je propose de baptiser cette méthode nouvelle du nom d'*analyse piézométrique*, du grec $\pi\epsilon\acute{\iota}\zeta\omega$, comprimer.

Imaginons un cylindre d'acier dans lequel nous introduisons la substance à étudier et que nous avons relié à un compresseur, à un manomètre enregistreur et à un tube d'écoulement du liquide de compression. Ce dernier tube étant fermé, amenons le contenu de l'appareil à la pression maxima que nous désirons atteindre, puis laissons la pression s'abaisser lentement et régulièrement, en permettant l'écoulement progressif du liquide de compression par une ouverture donnant un débit réglable à volonté ; plaçons tout cet appareil dans un thermostat convenable, laissons s'établir le régime de chute de la pression et enregistrons les aspects divers de la courbe de chute ; celle-ci nous présentera une série de paliers, de tronçons de courbes plus ou moins inclinés, etc., dont l'examen détaillé suffira pour établir le diagramme d'état du système considéré.

Dans l'analyse thermique, on observe en fonction du temps les variations de la température à pression constante ; dans l'analyse piézométrique, on observe, en fonction du temps, les variations de la pression à température constante.

Les deux méthodes présentent toutefois des différences essentielles :

a) A pression constante, on peut toujours congeler ou faire fondre une substance, à condition d'abaisser ou d'élever suffisamment la température ; mais il n'est pas possible de solidifier une substance à n'importe quelle température, même si l'on fait varier énormément la pression ; ce fait résulte de l'ensemble

des recherches expérimentales les plus récentes sur la courbe de fusion : il paraît démontré que la température de cristallisation d'un corps pur s'élève généralement avec la pression, mais tend cependant vers un maximum ⁽¹⁾. Je ne parle pas, bien entendu, des conceptions théoriques de divers auteurs sur l'allure de la courbe de fusion dans toute son extension.

b) Toutes les substances se solidifient par abaissement de la température ; une élévation de pression peut, au contraire, suivant les cas, amener la fusion ou la congélation.

SYSTÈMES D'UN SEUL COMPOSANT.

Examinons, à l'aide de l'appareil dont je viens d'indiquer le principe, l'allure de la courbe de chute de pression d'une substance qui, à la température considérée, reste liquide à toutes

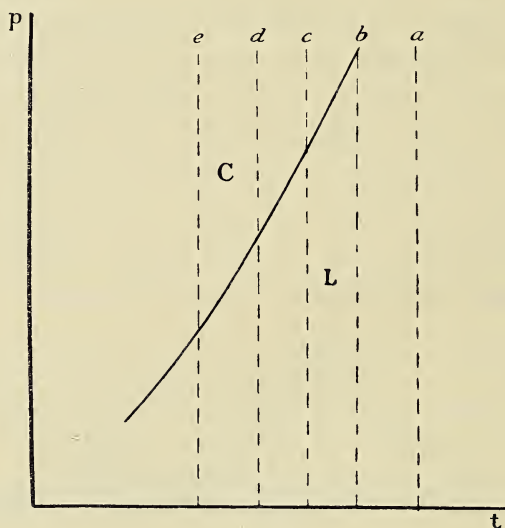


FIG. 1.

les pressions que l'on étudie : au fur et à mesure que la pression s'abaisse, le liquide comprimé se détend sans à-coups ; la

(1) BRIDGMAN, *Zeitschr. für anorg. Chemie*, 1912.

courbe de chute de pression sera donc continue, ne présentera aucun changement brusque de direction. On pourra se figurer son allure en faisant usage d'un diagramme pd (pression-durée), dont les ordonnées p correspondent aux pressions d'écoulement observées au bout d'un nombre croissant de secondes d portées en abscisse (fig. 2, courbe a) ; la pression d'écoulement diminue de plus en plus quand la durée de l'écoulement augmente ; la courbe de chute est donc inclinée sur l'axe des abscisses.

Congélation et fusion. — En opérant dans les limites de température convenables, on peut étudier la congélation ou la fusion de substances pures sous diverses pressions. La loi des phases nous enseigne qu'à température constante la congélation ou la fusion d'une substance pure s'effectue à pression constante aussi longtemps que les deux phases liquide-cristalline restent en présence. A cette constance de pression correspond, sur le trajet de la courbe de chute de pression, un palier horizontal dont la longueur est proportionnelle à la durée de fusion. Ici la courbe de chute de pression peut donc comprendre trois portions (fig. 2,

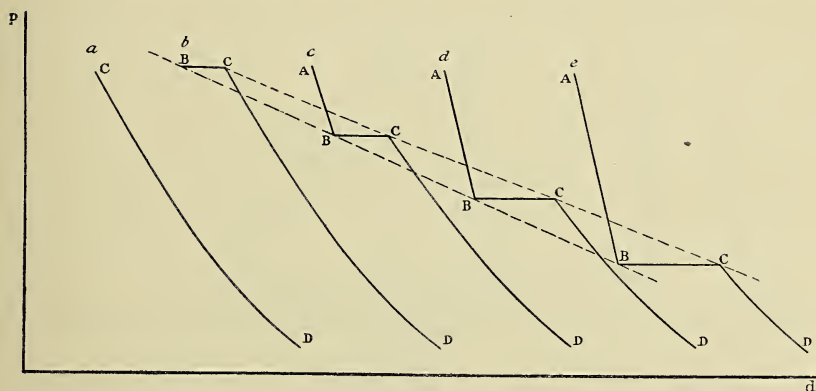


FIG. 2.

courbe d) : deux sont inclinées et se rapportent à la dilatation, l'une de la phase liquide (portion CD), l'autre du solide (portion AB) ; la troisième est horizontale (portion BC) : c'est le palier de fusion.

Deux alternatives peuvent se présenter suivant que la compression produit la congélation (ex. : benzol; diagramme pt = fig. 1) ou la fusion (glace ordinaire; diagramme pt = fig. 3); l'ordre de succession des portions de la courbe de chute de pression sera inverse dans les deux cas : ou bien l'on part d'une substance, solide à haute pression, qui se dilate, puis fond à des pressions inférieures et, liquide enfin, recommence à se dilater plus rapidement qu'au début; ou bien l'on part d'un liquide comprimé qui cristallise aux basses pressions.

Résumons l'ensemble de ces considérations par l'examen du diagramme pd (pression-durée; chacune des courbes de chute de pression a, b, c, d, e , y correspond à l'isotherme correspondante de la figure 1) pour le cas du benzol (fig. 2) : l'isotherme

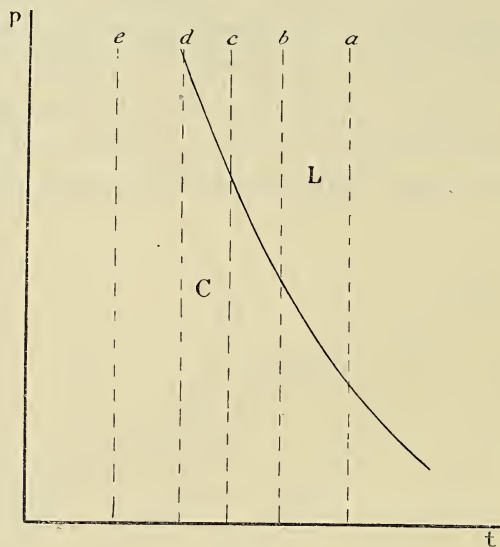


FIG. 3.

a se rapporte à une température suffisamment élevée pour qu'à la plus haute pression considérée le benzol soit encore liquide; cette isotherme ne comprend donc qu'une seule portion de courbe (CD) se rapportant à la dilatation du liquide lors de la chute de pression; l'isotherme b correspond à la température où le benzol se congèle précisément sous la pression la plus

haute qu'on examine; ici apparaît au haut de la courbe de dilatation du liquide un palier horizontal de fusion (BC). A la température de la courbe *c*, le benzol est solide à la pression maximum; la première portion de la courbe se rapporte à la dilatation du solide (AB), puis vient le palier horizontal de la fusion et enfin la courbe de dilatation du liquide. Au fur et à mesure que baisse davantage la température d'expérience, le palier de fusion se déplace vers les basses pressions (courbes *d*, etc.), jusqu'à ce que l'on atteigne enfin la température du point triple : alors la phase solide subsiste depuis les pressions les plus élevées jusqu'à la pression généralement très faible de l'équilibre vapeur + liquide + cristaux, et au delà le corps se vaporise directement sans se liquéfier; mais ce domaine de basses pressions échappe pratiquement à notre étude et nous le passerons désormais sous silence.

La figure 4 montre les changements que subit ce diagramme quand on remplace le benzol par l'eau.

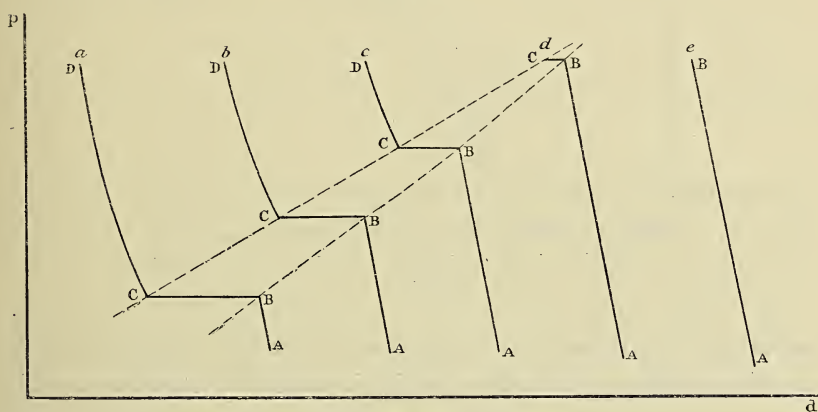


FIG. 4.

La compressibilité des cristaux est généralement plus faible que celle des liquides correspondants : la courbe de détente du solide est donc plus rapprochée de la verticale que celle du liquide. Par suite de la différence de compressibilité des deux phases en présence, la variation de volume due à la fusion

diminue quand la pression augmente; le palier horizontal de la fusion est donc plus court quand celle-ci s'opère sous haute pression que dans les conditions ordinaires. J'ai tenu compte de ces considérations de détail pour le tracé des diagrammes 2 et 4.

Polymorphisme. — Quand le solide peut cristalliser sous plusieurs formes polymorphes, les phénomènes se compliquent; à côté du palier de fusion s'en présente un autre pour chaque transformation allotropique du solide (équilibres univariants). Pour l'acide acétique, par exemple (fig. 5 = diagramme pt),

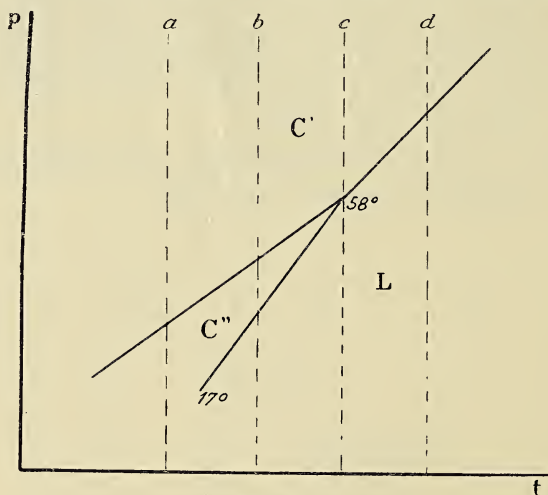


FIG. 5.

étudié par Tammann ⁽¹⁾, en opérant entre 58° (température de transformation en présence du liquide) et 17° (température de fusion sous la tension de vapeur saturée), on observera cinq portions de la courbe de chute de pression (fig. 6, courbe b); sous les hautes pressions existe une forme polymorphe bien déterminée, dont on observe la dilatation quand la pression

⁽¹⁾ TAMMANN, *Kristallisieren und Schmelzen*, p. 275, 1903.

s'abaisse (portion AB); puis on obtient un premier palier horizontal (BC), correspondant à la transformation polymorphe $C' = C''$; une fois celle-ci complète, il se présente une nouvelle courbe de dilatation se rapportant au solide C'' (portion CD); ensuite un second palier pour la fusion de C'' (DE) et enfin une dernière courbe pour la dilatation du liquide obtenu (portion EF).

D'après les exemples connus, les températures de transformation polymorphe peuvent s'élever (acide acétique) ou s'abaisser (nitrate d'ammonium) quand la pression croît; on

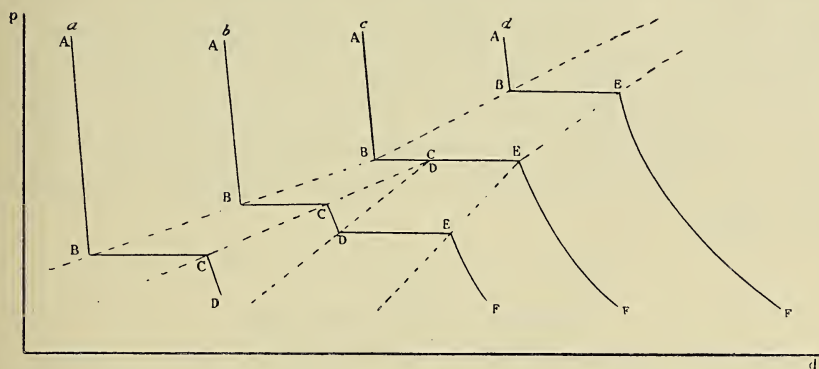


FIG. 6.

ne peut donc prévoir dans chaque cas particulier la déformation progressive de la courbe de chute de pression quand on fait varier la température; mais il est facile de se rendre compte des aspects particuliers que prend cette courbe quand une transformation polymorphe se produit en présence d'une troisième phase, liquide ou cristalline (point triple); l'équilibre est alors invariant et ne peut être observé qu'à une seule température; la transformation qui s'y produit est double, à la fois transformation polymorphe et fusion; les deux paliers de transformation et de fusion, jusqu'alors séparés, mais qui se sont rapprochés l'un de l'autre de plus en plus, se confondent (fig. 6, courbe c, portion BE). A d'autres températures, en deçà ou au delà du point triple, les deux paliers se séparent de nouveau;

mais l'un d'eux pourra aussi disparaître, si l'on se trouve dans une région de température où, quelle que soit la pression, l'existence de deux des phases est seule possible : ainsi dans notre précédent exemple (acide acétique), au-dessus de 58° , on ne peut observer que le palier de fusion $C' = L$, car la forme C'' ne peut exister au-dessus de cette température (courbe d) ; en dessous de 17° au contraire, l'acide est toujours solide et l'on n'aura plus que le palier de transformation $C' = C''$ (courbe a). Dans des cas pareils, même si l'on ne parvient pas à réaliser la courbe de chute de pression se rapportant au point triple, la transformation progressive des courbes voisines permettra de se rendre compte des phénomènes ; l'usage de diagrammes pt (fig. 5) sur lesquels on porte l'ensemble des données numériques, observées comme température de fusion ou de transformation sous diverses pressions, permettra d'ailleurs de mieux comprendre les formes d'équilibre auxquelles on a affaire.

SYSTÈMES DE DEUX COMPOSANTS.

Congélation d'un mélange binaire de liquides miscibles dont les constituants cristallisent à l'état pur. — Dans cette étude, nous ne considérons que deux cas fondamentaux :

A) Les deux composants cristallisent avec diminution de volume ; exemple : mélanges de substances organiques ;

B) Les constituants cristallisent tous deux avec augmentation de volume ; pas d'exemple connu.

A. — *Les deux composants cristallisent avec diminution de volume* (fig. 7 = diagramme pt) : dans ce cas, la loi de Le Chatelier-van 't Hoff indique que toutes les solutions cristallisent par compression.

Examinons à température constante la courbe de chute de pression d'un mélange, préalablement solidifié sous de hautes pressions et d'une concentration telle qu'à côté de l'eutectique

composant A + composant B, il contienne un excès du composant B. Tout d'abord, le conglomérat solide se dilate sans fondre et la pression baisse rapidement; ce phénomène est

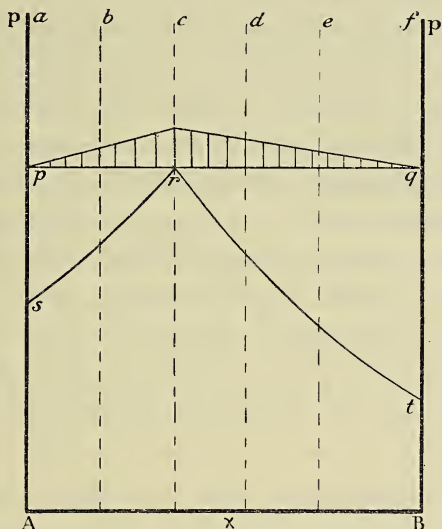


FIG. 7.

représenté sur le diagramme de la courbe de chute de pression par une portion de courbe oblique sur les deux axes, le long de laquelle la pression descend au fur et à mesure que la durée de chute augmente (fig. 8, courbe *e*, portion AB). Ensuite, la

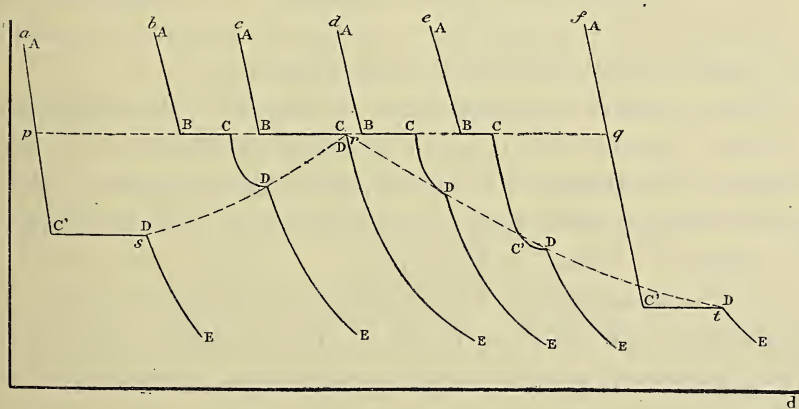


FIG. 8.

portion du conglomérat dont la pression de fusion est la plus haute, c'est-à-dire l'eutectique, se liquéfie, et l'on constate que, conformément à la règle des phases, la pression reste constante jusqu'à ce que tout l'eutectique soit fondu ; à cette constance de pression correspond sur le diagramme un palier horizontal (portion BC). Il ne reste plus alors à l'état solide que l'excès du composant B, qui continue à fondre ; mais, dès lors, la composition de la solution en équilibre avec les cristaux varie constamment (équilibre bivariant), et avec elle la pression de fusion qui s'abaisse progressivement ; à la fusion du composant B correspond donc une nouvelle portion oblique CD de la courbe de chute de pression, portion qui se termine en D quand la masse est complètement liquéfiée ; dès lors, le liquide continue à se dilater, mais plus vite qu'auparavant, et l'on obtient une quatrième et dernière portion de la courbe étudiée (DE), plus inclinée que la précédente.

Étudions maintenant une série de courbes analogues se rapportant à des expériences faites à la même température, mais sur des mélanges de diverses compositions centésimales. Toutes ces courbes présentent la même allure générale, mais un examen attentif y révélera les différences suivantes [fig. 8 ; chacune des courbes de chute de pression se rapporte à un système dont la concentration est également indiquée sur le diagramme *pt* (fig. 7)] :

a) Un conglomérat ayant exactement la composition de l'eutectique fond complètement à pression constante ; la portion de courbe CD fait défaut dans ce cas (courbe *c*) ;

b) Aux autres concentrations, la fusion de l'eutectique se produit toujours sous la même pression (courbes *b, d, e*), mais la durée de la fusion est de plus en plus faible, au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la concentration eutectique ; par conséquent les paliers vont aller en diminuant ;

c) En même temps, la pression où la fusion complète du composant en excès (A et B) est terminée, s'abaisse de plus en plus, puisque la pression de fusion de chaque composant à l'état pur est un minimum (courbes *a* et *f'*) ;

d). Dans l'ensemble du diagramme, la courbe pointillée horizontale pqr montre la constance de pression de fusion de l'eutectique de tous les mélanges, tandis que les obliques rs et rt indiquent la variabilité de la pression de fin de fusion pour les diverses concentrations; l'horizontale pqr a été dessinée en reliant les paliers de fusion de l'eutectique qui se présentent à une pression identique, quelle que soit la concentration; les obliques rs et rt ont été construites en joignant les points de fusion complète qui correspondent à des pressions variables avec la concentration.

On peut représenter d'une manière frappante les résultats obtenus de la sorte à température constante, en portant sur un diagramme px [fig. 7 (pressions-concentrations)] les pressions du début et de la fin de fusion aux diverses concentrations : s et t sont les pressions de fusion des composants A et B à l'état pur; r est la pression de fusion de l'eutectique; donc rs et rt sont les courbes de fin de la fusion aux diverses concentrations; le palier de fusion eutectique est représenté par l'horizontale pqr , sur laquelle sont portées en ordonnées des droites dont la longueur est proportionnelle à la durée de constance de la pression de fusion eutectique, pour des masses égales de divers mélanges, traitées dans des conditions d'expérience identiques; cette durée est maximum pour la concentration eutectique et diminue régulièrement quand on se rapproche des composants purs.

B. — Les deux constituants cristallisent avec augmentation de volume. Ils se congèlent donc quand la pression s'abaisse (fig. 9 = diagramme pt).

Les considérations précédentes ne subissent que quelques transformations dans l'ordre des phénomènes observés, mais non dans leur espèce :

a) A pression décroissante, on a successivement la dilatation du liquide (fig. 10, courbe b , portion AB), puis le début de cristallisation du constituant en excès à la pression B; cette cristallisation continue lentement le long de la courbe BC,

jusqu'à ce que l'on atteigne la concentration de l'eutectique, qui cristallise à pression constante (horizontale CD); enfin, le conglomérat obtenu se dilate à son tour (courbe DE);

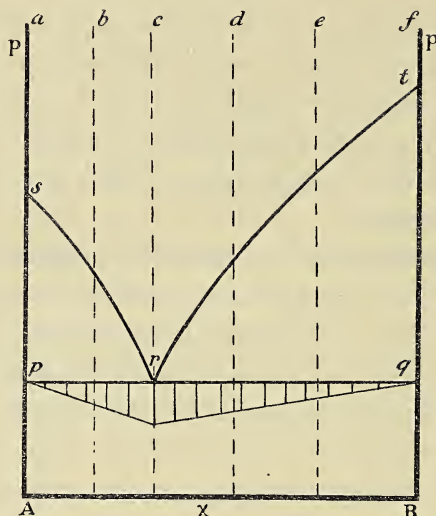


Fig. 9.

b) L'ensemble des courbes de chute de pression pour diverses concentrations est représenté sur le diagramme 10 (analogue au diagramme 8); le diagramme px qui en résulte est donné par la figure 9, inverse de la figure 7.

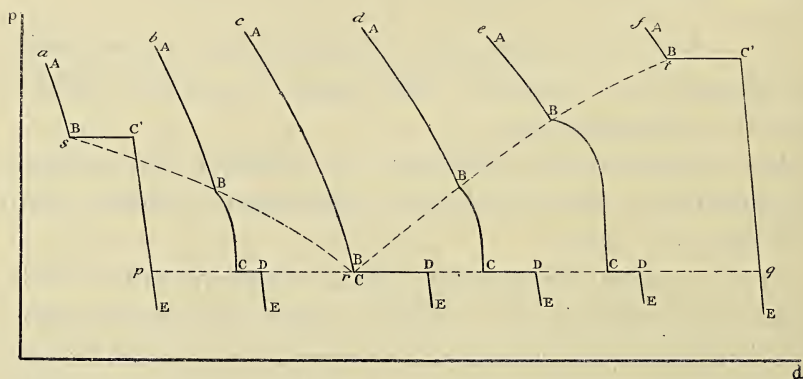


Fig. 10.

Dans ce qui précède, nous avons toujours supposé que l'on opérât à des températures telles que, par un changement suffisant de pression, l'on pût passer de solutions complètement liquides à des conglomerats tout à fait cristallisés. Il peut également se présenter des cas où la congélation ou la fusion ne sont jamais que partielles : par exemple si à la pression ordinaire la solution se trouve entre la température du début de solidification (composant pur) et la température eutectique, et que par compression la surface de congélation s'abaisse. Dans ces conditions, le diagramme px n'aura plus l'allure représentée dans la figure 9, mais deviendra incomplet (fig. 11, courbe 1); on peut se figurer le diagramme 11 comme dérivé du diagramme 9 par abaissement des régions voisines de l'eutectique, à des pressions négatives.

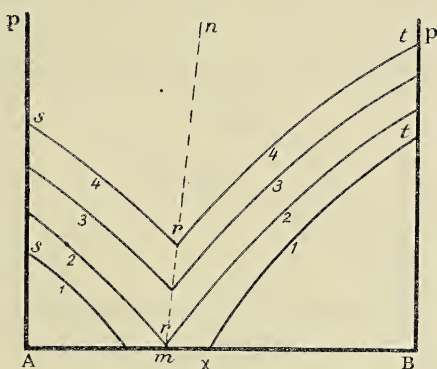


FIG. 11.

Si nous répétons nos observations à des températures de plus en plus basses, nous réaliserons une série de diagrammes px , représentés sur la figure 11 par les courbes 2, 3, 4. La courbe 2 se rapporte à la température où le système considéré atteint précisément son point eutectique sous la pression ordinaire; dès lors, le diagramme px est complet. A des températures encore plus basses, on obtiendra une série de diagrammes représentés par les courbes 3 et 4 : la fusion de l'eutectique et celle des composants purs se produisent à des pressions de plus en plus éle-

vées, et tout le diagramme glisse parallèlement à lui-même vers les hautes pressions; mais comme la composition de l'eutectique varie avec la pression, il y a en même temps un lent déplacement latéral des courbes px , le long d'un axe mn correspondant à la ligne eutectique.

Des transformations analogues peuvent se présenter dans d'autres cas qui nous restent à étudier, mais il nous suffira d'attirer ici l'attention sur cette particularité.

Il existe des solutions solides, formant une série ininterrompue de cristaux mixtes (fig. 12 = diagramme px).

a) Les cristaux mixtes fondent tous sous des pressions inter-

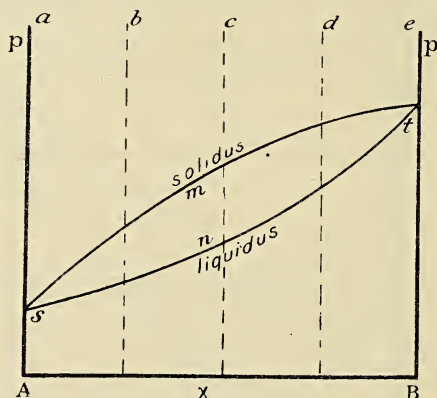


FIG. 12.

médiaires entre les pressions de fusion des composants purs.

Dès que l'on s'occupe des solutions solides, l'aspect des équilibres subit de notables variations. Quand une solution solide fond en donnant une solution liquide homogène, on a en présence deux phases, dont la composition et, par conséquent, le volume spécifique varient constamment suivant des voies parallèles; il en résulte que la fusion d'une solution solide se produit complètement en un seul stade, mais sous pression variable. La courbe de chute de pression (fig 13, courbe b) comprend donc à toute concentration trois portions : la courbe de dilatation de la

solution solide (portion AB), la courbe de fusion (portion BC) et la courbe de dilatation de la solution liquide obtenue (portion CD) ; la portion BC est moins inclinée que les deux autres — pour les composants purs, elle fait même place à un palier horizontal (fig. 13, courbes *a* et *e*) — et son inclinaison est d'autant plus forte que le volume spécifique de la solution solide et celui de la solution liquide en équilibre diffèrent moins entre eux (fig. 13, courbes *b, c* et *d*). L'ensemble des résultats obtenus gagnera en clarté si l'on porte sur un diagramme *px* les pressions du début et de la fin de fusion pour chaque concentration ; on aura de la sorte deux courbes d'équilibre représentant l'une le liquidus (fig. 12, courbe *snt*), l'autre le solidus du système (courbe *smt*).

b) Tout ce que je viens de dire vaut pour les systèmes dont la cristallisation est favorisée par la pression (cas ordinaires : naphtaline + β naphtol) ; le cas inverse est facile à se figurer, mais je n'en connais pas d'exemple expérimental.

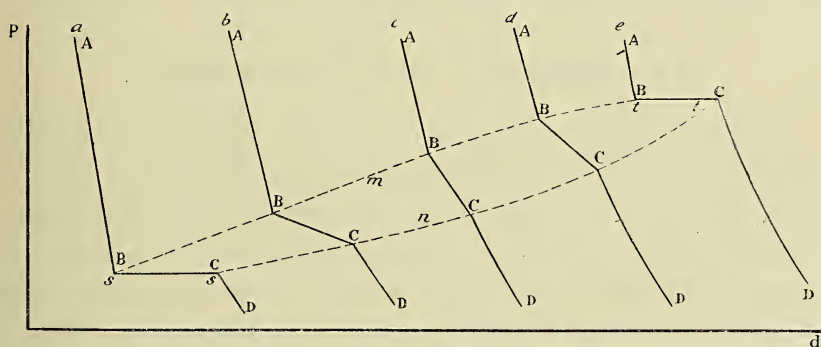


FIG. 13.

Usage de la constance de pression de fusion comme critérium de pureté d'une substance cristalline. — Supposons que les cristaux fondent par abaissement de la pression. Si la substance étudiée contient une trace d'une impureté qui forme avec elle des cristaux mixtes, la pression de fusion n'est plus rigoureusement constante, mais s'abaisse lentement pendant toute la durée de la

fusion (fig. 13, courbe *b*). Au contraire, si l'impureté ne fournit pas de solution solide avec la substance à purifier (fig. 8, courbe *e*), lors de la fusion, on observe d'abord un arrêt eutectique de très courte durée, pendant lequel l'impureté fond complètement (portion BC); puis la pression se remet à tomber très rapidement le long de la portion de courbe CC', mais avant d'atteindre le point D où la fusion est complète, il y a de nouveau un ralentissement très marqué de la fusion; on observe donc toute une série de changements de direction de la courbe de chute en B, C, C' et D; tandis que pour une substance pure la chute est très régulière jusqu'à ce que l'on atteigne la pression C'D, qui se maintient rigoureusement constante pendant toute la durée de la fusion.

Au cours de ses recherches classiques, Tammann ⁽¹⁾ a fait un usage systématique de ce critérium de pureté et a montré que par sa remarquable sensibilité il est tout à fait comparable à celui dont on se sert quand on examine la constance de la pression de liquéfaction d'une vapeur étudiée à température constante.

LES PHÉNOMÈNES DE RETARD THERMODYNAMIQUE.

Avant de conclure, nous devons examiner encore les transformations accessoires que subissent les courbes de chute de pression par suite des phénomènes de retard thermodynamique; j'entends par là, non pas les retards résultant de la lenteur avec laquelle un équilibre s'établit, mais ceux dont l'origine est la persistance d'états d'équilibre dans un domaine où ils auraient dû être remplacés déjà par une autre forme d'équilibre plus stable; exemples, la surfusion et la sursaturation.

Ce genre de retards n'a été observé que lors du passage d'une phase fluide à une phase cristalline, mais jamais en sens inverse; ainsi la surfusion est la règle, contrairement à la surchauffe. Dans le cas où deux phases cristallines doivent se mettre en

(1) TAMMANN, Kristallisieren und Schmelzen, passim.

équilibre, le retard peut se produire indifféremment dans les deux sens, mais à ce sujet les observations sont encore peu nombreuses.

En résumé, il faut s'attendre à des retards dans tous les cas, sauf lors de la fusion; cette règle se vérifie aussi bien lors de transformations isobares que dans les courbes d'équilibres isothermiques dont je m'occupe ici.

Quand un phénomène de retard thermodynamique se produit sur le trajet d'une courbe de chute de pression, il en résulte l'anomalie suivante (fig. 14) : la portion de courbe correspon-

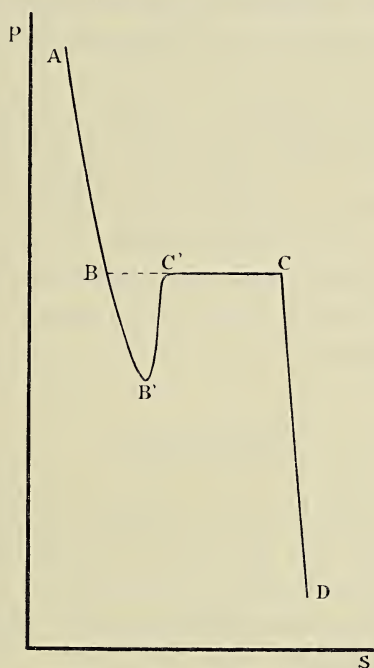


FIG. 14.

nant à l'état d'équilibre qui doit se transformer (portion AB) se continue régulièrement, même à des pressions inférieures à la pression de transformation (jusqu'en B'); mais au moment où la transformation attendue se produit, elle est très rapide et la courbe de chute de pression se relève brusquement (portion B'C') jusqu'à la pression d'équilibre stable (pression B); dès lors tout

se continue régulièrement; pour connaître la durée réelle de la transformation, il faudra donc l'évaluer par extrapolation, à partir du moment où la portion de courbe correspondant à l'équilibre stable, prolongée, va couper la portion précédente de la courbe (point B).

Exemple : Sur une courbe de chute de pression, obtenue lors de la cristallisation d'un corps pur (glace), la portion de courbe correspondant à la dilatation du liquide se continuera au-dessous de la pression de cristallisation (pression B) jusqu'en B'; si la surfusion cesse en ce moment, la pression se relèvera brusquement jusqu'en C' et y restera constante jusqu'à la fin de la congélation; la durée exacte de la congélation est proportionnelle à la longueur BC.

Dans le cas de la fusion d'une solution solide, ou d'une solution de concentration autre que l'eutectique, la surfusion peut se produire de manière à empiéter sur le début d'une portion de courbe oblique, ce qui rend plus délicate l'extrapolation à l'origine; ce sera au cours même des expériences que l'on devra choisir la méthode d'extrapolation s'adaptant le mieux aux conditions expérimentales.

GÉNÉRALISATION.

Nous venons de décrire dans quelques cas typiques l'allure des courbes de chute de pression; en nous basant sur la loi des phases, nous pouvons étendre les notions acquises à l'étude de tous les équilibres que fournissent les systèmes de deux composants indépendants.

a) Tout point d'équilibre invariant correspond à un palier horizontal, puisque la transformation se produit sous pression constante, mais avec variation de volume; on ne rencontre ce palier que dans l'étude de la surface isotherme se rapportant à la température de l'équilibre non variant. Exemple : le point de transformation de cristaux polymorphes en équilibre avec le liquide de fusion (point triple).

b) Un système invariant dont l'équilibre se déplace, étudié à température constante, se transforme avec augmentation de volume à mesure que la détente progresse, mais sous une pression constante aussi longtemps que dure la transformation; ce phénomène correspond à un palier dans la courbe de détente; si l'on renouvelle l'expérience à des températures différentes, le palier se retrouve toujours, mais chaque fois à une pression différente. Exemple : fusion d'un eutectique sous diverses pressions.

c) Les transformations d'équilibres bivariants sont les seules qui nous restent à examiner, si nous limitons notre exposé aux systèmes de deux composants; elles correspondent à des portions obliques de la courbe de chute de pression, car, dans ce cas, à température constante, le volume spécifique du système varie en même temps que la pression. Exemple : cristallisation d'un des composants d'une solution.

d) Enfin, si un système homogène se détend sans se transformer, la courbe de chute de pression est une oblique plus ou moins inclinée. Exemple : détente d'un liquide pur.

A l'aide des règles générales que nous venons d'énoncer, il est facile d'établir d'une manière analogue le tracé des courbes de chute de pression pour les systèmes de deux composants qui offrent des complications : existence de deux phases liquides, de formes polymorphes, de cristaux mixtes à lacunes ou de combinaisons additionnelles. Dans tous les cas, les diagrammes d'équilibre px , à température constante, qui résultent de ces courbes de chute, sont identiques aux diagrammes tx à pression constante, familiers à tous ceux qui s'occupent d'analyse thermique : il suffit d'y lire p pour t , en conservant les diagrammes tels quels, si la cristallisation se produit par abaissement de la pression ou en les retournant sens dessus dessous dans le cas plus ordinaire où la cristallisation se produit par élévation de la pression. Je crois inutile d'ajouter au présent mémoire toutes ces figures qu'on trouvera reproduites et com-

mentées dans les traités sur l'analyse thermique, tels que le travail bien connu de Kremann ⁽¹⁾.

Je ne me suis occupé jusqu'ici que de substances dont la température de congélation s'élève à pression croissante sans passer par un maximum, comme le veut la théorie de Tammann; de même pour les mélanges binaires, j'ai admis que la cristallisation (ou la fusion) se produit quelle que soit la concentration envisagée; il existe cependant des mélanges pour lesquels une élévation de pression produit la congélation entre certaines limites de concentration et la fusion à d'autres concentrations. J'ai négligé à dessein tous ces cas particuliers, parce qu'ils entraînent des modifications profondes des diagrammes d'état px ; j'en réserve l'exposé pour des mémoires ultérieurs.

RÉSUMÉ.

1° J'ai exposé les principes d'une nouvelle méthode : l'analyse piézométrique, destinée à l'étude, sous hautes pressions, des équilibres auxquels prennent part des phases liquides et cristallines; cette méthode est basée sur l'examen des variations de volume résultant des transformations que les équilibres hétérogènes subissent quand on fait varier la pression en maintenant la température constante.

2° J'ai exposé d'une manière résumée l'allure possible du diagramme ptx , appliqué à l'étude, sous haute pression, des systèmes condensés, dans les principaux cas qui peuvent se présenter pour des substances pures et des mélanges binaires.

3° J'en ai déduit, dans chaque cas particulier, l'allure de la courbe de chute de pression à température constante, telle qu'elle résulte directement des données expérimentales et en tenant compte des phénomènes de retard thermodynamique.

Université de Bruxelles, octobre 1913.

⁽¹⁾ R. KREMANN, *Ueber die Anwendung der thermischen Analyse zum Nachweis chemischer Verbindungen*. Une brochure in-8°, 1909. (Collection Ahrens, t. XIV, nos 6-7.)

PHYSICO-CHIMIE VÉGÉTALE. — Action des solutions anodisées
et cathodisées sur la germination,

par HENRI MICHEELS (1).

INTRODUCTION.

Beaucoup d'aliments absorbés par les végétaux ne sont que des solutions aqueuses d'électrolytes, souvent très diluées.

L'étude de l'action de solutions aqueuses $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$ m. (2) de diverses substances sur la germination m'a prouvé que les différences qu'elles offrent trouvent leur explication en admettant une dissociation d'électrolytes dans le solvant, s'effectuant ainsi que l'indique la physico-chimie. Elle m'a permis en même temps de constater un antagonisme entre les effets des ions de même valence ou de valences différentes, qui ne peut être interprété sans reconnaître les données qu'enseigne aussi cette science au sujet des solutions (3).

C'est en soumettant ces solutions au courant galvanique que j'ai pu signaler ensuite les dissemblances qui existent entre les liquides anodique et cathodique quant à leur rôle vis-à-vis des germinations (4).

(1) Présenté par M. De Heen.

(2) La dénomination de solution *moléculaire* (m.) me paraît plus rationnelle que celle de *normale* (n.).

(3) H. MICHEELS, Action des solutions aqueuses d'électrolytes sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1909, n° 41, pp. 1076-1118.)

(4) H. MICHEELS, Action du courant galvanique continu sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1910, n° 4, pp. 81-101. — *Annales d'électrobiologie et de radiologie*, 1911, fasc. 12.) — IDEM, Action des liquides anodiques et cathodiques sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1910, p. 391. — *Annales d'électrobiologie et de radiologie*, 1911, fasc. 12.) — IDEM, Influence de la valence des métaux sur la toxicité de leurs sels. (*Comptes rendus de l'Acad. des sciences*, 1906.) — IDEM, Valence des métaux et toxicité de leurs sels vis-à-vis des graines. (*Arch. intern. de physiol.*, 1907.)

En poursuivant méthodiquement mes recherches, je suis entré maintenant dans la phase où l'on entreprend de mesurer, non seulement les résultats observés, mais encore les causes agissantes.

Le présent mémoire contient l'exposé de ces nouvelles études, qui viennent confirmer certaines idées que j'ai exprimées au sujet du mode général d'action des solutions étendues d'électrolytes sur la germination ⁽¹⁾.

Après la relation des expériences entreprises, j'indiquerai les conséquences qui en découlent, ainsi que les faits signalés par d'autres auteurs pouvant servir dans la résolution de l'important problème auquel je me suis attaché depuis quelques années, c'est-à-dire depuis que j'ai cherché à comprendre les actions exercées par certaines solutions colloïdales sur la germination ⁽²⁾, mises pour la première fois en évidence dans les travaux que j'ai publiés avec le savant physicien P. De Heen, de l'Université de Liège, auquel je me plais à adresser mes sincères remerciements pour son aimable hospitalité dans l'Institut de physique, dont il assume la direction avec une largeur de vues tout à fait remarquable.

(1) H. MICHEELS, Mode d'action des solutions étendues d'électrolytes sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1912.)

(2) H. MICHEELS et P. DE HEEN, Sur l'eau distillée et les cultures aqueuses. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1905, p. 263.) — IDEM, Action de la solution colloïdale d'étain sur les graines en germination. (*Ibid.*, 1905, p. 318.) — IDEM, Note au sujet de l'action des sels d'aluminium sur la germination. (*Ibid.*, 1905, p. 520.) — IDEM, Action stimulante exercée sur la germination par des mélanges de solutions colloïdales. (*Ibid.*, 1907, p. 119.) — IDEM, Deuxième note au sujet de l'action stimulante exercée sur la germination par des mélanges de solutions colloïdales. (*Ibid.*, 1907, p. 1027.)

CHAPITRE I^{er}.

J'ai fait usage de courants faibles et d'autres de forte intensité. Les premiers provenaient d'une pile de Daniell comprenant un nombre plus ou moins grand d'éléments; les derniers, de la distribution électrique de la ville de Liège.

En fait de solutions, je m'en suis tenu à celles très étendues des chlorures de potassium et de sodium dans l'eau ($\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$ m.). Elles ont été préparées avec le plus grand soin. L'eau était distillée dans un appareil construit entièrement en verre.

Pour électrolyser les solutions, deux cristallisoirs de verre, réunis dans un petit siphon de verre, recevaient chacun 1 litre de liquide ainsi qu'une électrode de platine.

Dans les expériences effectuées avec des courants de faible voltage, les grains ⁽¹⁾, préalablement trempés dans l'eau distillée, pendant vingt-quatre heures d'ordinaire, étaient déposés sur des tamis reposant sur les solutions traversées par le courant électrique. Il ne pouvait en être de même pour celles où devaient intervenir des courants de haut voltage. On faisait d'abord passer le courant, puis on confiait de suite les grains trempés aux solutions. En procédant autrement, la grande résistance offerte par le liquide du siphon eût pu amener des désastres.

Cette méthode différente ne présentait d'ailleurs aucun inconvénient. La durée du courant de haut voltage (110 à 220 volts) était fort courte (une heure ou deux seulement). Du reste, on sait que les solutions anodisées et cathodisées con-

(1) Je n'ai employé que le Froment.

servent leurs propriétés après le passage du courant. On a affaire ici aux solutions déséquilibrées de P. De Heen ⁽¹⁾.

J'ai pu montrer naguère ⁽²⁾, en effet, que le courant galvanique agit sur les germinations par les modifications apportées dans la solution.

L'expérience comportait deux opérations :

Dans la première, j'avais réuni par un siphon de verre deux cristallisoirs qui contenaient chacun 1,000 centimètres cubes d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium et qui recevaient chacun une électrode de platine reliée à une forte pile de Daniell. A la surface du liquide, sur un tamis, se trouvaient, dans chaque vase, des grains de Froment qui avaient subi un trempage dans l'eau distillée. Au bout de quelques jours, les germinations ayant été pesées et mesurées, on constatait que le liquide anodique était beaucoup plus funeste que le liquide cathodique.

Dans la seconde opération, j'enlevais les électrodes et le siphon, puis je déposais à la surface des liquides anodique et cathodique de nouveaux tamis avec de nouvelles semences trempées pendant le même laps de temps dans l'eau distillée. Après quelques jours, on observait les mêmes différences quant à l'influence exercée par les liquides cathodique et anodique.

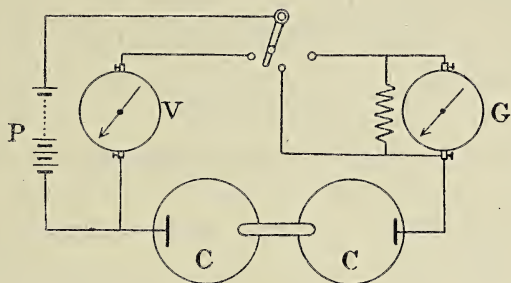
L'expérience était concluante. Aussi j'estime qu'il n'y a aucun inconvénient à procéder comme je l'ai fait avec les solutions soumises à un courant de haut voltage.

Pour les mesures concernant les courants de très faible voltage, je me suis servi du dispositif ci-dessous, comprenant, outre les cristallisoirs (C, C) et la source d'électricité, celle-ci constituée

(1) P. DE HEEN, Sur les propriétés permanentes acquises par la matière après le passage du courant. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1910, p. 540.)

(2) HENRI MICHEELS, Action du courant galvanique continu sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], no 1, 1910.)

par une pile de Daniell (P), un galvanomètre shunté (G), ainsi qu'un voltmètre (V) ⁽¹⁾.



Quand le voltage était un peu plus élevé, j'ai employé un milliampèremètre de précision au lieu du galvanomètre.

Les mesures des courants de haut voltage ont été faites avec un voltmètre à argent en prenant les précautions d'usage. Les indications ainsi fournies concordaient avec celles du milliampèremètre.

Les germinations ont été placées dans une chambre et une cage, dont la température était fort constante, à l'abri des poussières et des vapeurs nuisibles, et qui était en grande partie soustraite à l'action de la lumière.

Qu'il s'agisse de solutions offertes aux grains pendant le passage du courant ou après que celui-ci a cessé, les végétaux sur lesquels nous opérons ne sont pas dans des conditions absolument identiques, et cela malgré nos efforts. En effet, il faut tenir compte, non seulement des idiosyncrasies des êtres vivants que constituent nos matériaux d'étude, mais encore des différences d'action des agents qui interviennent dans la germination et qui sont dues à de faibles différences dans l'humidité de l'air,

(1) La résistance de l'électrolyte était trop considérable pour que celle du galvanomètre, qui ne mesure que quelques ohms, puisse être prise en considération.

dans sa température, dans l'époque où l'ensemencement a été fait, etc. J'ai cependant cherché à éviter, dans la mesure du possible, tout changement dans les conditions de l'expérience. J'ai employé la même eau, les mêmes sels, la même cage de germination, les mêmes cristallisoirs, les mêmes électrodes, etc., mais ces précautions ne me paraissent pas encore suffisantes. Aussi ai-je évité de comparer entre eux les chiffres donnés par mes divers protocoles d'expériences. Je ne comparerai pas, par exemple, la longueur moyenne des feuilles du liquide anodique de l'expérience *a* avec celle mesurée dans le même liquide de l'expérience *b*. Mais je puis, pour la même expérience, examiner simultanément les résultats notés pour les liquides anodique et cathodique.

Les protocoles d'expériences que je vais transcrire ne fournissent donc pas des résultats tous comparables directement, mais seulement par voie indirecte. J'ai calculé, pour chacun de mes essais, les rapports existant, dans les liquides anodique et cathodique, entre les longueurs moyennes de la première feuille et des racines, puis entre les poids des germinations.

On trouvera, après chaque protocole, les nombres indiquant ces rapports et qui ont été obtenus en divisant les longueurs et les poids observés dans les liquides cathodiques par ceux relevés dans les anodiques.

Les fractions

$$\frac{F-}{F+}, \quad \frac{R-}{R+}, \quad \frac{P-}{P+}$$

nous renseigneront donc sur ces rapports.

Les quotients pourront ensuite être comparés entre eux. Nous verrons qu'ils fournissent ainsi des renseignements intéressants.

I. — Solutions $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium.

A. — Courants de faible voltage.

EXPÉRIENCE 1.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Du 29 mai au 10 juin 1913.
Trempe des grains	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	1 volt en moyenne.
Intensité du courant	2.5 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (°/o)	96	100
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	180	160
Longueur moyenne des racines (en millimètres)	140	120
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.342	0.258

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.88$$

$$\frac{R -}{R +} = 0.86$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.75$$

EXPÉRIENCE 2.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Du 26 mai au 7 juin.
Trempe des grains	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	2 volts en moyenne.
Intensité du courant	27 microampères en moy.

	Liquide anodique. 92	Liquide cathodique. 92
Nombre de germinations (‰)		
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	165	160
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	130	130
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.308	0.292

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.97$$

$$\frac{R -}{R +} = 1.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.94$$

EXPÉRIENCE 3.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Du 5 au 18 juin 1913.
Trempage des grains	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	3 volts en moyenne.
Intensité du courant	32 microampères en moy.

	Liquide anodique. 96	Liquide cathodique. 92
Nombre de germinations (‰)		
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	150	170
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	40	110
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.274	0.271

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.12$$

$$\frac{R -}{R +} = 2.70$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.98$$

EXPÉRIENCE 4.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Du 22 mai au 4 juin 1913.
Trempage des grains.	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	4 volts en moyenne.
Intensité du courant	59 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (%)	88	84
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	140	175
Longueur moyenne des racines (en millimètres)	35	125
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.233	0.378

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.25$$

$$\frac{R -}{R +} = 3.57$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.62$$

EXPÉRIENCE 5.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Du 11 au 24 juin 1913.
Trempage des grains.	Trente et une heures.
Force électromotrice du courant	3.6 volts en moyenne.
Intensité du courant	64 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (%)	96	96
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	145	155
Longueur moyenne de la deuxième feuille (en mil- limètres).	120	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	35	160
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.263	0.340

Rapports.

$$\frac{F_1 -}{F_1 +} = 1.07$$

$$\frac{F_2 -}{F_2 +} = 1.28$$

$$\frac{R -}{R +} = 4.57$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.17$$

EXPÉRIENCE 6.

Solution $1/_{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Du 9 au 22 mai 1913.
Trempage des grains	Vingt-six heures.
Force électromotrice du courant	4.8 volts en moyenne.
Intensité du courant	93 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (%)	92	96
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	130	155
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	75	150
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.225	0.293

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.19$$

$$\frac{R -}{R +} = 2.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.30$$

J'ai calculé le nombre d'ampères-heures, de coulombs et de watts-heures employés. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

A.

*Solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium
soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.*

Expérience.	Nombre d'éléments.	Nombre d'ampères.	Nombre d'ampères-heures.	Nombre de coulombs.	Nombre de watts-heures.
1	1	245.10 ⁻⁸	780.10 ⁻⁶	2.8	780.10 ⁻⁶
2	2	2695.10 ⁻⁸	8424.10 ⁻⁶	30.3	16848.10 ⁻⁶
3	3	3185.10 ⁻⁸	9984.10 ⁻⁶	35.9	29952.10 ⁻⁶
4	4	5880.10 ⁻⁸	18408.10 ⁻⁶	66.3	73632.10 ⁻⁶
6	5	9310.10 ⁻⁸	29016.10 ⁻⁶	104.4	139276.10 ⁻⁶
5	6 (1)	6370.10 ⁻⁸	19520.10 ⁻⁶	70.3	70272.10 ⁻⁶

B. — Courants de haut voltage.

EXPÉRIENCE 7.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Passage du courant pendant une heure, le 27 décembre 1912. Germination du 27 décembre 1912 au 7 jan- vier 1913.
Trempage des grains.	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	110 volts en moyenne.
Intensité du courant	2600 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (o/o)	88	100
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	155	125
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	150 Très irrégulières.	120
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.266	0.230

(1) Par suite de contacts mal établis, la pile de Daniell à 6 éléments, dont je me suis servi, a donné un courant d'intensité trop faible.

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.81$$

$$\frac{R -}{R +} = 0.80$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.86$$

EXPÉRIENCE 8.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience.	Passage du courant pendant une heure, le 30 oct. 1912. Germination du 30 octobre au 10 novembre 1912.
Trempage des grains.	Quarante-huit heures.
Force électromotrice du courant	110 volts en moyenne.
Intensité du courant	1300 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (%)	92	100
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	163	130
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	100	75
Poids moyen des germinations (en grammes).	0.244	0.221

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.78$$

$$\frac{R -}{R +} = 0.75$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.90$$

EXPÉRIENCE 9.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Passage du courant pendant deux heures, le 30 octobre 1912. Germination du 30 octobre au 10 novembre 1912.
Trempage des grains.	Quarante-huit heures.
Force électromotrice du courant	110 volts en moyenne.
Intensité du courant	3100 microampères en moy.

	Liquide anodique. 88	Liquide cathodique. 92
Nombre de germinations (°/o)		
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	160	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	30	60
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.263	0.239

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.94$$

$$\frac{R -}{R +} = 2.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.92$$

EXPÉRIENCE 10.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Passage du courant pendant une heure, le 27 décembre 1912. Germination du 27 décembre 1912 au 7 janvier 1913.
Trempage des grains.	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	220 volts en moyenne.
Intensité du courant	2600 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (‰)	96	96
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	160	145
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	120	130
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.285	0.273

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.90$$

$$\frac{R -}{R +} = 0.92$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.95$$

J'ai expérimenté également avec une solution $\frac{1}{1000}$ m. de chlorure de potassium.

EXPÉRIENCE 11.

Solution $\frac{1}{1000}$ m. de KCl.

Durée de l'expérience	Passage du courant pendant une heure, le 18 mars 1913. Germination du 18 au 31 mars 1913.
Trempage des grains.	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	220 volts en moyenne.
Intensité du courant	840 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (‰)	96	84
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	150	130 (inégaies)
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	110 (plus nombreuses)	120
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.291	0.295

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.86$$

$$\frac{R -}{R +} = 0.91$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.98$$

Indiquons ici aussi le nombre d'ampères-heures et de coulombs utilisés :

B.

Solution $1/_{100}$ m. de chlorure de potassium soumise à l'action du courant fourni par la ville de Liège.

N° de l'expérience.	Nombre d'ampères-heures.	Nombre de coulombs.
8	130.10 ⁻⁵	4.9
7	260.10 ⁻⁵	9.4
9	155.10 ⁻⁵	11.2
10	520.10 ⁻⁵	18.8

C.

Solution $1/_{1000}$ m. de chlorure de potassium soumise à l'action d'un courant de 220 volts.

N° de l'expérience.	Nombre d'ampères-heures.	Nombre de coulombs.
11	84.10 ⁻⁵	3.0

Dans le tableau D, on trouvera les valeurs des rapports

$$\frac{F -}{F +}, \quad \frac{R -}{R +} \quad \text{et} \quad \frac{P -}{P +}$$

ainsi que les nombres respectifs de coulombs qui sont intervenus pour des solutions $1/_{100}$ et $1/_{1000}$ m. de chlorure de potassium.

३.

Solutions de chlorure de potassium.

4/100 m.											4/1000 m.		Observations.
FAIBLE VOLTAGE.						HAUT VOLTAGE.				HAUT VOLTAGE.			
NUMÉROS des expériences.	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10		
F — F +	0.88	0.97	1.12	1.25	1.07	1.19	0.81	0.78	0.94	0.90	0.86	Dans l'expérience n° 9, le dévelop- pement des radi- es est anormal.	
R — R +	0.86	1.00	2.70	3.57	4.57	2.00	0.80	0.75	2.00	0.92	0.91		
P — P +	0.75	0.94	0.98	1.62	1.17	1.30	0.86	0.90	0.92	0.95	0.98		
Nombre de coulombs.	2.8	30.3	35.9	66.3	70.3	104.5	4.9	9.4	41.2	48.8	3.0		

Sous un haut voltage, mais de courte durée, il y a eu renversement, c'est-à-dire que le liquide cathodique s'est montré moins favorisant que l'anodique quand la quantité d'électricité était inférieure à 30 coulombs.

Au-dessus de 70 coulombs, l'influence favorisante du liquide cathodique semble diminuer.

II. — Solutions $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium.

A. — Faible voltage.

EXPÉRIENCE 12.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Du 21 au 31 janvier 1913.
Trempage des grains.	Trente heures.
Force électromotrice du courant	4 volts en moyenne.
Intensité du courant	190 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (‰)	92	96
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	115	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	25	170
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.197	0.285

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.30$$

$$\frac{R -}{R +} = 6.80$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.44$$

EXPÉRIENCE 13.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Du 31 janv. au 12 fév. 1913.
Trempage des grains	Cinquante heures.
Force électromotrice du courant	?
Intensité du courant	170 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (‰)	92	92
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	85	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres)	40	120
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.149	0.276

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.76$$

$$\frac{R -}{R +} = 12.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.82$$

EXPÉRIENCE 14.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Du 2 au 15 juin 1913.
Trempage des grains	Trente heures.
Force électromotrice du courant	2 volts en moyenne.
Intensité du courant	1225 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (‰)	96	92
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	400	170
Longueur moyenne des racines (en millimètres)	40	140
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.187	0.311

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.70$$

$$\frac{R -}{R +} = 14.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.66$$

EXPÉRIENCE 15.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Du 19 mai au 1 ^{er} juin 1913.
Trempage des grains.	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	?
Intensité du courant	118 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (°/o)	96	92
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	120	190
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	15 (1)	150
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.217	0.323

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.58$$

$$\frac{R -}{R +} = 15.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.48$$

(1) Elles sont étalées sur le tamis.

EXPÉRIENCE 16.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Du 18 au 31 mars 1913.
Trempage des grains.	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	?
Intensité du courant	95 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (‰)	88	84
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	90	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	20	180
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.170	0.305

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.66$$

$$\frac{R -}{R +} = 9.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.79$$

EXPÉRIENCE 17.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Du 5 au 18 mai 1913.
Trempage des grains.	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	?
Intensité du courant	73 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (‰)	96	100
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	120	140
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	30	150
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.219	0.290

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.25$$

$$\frac{R -}{R +} = 5.00$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.32$$

Calculons le nombre d'ampères-heures et de coulombs.

E.

*Solution $1/_{100}$ m. de chlorure de sodium
soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.*

N° de l'expérience.	Nombre d'ampères-heures.	Nombre de coulombs.
12	45600.10 ⁻⁶	164.2
13	54060.10 ⁻⁶	194.6
15	36573.10 ⁻⁶	131.7
14	37240.10 ⁻⁶	134.1
16	29070.10 ⁻⁶	104.6
17	22776.10 ⁻⁶	82.0

La pile de Daniell qui a été employée dans ces expériences n'était pas renouvelée, afin de laisser diminuer plus ou moins graduellement sa force électromotrice.

B. — Courants de haut voltage.

EXPÉRIENCE 18.

Solution $1/_{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Passage du courant pendant une heure, le 30 novem- bre 1912. Germination du 2 au 11 décembre 1912.
Trempage des grains.	Quarante-six heures.
Force électromotrice du courant	110 volts en moyenne.
Intensité du courant	1980 microampères en moy.

	Liquide anodique. 80	Liquide cathodique. 88
Nombre de germinations (%)		
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	155	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	170	160
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.273	0.264

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 0.96$$

$$\frac{R -}{R +} = 0.94$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.96$$

EXPÉRIENCE 19.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Passage du courant pendant deux heures, le 30 novembre 1912. Germination du 2 au 11 décembre 1912.
Trempage des grains.	Quarante-six heures.
Force électromotrice du courant	110 volts en moyenne.
Intensité du courant	2050 microampères en moy.

	Liquide anodique. 88	Liquide cathodique. 92
Nombre de germinations (%)		
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	135	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	140	155
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.257	0.257

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.11$$

$$\frac{R -}{R +} = 1.10$$

$$\frac{P -}{P +} = 1.00$$

Employons une solution $\frac{1}{1000}$ m.

EXPÉRIENCE 20.

Solution $\frac{1}{1000}$ m. de NaCl.

Durée de l'expérience	Passage du courant pendant une heure, le 22 mars 1913. Germination du 22 mars au 4 avril 1913.
Trempage des grains	Vingt-quatre heures.
Force électromotrice du courant	220 volts en moyenne.
Intensité du courant	540 microampères en moy.

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.
Nombre de germinations (°/o)	88	100
Longueur moyenne de la première feuille (en milli- mètres)	125	125
Longueur moyenne des racines (en millimètres). .	130	127
Poids moyen des germinations (en grammes) . .	0.261	0.254

Rapports.

$$\frac{F -}{F +} = 1.00$$

$$\frac{R -}{R +} = 0.97$$

$$\frac{P -}{P +} = 0.96$$

Calculons le nombre d'ampères-heures et de coulombs :

F.

*Solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium
soumise à l'action du courant fourni par la ville de Liège.*

N° de l'expérience.	Nombre d'ampères.	Nombre d'ampères-heures.	Nombre de coulombs.
18	1980.10 ⁻⁶	1980.10 ⁻⁶	7.1
19	2050.10 ⁻⁶	4100.10 ⁻⁶	14.8
20	540.10 ⁻⁶	540.10 ⁻⁶	2.0

G.
Solutions de chlorure de sodium.

$\frac{1}{100}$ m.										$\frac{1}{1000}$ m.	Observations.			
FAIBLE VOLTAGE.							HAUT VOLTAGE.		HAUT VOLTAGE.					
NUMÉROS des expériences.							43	44	45	46		47	48	49
$\frac{F-}{F+}$	.	4.3	4.76	4.70	4.58	4.66	4.25	0.96	4.14	4.00				
$\frac{R-}{R+}$	.	6.8	42.00	44.00	45.00	9.00	5.00	0.94	4.10	0.97				
$\frac{P-}{P+}$	.	4.44	4.82	4.66	4.48	1.79	1.32	0.96	4.00	0.96				
Nombre de coulombs.		464.2	494.6	431.7	434.4	404.6	82.0	7.1	44.8	2.0				

Dans le tableau G, on trouvera les valeurs des rapports

$$\frac{F -}{F +}, \quad \frac{R -}{R +} \quad \text{et} \quad \frac{P -}{P +}$$

pour des solutions $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$ m. de chlorure de sodium. Ainsi que pour le chlorure de potassium, il y a eu renversement quand il s'est agi de faibles quantités d'électricité.

D'une manière générale, — et je me propose de reprendre la question d'une façon plus approfondie, — *l'action du courant galvanique, dans les solutions $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$ m., c'est-à-dire très étendues, de chlorure de potassium et de chlorure de sodium paraît être proportionnelle, pour une même surface d'électrodes, au nombre des coulombs employés.*

En faisant usage d'instruments de mesure, J. Brunchorst ⁽¹⁾ a, le premier, démontré que le sens de l'incurvation des racines sous l'influence du courant galvanique était régi non par l'intensité, mais par la densité de ce courant. On entend par là l'intensité par unité de surface d'électrode ⁽²⁾.

J. Brunchorst attribuait ces incurvations à des réactions chimiques. G. Gassner ⁽³⁾ a admis aussi, après des recherches expérimentales, que la notion de densité expliquait les phénomènes de courbure observés, mais il a repoussé, avec beaucoup d'autres auteurs, l'interprétation chimique.

Remarquons, cependant, qu'il ne faut pas confondre la densité du courant avec la tension aux électrodes.

Je n'ai point fait de recherches spéciales au sujet de l'influence de la densité du courant. Aussi, afin d'éviter toute complication, j'ai pris le soin de me servir toujours des mêmes vases et des mêmes électrodes. Comme la densité est représentée par

(1) J. BRUNCHORST, Zur Frage über den sogenannten Galvanotropismus. (*Botanisches Centralblatt*, 1885.)

(2) On a l'habitude de l'indiquer, dans l'analyse électrochimique, en ampères par décimètre carré et, dans la technique, en ampères par mètre carré.

(3) G. GASSNER, Der Galvanotropismus der Wurzeln. (*Botanische Zeitung*, 1906.)

la fraction $\frac{\text{intensité du courant}}{\text{section transversale du courant}}$, on peut dire que, dans mes recherches, le dénominateur est resté constant. Seul le numérateur a varié. Or, comme la durée joue un rôle évident, j'ai pris comme unité l'ampère-seconde ou le coulomb.

Si j'évalue donc en coulombs, cela ne veut pas dire que je ne partage pas les vues de G. Gassner au sujet de l'influence de la densité du courant.

Le tableau G va nous fournir, pour les solutions de chlorure de sodium, un résumé des expériences effectuées.

CHAPITRE II.

La mesure des courants utilisés nous permettra de faire des constatations très intéressantes.

Jusqu'à présent, je m'étais borné à faire connaître les différences curieuses que l'on remarque dans les solutions qui ont été anodisées ou cathodisées. Je n'avais pas encore eu l'occasion de signaler le renversement qui se produisait dans les effets des liquides anodique et cathodique, lorsque la quantité d'électricité employée ne dépassait pas 30 coulombs ⁽¹⁾.

Dans la solution $\frac{1}{100}$ m. de KCl, α , c'est-à-dire le coefficient de dissociation = 0.94; dans la solution $\frac{1}{100}$ m. de NaCl, α = 0.93. Le passage du courant électrique aura pour conséquence de transporter des ions aux électrodes de platine et de leur faire acquérir des propriétés chimiques. Moins encore que pour des coulombages plus élevés, les actions chimiques ne peuvent être mises en cause ici. Les quantités de produits secondaires formées sont trop petites. Leur concentration est d'ailleurs tellement faible qu'il doit y avoir dissociation complète (iodynamisation de P. De Heen).

(1) Ce renversement se manifesterait probablement aussi avec des solutions moins diluées, mais il serait dû à une action chimique facilement explicable.

On peut se demander quand commence la décomposition de l'électrolyte.

Certains auteurs admettent que, pour décomposer une substance donnée par la voie électrolytique, il faut une force électromotrice minimale. D'après Berthelot, celle-ci correspondrait à la chaleur de formation du composé. Le Blanc rejette, au contraire, toute relation entre la chaleur de réaction et l'électrolyse. Il n'aperçoit qu'une simple coïncidence dans les résultats de Berthelot. Au point de vue strict, ni l'un ni l'autre ne paraît cependant avoir raison.

Comme on le voit, Berthelot appliquait la formule de Thomson à l'électrolyse. Dans le cas du chlorure de sodium, on a pour le calcul de la chaleur de réaction et de la tension de décomposition :

$$\begin{array}{r} \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O} = \text{NaOH} + \text{Cl} + \text{H} \\ 96.2 + 69.0 \quad 112.1 \\ e = \frac{(96.2 + 69.0) - 112.1}{23.2} = 2.29 \text{ volts } (1). \end{array}$$

L'expérience a indiqué 2.25 à 2.28 volts (Oettel).

Pour le chlorure de potassium, nous aurons donc comme force électromotrice minimale :

$$\begin{array}{r} \text{KCl} + \text{H}_2\text{O} = \text{KOH} + \text{Cl} + \text{H} \\ 105.6 + 69.0 \quad 116.8 \\ e = \frac{(105.6 + 69.0) - 116.8}{23.2} = 2.42 \text{ volts.} \end{array}$$

Il faut remarquer que les différences entre les germinations présentent un maximum qui s'observe entre 2 et 5 volts, et qu'au-dessous de 2 volts elles disparaissent ou changent de sens.

Pour un haut voltage et sous un faible coulombage, dans certaines de mes expériences, le renversement constaté dans les résultats est particulièrement intéressant. On ne peut l'expliquer par

(1) D'après A. BROCHET, La soude électrolytique. Paris, Tignol.

une grande différence dans les nombres de transport des anions et des cations ⁽¹⁾. D'après Kohlrausch et Holborn ⁽²⁾, dans des solutions $\frac{1}{100}$ m., à 18° C., la vitesse de transport de K = 61.3, celle de Na = 40.5, celle de Cl = 62. Il est prouvé aussi que l'intensité du courant n'a pas d'influence et que la concentration n'en a guère dans les solutions dont la concentration est inférieure à $\frac{1}{10}$ m.

Le voltage élevé (110 ou 220 volts) devrait amener la décomposition de l'électrolyte. Si la théorie chimique était ici applicable, cette décomposition donnerait lieu ainsi à la formation de corps exerçant une action plus nocive à la cathode qu'à l'anode.

La durée de l'électrolyse joue évidemment un rôle important pour le rendement chimique, mais on ne peut imaginer que les quantités infinitésimales de HCl et d'alcalis produites puissent provoquer ces différences d'actions.

Il ne faut donc voir dans celles-ci que des réactions différentes des organismes vis-à-vis des solutions sous l'influence de quantités moindres d'électricité. Un phénomène du même genre s'observe d'ailleurs au sujet des courbures de racines. G. Gassner ⁽³⁾ a démontré, en effet, que l'incurvation s'effectuait vers l'anode ou vers la cathode, suivant la densité du courant.

Rappellerai-je la loi de quantité synthétisant les lois de Faraday et de Becquerel? Lorsqu'un électrolyte est traversé par une quantité d'électricité égale à 96512 coulombs, la quantité des matières décomposées est représentée, en valeur absolue, par le poids moléculaire de l'électrolyte exprimé en grammes, avec cette condition que l'élément électronégatif entre dans la formule chimique avec un seul équivalent.

Pour les chlorures de potassium et de sodium qui m'ont

⁽¹⁾ En adoptant la théorie d'Arrhenius.

⁽²⁾ F. KOHLRAUSCH et L. HOLBORN, Das Leitvermögen der Elektrolyte insbesondere der Lösungen. Leipzig, 1898, p. 200.

⁽³⁾ G. GASSNER, Der Galvanotropismus der Wurzeln. (*Botanische Zeitung*, 1906.)

servi dans mes expériences, 96512 coulombs libéreraient 35^{gr}45 de chlore, 39^{gr}14 de potassium et 23^{gr}05 de sodium, qui pourront se combiner avec les éléments du solvant, c'est-à-dire de l'eau, pour former dans les liquides anodiques : Cl, O, HCl, KOCl, KO₃Cl ou Cl, O, HCl, NaOCl, NaO₃Cl; dans les cathodiques, H, Na, NaOH, NaCl ou H, K, KOH, KCl (1).

Je vais donc chercher à prouver que les actions des liquides anodisés et cathodisés agissant sur les germinations de Froment ne sont dues ni aux éléments libérés, ni aux substances formées par suite de l'action du courant galvanique.

Afin de démontrer qu'il ne faut pas attribuer aux combinaisons chimiques, produites entre les éléments de l'eau et ceux libérés pendant l'électrolyse, les phénomènes d'incurvation des racines, G. Gassner (2) a calculé la quantité de NaOH qui peut se former lorsqu'un courant d'une densité de 5 MA par centimètre carré traverse pendant dix secondes l'eau alimentaire dont il s'est servi pour ses expériences. Cette densité de courant avait suffi pour provoquer, au bout de ce faible laps de temps, un ralentissement durable de la croissance dans la partie, tournée vers le pôle positif, de la racine étudiée.

Si 1 ampère-heure sépare 1.494 gr. de NaOH, un courant de 5 MA par centimètre carré en dix secondes fournira $\frac{5}{1000} \cdot \frac{10}{3600} \cdot 1,494 = 208.10^{-7}$ gr. par centimètre carré ou 208.10^{-9} gr. par millimètre carré de la surface de la racine.

Et cet auteur conclut, à juste titre, que cette quantité de NaOH ne peut avoir provoqué l'effet constaté.

Prenons les nombres indiqués par G. Gassner, nous voyons que le poids de NaOH au bout d'une heure sera de

(1) Ce sont là des renseignements fournis par les praticiens qui opèrent sur de fortes quantités de produits et qui ont ainsi l'occasion de faire porter leurs analyses sur des quantités suffisantes. Voir, notamment, R. LORENTZ, *Traité pratique d'électrochimie*. Traduit par G. Hostelet. Paris, 1905.

(2) G. GASSNER, *Der Galvanotropismus der Wurzeln*. (*Botanische Zeitung*, 1906.)

$208.10^{-7} \times 360 = 74880.10^{-7}$ gr. par centimètre carré et de 74880.10^{-9} gr. par millimètre carré.

La valeur de la densité du courant ou l'intensité par unité de surface d'électrode sera obtenue, pour mes expériences, en divisant par 10 ou par 1000 les intensités, car mes électrodes de platine étaient recouvertes par 10 centimètres carrés de liquide.

Il faudra donc diviser par 10 ou par 1000 les quantités en poids des tableaux qui vont suivre, afin de pouvoir les comparer approximativement au nombre que G. Gassner a indiqué.

H.

Quantités en poids d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium formées à la fin des expériences 12-17 par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO de l'expérience.	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE NaOH. (en gr.)
12	$619,884.10^{-7}$	$681,296.10^{-7}$
13	735,020 »	808,170 »
14	503,776 »	556,160 »
15	497,552 »	545,732 »
16	394,752 »	434,500 »
17	309,428 »	338,910 »

Nous observons ainsi qu'après une action de 240 à 318 heures, les quantités en poids d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium formées sont de l'ordre de celles que G. Gassner considère comme inoffensives.

Il ne faut pas non plus perdre de vue que l'action néfaste du liquide anodique, dans les solutions considérées de chlorure de sodium, s'était déjà manifestée depuis très longtemps avant la fin des expériences.

Il va de soi que nous trouverons un poids moindre encore de chlore et de sodium.

I.

Quantités en poids de chlore et de sodium libérées à la fin des expériences 12-17 par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO de l'expérience.	POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE Na. (en gr.)
—	—	—
12	603.10 ⁻⁴	392.10 ⁻⁴
13	715 »	465 »
14	492 »	320 »
15	484 »	314 »
16	384 »	250 »
17	301 »	195 »

Comme l'action chimique, si elle existait, devrait se manifester rapidement, j'ai aussi calculé les rendements qui pourraient être fournis au bout d'une heure.

Ces tableaux J et K ont été dressés également afin de pouvoir établir des comparaisons avec les effets des courants de haut voltage.

Il faudra continuer à diviser par 10 ou par 1,000 les nombres qu'ils indiquent si on veut les comparer à celui de Gassner.

J.

Quantités en poids d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium formées au bout d'une heure par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO de l'expérience.	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE NaOH. (en gr.)
—	—	—
12	258.10 ⁻⁶	280.10 ⁻⁶
13	231 »	256 »
14	166 »	180 »
15	160 »	170 »
16	120 »	140 »
17	99 »	108 »

K.

Quantités en poids de chlore et de sodium libérées au bout d'une heure par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium soumise à l'action d'un courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO de l'expérience.	POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE K. (en gr.)
—	—	—
12	251.10 ⁻⁶	162.10 ⁻⁶
13	231 »	140 »
14	161 »	105 »
15	150 »	100 »
16	125 »	80 »
17	96 »	92 »

Examinons maintenant le cas de solutions très étendues ($\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$ m.) parcourues par des courants de haut voltage (110 et 120 volts) et d'une intensité plus grande.

L.

Quantités en poids de chlore et de sodium libérées à la fin des expériences dans un litre d'une solution très diluée de chlorure de sodium soumise à l'action du courant de la ville de Liège.

Solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium.

1° Courant de 110 volts pendant une heure.

POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE Na. (en gr.)
<u> </u>	<u> </u>
26.10 ⁻⁴	16.10 ⁻⁴

2° Courant de 110 volts pendant deux heures.

POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE Na. (en gr.)
<u> </u>	<u> </u>
54.10 ⁻⁴	45.10 ⁻⁴
Au bout d'une heure, nous aurions 27 »	22,5 »

Courant de 220 volts pendant une heure.

POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE Na. (en gr.)
<u> </u>	<u> </u>
72.10 ⁻⁴	79.10 ⁻⁴

M.

Quantités en poids d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium fournies à la fin des expériences dans un litre d'une solution très diluée de chlorure de sodium soumise à l'action du courant de la ville de Liège.

I. — Solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium.

1° Courant de 110 volts pendant une heure.

POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE NaOH. (en gr.)
<u> </u>	<u> </u>
26,728.10 ⁻⁷	27,808.10 ⁻⁷

2° Courant de 110 volts pendant deux heures.

	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE NaOH. (en gr.)
	—	—
	55,512.10 ⁻⁷	78,210.10 ⁻⁷
Au bout d'une heure, nous aurions	27,756 »	39,105 »

II. — Solution $\frac{1}{4000}$ m. de chlorure de sodium.

Courant de 220 volts pendant une heure.

POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE NaOH. (en gr.)
—	—
74,016.10 ⁻⁷	79,948.10 ⁻⁷

Pour ce qui concerne les solutions de NaCl, nous voyons, par l'examen des tableaux précédents, que, sous un faible comme sous un haut voltage, les intensités des courants employés dans mes recherches n'ont jamais libéré des éléments ni formé des combinaisons dont la quantité en poids puisse être considérée comme nocive pour les germinations de Froment.

Dans mes recherches sur l'action des solutions de chlorure de potassium, j'ai employé des électrodes et des vases de mêmes dimensions que pour le chlorure de sodium, mais un courant d'intensité et, par conséquent, de densité plus faible. Il en résulte que les nombres obtenus pour les quantités en poids de HCl, de KOH, de Cl et de K sont encore plus petits que ceux calculés pour le chlorure de sodium.

Pour les comparer à ceux indiqués par G. Gassner, il faudra les diviser aussi par 10 ou par 1,000.

N.

Quantités en poids d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de potassium formées à la fin des expériences 1-6 par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO l'expérience.	NOMBRE d'éléments.	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE KOH. (en gr.)
—	—	—	—
1	1	10,280.10 ⁻⁷	15,774.10 ⁻⁷
2	2	114,108 »	176,382 »
3	3	135,696 »	212,232 »
4	4	249,804 »	384,312 »
5	5	265,224 »	408,690 »
6	6	493,724 »	606,582 »

O.

Quantités en poids de chlore et de potassium libérées à la fin des expériences 1-6 par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO de l'expérience.	NOMBRE d'éléments.	POIDS DE CHLORE. (en gr.)	POIDS DE POTASSIUM. (en gr.)
—	—	—	—
1	1	1,031.10 ⁻⁶	1,139.10 ⁻⁶
2	2	11,142 »	12,306 »
3	3	13,207 »	14,882 »
4	4	24,348 »	26,888 »
5	5	25,800 »	28,500 »
6	6	38,380 »	42,300 »

G. Stiehr ⁽¹⁾, dans sa dissertation inaugurale, a écrit qu'une solution à 0.0075 ‰ de HCl est déjà mortelle pour *Phleum pratense*.

Une telle solution se rapproche d'une solution 2. $\frac{1}{1000}$ m., puisque celle-ci doit contenir 0^{gr}073 de HCl par litre, alors que l'autre contient 0^{gr}075.

Remarquons que cette quantité de HCl n'est atteinte dans aucune de mes expériences effectuées avec les solutions $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium. La dose la plus élevée de HCl dans celles-ci est seulement de 0^{gr}049.

P.

Quantités en poids d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de potassium formées au bout d'une heure par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO de l'expérience.	NOMBRE d'éléments.	POIDS de HCl. (en gr.)	POIDS de KOH. (en gr.)
—	—	—	—
1	1	329.10 ⁻⁸	505.10 ⁻⁸
2	2	3,650 »	5,650 »
3	3	4,340 »	6,800 »
4	4	8,000 »	12,300 »
5	5	8,690 »	13,700 »
6	6	15,800 »	19,100 »

(1) G. STIEHR, Ueber das Verhalten der Wurzelhäarchen gegen Lösungen. Inaugural Dissertation. Kiel, 1903.

Q.

Quantités en poids de chlore et de potassium libérées au bout d'une heure par litre d'une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium soumise à l'action du courant fourni par une pile de Daniell.

NUMÉRO de l'expérience.	NOMBRE d'éléments.	POIDS DE CHLORE. (en gr.)	POIDS DE POTASSIUM. (en gr.)
1	1	$320,5 \cdot 10^{-8}$	$352 \cdot 10^{-8}$
2	2	3,560 »	3,940 »
3	3	4,230 »	4,740 »
4	4	7,780 »	8,590 »
5	5	8,450 »	9,340 »
6	6	12,200 »	13,800 »

R.

Quantités en poids de chlore et de potassium libérées à la fin des expériences par litre d'une solution très diluée de chlorure de potassium soumise à l'action du courant de la ville de Liège.

I. — Solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium.

1° Courant de 110 volts pendant une heure.

	POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE K. (en gr.)
Exp. α	$35 \cdot 10^{-4}$	$38 \cdot 10^{-4}$
Exp. β	17 »	19 »

2° Courant de 110 volts pendant deux heures.

	POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE K. (en gr.)
	$41 \cdot 10^{-4}$	$45 \cdot 10^{-4}$
Au bout d'une heure, nous aurions	20,5 »	22,5 »

3° Courant de 220 volts pendant une heure.

	POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE K. (en gr.)
	$68 \cdot 10^{-4}$	$76 \cdot 10^{-4}$

II. — Solution $\frac{1}{1000}$ m. de chlorure de potassium.

Courant de 220 volts pendant une heure.

POIDS DE Cl. (en gr.)	POIDS DE K. (en gr.)
—	—
111.10 ⁻⁵	123.10 ⁻⁵

S.

Quantités en poids d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de potassium formées à la fin des expériences 7-11 par litre d'une solution très diluée de chlorure de potassium soumise à l'action du courant de la ville de Liège.

I. — Solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium.

1° Courant de 110 volts pendant une heure.

	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE KOH. (en gr.)
Exp. α	35,980.10 ⁻⁷	54,492.10 ⁻⁷
Exp. β	17,476 »	27,246 »

2° Courant de 110 volts pendant deux heures.

	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE KOH. (en gr.)
	—	—
	42,148.10 ⁻⁷	84,530.10 ⁻⁷

3° Courant de 220 volts pendant une heure.

	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE KOH. (en gr.)
	—	—
	69,904.10 ⁻⁷	108,984.10 ⁻⁷

II. — Solution $\frac{1}{1000}$ m. de chlorure de potassium.

Courant de 220 volts pendant une heure.

	POIDS DE HCl. (en gr.)	POIDS DE KOH. (en gr.)
	—	—
	11,308.10 ⁻⁷	17,208.10 ⁻⁷

Nous devons donc formuler, pour les solutions de chlorure de potassium dont je me suis servi, les mêmes conclusions que pour celles de chlorure de sodium.

On sait que pour rendre l'eau conductrice, dans l'électrolyse de ce liquide, par exemple, les physiciens y ajoutent une petite quantité d'un électrolyte : c'est d'habitude de l'acide sulfurique. Ils ne tiennent pas compte des modifications chimiques que l'introduction de cette substance peut apporter, et cependant le poids d'acide employé est bien supérieur à celui qui pourrait se produire dans mes expériences. Par conséquent, nous pourrions dire que nous n'avons eu en présence que des eaux rendues conductrices. La conductibilité va bien en augmentant, comme nous le verrons plus loin, avec la quantité de coulombs employés, mais cela est dû à un état particulier que gagne une solution très diluée lorsqu'elle est traversée par un faible courant. C'est la solution à laquelle P. De Heen a donné le nom de déséquilibrée. J'ajoute tout de suite que je ne crois cependant pas pouvoir exclure toute décomposition.

La question qui se pose est donc de savoir si les phénomènes observés avec mes germinations sont d'ordre physique ou d'ordre chimique.

Pendant longtemps, dit W.^e Nernst ⁽¹⁾, l'électrolyse a établi un lien entre la physique et la chimie.

Dans les conducteurs électrolytiques ou de seconde classe, le transport de l'électricité se fait avec transport de matière, par suite d'une décomposition chimique par la force électrique.

La quantité de matière mise en liberté par cette force peut être extrêmement faible, comme c'est le cas dans mes expériences. Au-dessous d'une certaine limite, elle ne pourrait donc plus amener de nocuité dans la solution pour les plantes auxquelles celle-ci est offerte.

Certains auteurs ont attribué l'effet nocif des solutions par-

(1) W. NERNST, Traité de chimie générale. Trad. de A. Corvisy. Paris, 1912.

courues par le courant aux combinaisons qui se sont produites entre le solvant et les éléments ou les groupes qui ont touché les électrodes. Si l'on doit admettre qu'il en est ainsi pour les solutions de concentration élevée ou même moyenne, ce ne serait plus le cas pour les solutions extrêmement diluées dont il est question dans le présent travail, soumises à l'action d'un courant de très faible intensité. Les physiciens admettent, d'ailleurs, que les solutions d'électrolytes satisfont à la loi d'Ohm pour des courants d'intensité extrêmement faible, c'est-à-dire qu'elles jouent le rôle de conducteurs de première classe et qu'il n'y aurait ni décomposition ni transport de matière.

Pour des courants même aussi faibles que ceux qui interviennent dans certaines de mes expériences, je ne pense pas que cela puisse être exact. Les solutions dont je me suis servi doivent être, me semble-t-il, considérées comme des conducteurs de deuxième classe, mais où la décomposition chimique effectuée ne peut jouer un rôle.

Les divers nombres calculés pour les quantités de HCl, de NaOH, de KOH, de Cl, de K et de Na ne sont d'ailleurs que théoriques. Au point de vue pratique, on obtient un rendement beaucoup inférieur. Il faut même les regarder comme des maxima jamais atteints.

En ce qui regarde le chlore, j'ai cherché à déterminer le déchet qui se produit dans une solution *m.* de chlorure de sodium soumise pendant dix jours à l'action d'un courant galvanique d'une intensité moyenne de 0.002 ampère.

Dans le liquide anodique, j'ai observé un déchet de près de 24 %; dans le liquide cathodique, de 30 %.

J'avais dosé le chlore total par voie titrimétrique au moyen de chromate de potassium et de la solution $\frac{1}{10}$ *m.* de nitrate d'argent.

Mes calculs précédents ne représentent qu'une approximation; je n'ai pas tenu compte des deux dissociations électrolytiques de l'eau pure $\text{H}_2\text{O} = \overset{+}{\text{H}} + \bar{\text{O}}\text{H}$ et $\bar{\text{O}}\text{H} = \bar{\text{O}} + \overset{+}{\text{H}}$. Pour ce qui concerne cette dernière, on sait seulement que l'eau ne contient

qu'une quantité infinitésimale d'ions O portant une double charge négative ⁽¹⁾.

Il y a lieu de remarquer aussi que l'on a la plus forte hydrolyse lorsque la base et l'acide sont tous deux faibles ⁽²⁾; ce qui est précisément le contraire en ce qui regarde les substances que nous avons employées. Les quantités de HCl et d'alcalis formés seront donc plus petites que si l'on avait en solution dans l'eau des bases et des acides faibles.

Supposons, pour un instant, que le courant n'intervienne que pour former des substances agissant chimiquement.

Si, dans ces solutions extrêmement diluées, il faut donc supposer la naissance d'une série de combinaisons chimiques sous l'influence du courant galvanique, on sera en présence d'un liquide d'une complexité inouïe, dont la composition variera d'ailleurs d'un moment à l'autre.

Alors même que l'analyse chimique y révélerait la présence de telle ou telle autre combinaison et en indiquerait la proportion, rien ne nous autoriserait à penser qu'il n'y a pas encore d'autres substances, mais en quantités moindres.

Bref, ce n'est pas en cherchant à reproduire le plus scrupuleusement possible le mélange hétéroclite qui représentera un tel mélange, puis à lui offrir des grains de Froment, que l'on pourra songer à résoudre le problème.

Il faut, par conséquent, se servir de moyens indirects, et c'est pourquoi j'ai fait les calculs dont les résultats viennent d'être transcrits.

En employant des solutions contenant la quantité de Cl , de HCl ou de $NaOH$ qui, à la fin des expériences faites avec des courants de faible voltage (en moyenne treize jours), doit théoriquement être formée, admettons même que l'on n'obtienne pas de germination, mais il ne faut pas perdre de vue que la différence de développement des plantules se montre depuis le

⁽¹⁾ W. NERNST, Traité de chimie générale. Trad. de A. Corvisy. Paris, 1912.

⁽²⁾ *Ibid.*

début de l'expérience. C'est pourquoi j'ai indiqué les quantités produites par litre au bout d'une heure. Si nous les multiplions par 48, par exemple, nous n'obtenons que des nombres insignifiants. Dans un prochain travail, je compte d'ailleurs examiner de plus près l'influence de la durée du courant.

On pourrait peut-être m'objecter que ce n'est pas par sentiment que l'on doit procéder dans une question aussi importante que celle que nous examinons ici. Il ne suffit pas de dire que telle ou telle autre dose infinitésimale ne peut pas provoquer d'effet nocif, il faut encore en fournir la preuve. C'est ce que je vais entreprendre de démontrer en me servant, aussi, de données fournies par d'autres auteurs.

G. Promsy ⁽¹⁾ a examiné récemment l'action des solutions à 0.5 et 1 ‰ d'acide citrique, à 0.5 ‰ d'acide oxalique et à 1 ‰ d'acide tartrique sur des plantes de Fromentensemencées dans du sable, puis celle de solutions d'acide citrique à d'autres titres, de façon à connaître l'influence respective de plusieurs autres concentrations, ainsi que celle d'une solution basique étendue d'une fois son volume d'eau. Comme acides minéraux, elle a employé l'acide chlorhydrique ainsi que l'acide sulfurique. Pour ce dernier, elle a choisi deux solutions : l'une était neutralisée par 0.18 volume de liqueur décimale de soude, ce qui correspond théoriquement à une concentration de $\frac{98 \times 0.18}{2 \times 10} = 0.882$ pour 1000; l'autre résultait du dédoublement de la précédente, ce qui donnait 0.441 pour 1000. Les solutions d'acide chlorhydrique avaient des concentrations de 0.365 et de 182 ‰.

En réduisant en solutions *m.*, on voit que les deux solutions d'acide sulfurique étaient respectivement $\frac{1.8}{100}$ et $\frac{0.9}{100}$ *m.*, et que celles d'acide chlorhydrique étaient respectivement $\frac{1}{10}$ *m.* et $\frac{1}{5}$ *m.*, concentrations auxquelles ne pourraient même commencer à germer les grains de Froment en cultures aqueuses.

(1) G. PROMSY, Du rôle des acides dans la germination. Thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris. Marseille, 1912.

Avec le Maïs, G. Promsy a fait usage de l'acide malique et de l'acide citrique aux concentrations de 0.5 ‰, 1 ‰ et 2.5 ‰.

Voici les conclusions tirées de ces recherches sur les Graminées :

« En résumé, les graines de Graminées semblent très aptes à profiter des acides qui leur sont offerts pendant la germination. La transformation et la migration des réserves sont accélérées en présence des solutions de ces acides. Il en résulte une diminution plus rapide du poids sec des organes de réserve et une augmentation parallèle de celui des plantules.

» Pour le Blé, les solutions d'acide citrique les plus favorables sont d'abord celles qui sont le plus diluées (0.5 ‰), mais après un certain temps, ce sont plutôt, au contraire, les solutions plus fortes (2.5 et 5 ‰) qui sont les plus avantageuses au point de vue de l'augmentation de substance sèche.

» Les acides minéraux chlorhydrique et sulfurique permettent, l'un et l'autre, la germination, mais l'acide chlorhydrique la favorise nettement en accélérant l'accroissement en poids frais et en poids sec des plantules, tandis que l'acide sulfurique diminue l'absorption d'eau, son action étant à peu près nulle sur le poids sec.

» Pour le Maïs, l'acide citrique et l'acide malique hâtent, à toute dose, la consommation des réserves, mais seules les solutions diluées ont une influence favorable sur le poids sec. »

En 1910 ⁽¹⁾, relatant des expériences que j'avais effectuées deux ans auparavant, j'ai rendu compte des résultats obtenus avec des solutions d'acide chlorhydrique.

La solution $\frac{1}{100}$ m. n'a permis aucun développement des grains. Avec la solution $\frac{1}{1000}$ m., la germination put faiblement avoir lieu, mais les liquides anodique et cathodique ainsi que leur mélange ont exercé des actions à peu près égales.

⁽¹⁾ H. MICHEELS, Action du courant galvanique continu sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1910, p. 51.)

Après dix jours de séjour au contact de la solution, on avait, en effet, comme

	Liquide anodique.	Liquide cathodique.	Leur mélange.
Nombre de germinations (‰).	60	80	72
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	90	80	80
Longueur moyenne des racines (en milli- mètres)	9	5	6
Poids moyen des germinations (en gr.). .	0.141	0.143	0.132

Notons, en passant, que la solution $\frac{1}{1000}$ m. d'acide chlorhydrique contient 0.0366 de HCl par litre, c'est-à-dire une quantité dix fois plus grande que celle que pourrait donner un courant de 110 volts au bout d'une heure dans une solution $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium.

Nous voilà loin des solutions $\frac{1}{10}$ m. et $\frac{1}{100}$ m. employées par G. Fromsy.

Il existe, comme on le sait d'ailleurs, une grande différence entre les résultats que donne la méthode des cultures aqueuses et celle des sols arrosés par certaines solutions.

M. Kanda ⁽¹⁾ a montré, en effet, que le sulfate de cuivre en solutions très diluées agit défavorablement, en cultures aqueuses, sur les germinations de Pois, tandis qu'il peut influencer favorablement leur croissance dans un sol humique. Il est probable qu'il passe alors dans une combinaison difficilement soluble. Le sulfate de zinc, d'après le même botaniste, peut aussi être supporté en grande quantité dans une culture dans le sol. Les Pois et les Vescs arrosés trois fois par semaine au moyen d'une solution à 0.28 % accuseraient une meilleure végétation.

(1) M. KANDA, Studien über die Reizwirkung einiger Metallsalze auf das Wachstum höherer Pflanzen. (*Journal of the College of science*. Tokyo, vol. XIX, 1904, pp. 1-47.)

Dans les expériences de G. Promsy, il ne s'agissait pas de cultures dans le sol, mais dans du sable, ce qui me paraît fort différent. Dans les miennes, il a fallu un temps très long, comme on l'a vu, pour former des solutions qui auraient pu nuire à la végétation. On s'en rendra particulièrement compte en consultant les tableaux indiquant les quantités de Cl, de K, de Na, de HCl, de KOH et de NaOH libérées ou formées au bout d'une heure dans les solutions extrêmement étendues utilisées. Ces tableaux, au surplus, ne nous renseignent que sur des rendements théoriques qui ne sont pas obtenus.

Les expériences de G. Promsy sont intéressantes, non seulement à cause de la concentration des solutions d'acides employées, mais encore et surtout par le fait que ces acides ont joué un rôle favorisant.

Il ne me paraît plus possible d'incriminer les très faibles quantités d'acide formées par suite du passage du courant au bout de treize jours en moyenne.

Ces quantités d'acide auraient dû, même au début, si elles intervenaient chimiquement, jouer un rôle favorisant.

Par conséquent, on doit rejeter l'hypothèse d'une action néfaste, chez le liquide anodique, due à l'action des acides dans des solutions aussi diluées que celles qui ont été employées, c'est-à-dire $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$ m.

Cela me paraît d'autant plus évident que, dans certains cas ⁽¹⁾, le liquide cathodique présentant cependant une réaction acide produisait une action fort différente de celle du liquide anodique.

D'ailleurs, si l'action néfaste du liquide anodique était due uniquement à son acidité, elle disparaîtrait complètement si on neutralisait le liquide anodique et jusqu'à un certain point aussi si on l'alcalinisait.

J'ai pu constater, au contraire, que la disparition de l'acidité

(1) H. MICHEELS, Mode d'action des solutions étendues d'électrolytes sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1912, n° 11.)

du liquide anodique n'avait que peu diminué sa nocuité. Voici les résultats obtenus après onze jours de germination (du 24 juin au 3 juillet 1912) :

	Liquide électrolysé.		
	Liquide cathodique + HCl.	Liquide anodique + KOH.	Liquide non électrolysé.
Nombre de germinations (‰)	88	84	96
Longueur moyenne de la deuxième feuille (en millimètres)	165	125	150
Longueur moyenne des racines (en millimètres)	90	20	100
Poids moyen des germinations (en gr.). .	0.286	0.215	0.278

Le liquide non électrolysé s'est montré franchement acide, l'anodique franchement alcalin et le cathodique légèrement acide.

J'ai pu montrer naguère que ni l'acidité ni l'alcalinité ne sont en jeu au point de vue de la nocuité, mais j'ai pu souvent constater depuis lors que l'acidité allait en diminuant quand le voltage ou la durée du courant allaient en augmentant.

Il y a lieu aussi d'écarter certaines explications purement physiques. C'est le cas pour l'influence de la conductibilité du liquide que traverse le courant galvanique.

Certains auteurs prétendent avec raison, à mon sens, que le courant galvanique agit d'une façon d'autant plus néfaste que la résistance qui lui est opposée par la plante est plus considérable.

Ils s'appuient sur une expérience démontrant qu'une racine plongée dans un bain de mercure peut supporter sans être tuée l'action de courants de grande intensité.

On pourrait se demander si la nocuité plus grande des liquides anodiques ne proviendrait pas d'une résistance plus forte. J'ai donc cru devoir rechercher la conductibilité molécu-

laire μ ⁽¹⁾ des liquides cathodiques et anodiques par la méthode de Kohlrausch. Il me paraît inutile de la décrire ici ⁽²⁾.

Pour rendre les nombres obtenus comparables, j'ai ramené à 18° C. les mesures des résistances au moyen de la formule bien connue :

$$W_{18} = W_t(1 + \alpha[t^\circ - 18^\circ] + \beta[t^\circ - 18^\circ]^2).$$

Solutions 1/100 m. de chlorure de potassium.

A. — Solution ayant été soumise pendant 312 heures à l'action d'un courant dont l'intensité moyenne a été de 120 microampères, fourni par une pile de Daniell.

LIQUIDES :		
anodique.	cathodique.	témoin.
$\mu = 188$	$\mu = 167$	$\mu = 121.$

B. — Solution ayant été soumise pendant 312 heures à l'action d'un courant dont l'intensité moyenne a été de 17.15 microampères, fourni par une pile de Daniell.

LIQUIDES :	
anodique.	cathodique.
$\mu = 149$	$\mu = 146.$

C. — Solution ayant été soumise pendant 316 heures à l'action d'un courant dont l'intensité moyenne a été de 2.45 microampères, fourni par une pile de Daniell.

LIQUIDES :	
anodique.	cathodique.
$\mu = 139$	$\mu = 136.$

⁽¹⁾ $\mu = \varphi x = \frac{\varphi \cdot C \cdot a}{R \cdot b}.$

⁽²⁾ Voir, notamment, W. OSTWALD et R. LUTHER, Manuel pratique des mesures physico-chimiques. Paris, 1904.

Solutions $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de sodium.

Solution ayant été soumise pendant 312 heures à l'action d'un courant dont l'intensité moyenne a été de 300 microampères, fourni par une pile de Daniell.

LIQUIDES :	
anodique.	cathodique.
$\mu = 125.2$	$\mu = 115.$

Les nombres indiqués pour les solutions *A*, *B* et *C* sont à peu près ceux qui seraient donnés par les liquides des expériences et qui ont été obtenus en soumettant aux mêmes électrogènes les solutions $\frac{1}{100}$ m. de chlorure de potassium.

Les résultats obtenus pour *B* et *C* prouvent que les liquides où plongeaient l'anode et la cathode sont sensiblement équivalents. Ce fait attire de nouveau l'attention sur les expériences où la force électromotrice minimale de décomposition calculée par la formule de Thomson n'a pas été atteinte. On remarquera aussi combien la méthode employée est sensible.

Les solutions n'ont peut-être pas été suffisamment protégées contre l'évaporation, ce qui aura augmenté leur concentration et, par suite, leur conductibilité.

L'examen des résultats de ces mesures nous montre que, même pour des courants très faibles dans des solutions fort diluées, la conductibilité des liquides anodiques s'est montrée plus élevée que celle des cathodiques.

Nous pouvons donc dire que les actions moins néfastes des cathodiques ne sont pas dues à une résistance moindre au passage du courant.

Remarquons aussi que la conductibilité va en augmentant lorsque l'intensité du courant est plus grande.

On peut se demander quels sont les phénomènes qui se pas-

sent à l'intérieur d'une graine lorsqu'elle est traversée par le courant.

G. Promsy ⁽¹⁾ a effectué quelques expériences à ce sujet. Ces essais sont de deux sortes. Dans les uns, elle se servait d'électrodes d'acier, c'est-à-dire attaquables ; dans les autres, d'électrodes de platine. Voici, en résumé, comment elle a procédé.

Des graines d'assez grande taille, des Fèves, après avoir été trempées, sont placées dans une cuve à électrolyse, qui a reçu une solution d'acide citrique à 0.5 ‰. Cette solution élève le quotient respiratoire, augmente la turgescence et accélère la germination. La Fève est placée dans le bain de telle manière qu'une très petite partie du tégument soit immergée. Des deux aiguilles servant d'électrodes, l'une est plongée dans la solution, l'autre est piquée dans la graine au-dessus du liquide. L'auteur a constaté ainsi que la germination semble favorisée quand la cathode d'acier a été piquée dans la graine et qu'elle est gênée, au contraire, lorsque le courant passe dans le sens inverse. Les résultats ne sont plus les mêmes quand on remplace les aiguilles d'acier par d'autres en platine. Les graines piquées par la cathode ont un retard sensible, les autres ont germé en même temps que les témoins. G. Promsy a trouvé pour les électrodes inattaquables les chiffres suivants :

	Longueur de la tige.	Poids d'une plantule.	Poids de deux cotylédons.	$\frac{p}{c}$ ⁽²⁾
Fèves ayant reçu l'anode . . .	38 cm.	0.597 gr.	0.666 gr.	0.89
Fèves ayant reçu la cathode . .	6 cm.	0.472 gr.	0.750 gr.	0.62
Fèves témoins	43 cm.	0.685 gr.	0.335 gr.	2.04

(1) G. PROMSY, Du rôle des acides dans la germination. Thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris. Marseille, 1912.

(2) $\frac{p}{c}$ est le rapport du poids sec des plantules à celui des cotylédons, rapport qui indique la rapidité de la transformation des réserves.

C'est le cas des électrodes inattaquables qui nous intéresse le plus, parce qu'il exclut les actions secondaires entre le métal dont elles sont formées et les substances de la graine.

Un travail récent de Ravin ⁽¹⁾ tend à prouver que les acides organiques (malique, tartrique, citrique, succinique et oxalique) qui se rencontrent le plus communément dans les plantes sont, ainsi que leurs sels potassiques, absorbés par le système racinaire et qu'ils sont, ainsi que leurs sels, assimilés.

Dans l'expérience de G. Promsy, on peut donc supposer que les Fèves sont envahies par l'acide citrique, et que les électrodes de platine y sont rencontrées par l'acide. Or, ce courant d'une intensité de 5 MA, auquel la graine est soumise, c'est-à-dire de 5,000 microampères, me paraît un peu élevé et pourrait décomposer, non seulement l'acide citrique, mais encore d'autres substances contenues dans les cellules. A la cathode, il pourrait se former des substances plus nocives que celles qui se produiraient à l'anode. D'ailleurs, aux électrodes, la nature ionique disparaît pour faire place à l'atome. La composition chimique étant changée, les Fèves, après le passage du courant dans la solution d'acide citrique, ne sont plus comparables aux Fèves d'avant le courant.

L'expérience de G. Promsy ne prouve donc pas — à mon avis — que l'action nocive du courant ne soit pas due aux ions, ainsi que j'en ai émis l'hypothèse. Je dois ajouter que l'auteur n'a d'ailleurs nullement cherché à prouver le contraire et qu'elle s'est bornée à faire connaître des faits intéressants.

Il serait utile de rechercher l'action sur la germination des acides et des sels organiques anodisés et cathodisés. Jusqu'à présent, je n'ai pu expérimenter qu'avec une solution $\frac{1}{100}$ m. d'oxalate neutre de potassium. Je transcris le protocole de cette expérience.

(1) RAVIN, Nutrition carbonée des Phanérogames à l'aide de quelques acides organiques et de leurs sels potassiques. (*Comptes rendus*, t. CLIV, p. 1100, 22 avril 1912.)

EXPÉRIENCE 21.

Durée de l'expérience	Du 12 au 26 juin 1913.
Traçage des grains.	Vingt-quatre heures.
Courant fourni par	4 Daniell (4 volts environ).

	Liquide anodique.	Liquide cathodique
Nombre de germinations (%)	80	92
Longueur moyenne de la première feuille (en millimètres)	125	125
Longueur moyenne de la deuxième feuille (en millimètres)	95	115
Longueur moyenne des racines (en millimètres).	25	25
Poids moyen des germinations (en grammes)	0.195	0.206

On ne constate guère de différence entre les actions des liquides anodique et cathodique. Une légère différence se marque cependant en faveur du cathodique.

D'après Molliard ⁽¹⁾, les acides tartrique et oxalique à 0.5 % arrêtent la germination.

L'attention des botanistes a été attirée depuis longtemps sur les incurvations positives ou négatives que le courant galvanique provoque sur les racines. Le même mode d'interprétation peut être invoqué pour ces courbures que pour les phénomènes que j'ai décrits.

Où le courant agit par les substances chimiques qu'il met en liberté, ou il intervient par des ions portant encore des charges électriques.

Cette dernière hypothèse, que j'ai émise l'an dernier ⁽²⁾, per-

(1) MOLLIARD, Action morphogénique de quelques substances organiques sur les végétaux supérieurs. (*Revue de botanique*, 1907, t. XIX, p. 247.)

(2) H. MICHEELS, Mode d'action des solutions étendues d'électrolytes sur la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 44, 1912.)

met de concilier une antinomie qui semblait se dessiner entre les effets des solutions électrolysées et ceux des solutions non parcourues par le courant. Chez les unes et les autres de ces solutions, l'action nocive provient surtout des cathions, mais elle ne paraît pas exclusive à ces ions. J'ai indiqué alors le contrôle expérimental auquel mes vues se prêtaient.

Je répéterai ici que l'action chimique nedoit pas non plus être entièrement exclue, à moins qu'il ne s'agisse de solutions $\frac{1}{1000}$ *m.* ou plus étendues encore.

Dans les solutions *m.* et $\frac{1}{10}$ *m.*, cette action chimique sera certes déjà plus importante que celle des ions.

Pour nous rendre compte aussi du changement que va produire le courant, rappelons-nous que l'introduction d'électrodes en relation avec une source électrique va attirer dans un vase des anions et dans l'autre des cathions séparés. Par rapport à une solution non électrolysée, le nombre des ions déséquilibrés dans chaque liquide anodique ou cathodique aura donc augmenté après un temps suffisamment long. Le courant va aussi décomposer une partie des molécules non dissociées restantes qui représentent 6 % de la quantité primitive chez KCl et 7 % chez NaCl en solution $\frac{1}{100}$ *m.*, ce qui va encore augmenter le nombre des ions déséquilibrés.

Qu'une petite quantité du solvant se combine avec les atomes formés aux électrodes dans une telle solution $\frac{1}{100}$ *m.*, cela n'est pas impossible, mais elle se produira trop tard en proportion suffisante pour être nocive.

Son action viendra évidemment s'ajouter à celles des ions déséquilibrés, mais elle sera insignifiante, par suite de la dissociation complète à laquelle les petites quantités de substances formées ne pourront échapper.

Dans les solutions $\frac{1}{1000}$ *m.*, la dissociation, complète dès le début, se conservera sans doute.

Comme on le voit, il y a une différence énorme entre les solutions ordinaires et les solutions très diluées avec lesquelles

j'ai opéré et qui font penser aux gaz raréfiés dans les tubes à vide.

Dans le présent mémoire, j'ai pu réunir un faisceau de faits prouvant que les actions des liquides anodiques et cathodiques des solutions très diluées ne pouvaient être interprétées en les attribuant à des substances formées par le courant. Pour la courbure des racines, beaucoup d'auteurs, je le répète, ont dû renoncer également à ce mode d'explication. Cherchons maintenant à scruter plus profondément les phénomènes observés en analysant la structure cellulaire.

Si on donne le nom de protoplasme à l'ensemble des parties vivantes de la cellule, on doit admettre qu'il est essentiellement liquide. Certaines des parties qui le composent sont cependant solides, — telles sont la membrane cellulaire, les plastides, etc., — mais ces parties solides sont produites par la masse générale liquide.

Laissons de côté les vues contradictoires émises au sujet de la structure du cytoplasme à l'état vivant et qui sont dues aux différences qu'amène le défaut de stabilité du système. Mais nous devons admettre que le cytoplasme est une masse liquide à milieu de dispersion aqueux (hydrosol) tenant en dissolution et en suspension de nombreuses substances, formant ainsi un système microhétérogène excessivement compliqué, à phases multiples. Le suc cellulaire représentera le milieu de dispersion, les hydrovacuoles naissant en vertu de la loi des masses qui règle la quantité d'eau qui doit se séparer d'abord sous forme de gouttelettes.

Les plastides, même les petits, morphologiquement indifférenciés, auxquels on donne le nom de microsomes, ne sont pas de simples phases du système que représente le cytoplasme, mais doivent être regardés comme des systèmes à leur tour.

Quant au noyau, il forme une entité tout à la fois morphologique et physiologique. On a étudié dans ces derniers temps la vie indépendante de certains noyaux et ils ont fourni des cas de

traumatotaxisme et de chimiotaxisme (*Allium cepa*). Certains auteurs ont été amenés à considérer le noyau comme étant l'organe essentiel des oxydations dans les tissus vivants. Il contiendrait les catalyseurs des oxydations.

Nous ne nous occuperons pas des centrosomes et des sphères attractives. « Depuis que l'on sait, dit R. Chodat ⁽¹⁾, que dans les coagula de caséine des granules quelconques font naître de semblables irradiations, on n'ose plus affirmer que les radiations autour des centres aient une valeur morphologique réelle dans la cellule. »

La membrane mérite une attention particulière. Si la couche protoplasmique sous-jacente est semi-perméable, sa cellulose laisse filtrer l'eau et les matières salines.

On a attribué beaucoup d'importance à la présence de certaines matières grasses ou lipoides dans la paroi cellulaire. La théorie d'Overton, soutenue par Höber, Czapek, Pribram, Warburg, etc., a été dans ces dernières années battue en brèche par Th. Fischer, J. Traube et W. Ruhland. Celui-ci, un botaniste, a prouvé que la rapidité de l'absorption par la cellule vivante de matières colorantes basiques ou acides est complètement indépendante de leur degré de solubilité dans les lipoides.

Nathansohn admet que les interstices entre les parties vivantes de la membrane sont remplis de cholestérine. Par ces intervalles entreraient les substances dissolvant les graisses, tandis que l'eau et les corps qui s'y dissolvent pénétreraient par les parties vivantes régulatrices.

Par une mesure de conductibilité électrique, on est parvenu à mesurer la perméabilité de diverses membranes animales pour différents sels (NaCl, NaF, KCl, etc.).

Ce qui vient d'être exposé au sujet de la membrane cellulaire peut s'appliquer probablement aussi à la membrane nucléaire.

(1) R. CHODAT, Principes de botanique. Paris et Genève, 1911.

En tout état de cause, on peut considérer tous les éléments de la cellule comme des corps colloïdaux.

On sait qu'une solution colloïdale peut persister des années. Les agents précipitants sont ceux qui amènent une augmentation de la tension superficielle ou une diminution de la charge des granules, ou les deux à la fois, tandis que les stabilisants diminuent la tension superficielle des granules, ou augmentent leur charge, ou augmentent la viscosité du liquide ⁽¹⁾. Les premiers seraient donc nocifs, les seconds favorisants.

La tension superficielle des granules doit être très faible dans les cellules où les solutions doivent être stables, d'autant plus que les granules se trouvent, en certaines parties, dans un milieu très visqueux.

La pénétration des ions dans les cellules a été souvent étudiée.

W. Ostwald a, le premier, émis l'hypothèse d'une différence dans la perméabilité des membranes cellulaires pour les anions et les cations. Des recherches expérimentales sont venues ensuite confirmer cette supposition. Bernstein a reconnu, en effet, que, dans le tissu musculaire, la membrane se laisse plus facilement traverser par les cations que par les anions.

D'après W. Nernst, les forces électromotrices à la limite entre une phase soluble dans l'eau et une insoluble obéissent à la formule

$$E = \frac{RT}{nT} \log \frac{C_1}{C_2},$$

dans laquelle T représente la température absolue. Jacques Loeb et Reinhard Beutner ⁽²⁾ ont pu démontrer qu'elle s'applique

⁽¹⁾ CHWOLSON, Traité de physique. Paris.

⁽²⁾ J. LOEB et R. BEUTNER, Ueber die Potentialdifferenzen an der unversehrten und verletzten Oberfläche pflanzlicher und thierischer Organe. (*Biochemische Zeitschrift*, 1912, p. 1.)

aux phénomènes biologiques. La relation logarithmique des concentrations avec les différences de potentiels se vérifie en supposant les membranes plus perméables pour les cations que pour les anions. Ils ont remarqué aussi que dans une solution saline convenablement choisie (par ex. $\frac{1}{20}$ m. NaCl), la différence de potentiel reste la même si la solution est neutre ou si on l'acidifie par l'addition de HCl $\frac{1}{1000}$ m. ou si on l'alcalinise par NaOH $\frac{1}{1000}$ m.

Nous voyons une fois de plus que les faibles acidités ou alcalinités constatées dans les solutions employées dans le cours de nos expériences ne peuvent être prises en considération.

Quant à la différence qui s'observe entre les actions des solutions anodisées et cathodisées, elle s'explique par la floculation du liquide colloïdal acide des racines, c'est-à-dire à charges négatives sous l'influence des cations. Hardy ⁽¹⁾ a démontré que la précipitation dépend des cations dans les sols où les particules ont une charge négative et des anions dans ceux où les particules sont chargées positivement. P. De Heen a remarqué que les solutions particulières anodisées floculent plus rapidement que les solutions cathodisées et que celles qui n'ont pas été soumises au courant se comportent d'une manière intermédiaire au point de vue de la floculation ⁽²⁾.

Cet effet ne pourra se réaliser par les anions dans les solutions cathodisées.

Le courant électrique produit donc dans les cellules chez les solutions anodisées un *empoisonnement physique* ⁽³⁾, causé probablement par des phénomènes d'adsorption.

(1) Voir J. LOEB, *La dynamique des phénomènes de la vie*. Paris, 1908.

(2) P. DE HEEN, Introduction à l'étude de la physique. (*Mém. in-4° de l'Acad. roy. de Belgique*. 1912, p. 245.)

(3) Voir à ce sujet les travaux de J. TRAUBE, notamment : Die Resonanztheorie, eine physikalische Theorie der Immunitätserscheinungen. (*Zeitschrift für Immunitätsforschung und experimentelle Therapie*, 1911, 9^{ter} Bd, 2^{ter} Heft, etc.)

CONCLUSIONS.

Qu'une solution aqueuse d'électrolyte très diluée ($1/100$ et $1/1000$ *m.*) soit traversée ou non par un courant, son action sur la germination est surtout ionique et non atomique, c'est-à-dire chimique.

Pour une même surface d'électrodes, elle paraît proportionnelle au nombre de coulombs utilisés.

La mesure de la quantité d'électricité employée a permis de calculer les quantités maximales théoriques en poids des éléments libérés de l'électrolyte, ainsi que celles d'acide et d'alcali que ces corps auraient pu former avec le solvant. Ces quantités sont insuffisantes pour rendre compte des effets observés.

L'action néfaste des solutions anodisées n'est pas due à leur acidité. La germination des Graminées est activée par des solutions faibles d'acide chlorhydrique. (G. Promsy.) Elle n'est pas explicable non plus par une résistance plus grande au courant électrique, car le liquide anodique est meilleur conducteur.

Dans les solutions anodisées et cathodisées, l'action néfaste des cathions est prépondérante et se manifeste dans les liquides anodiques. L'arrêt de développement des racines est dû à la floculation du liquide colloïdal acide qu'elles contiennent, provoquée principalement par les cathions qui traversent plus facilement la membrane cellulaire. Cet effet reconnaît donc surtout une cause physique.

Institut de physique de l'Université de Liège.

PHYSIOLOGIE. — Contribution à l'étude des interrelations humorales.

—

I. — Action de l'extrait thyroïdien et en général des extraits d'organes sur la sécrétion surrénale ⁽¹⁾,

par E. GLEY et ALF. QUINQUAUD.

I. — INTRODUCTION.

La théorie des rapports réciproques entre glandes endocrines paraît avoir été très facilement acceptée, sous l'influence surtout de travaux concernant les échanges nutritifs (Eppinger, Falta et Rudinger) ⁽²⁾, et avant d'avoir été soumise à une investigation expérimentale directe.

D'après ces auteurs, il n'est point de glande à sécrétion interne

⁽¹⁾ Présenté par MM. L. Fredericq et P. Nolf. — Ces expériences ont fait l'objet d'une note préliminaire. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 30 juin 1913, CLVI, 2013.)

⁽²⁾ H. EPPINGER, W. FALTA et C. RUDINGER, Ueber die Wechselwirkungen der Drüsen mit innerer Sekretion. (*Zeitschr. für klin. Med.*, 1908 et 1909; LXVI, 1-52, et LXVII, 380.)

W. FALTA, Ueber die Korrelationen der Drüsen mit innerer Sekretion (*Lewins Ergebnisse der wissenschaft. Med.*, 1909, I, 108-118.)

On trouvera quelques remarques critiques très justes sur cette théorie, en ce qui concerne les rapports entre le pancréas et les surrénales dans la production du diabète, dans l'excellent travail de G. BAYER : Die normale und pathologische Physiologie des chromaffinen Gewebes der Nebennieren. (*Ergebnisse der pathol. Anat.*, 1910, XIV.) Cf. aussi la thèse de M. CLÉRET (*Étude sur la pathogénie du goitre exophtalmique*, Paris, 1911), où se trouvent reproduites quelques-unes des observations critiques que l'un de nous avait eu l'occasion de présenter au sujet de cette théorie dans son cours au Collège de France (cours de 1910-1911). — Sur la question de la glycosurie adrénalinique il est indispensable de prendre connaissance des recherches de FRANK UNDERHILL et HILDITCH (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1909, XXV, 66) et de celles de FRANK UNDERHILL (*Ibid.*, 1911, XXVII, 331-339), dont les résultats sont tout à fait contraires à la doctrine soutenue par les pathologistes viennois.

qui n'ait avec une ou plusieurs autres des rapports mutuels, des rapports soit d'excitation, soit d'antagonisme réciproques. De là il suit que la suppression de l'un de ces organes n'entraîne pas seulement des effets directs dus à la perte de la fonction qui dépend de l'organe considéré, mais aussi des effets indirects dépendant des autres organes sur lesquels agit normalement la glande supprimée ; et ces troubles de second ordre peuvent être de sens inverse, parce que, d'après la théorie, une glande agirait sur une autre pour exciter ou pour modérer la fonction de celle-ci. Si c'est un organe à action excitante qui est supprimé, le trouble survenant dans la glande associée sera un trouble d'insuffisance ; et, de ce fait, l'organisme éprouvera un double déficit, perte ou diminution de deux fonctions. Que si l'organe détruit exerce une influence modératrice, la glande associée présentera un trouble d'hyperfonctionnement dû à l'abolition de l'influence modératrice qu'il recevait constamment. Les choses seraient même plus compliquées encore ; on a admis, en effet, qu'une glande peut exercer sur une autre une influence positive (excitante) et en même temps sur une troisième une influence négative (action d'arrêt). Un schéma, publié par Eppinger, Falta et Rudinger (1908), résume les relations qui existeraient entre les glandes les plus importantes (voy. fig. 1).

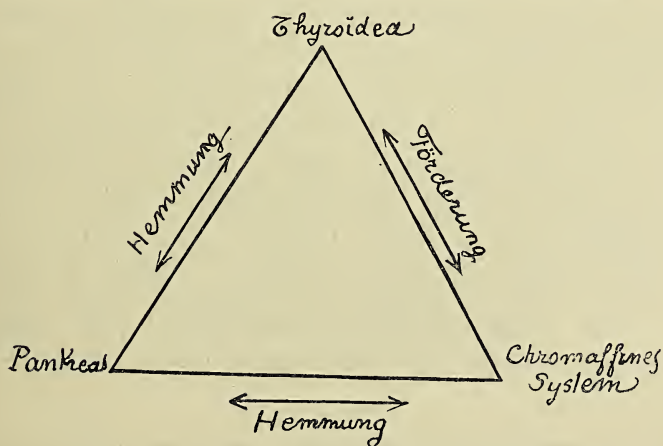


FIG. 1.

Ainsi, d'après ce schéma, sur lequel les flèches indiquent le sens des actions réciproques entre les organes visés, la suppression de la thyroïde détermine un hyperfonctionnement du pancréas (par disparition de l'action d'arrêt de la thyroïde) et une diminution d'activité des surrénales (par disparition de l'influence excitante de la thyroïde). La thyroïde, au contraire, fonctionne-t-elle plus activement, son influence modératrice sur le pancréas s'exercera plus énergiquement et il s'ensuivra une insuffisance pancréatique et en même temps il y aura hyperfonctionnement du système chromaffine.

Des rapports analogues ont été recherchés et admis entre d'autres organes : thyroïde et glandes génitales ; ovaire, thyroïde et hypophyse ; surrénales et glandes génitales, etc. En voici un exemple dans un tableau donné par Isaac Ott ⁽¹⁾ :

Thymus	Thyroid	Pars anterior Hypophysis	Hypophysis
↓ Inhibition.	↑ Compensatory. ↓	↑ Inhibition. ↓	↓ Compensatory.
Testis.	Hypophysis.	Testis, Ovary.	Parathyroid.

A cette sorte de rapports pourrait être réservé le nom d'*interrelations humorales*, pour les distinguer du groupe plus large des corrélations fonctionnelles humorales. Ce qui caractérise celles-ci, en effet, c'est l'action d'un produit de sécrétion interne sur un organe appartenant au même système anatomique que celui qui a livré le produit actif ou à un autre système ; le type de ces substances est la sécrétine. Ce qui caractérise les interrelations, c'est l'action *réciproque* de deux produits de sécrétion interne. Tous les phénomènes d'interrelation, à les supposer démontrés, se rangent dans la catégorie des corrélations fonc-

⁽¹⁾ ISAAC OTT, Internal secretion from a physiological and therapeutical standpoint. Philadelphia, 1910 ; voir p. 125.

tionnelles, mais toutes les corrélations ne sont pas des inter-relations.

L'importance physiologique et pathologique de la conception des actions glandulaires réciproques est considérable. La question des causes du fonctionnement des glandes endocrines s'y trouve liée, puisque c'est en grande partie celle des excitants de ces glandes qui est posée dans cette théorie. D'autre part, la théorie prétend fournir la véritable explication de nombreux syndromes (diabète, goitre exophtalmique, troubles et anomalies de la croissance, etc.).

Plus une thèse est grosse de conséquences, plus solidement démontrés doivent être les faits sur lesquels elle repose. Ce n'est pas le lieu de critiquer ici les données apportées par Eppinger, Falta et Rudinger à l'appui de leur conception, ainsi que par les pathologistes qui les ont suivis dans la voie pleine d'hypothèses où ils se sont engagés. Nous voudrions faire voir par un exemple quel intérêt il y a dans toute question concernant le fonctionnement des glandes endocrines, et par conséquent dans celle-ci, à entreprendre, chaque fois qu'il est possible, des recherches directes.

II. — PRINCIPE DES EXPÉRIENCES.

Le produit de sécrétion d'une glande endocrine se trouve dans le sang veineux efférent de cette glande (ou dans la lymphe qui provient de l'organe). L'important est qu'il y passe en quantité suffisante pour y être décelé soit chimiquement, soit physiologiquement, ou que nos procédés d'analyse chimique et expérimentale soient assez délicats pour permettre et la reconnaissance et même le dosage de quantités minimales; dès lors on peut suivre ses variations sous des influences diverses et par suite déterminer les conditions d'activité de la glande.

Une telle étude est possible, on le sait, pour les glandes surrénales, puisque l'on a appris à recueillir le sang de ces organes et que ce sang contient en quantité parfaitement mesurable le principe actif, l'adrénaline.

Si la théorie dont nous avons rappelé les traits essentiels est fondée, le sang surrénal doit contenir plus d'adrénaline après qu'on a injecté à l'animal en expérience de l'extrait thyroïdien.

C'est cette recherche que nous avons faite. Nous y avons employé aussi d'autres extraits d'organes, on verra pour quelle raison.

D'un court travail publié l'année dernière par Isaac Ott et John C. Scott ⁽¹⁾ il ressort que ces auteurs se sont déjà servis de la méthode que nous venons d'indiquer et ont cherché si les extraits de thyroïde et de parathyroïdes, de glande pinéale, d'hypophyse, de thymus, de pancréas, d'ovaires et de testicules augmentent la quantité d'adrénaline qui passe dans le sang. Les extraits étaient portés à l'ébullition et leur solution filtrée; les injections étaient faites sur le chat dont on recueillait le sang de la veine cave; ce sang, défibriné, était ajouté au liquide de Ringer, dans lequel plongeait un segment d'intestin dont les contractions étaient enregistrées; on sait que l'adrénaline diminue le tonus intestinal et inhibe temporairement les contractions rythmiques de l'intestin. Les expériences de I. Ott et J. C. Scott paraissent comporter des causes d'erreur assez graves. En premier lieu, il semble bien que l'emploi du sang défibriné doive être abandonné, depuis que O'Connor ⁽²⁾, dans le laboratoire de R. Gottlieb, a montré que la coagulation du sang ou la défibrination libère des substances qui ont une action analogue à celle de l'adrénaline. D'autre part, ce sang, qui provenait du chat, était envoyé dans un organe provenant d'un animal d'une autre espèce, le lapin; or, le sang de chat est très toxique pour le lapin et il se peut parfaitement que des organes isolés de ce dernier animal ne se trouvent pas mieux que l'animal tout entier de recevoir du sang défibriné de chat. Enfin, les auteurs

(1) ISAAC OTT and JOHN C. SCOTT, The action of glandular extracts upon the amount of epinephrin in the blood. (*The Journ. of pharmacol. and exper. Therap.*, July 1912, III. 623.)

(2) J. M. O'CONNOR, Ueber den Adrenalingehalt des Blutes. (*Archiv für exper. Pathol. u. Pharmac.*, 1912, LXVIII, 193-232.)

n'indiquent pas les quantités de sang défibriné ajoutées à la solution de Ringer, dans laquelle était suspendu le segment d'intestin; et les deux tracés qu'ils reproduisent et qui sont relatifs, l'un à l'action de l'iodothyryne et l'autre à l'action de l'« infundibulin » (extrait de la partie supérieure de l'hypophyse), ne montrent qu'un effet extrêmement passager du sang recueilli après injection de ces substances ⁽¹⁾.

Nous pensons avoir évité dans nos expériences ces diverses causes d'erreur. Nous avons toujours injecté le sang surrénal total, rendu incoagulable, et nous l'avons injecté à des animaux de même espèce. On trouvera dans les pages qui suivent de nombreux tracés plus démonstratifs encore que les protocoles d'expériences.

III. — TECHNIQUE DES EXPÉRIENCES.

Nos recherches ont été faites sur le chien chloralosé; le chloralose était injecté dans une veine saphène à la dose habituelle de 0^{gr}10 par kilogramme d'animal.

Chaque expérience exige deux animaux, l'un, assez gros, qui est le *chien sujet*, c'est-à-dire fournissant du sang surrénal, et l'autre, beaucoup plus petit, ou *chien réactif*, auquel doit être injecté le sang recueilli sur le premier.

Sur le chien sujet, après laparotomie, les intestins sont refoulés à droite au moyen de larges compresses chaudes et la veine centrale de la capsule surrénale gauche est isolée; les

(1) Le seul passage du travail de I. OTT et J. C. SCOTT qui concerne la question que nous nous sommes posée et qui ne fait d'ailleurs que donner le résultat général de leurs expériences (les auteurs n'ont pas publié de protocoles), est le suivant : « Thyroid, iodothyryn (fig. 1), parathyroid, thymus, infundibulin (fig. 2), pineal, pancreas, ovary and orchitis extracts produce the epinephrin fall of tonus and a temporary inhibition of the rhythmic contractions.

» Spleen extract free of albumen was without effect. » Le reste du travail est consacré à des considérations sur les rapports entre les glandes et à la relation sommaire d'expériences faites avec le sérum antithyroïdien de Moebius, la toxine et l'antitoxine diphtériques, l'albumine de l'œuf et la peptone (Merck), qui accroitraient aussi la teneur du sang en adrénaline.

autres petites veinules, au nombre de trois ou quatre, sont liées ; on lie la veine centrale près de son embouchure dans la veine cave, et le bout central de la première veine lombaire gauche, dans laquelle se jette la veine capsulaire, est préparé, à 1 ou 2 centimètres de la capsule, de façon à y introduire une longue canule en verre préalablement stérilisée ⁽¹⁾. A ce moment, on fait rapidement sur l'animal une injection intra-veineuse d'albumoses (peptone de Witte), à raison de 0^{gr}25 à 0^{gr}35 par kilogramme, ou d'extrait de têtes de sangsues (hirudine). On introduit alors, deux ou trois minutes après l'injection anticoagulante, la canule dans l'extrémité capsulaire de la veine lombocapsulaire et on recueille un échantillon de sang surrénal. C'est cet échantillon que nous considérons comme normal par rapport aux échantillons recueillis à la suite des injections d'extraits d'organes.

Sur quelques chiens, nous avons aussi recueilli en même temps du sang veineux général, du sang d'une veine fémorale. Or, ce sang s'est montré sans effet sur la pression artérielle.

Outre l'extrait thyroïdien, il a été injecté des extraits de foie, de pancréas, de rein et de testicule. Tous ces extraits avaient été préparés de la même façon, par dessiccation rapide dans le vide sulfurique. Nous les devons à l'obligeance d'un pharmacien parisien bien connu, M. Choay. Nous nous sommes toujours assurés de leur toxicité par une injection à dose mortelle sur le lapin. L'un de nous a en effet montré que la toxicité des extraits d'organes desséchés s'affaiblit rapidement avec le temps ⁽²⁾. C'est pour cette raison que l'on verra que nous avons employé

(1) Cette technique est à peu près celle qui a été très bien fixée dans le laboratoire de MISLAWSKY à Kazan et employée par son élève M. TSCHEBOKSAROFF dans son excellent travail : Ueber sekretorische Nerven der Nebennieren. (*Archiv für die ges. Physiol.*, 1910, CXXXVII, 59-122.)

(2) E. GLEY, Toxicité des extraits d'organes. tachyphylaxie, anaphylaxie. (*Mélanges biologiques, livre jubilaire du Prof^r Ch. Richet*, Paris, 1912, 111-124.) — Dans les expériences dont il a été question plus haut, I. OTT et J. C. SCOTT se sont servis d'extraits desséchés.

un extrait donné à des doses efficaces très diverses; ce qui tient simplement à ce que nous avons utilisé le même extrait à des époques plus ou moins éloignées du moment de sa préparation; l'épreuve de la toxicité sur le lapin était destinée à nous montrer quelle devait être la dose nécessaire pour une action physiologique très nette.

L'activité des divers échantillons de sang surrénal recueilli était éprouvée sur le chien réactif. Pour cet essai, nous n'avions que l'embarras du choix de la méthode à employer ⁽¹⁾. Comme Tschoboksaroff, nous avons choisi l'épreuve de la pression artérielle. « Ist das Adrenalin in relativ grossen Mengen vorhanden, disent très bien Gottlieb et O'Connor, wie z. B. in Nebennierenvenenblut, so lässt sich die Bestimmung unserer Meinung noch am leichtesten und genauesten durch den Blutdruckversuch ausführen ⁽²⁾. » Sur le chien réactif, chloralosé de même que le chien sujet, il a été injecté des quantités de sang surrénal, rendu incoagulable comme il a été dit ci-dessus, variant en général de 1 à 2 centimètres cubes par kilogramme. La dose de 1 centimètre cube par kilogramme suffit d'habitude pour obtenir une augmentation notable de la pression artérielle. Souvent des doses moindres produisent aussi cet effet; on trouvera même dans ce travail des tracés desquels ressort l'action d'une dose de 0^{cc}2 par kilogramme. Il est vrai que, dans nos expériences, jusqu'ici, ce dernier fait est unique.

IV. — ACTION SUR LA PRESSION ARTÉRIELLE DU SANG SURRÉNAL RECUEILLI A LA SUITE D'INJECTIONS DE DIVERS EXTRAITS D'ORGANES.

L'extrait thyroïdien, à la dose de 0^{gr}01 jusqu'à la dose de 0^{gr}05 par kilogramme, ne paraît pas déterminer une augmentation de la quantité d'adrénaline sécrétée par la glande surrénale;

(1) Voy. M. TSCHOBOKSAROFF, *loc. cit.*, 67-72, et R. GOTTLIEB et J. M. O'CONNOR, Ueber den Nachweis und die Bestimmung des Adrenalins im Blute, in EM. ABDERHALDEN, *Handbuch der biochemischen Arbeitsmethoden*, 1912, VI, 585-603.

(2) *Loc. cit.*, 603.

du moins, le sang veineux capsulaire, recueilli à la suite de l'injection de ces diverses quantités, ne provoque pas d'élévation de la pression artérielle supérieure à celle que provoque une égale quantité de sang surrénal normal, c'est-à-dire recueilli avant l'injection. C'est ce que l'on constatera en comparant les tracés 2 et 3, 4 et 5, et les deux parties du tracé 6. Quelquefois même la dose de 0^{gr}10 par kilogramme n'a pas augmenté la sécrétion d'adrénaline (voy. les tracés 7 et 8). Cependant cette dose de 0^{gr}10 par kilogramme donne lieu très généralement au passage d'un excès d'adrénaline dans le sang de la veine capsulaire, comme le prouvent les tracés 9 et 10. Cette quantité d'adrénaline est plus ou moins grande; elle est à coup sûr médiocre dans les deux expériences dont les figures précédentes (fig. 9 et 10) retracent un épisode; elle est beaucoup plus considérable dans l'expérience dont les tracés 11 et 12 reproduisent un des résultats; la comparaison entre ces deux tracés est tout à fait démonstrative. Dans quelques cas, nous avons même vu que la dose de 0^{gr}05 par kilogramme peut provoquer une augmentation assez marquée de la quantité d'adrénaline du sang surrénal.

Mais deux remarques s'imposent ici.

La première est que les doses efficaces de 0^{gr}05 d'extrait thyroïdien et surtout de 0^{gr}10 par kilogramme ne sont plus des doses physiologiques. Il faut se rappeler en effet que les extraits employés sont des extraits secs; pour avoir la quantité de substance fraîche correspondante, on doit multiplier par 4 ou 5, un gramme d'extrait sec correspondant à peu près constamment à 4 ou 5 grammes de tissu frais. Soit donc un chien de 16 kilogrammes, poids moyen des animaux fournisseurs de sang dans nos expériences (leur poids a oscillé entre 12 et 20 kilogrammes); cet animal recevait donc en tout 1^{gr}60 ou au moins 0^{gr}80 d'extrait thyroïdien, représentant une quantité quadruple ou quintuple de substance fraîche, c'est-à-dire 6^{gr}40 (1.60×4) ou 8 grammes (1.60×5), ou, d'autre part, 3^{gr}20 (0.8×4) ou 4 grammes (0.8×5) de glande. D'où il suit que, si l'on admet

que normalement la sécrétion surrénale se produit sous l'influence d'une action excitante due à des substances provenant de la glande thyroïde, il semble que non seulement la substance de celle-ci doive être tout entière consommée à chaque excitation, mais même qu'elle n'y suffise point; il est rare, d'après les très nombreuses pesées que l'un de nous a faites depuis plus de vingt ans, que la thyroïde des chiens de 12 à 17 kilogrammes pèse plus de 2 à 3 grammes.

La seconde remarque n'est pas moins importante. Étant reconnu que l'extrait thyroïdien peut provoquer une sécrétion d'adrénaline, toute la question est de savoir si c'est là une action spécifique. Il y a deux moyens de s'en assurer. Le premier est de chercher si le sang veineux thyroïdien possède quelque action sur la sécrétion surrénale. Cette recherche présente de nombreuses difficultés, tenant à l'incertitude où l'on est encore sur l'activité du sang efférent de la thyroïde, à la nécessité où l'on serait tout au moins d'avoir de grandes quantités de ce sang incoagulable pour essayer de surprendre son action, à la conservation de ce sang dans de bonnes conditions, à la disposition même de l'expérience pour laquelle il faudrait apparemment trois animaux, etc. Pour ces raisons, nous avons eu d'abord recours au second moyen, qui consiste dans l'emploi d'autres extraits d'organes.

Or, les autres extraits dont nous nous sommes servis, de pancréas, de foie, de rein et de testicule, ont tous manifesté, à des doses diverses, — déterminées d'après l'essai préalable de leur toxicité générale, comme il a été dit plus haut, — une activité au moins égale à celle de l'extrait thyroïdien. La figure 13 montre, par exemple, l'effet de l'extrait de pancréas comparativement à l'extrait thyroïdien. Les deux figures suivantes (fig. 14 et 15) prouvent que l'action de l'extrait rénal ou celle de l'extrait testiculaire ne le cède pas à celle de l'extrait thyroïdien. De la figure 16 il ressort que l'action de l'extrait rénal peut même être plus marquée que celle de l'extrait thyroïdien; que l'on compare, en effet, ce tracé à celui de la figure 12,

obtenu sur le même animal ; d'ailleurs, le tracé B de la figure 14 témoigne aussi d'une légère différence en faveur de l'extrait rénal. Il en va de même pour l'extrait hépatique que nous avons toujours trouvé plus actif que le thyroïdien ; en voici un exemple dans la figure 17.

Il est intéressant de faire remarquer particulièrement l'effet des extraits de pancréas (voy. la fig. 13), étant donné que, d'après la théorie rappelée au début de ce travail, le pancréas exercerait une influence modératrice sur la glande surrénale (voy. le schéma de la figure 1) ; or, loin de diminuer l'activité surrénale, ces extraits agissent comme tous les autres pour augmenter la sécrétion d'adrénaline.

Ainsi les extraits d'organes, à des doses diverses, provoquent le passage dans le sang surrénal d'une quantité souvent plus grande d'adrénaline qu'à l'état normal. On peut se demander si cet excès d'adrénaline n'exerce pas son effet sur le chien sujet (fournisseur du sang surrénal) aussi bien que sur le chien réactif. Il est facile de voir qu'il n'en est rien. Si, en même temps que l'on recueille le sang surrénal, on enregistre sur le chien sujet la pression artérielle, on s'aperçoit que celle-ci non seulement ne s'élève pas, mais subit une diminution plus ou moins forte et plus ou moins durable suivant l'extrait injecté ; par exemple, la figure 18 montre l'action du sang surrénal recueilli sous l'influence de l'extrait de foie et la figure 19 montre l'action de ce même extrait sur la pression artérielle du chien qui donnait le sang surrénal et durant qu'il le donnait. L'influence hypotensive de cet extrait est d'ailleurs bien connue. Il y a là une preuve de plus de ce fait que l'on peut considérer comme classique, à savoir la rapide destruction ou disparition de l'adrénaline qui passe en excès dans la circulation générale.

Enfin, il est intéressant de se demander à quelle quantité d'adrénaline correspond à peu près le volume du sang surrénal recueilli et injecté. Pour cela, on peut chercher à reproduire par des doses diverses d'adrénaline les effets déterminés par des échantillons donnés de sang surrénal. Cette méthode a d'ailleurs

déjà été utilisée. Ainsi l'on voit (fig. 20) qu'avec 0^{mgr}005 (1/200^e de milligramme) d'adrénaline (marque Clin), l'élévation de la pression artérielle est à peu près la même (4 cc. de mercure au lieu de 4^{cc}5) que celle qui s'est produite après l'injection de 0^{cc}2 par kilogramme de sang surrénal normal (voy. fig. 10), et l'on voit (fig. 21) qu'il a fallu injecter 0^{mgr}01 de cette même adrénaline pour reproduire l'effet cardio-vasculaire obtenu à la suite de l'injection du sang surrénal fourni par un animal ayant reçu de l'extrait thyroïdien (voy. le tracé de la fig. 11).

Resterait à étudier le mécanisme par lequel les extraits d'organes déterminent cette augmentation d'adrénaline. Ce sera l'objet de nouvelles recherches.

V. — RÉSUMÉ.

Les extraits d'organes suivants, pancréas, foie, thyroïde, testicules, reins, et probablement d'autres organes, peuvent faire augmenter la quantité d'adrénaline qui passe dans le sang veineux surrénal.

L'extrait thyroïdien n'est pas plus actif, à ce point de vue, que les autres; il est moins actif que l'extrait hépatique.

Ces expériences déposent directement contre la thèse des rapports fonctionnels réciproques entre les glandes surrénales et la glande thyroïde, ou, plus exactement, contre la thèse de l'action réciproque des produits de sécrétion de ces glandes.

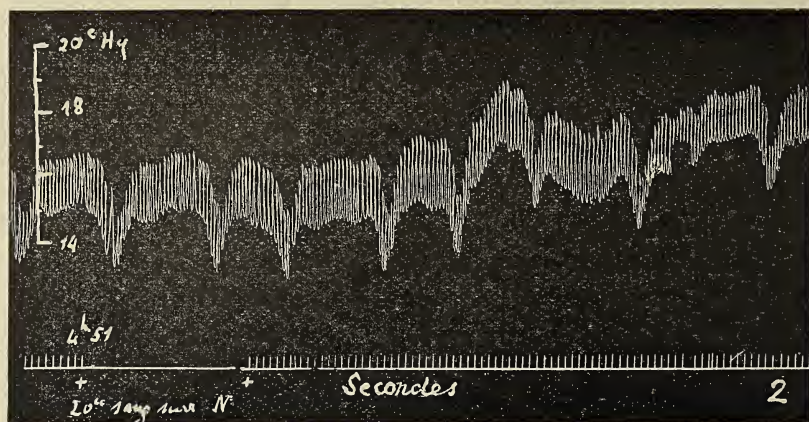


FIG. 2. — Chien fox bâtardé, de 10 kilogrammes, chloralosé à 11 heures. Pression dans le bout central de l'artère fémorale droite.

En ++, injection de 20 centimètres cubes de sang veineux surrénal normal provenant d'un autre chien (jeune, de 16^{kil}100) dont le sang avait été rendu incoagulable par une injection d'extrait de têtes de sangsues.

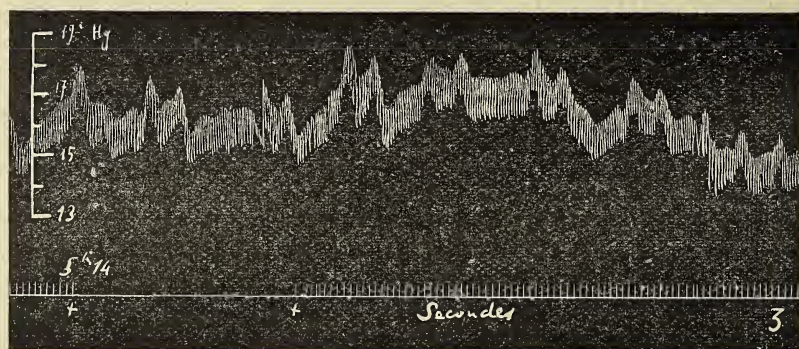


FIG. 3. — Même chien et mêmes indications que figure 2.

En ++, injection de 20 centimètres cubes de sang surrénal recueilli après que l'animal fournisseur du sang avait reçu une injection de 0^{gr}03 par kilogramme d'extrait thyroïdien.

On voit que l'effet est le même qu'après l'injection de sang surrénal normal (fig. 2).

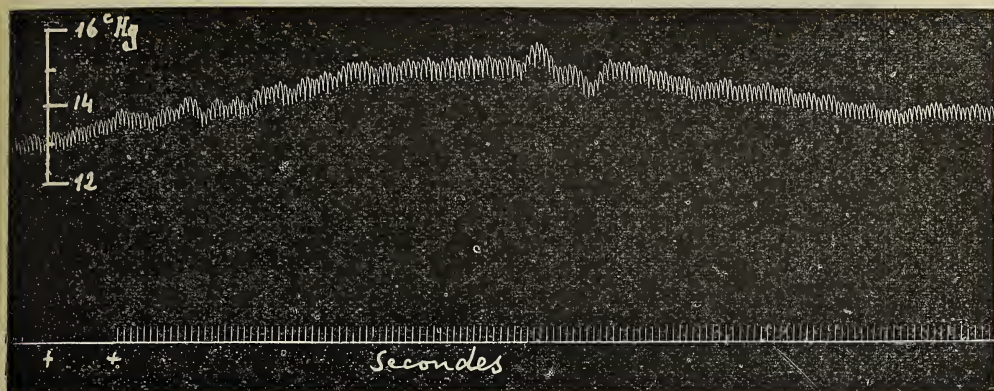


FIG. 4. — Vieux chien bâtardé, pesant 12 kilogrammes, chloralosé à 3 h. 50 m. Pression dans le bout central de l'artère fémorale droite.

En ++, injection de 7 centimètres cubes de sang veineux surrénal normal provenant d'un autre chien (vieux, de 20^{kil}400) dont le sang avait été rendu incoagulable par une injection de 0^{gr}25 par kilogramme de peptone de Witte.

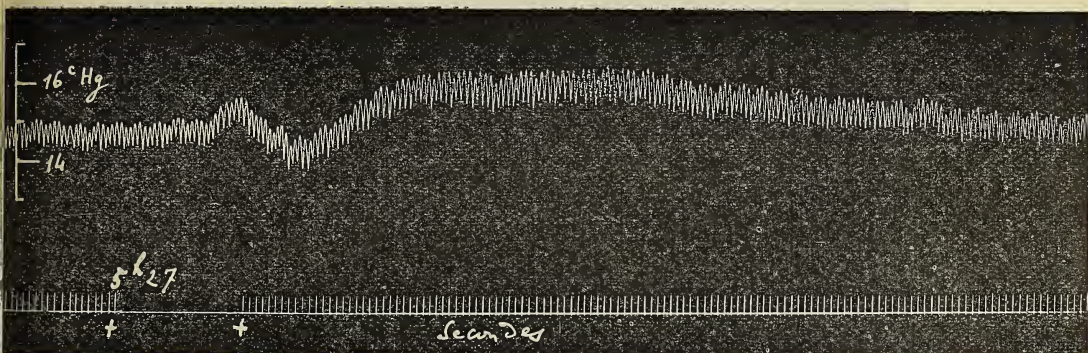


FIG. 5. — Même chien et mêmes indications que figure 4.

En ++, injection de 10 centimètres cubes de sang surrénal recueilli après que l'animal fournisseur du sang avait reçu une injection de 0^{gr}03 par kilogramme d'extrait thyroïdien.

On voit que l'effet vaso-constricteur n'est pas plus marqué qu'après l'injection de sang surrénal normal. L'effet cardiaque est plus marqué, mais il ne faut pas oublier que la quantité de sang normal injectée a été plus faible (7 centimètres cubes au lieu de 10).

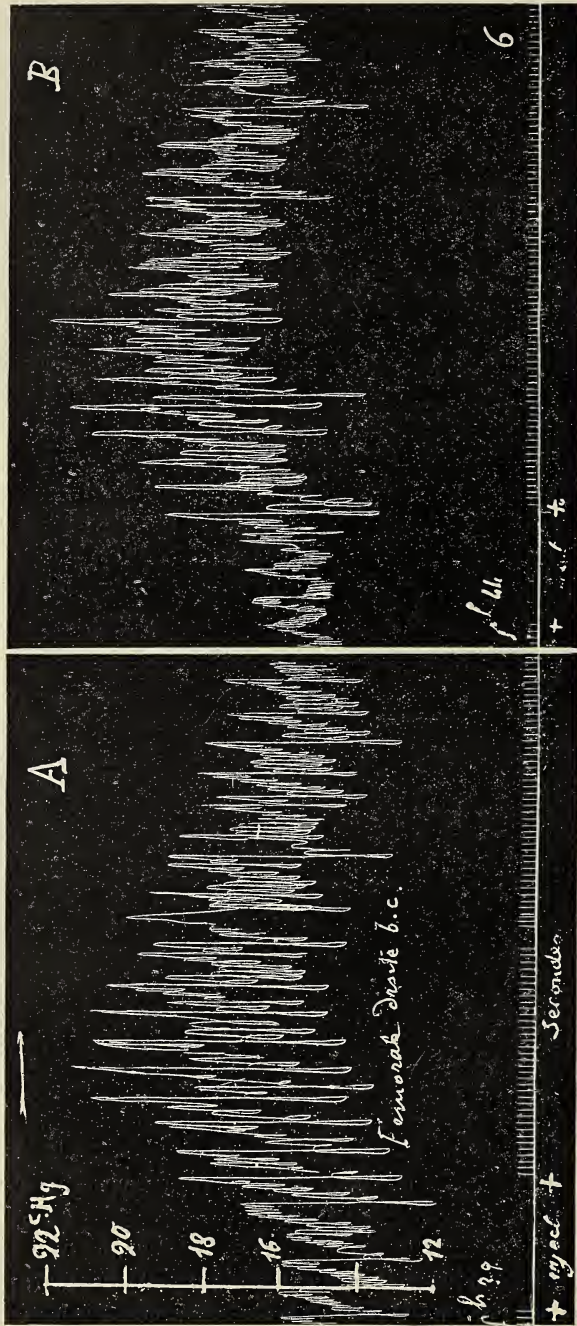


FIG. 6. — Chien roquet de 1 an, pesant 9^{kg}700, chloralosé à 3 h. 50 m.

En ++, injections de 7^{cc}6 de sang surrénal provenant d'un chien âgé de 2 ans et pesant 16 kilogrammes, dont le sang lavait été rendu incoagulable par une injection de peptone de Witte (0^{gr}30 par kilogramme) : en A, après injection d'extrait thyroïdien (0^{gr}05 par kilogramme) (sang recueilli dans les 10 premières minutes qui ont suivi l'injection d'extrait); — en B, effet du sang surrénal normal.

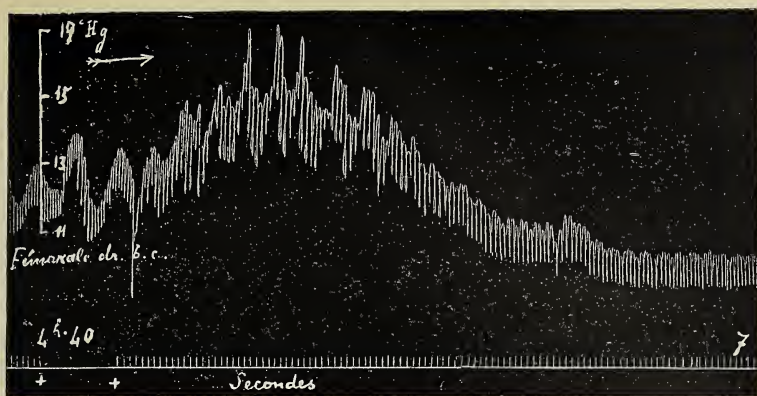


FIG. 7. — Chien roquet de 8 kilogrammes, chloralosé à 4 heures.

En ++, injection de 1 centimètre cube par kilogramme de sang surrénal, provenant d'un chien de 10^{kg}300, dont le sang a été rendu incoagulable par une injection de peptone de Witte (0^{gr}35 par kilogramme).

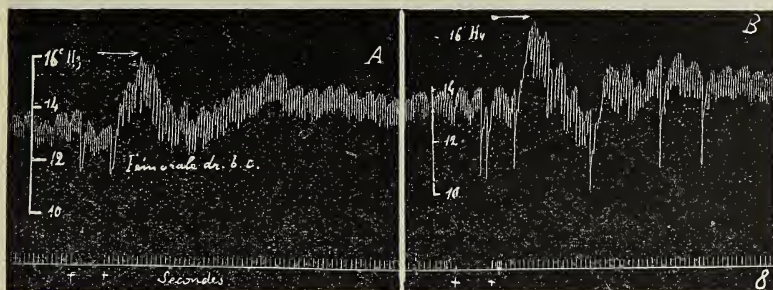


FIG. 8. — Même chien que figure 7.

A : en ++, injection de 1 centimètre cube par kilogramme de sang surrénal recueilli pendant les 5 premières minutes qui ont suivi une injection de 0^{gr}10 par kilogramme d'extrait thyroïdien;

B : en ++, injection de 1 centimètre cube par kilogramme de sang surrénal recueilli de 6 à 10 minutes après l'injection de l'extrait thyroïdien.

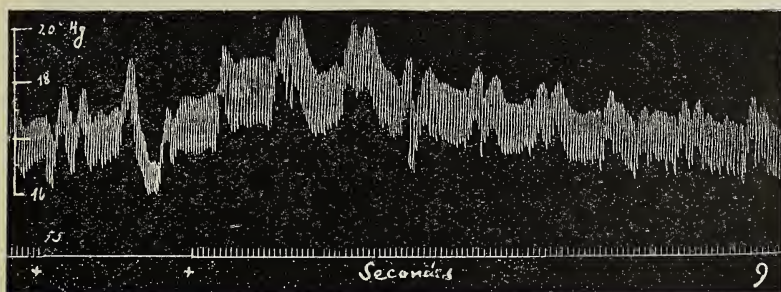


FIG. 9. — Même chien que figures 2 et 3. Mêmes indications.

En ++, injection de 20 centimètres cubes de sang surrénal recueilli après injection de 0^{gr}10 par kilogramme d'extrait thyroïdien à l'animal fournisseur du sang.

L'effet sur la pression artérielle est plus marqué qu'avec le sang normal (voy. fig. 2).

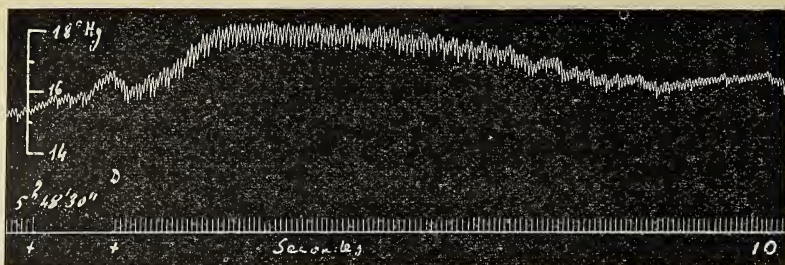


FIG. 10. — Même chien que figures 4 et 5.

En ++, injection de 10 centimètres cubes de sang surrénal après que l'animal fournisseur du sang avait reçu une injection de 0^{gr}10 par kilogramme d'extrait thyroïdien.

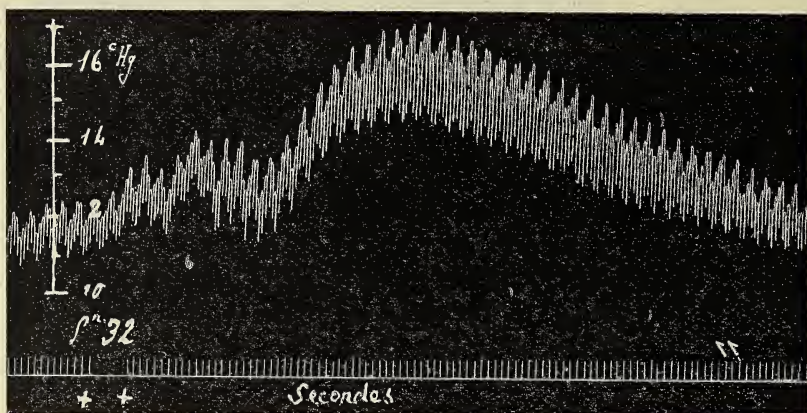


FIG. 11. — Vieux chien de 4^{kil}500, chloralosé à 4 h. 40 m. Pression dans le bout central de l'artère carotide gauche.

En ++, injection de 0^{cc}2 par kilogramme de sang surrénal normal, recueilli d'un autre chien de 21^{kil}500, après injection à cet animal de 0^{gr}35 par kilogramme de peptone de Witte.

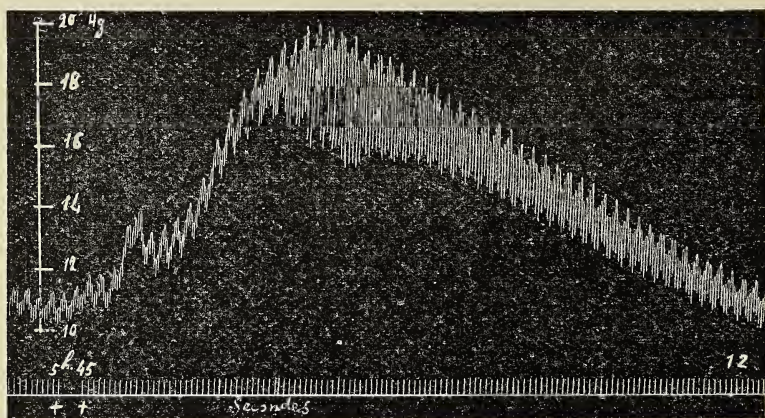


FIG. 12. — Même animal que figure 11.

En ++, injection de 0^{cc}2 de sang surrénal recueilli après une injection d'extrait thyroïdien (0^{gr}30 par kilogramme [dose équivalente à la dose de 0^{gr}10 par kilogramme employée dans des expériences précédentes, l'extrait ayant vieilli]).

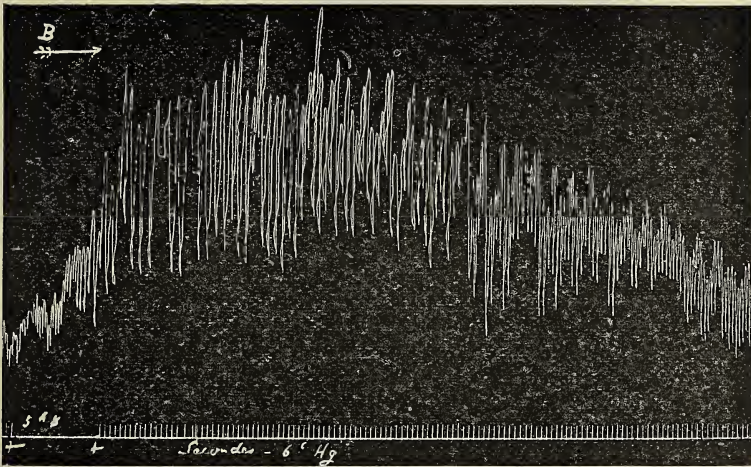
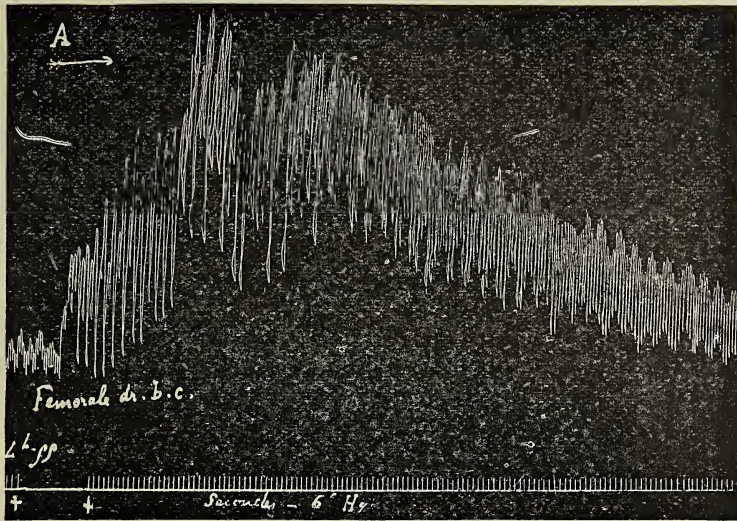


FIG. 13. — Chien roquet, 5 ans, 5^{kil}500, chloralosé à 3 h. 25 m.

De + en +, injections de 10 centimètres cubes de sang surrénal provenant d'un autre chien (vieux, 12^{kil}200), dont le sang a été rendu incoagulable par injection d'extrait de têtes de sangsues : en A, après injection à cet animal de 0^{gr}05 par kilogramme d'extrait thyroïdien ; en B, après injection de 0^{gr}01 par kilogramme d'extrait de pancréas.

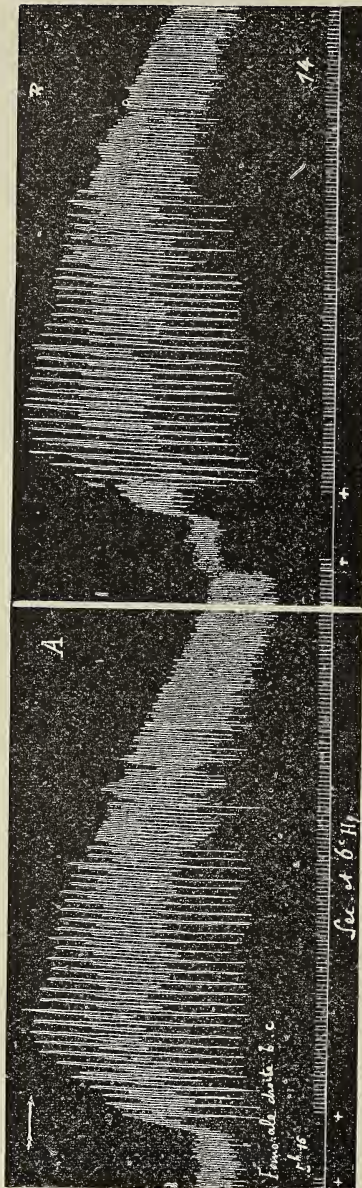


FIG. 14. — Chien roquet, 1 an, 6^{kg} 600, chloralosé.

De + en +, injections de 10 centimètres cubes de sang surrénal provenant d'un autre chien (adulte, 14 kilogrammes), dont le sang a été rendu incoagulable par injection de têtes de sangsues : en A, après injection de 0^{cc} 10 par kilogramme d'extrait thyroïdien ; en B, après injection de 0^{cc} 10 par kilogramme d'extrait rénal.

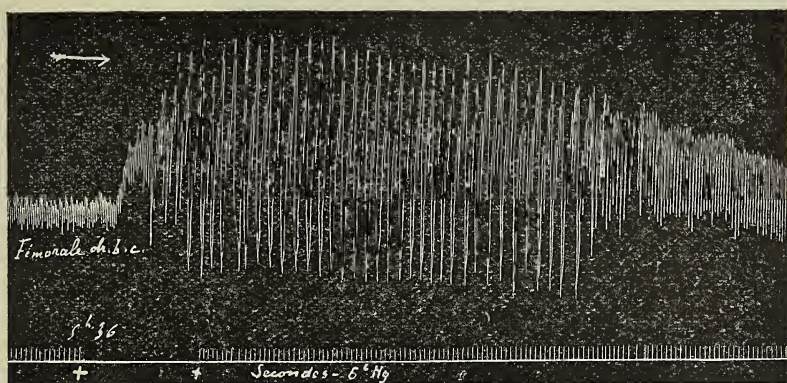


FIG. 15. — Même chien que figure 14.

En ++, injection de 10 centimètres cubes de sang surrénal recueilli après injection de 0^{gr}10 par kilogramme d'extrait testiculaire.

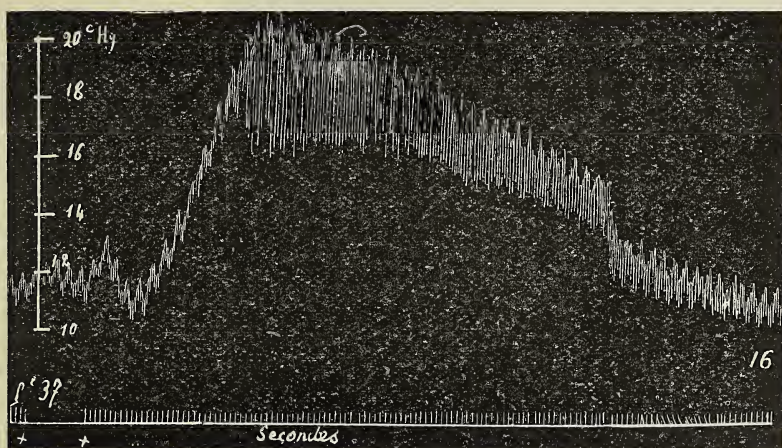


FIG. 16. — Même chien que figures 11 et 12.

En ++, injection de 0^{cc}2 par kilogramme de sang surrénal recueilli après une injection d'extrait rénal (0^{gr}15 par kilogramme).

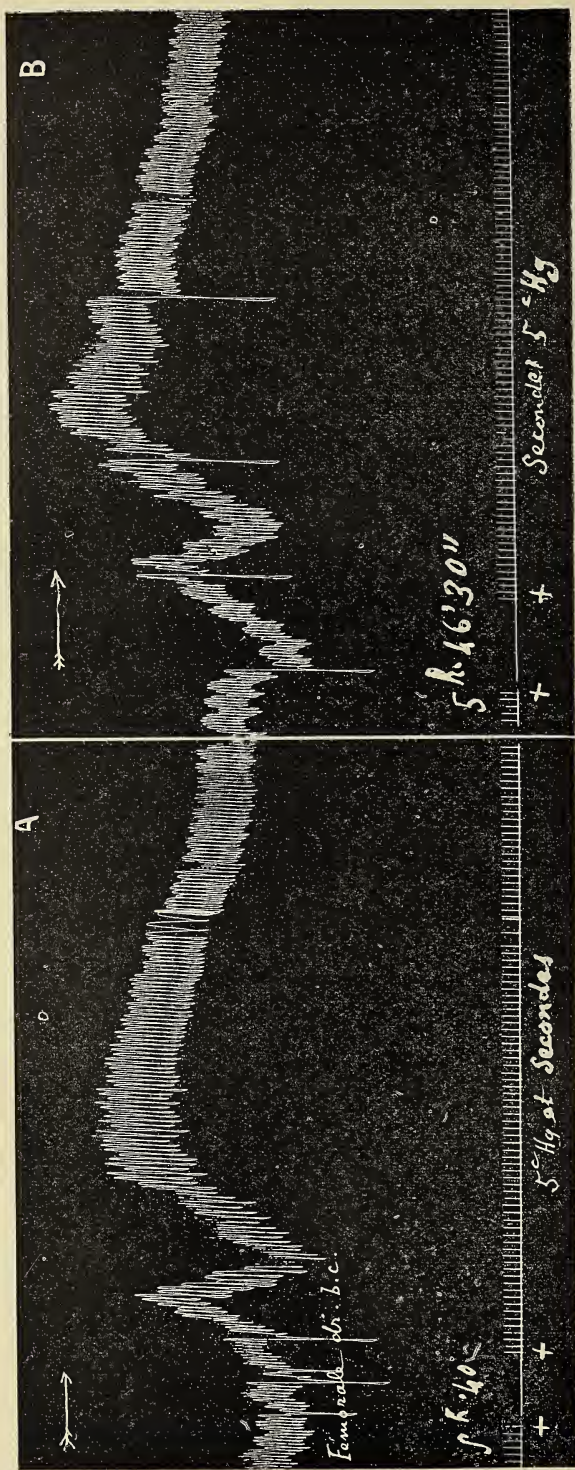


FIG. 17. — Même chien que figure 7.

A, injection en ++ de 2 centimètres cubes par kilogramme de sang surrénal d'un autre chien, recueilli pendant les cinq premières minutes qui ont suivi une injection de 0^{sr}10 par kilogramme d'extrait thyroïdien.

B, injection de 2 centimètres cubes par kilogramme de sang surrénal recueilli pendant les cinq premières minutes qui ont suivi une injection de 0^{sr}05 par kilogramme d'extrait hépatique.

La première partie (A) de cette figure montre bien la différence d'action résultant de l'injection de 2 centimètres cubes par kilogramme de sang surrénal par rapport à l'injection d'une quantité moitié moindre (voy. la fig. 7).

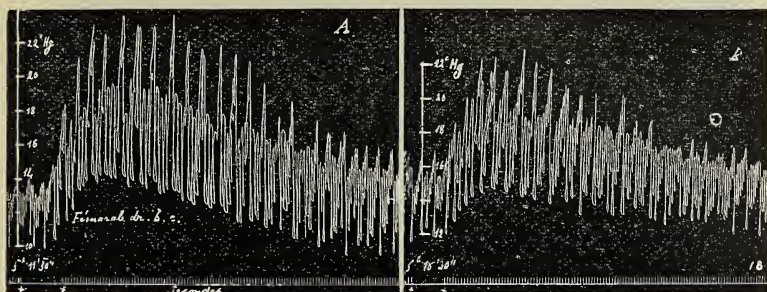


FIG. 18. — Même chien que figure 6.

En ++, injections de 7^{cc}6 de sang surrénal provenant d'un autre chien (2 ans, 16 kilogrammes, et dont le sang a été rendu incoagulable) : A, après injection de 0^{gr}05 par kilogramme d'extrait hépatique (sang recueilli dans les dix premières minutes consécutives à l'injection) ; B, après injection de la même dose d'extrait rénal (sang recueilli dans les sept premières minutes consécutives à l'injection).

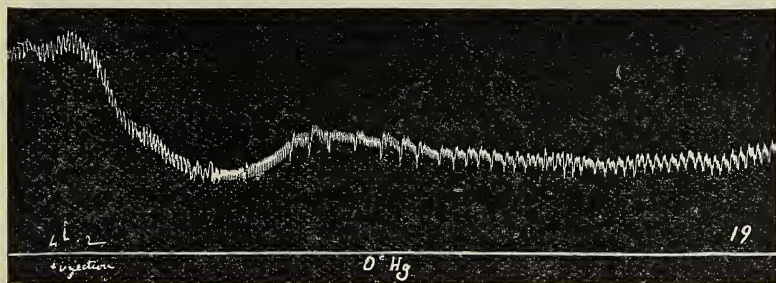


FIG. 19. — Chien de 2 ans, pesant 16 kilogrammes, chloralosé à 8 h. 27 m. Pression dans l'artère carotide gauche.

Injection de 0^{gr}05 par kilogramme d'extrait hépatique.

On voit que l'injection d'un extrait qui a déterminé le passage en excès d'adrénaline dans le sang surrénal, loin d'avoir un effet hypertenseur sur l'animal, provoque son effet hypotenseur sans atténuation. Il faut se rappeler à ce sujet que l'on recueille seulement le sang de la capsule gauche et que la capsule droite déverse dans la circulation le produit de sa sécrétion.

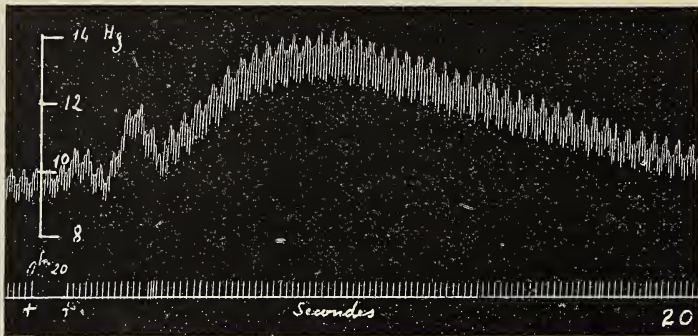


FIG. 20. — Même chien que figure 11.

En ++, injection de $0^{\text{mgr}}005$ ($\frac{1}{200}^{\circ}$ de milligramme) d'adrénaline. Ce tracé est comparable à celui de la figure 11 (effet d'une injection de $0^{\text{cc}}2$ par kilogramme de sang surrénal normal).

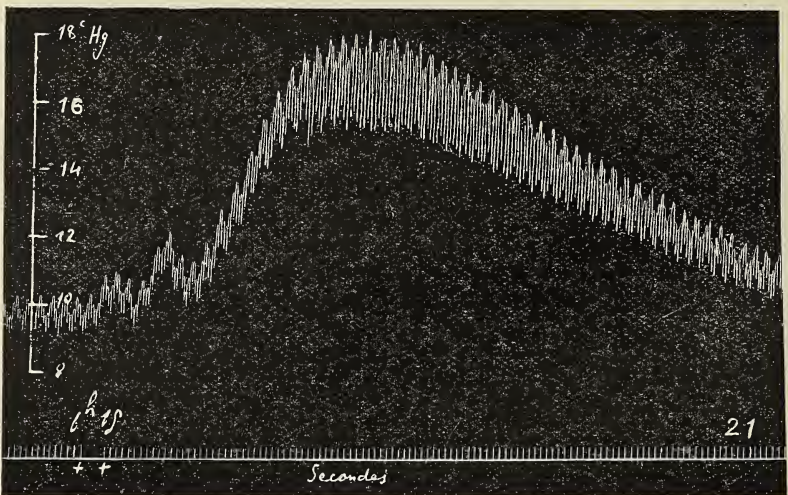


FIG. 21. — Même expérience que figures 11 et 20.

En ++, injection de $0^{\text{mgr}}01$ d'adrénaline. Ce tracé est comparable à ceux des figures 12 et 16 (effets d'une injection de $0^{\text{cc}}2$ par kilogramme de sang surrénal recueilli après injection d'une dose forte d'extrait thyroïdien ou d'extrait rénal).

PHYSIOLOGIE. — Contribution à l'étude des interrelations
humorales.

—

II. — Valeur physiologique de la glande surrénale
des animaux éthyroïdés,

par E. GLEY, Professeur au Collège de France ⁽¹⁾.

I. — INTRODUCTION.

Dans la théorie des actions réciproques glandulaires, qui a été présentée et soutenue par Eppinger, Falta et Rudinger ⁽²⁾, la question des rapports mutuels entre la thyroïde et les surrénales occupe une grande place.

J'ai montré, dans le précédent travail, en collaboration avec Alf. Quinquaud, que la sécrétion surrénale ne se modifie pas sous l'influence des extraits de thyroïde, extraits qui, à n'en pas douter (on le sait par une masse d'observations clinico-thérapeutiques non moins que par l'expérimentation sur les animaux), contiennent le ou les principes actifs de la sécrétion thyroïdienne; ou du moins la sécrétion surrénale n'augmente que pour des doses extra-physiologiques d'extrait et, de plus, l'action de ces doses ne diffère pas de celles d'autres extraits glandulaires; et l'on ne peut assurément attribuer aux sécrétions de toutes ces glandes, foie, pancréas, reins, testicules, une influence spécifique sur les surrénales.

Une autre voie s'offrait non moins naturellement à l'investigation, dans l'étude de cette question. Si la thyroïde accroit normalement et d'une façon permanente ou renforce l'activité des surrénales, la valeur physiologique de ces glandes, jugée par

⁽¹⁾ Présenté par MM. L. Fredericq et P. Nolf.

⁽²⁾ *Zeitschr. für klin. Med.*, 1908 et 1909, LXVI, 1-52, et LXVII, 380.

leur teneur en principe actif, ne doit-elle pas être très diminuée après la suppression de l'appareil thyroïdien?

La question des fonctions de cet appareil n'a pas cessé de m'intéresser et, dans ces dernières années, les surrénales de plusieurs des animaux consacrés à cette étude dans mon laboratoire ont été systématiquement recueillies, desséchées dans le vide sulfurique et utilisées à l'effet que je viens d'indiquer. On appréciait leur valeur en adrénaline d'après l'action de l'extrait aqueux de ces organes (extrait dans l'eau salée à 9 ‰) sur la pression artérielle.

II. — RELATION DES EXPÉRIENCES.

Les surrénales employées à ces expériences provenaient soit de chiens, soit de lapins éthyroïdés.

Les chiens, au nombre de neuf, avaient tous subi la thyroïdectomie complète (extirpation de la thyroïde et des parathyroïdes). Ces animaux étaient morts après :

3 jours	(1 animal) ⁽¹⁾
7 —	(1 animal)
9 —	(1 —)
10 —	(1 —)
12 —	(2 animaux)
14 —	(1 animal)
22 —	(1 —)
34 —	(1 —)

ayant tous présenté des accidents très graves. Le tableau suivant résume leur histoire.

(1) Cet animal a été intentionnellement sacrifié.

N ^{os} .	SEXE.	AGE.	POIDS.	POIDS des surrénales.	POIDS SEC.	DÉBUT des accidents.	MORT
1	♂	5-6 ans.	14 ^k 450	4 ^{gr} 70	0 ^{gr} 53 ⁽¹⁾ .	3 jours après l'opération.	En 3 jours ⁽²⁾ .
2	♂	2 ans.	14,900	2,10	0,595	1 jour	En 7 —
3	♂	3 ans.	6,0	1,92	»	3 jours	En 9 —
4	♂	4 ans.	9,750	1,58	»	3 jours	En 10 —
5	♂	5-6 ans.	11,0	1,65	0,46	3 jours	En 12 —
6	♂	2 ans.	9,700	1,51	»	2 jours	En 12 —
7	♂	1 an.	8,200	1,27	0,42	2 jours	En 14 —
8	♂	4 ans.	12,0	1,34	»	5 jours	En 22 —
9	♂	2 ans.	13,400	0,857 ⁽³⁾	»	5 jours	En 34 —

⁽¹⁾ Ce poids n'est pas tout à fait exact, la dessiccation n'était pas encore parfaite.

⁽²⁾ Animal sacrifié le troisième jour après l'opération.

⁽³⁾ Poids d'une seule capsule, la droite, l'autre ayant été réservée pour l'examen histologique.

Les accidents observés ont été les accidents habituels : secousses musculaires, convulsions plus ou moins fortes par accès, contractures, parésies, paralysies, troubles respiratoires, troubles digestifs, prurit, abattement, etc. Le n° 7 a eu deux périodes de rémission de 24 ou 48 heures; le n° 8 en a présenté une de près de trois jours; le n° 9 en a eu plusieurs, mais environ un mois après l'opération a été atteint de troubles trophiques graves, ulcérations cutanées dans différentes régions articulaires et ulcération de la cornée.

D'autre part, les lapins opérés, dont les surrénales furent recueillies, sont au nombre de douze :

4 moururent 24 heures après l'opération,
2 — 48 heures après l'opération,

ayant eu des attaques tétaniques violentes, et les six autres furent peu à peu, en quelques mois, atteints de troubles trophiques et de cette cachexie spéciale que j'ai souvent décrite et qui constitue le myxoedème des lapins; ces animaux furent sacrifiés :

3 mois et 19 jours après l'opération (1 animal);
6 mois et 20 jours après l'opération (1 animal);
1 an et 2 ou 4 mois après l'opération (3 animaux);
2 ans et 3 mois après l'opération (1 animal).

L'extrait provenant des surrénales de ces chiens et de ces lapins fut éprouvé, comparativement avec de l'extrait de glandes normales de chien ou de lapin, sur des chiens chloralosés (avec la dose habituelle de 0^{gr}10 de chloralose par kilogramme d'animal) ou sur des lapins morphinés. La pression artérielle était enregistrée au moyen d'un manomètre à mercure (modèle de Ludwig à flotteur).

Voici les résultats obtenus :

1. *Action de l'extrait surrénal de chien éthyroïdé.* — Cet extrait s'est toujours montré aussi actif que l'extrait de glande

normale, que l'animal soit mort en une dizaine de jours ou qu'il ait survécu plus longtemps et qu'à la suite des accidents aigus (tétanie) il soit tombé en état de cachexie. Les figures 1, 2 et 3 sont des exemples du premier cas; le tracé de la figure 3 a été obtenu avec l'extrait capsulaire d'un autre chien que celui dont l'extrait a donné les tracés des figures 1 et 2. Les figures 4 et 5 sont des exemples du second cas.

L'extrait employé dans cette dernière expérience provenait d'un animal dont l'observation (chien n° 8, voyez le tableau ci-dessus) est très démonstrative.

Ce chien, thyroparathyroïdectomisé le 15 avril 1912, présenta, du 20 au 26 avril, de fortes secousses dans différents groupes musculaires, temporaux, muscles de l'épaule, muscles du membre postérieur, etc.; prurit pénible de la tête le 22 et les jours suivants. Le 25, violentes secousses dans tous les muscles, puis parésie générale : il ne peut plus monter dans sa cage ni en descendre. Le 26, plusieurs grandes attaques convulsives; albumine dans les urines. Du 27 au 30, rémission; l'après-midi du 30, vers 4 $\frac{1}{2}$ h., une attaque. Rémission nouvelle jusqu'au 3 mai; la respiration est gênée et l'animal, jusque-là vif et gai, est abattu; le 4 mai, secousses dans les temporaux; à midi et demi, on le trouve étendu dans sa cage, comme mort, respirant très difficilement; a eu probablement une grande attaque tonique; le prurit persiste toujours. On le trouve mort le 8 mai, à 7 heures du matin.

Si la théorie du rapport réciproque d'excitation ou d'*activation* des deux sécrétions thyroïdienne et surrénale est fondée, on peut penser que, chez cet animal, la prolongation de la vie, consécutivement à l'extirpation de l'appareil thyroïdien et avec tous ces accidents si graves, a eu le temps d'amener un moindre fonctionnement des glandes surrénales qui doit se traduire par un moindre pouvoir de l'extrait de ces glandes. Or, on a vu par les figures 4 et 5 qu'il n'en est rien et que cet extrait s'est montré aussi actif que celui des glandes d'un animal ayant succombé plus rapidement à la thyroparathyroïdectomie.

On pourrait se demander si la dose d'extrait employée, un peu forte, n'aurait pas masqué une différence entre cet extrait et l'extrait normal utilisé comme témoin. Les figures 6 et 7

prouvent qu'une telle réserve n'est nullement fondée. Quelle que soit la dose, l'action de l'extrait de chiens malades est identique à celle des extraits d'animaux normaux.

2. *Action de l'extrait surrénal de lapins éthyroïdés.* — Il faut distinguer entre les extraits de lapins morts très rapidement après l'opération et ceux de lapins devenus myxœdémateux.

1° L'extrait surrénal de lapins ayant succombé en vingt-quatre à quarante-huit heures aux accidents convulsifs aigus de la thyroparathyroïdectomie est tout aussi actif que l'extrait de lapins normaux (voy. fig. 8, 9 et 10); l'élévation de la pression artérielle est la même, de 6 à 7 cm³ de mercure pour la dose employée; sur la figure 8 on remarque bien que l'action cardiaque de l'extrait normal est plus prolongée, mais cette différence peut tenir à des variations propres d'activité des extraits, variations dépendant des animaux, variations purement individuelles en quelque sorte, comme on le verra tout à l'heure (fig. 11). Le grand nombre d'expériences que j'ai faites avec des extraits normaux me permet d'ailleurs d'affirmer que l'on rencontre quelquefois de ces différences d'activité entre les glandes provenant d'animaux de même espèce et ayant vécu dans les mêmes conditions apparentes. La cause en est dans les différences individuelles du métabolisme. La différence est encore plus grande, on le sait, entre l'activité des extraits capsulaires provenant de diverses espèces. — Qu'il puisse y avoir d'assez grandes variations dans la teneur en adrénaline des capsules d'animaux placés dans les mêmes conditions, la figure 11 suffirait à le démontrer; les deux tracés A et B ont été obtenus après injection à un chien d'une égale quantité d'extrait provenant de deux lapins éthyroïdés le même jour (♂ de 2,865 grammes et ♀ de 2,810 grammes), ayant présenté exactement les mêmes accidents convulsifs qui ont éclaté en même temps, et morts, l'un en quarante-cinq et l'autre en quarante-six heures (poids des capsules = 0^{gr}32 et 0^{gr}25); l'extrait surrénal de ce dernier animal

s'est cependant trouvé beaucoup plus actif. Etant donnés les conditions et les résultats de l'opération, il n'est pas vraisemblable que cette différence d'activité puisse dépendre d'une autre cause que d'une différence propre des organes de ces deux animaux dans leur teneur en adrénaline.

Sur la signification de cette première série d'expériences on peut faire une réserve; on peut dire que les animaux sont morts trop vite (vingt-quatre à quarante-huit heures) pour que la suppression de la fonction thyroïdienne ait eu le temps de manifester ses effets sur les surrénales; l'adrénaline, de l'action de laquelle témoignent les expériences, était de l'adrénaline antérieurement sécrétée, présente encore dans le tissu glandulaire et passant naturellement dans les extraits dont on a éprouvé le pouvoir. C'est là une hypothèse plausible, encore que l'on puisse également soutenir qu'elle ne s'accorde guère avec la théorie en vertu de laquelle la thyroïde exerce une influence excitante continue sur le fonctionnement des glandes surrénales; cette influence étant brusquement et totalement abolie, le fonctionnement surrénal n'en doit-il pas être du coup diminué? — Mais laissons là ce raisonnement et voyons la suite des faits.

2° Les extraits des animaux devenus myxoédémateux et sacrifiés à des périodes différentes de la maladie ont présenté ou une activité égale ou à peu près égale à celle des extraits normaux ou une activité moindre. Le tableau suivant permettra de se rendre compte des conditions dans lesquelles a été faite cette série d'expériences.

Considérons les animaux sacrifiés quelques mois après le début des troubles trophiques et de la cachexie qui les accompagne. Voici d'abord un lapin ⁽¹⁾ qui, à la suite de l'opération, n'a pas eu d'accidents, mais sur lequel, deux mois après, ont apparu les troubles trophiques caractéristiques; un mois et demi plus tard, trois mois et dix-neuf jours après l'opération, on le

(1) Cet animal ne figure pas dans le tableau ci-après.

Nos.	SEXE ET POIDS des animaux.	POIDS des surrénales.	POIDS SEC.	DÉBUT DES ACCIDENTS.	MORT.
1	♂ 2 ^{gr} 230	0 ^{gr} 71 (1).	0 ^{gr} 35	Violent accès de tétanos 44 heures après l'opération; salivation, paralysie des extenseurs des pattes antérieures. Rémission le lendemain. Myxœdème constaté 3 mois après.	Sacrifié 6 mois et 20 jours après l'opération.
2	♂ 1,975	0,47	0,175	Pas d'accidents immédiats. Myxœdème constaté 2 mois après.	Sacrifié 1 an et 4 mois après l'opération.
3	♂ 2,250	0,49	0,165	Pas d'accidents immédiats. Myxœdème constaté 2 mois après.	Sacrifié 1 an et 4 mois après l'opération.
4	♂ 3,485	0,54	»	Secousses dans les masséters et exophtalmie 20 jours après l'opération. Paralysie des extenseurs des pattes antérieures, constatée 3 mois après. Myxœdème constaté 4 an après.	Sacrifié 14 mois et 11 jours après l'opération.
5	♂ 3,430	0,82	»	Myxœdème constaté plus de 1 an après l'opération. Exophtalmie.	Sacrifié 2 ans et 4 mois après l'opération.

(1) On remarquera le poids élevé de toutes ces surrénales, souvent plus que doublé (le poids moyen des surrénales de lapin étant de 0^{gr}25). On voit combien il est imprudent de conclure d'une hyperplasie à un hyperfonctionnement. Ces capsules ainsi hypertrophiées étaient riches en matières grasses; W. BLAIR BELL (*The Lancet*, 5 avril 1913) a fait la même constatation.

sacrifie; ses capsules, fraîches, pèsent 0^{gr}40; l'extrait en est tout aussi actif qu'un extrait normal (voir fig. 12, à comparer avec la première partie de la fig. 13). Sur la seconde partie de cette figure 13, on verra l'action de l'extrait d'un autre lapin éthyroïdé [n° 1 du tableau ci-dessus ⁽¹⁾], sacrifié six mois et vingt jours après l'opération, trois mois et demi après le début de la maladie thyroïdienne; l'activité de l'extrait capsulaire de cet animal est peu diminuée.

Quand le myxoédème a duré plus longtemps, que la déchéance organique consécutive à la perte de l'appareil thyroïdien est plus profonde, alors la teneur des surrénales en adrénaline est diminuée (voir fig. 14 et 15). La question est de savoir si c'est là une réaction spécifique, dépendant de la suppression d'une influence qu'exercerait normalement la sécrétion thyroïdienne sur le fonctionnement des glandes surrénales, ou si ce n'est pas simplement un effet dû à la diminution générale des échanges que présentent les animaux éthyroïdés qui ont survécu à l'opération. Bien des faits militent en faveur de cette seconde interprétation. Ce sont d'abord les faits précédents dans lesquels on voit que, trois et six mois après la thyroparathyroïdectomie, les surrénales n'ont rien perdu de leur pouvoir adrénalinique; est-il vraisemblable qu'au bout de ce temps, chez des animaux éthyroïdés, il subsiste encore dans le sang des substances excrétées par la thyroïde et continuant à maintenir l'activité surrénale? Émettre cette hypothèse, c'est en montrer toute l'impossibilité. Ce sont ensuite les faits rapportés plus haut et concernant l'action des extraits capsulaires de chiens éthyroïdés; plusieurs de ces chiens ont survécu assez longtemps pour que la suppression de l'appareil thyroïdien ait eu tout le temps de produire ses prétendus effets sur les surrénales. Enfin, il importe de remarquer que la diminution constatée de l'action cardio-vasculaire

(1) C'est l'animal dont les capsules pesaient 0^{gr}74; voir la note au-dessous du tableau précédent.

n'est pas considérable ; la théorie n'exigerait-elle pas une quasi disparition de cette action ? J'ajouterai aussi que, comme je l'ai déjà fait observer, les glandes de ces animaux myxœdémateux sont en général très riches en corps gras et qu'à dose égale les extraits qui en proviennent doivent par suite contenir moins de principe actif. De fait, il suffit d'augmenter la dose (de la doubler, par exemple) pour obtenir un effet identique à celui d'un extrait normal (voir fig. 16 ; à comparer avec la fig. 14).

Les tracés suivants paraissent bien montrer aussi que la réduction de l'activité adrénalinique, constatée parfois dans les surrénales des animaux éthyroïdés, dépend beaucoup plutôt de la déchéance organique de ces animaux que de la suppression d'une influence spécifique sur la glande. Le tracé A de la figure 17 a été obtenu avec un extrait provenant d'un lapin gravement malade (très apathique et somnolent) (n° 4 du tableau), et le tracé B avec la même dose d'extrait provenant d'un lapin (n° 5 du tableau) sur lequel les troubles trophiques cutanés (grandes plaques d'alopecie, poils raides, oreilles sèches, rugueuses et froides, museau épaissi, etc.) n'étaient pas moins marqués, mais dont l'état général était resté satisfaisant (plus de vivacité, moins d'abattement et d'apathie) ⁽¹⁾ ; cependant, si l'on augmente la dose (fig. 18), on voit que dans l'extrait du premier de ces animaux il reste encore de l'adrénaline.

Ainsi, sur six lapins myxœdémateux, deux avaient des surrénales dont le pouvoir adrénalinique était égal ou à très peu près égal à celui de surrénales provenant de lapins normaux (voir fig. 12 et 13) ; trois autres avaient des surrénales dont le pouvoir adrénalinique était un peu inférieur à la normale (fig. 15 et 17, en B), et chez un seul (fig. 17, A) la teneur en adrénaline des surrénales avait nettement diminué ; mais cette diminution paraît liée à l'altération de l'état général.

(1) Cet animal a été cependant sacrifié presque un an plus tard que le premier. On voit que « le temps ne fait rien à l'affaire », c'est l'état général qui importe.

III. — CONCLUSIONS.

L'extrait surrénal des animaux éthyroïdés, chiens ou lapins, morts deux à trente-cinq jours après l'opération, est tout aussi actif, à en juger par l'action cardio-vasculaire de l'adrénaline qu'il contient, que l'extrait surrénal normal.

L'extrait surrénal des lapins devenus myxœdémateux après la thyroparathyroïdectomie, ou bien se montre aussi actif que celui des animaux normaux, ou bien est un peu moins actif; mais, dans ce cas, les animaux desquels proviennent les glandes dont on a éprouvé les extraits étaient en état de déchéance organique générale, par suite de la maladie, sans qu'on puisse voir là un effet spécifique tenant à la suppression d'une influence existant normalement et continûment exercée par l'appareil thyroïdien sur l'appareil surrénal.

Les capsules surrénales des lapins éthyroïdés et sacrifiés au cours de la maladie chronique thyroéoprive ou morts de cette maladie sont notablement hypertrophiées et chargées de graisse. Cette hypertrophie n'est nullement un signe d'hyperfonctionnement.

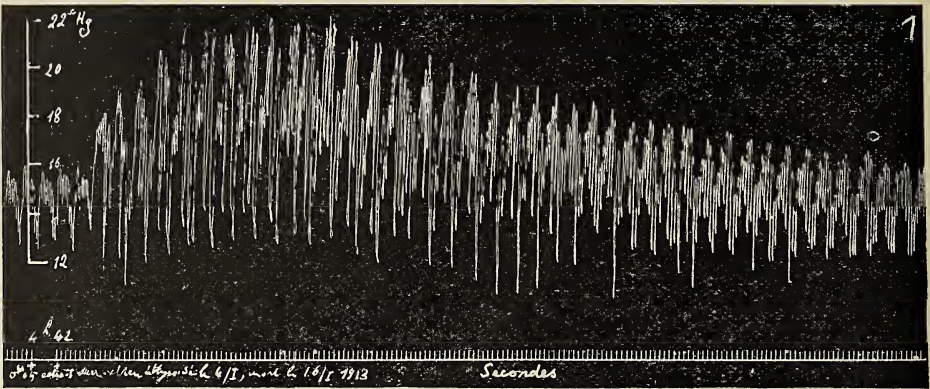


FIG. 1. — Action de l'extrait surrénal d'un chien mort 12 jours après éthyroïdation.

Chien bull bâtardé, de 15^{kg} 400, chloralosé à 1 h. 30 m. Pression dans l'artère fémorale droite. En ++, injection de 0^{cc} 05 d'extrait surrénal (poids frais) d'un chien éthyroïdé, pris d'accidents convulsifs 3 jours après l'opération, puis de troubles paralytiques et de cachexie.

L'extrait capsulaire d'un autre chien, opéré le même jour et mort 24 heures plus tôt, s'est montré doué de la même activité.

Tracé réduit de moitié.

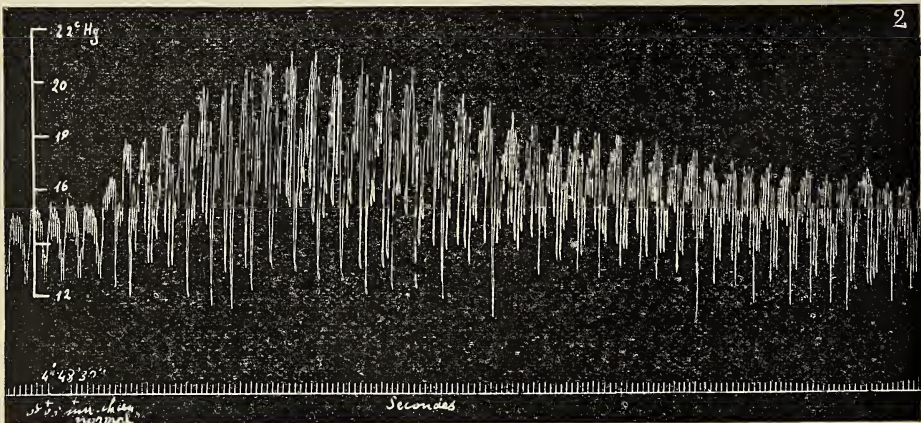


FIG. 2. — Même animal et mêmes indications que pour la figure 1.

En ++ injection de 0^{cc} 05 d'extrait surrénal de chien (expérience témoin).

Tracé réduit de moitié.

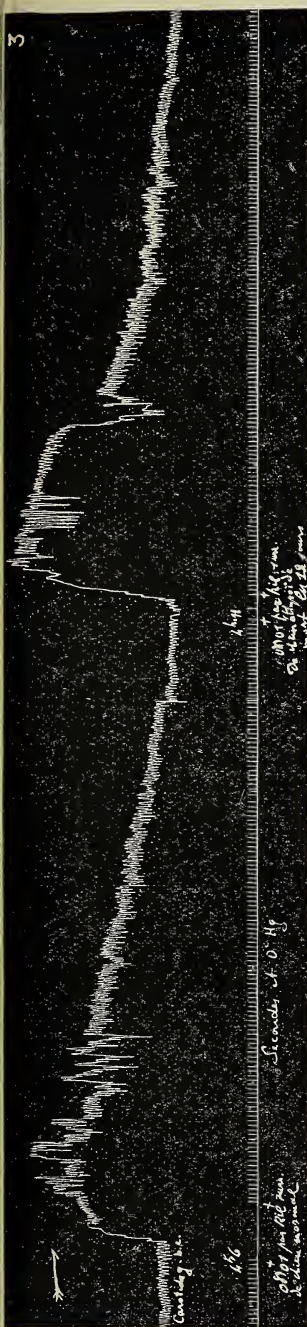


FIG. 3. — Lapin gris blanc ♀, pesant 2 kg 700.

En + 1/2 +, à 4 h. 6 m., injection de 0.01 par kilogramme d'extract surrenal de chien normal et, à 4 h. 11 m., de la même dose d'un extract provenant d'un chien éthyroïdé, mort 12 jours après l'opération et après avoir présenté les graves accidents habituels.

Tracé réduit de moitié.

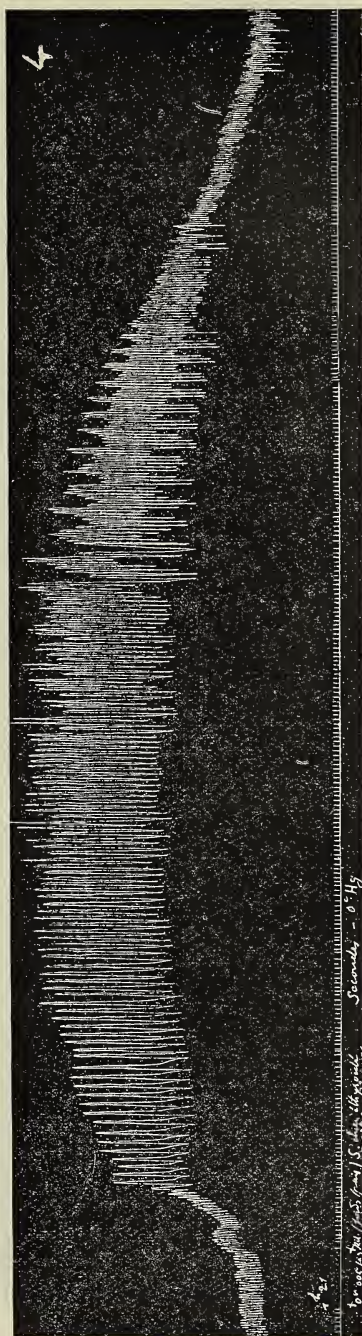


FIG. 4. — Action de l'extract surrenal d'un chien mort 22 jours après éthyroïdation.

Chien fox âgé de 4 an et demi, pesant 7 kg 500, chloralosé à 1 h. 50 m. Pression dans le bout central de l'artère fémorale droite.

Tracé réduit de moitié.

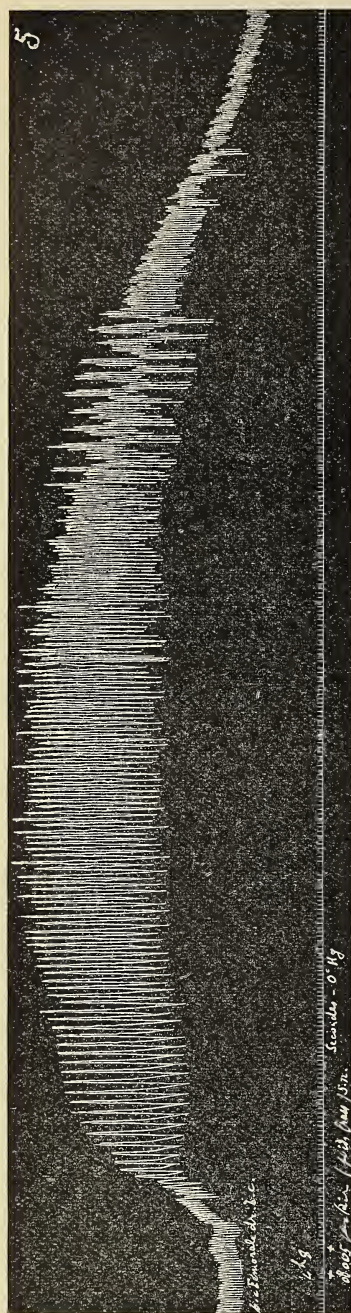


FIG. 5. — Même animal que pour la figure 4.
Injection, à 4 h. 8 m., de 0.005 par kilogramme d'extrait surrénal de chien normal.
Tracé réduit de moitié.

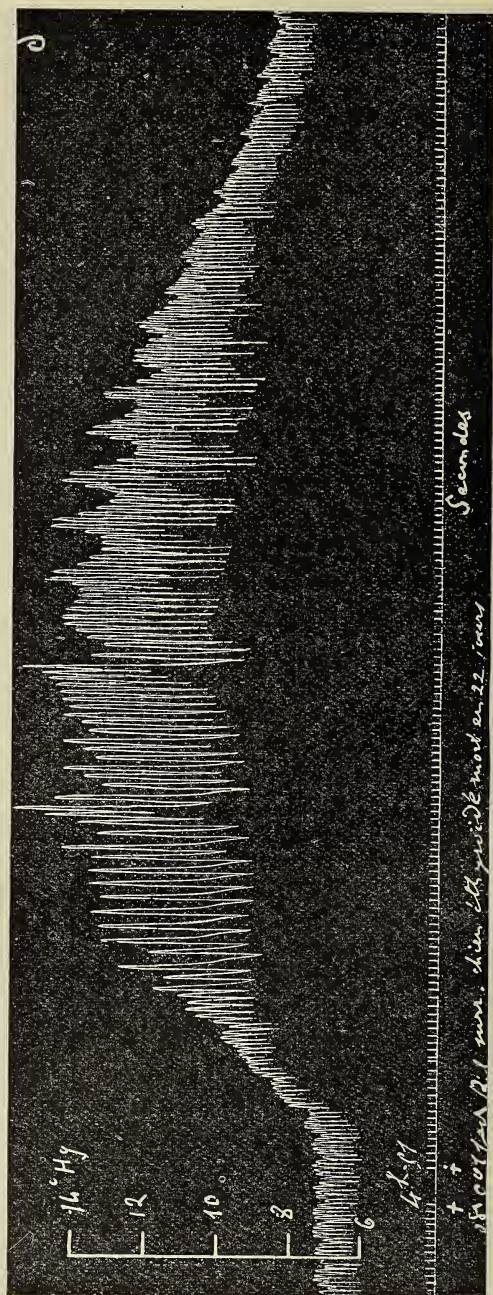


FIG. 6. — Même animal que figures 4 et 5.
Tracé réduit de moitié.

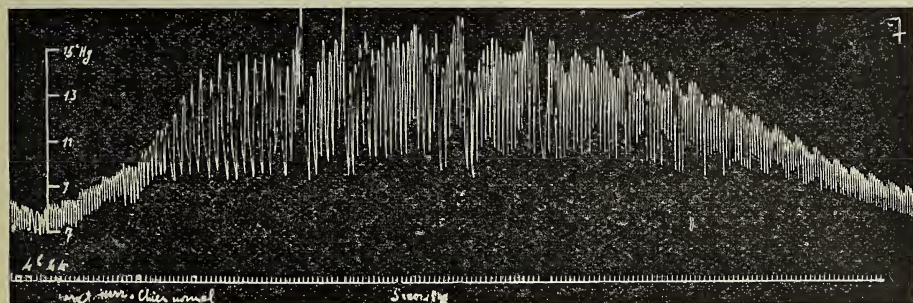


FIG. 7. — Même animal et mêmes indications que figures 4, 5 et 6.
Tracé réduit de moitié.

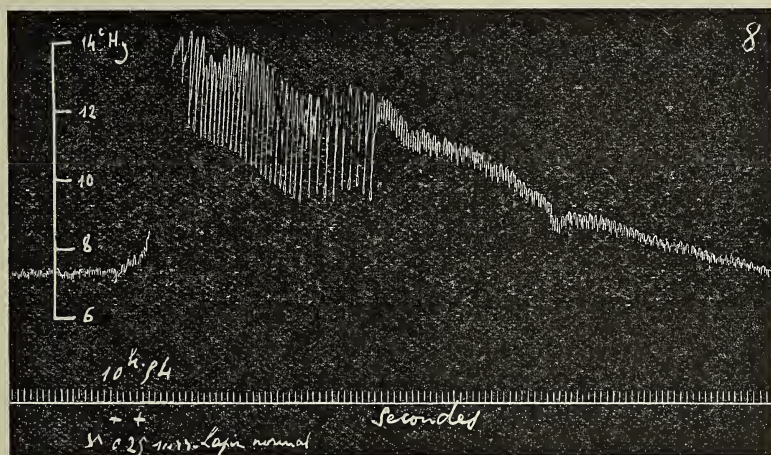


FIG. 8. — Action de l'extrait surrénal de lapin normal, 0^{gr}025.
Lapin roux ♂ de 2^{kg}250, morphiné. Pression dans le bout central
de l'artère carotide gauche.

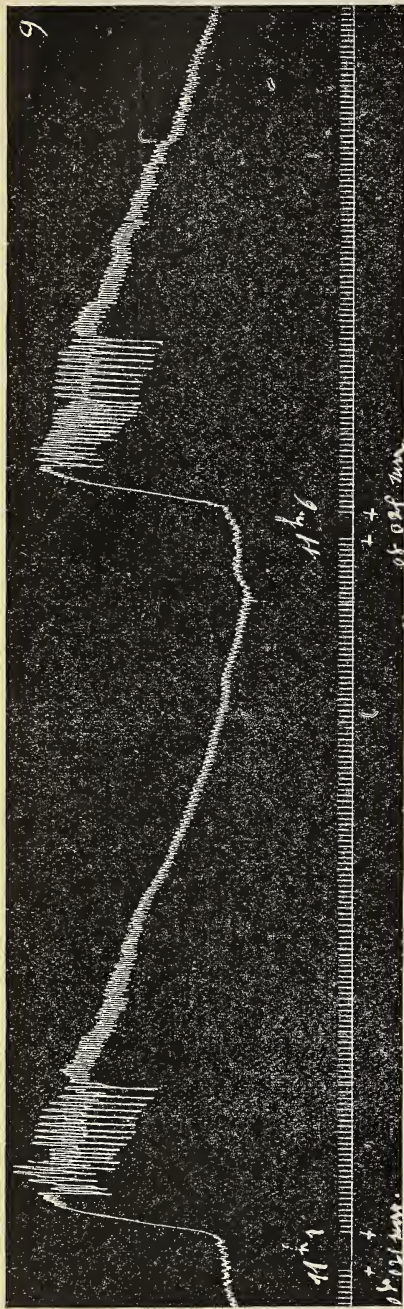


FIG. 9. — Même animal que figure 8.

En + +, à 11 h. 4 m., injection de 0^{sr}025 d'extrait surrénal de lapin éthyroïdé, mort en 40 heures;
à 11 h. 6 m. injection de la même dose d'extrait d'un autre lapin éthyroïdé et mort en 22 heures.

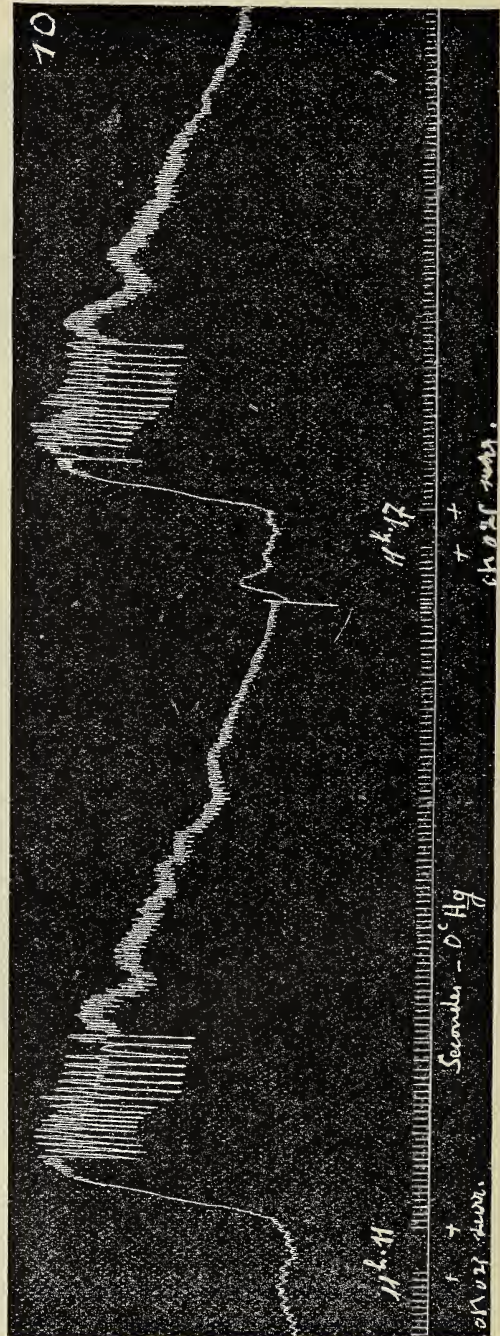


FIG. 10. — Même animal que figures 8 et 9.

En + +, à 11 h. 41 m., injection de 0^{sr}025 d'extrait surrénal de lapin éthyroïdé et mort en 24 h. 30 m.;
à 11 h. 47 m., de la même dose d'extrait d'un autre lapin mort en 27 heures à la suite de la même opération.

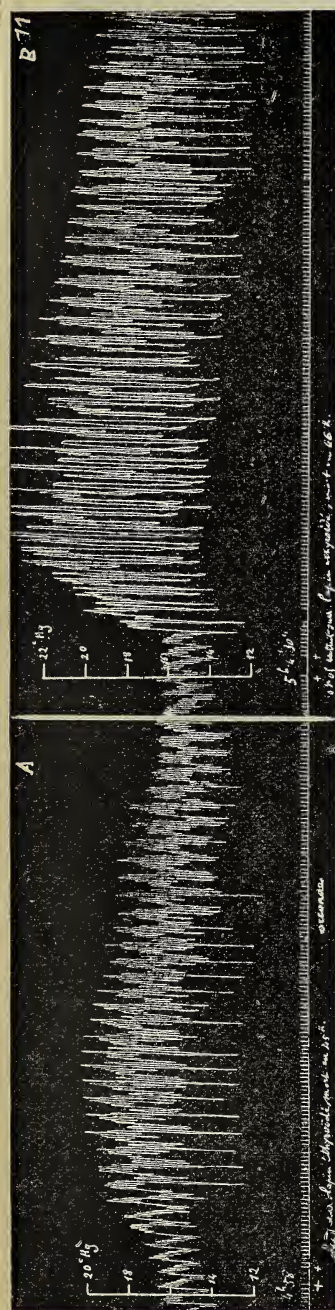
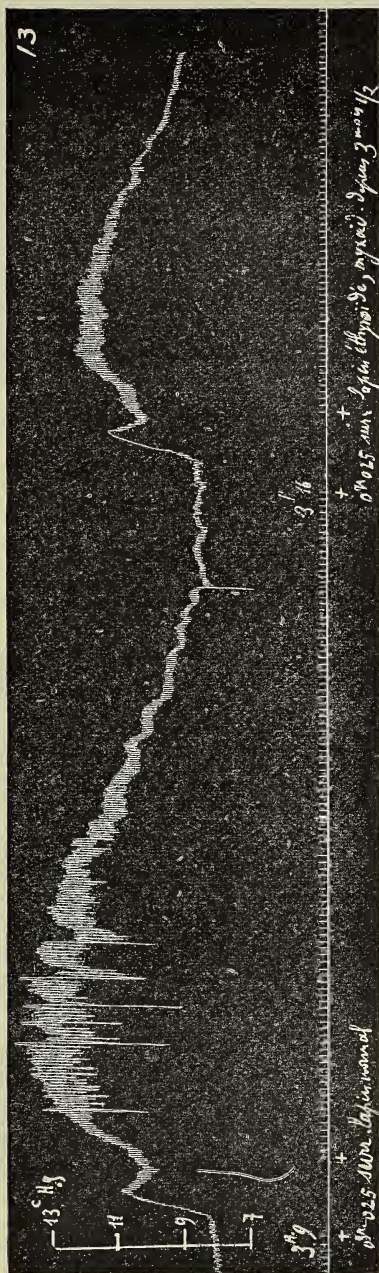


FIG. 11. — Chien bull batarde, pesant 13^{kg} 400, chloralosé. Pression dans l'artère fémorale droite.

En A, injection de 0^h 05 d'extrait surrénal de lapin mort 45 heures après l'éthyroïdite; en B, injection de la même dose d'extrait provenant d'un lapin ayant présenté exactement les mêmes accidents que le précédent et mort 46 heures après l'opération.
Tracé réduit de moitié.



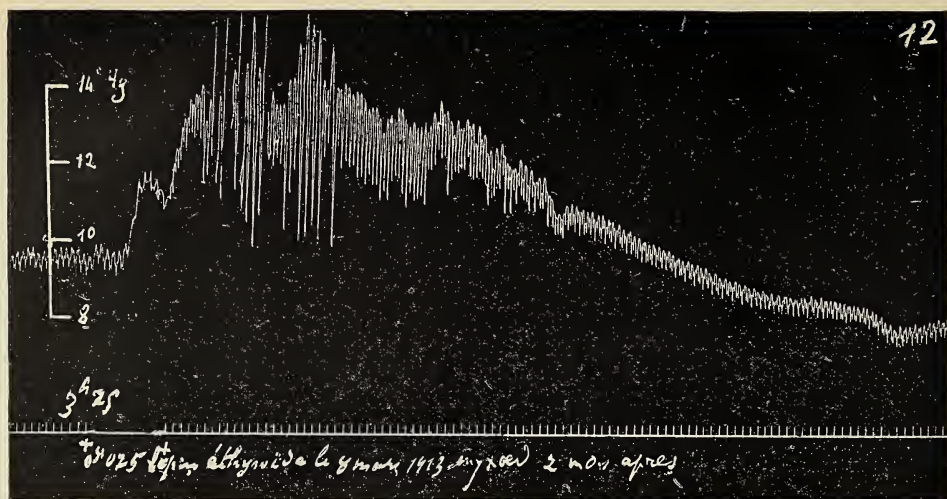


FIG. 12. — Lapin roux ♀, de 2^{es}750. Pression dans le bout central de l'artère carotide gauche.

En ++ injection de 0^{es}025 d'extract surrénal de lapin éthyroïdé et devenu myxœdémateux 2 mois après; l'animal a été sacrifié 3 mois et 17 jours après l'opération. L'action de cet extract ne présente aucune différence avec celle d'un extract normal (voir la première partie du tracé de la fig. 13); l'action cardiaque est même plus énergique.

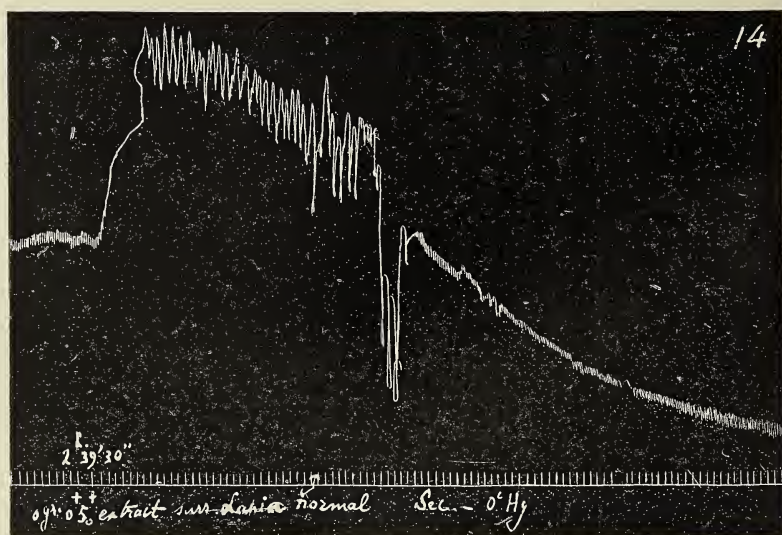


FIG. 14. — Lapin gris foncé ♂, pesant 2^{es}870, chloralosé. Pression dans le bout central de la carotide gauche.

En ++, injection de 0^{es}05 d'extract surrénal de lapin normal (expérience témoin pour les tracés n^{os} 15 et 16). Une injection d'un autre extract, provenant d'un autre lapin normal, a donné un résultat analogue.

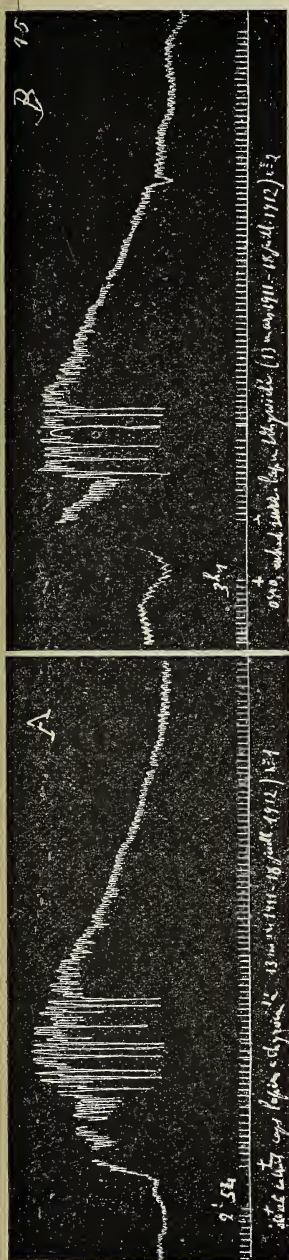


FIG. 15. — Même lapin que figure 14.

En A, injection de 0.03 d'extrait provenant d'un lapin myxœdémateux (n° 2 du tableau), sacrifié 1 an et 4 mois après la thyroparathyroïdectomie. En B, même injection d'un extrait surrénal d'un autre lapin myxœdémateux (n° 3 du tableau) et sacrifié de même 1 an et 4 mois après l'opération.

L'élévation de la pression artérielle, consécutive à ces deux injections, est de 4 centimètres, au lieu de 6 avec la même dose d'extrait normal (voir fig. 14); la diminution d'activité des surrénales chez ces deux animaux myxœdémateux n'est donc pas considérable.

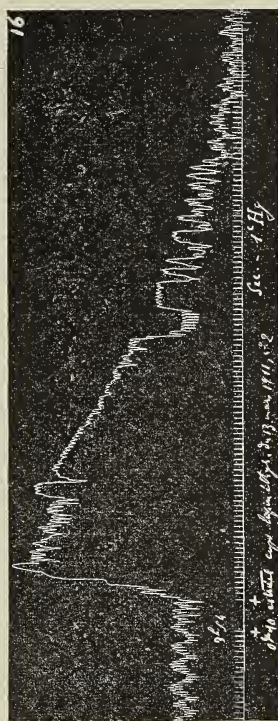


FIG. 16. — Même lapin que figures 14 et 15.

En + +, injection de 0.03 d'extrait surrénal d'un des lapins précédents (n° 3 du tableau). On voit qu'en doublant la dose on a obtenu un effet identique à celui d'un extrait surrénal normal (voir fig. 14).

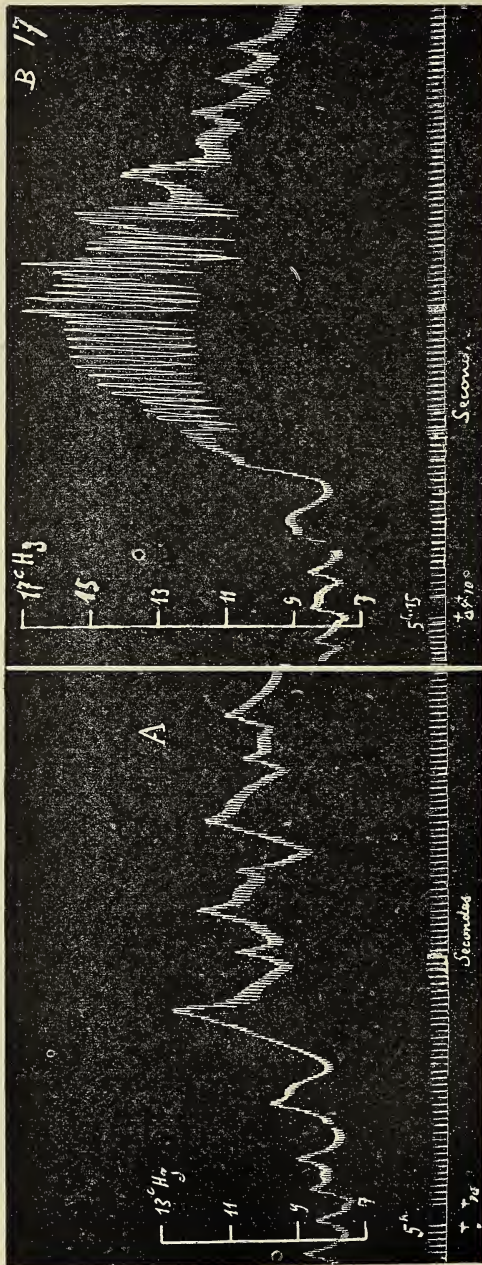


FIG. 17. — Chien fox bâtarde, 1 an, 10 kg 100, chloralosé. Pression dans le bout central de l'artère fémorale droite.

En A, injection de 0 gr 10 d'extrait provenant d'un lapin myxoedémateux, gravement atteint (n° 4 du tableau). En B, injection de la même dose d'un autre extrait, provenant d'un lapin également myxoedémateux, mais dont l'état général était moins mauvais (n° 5 du tableau).

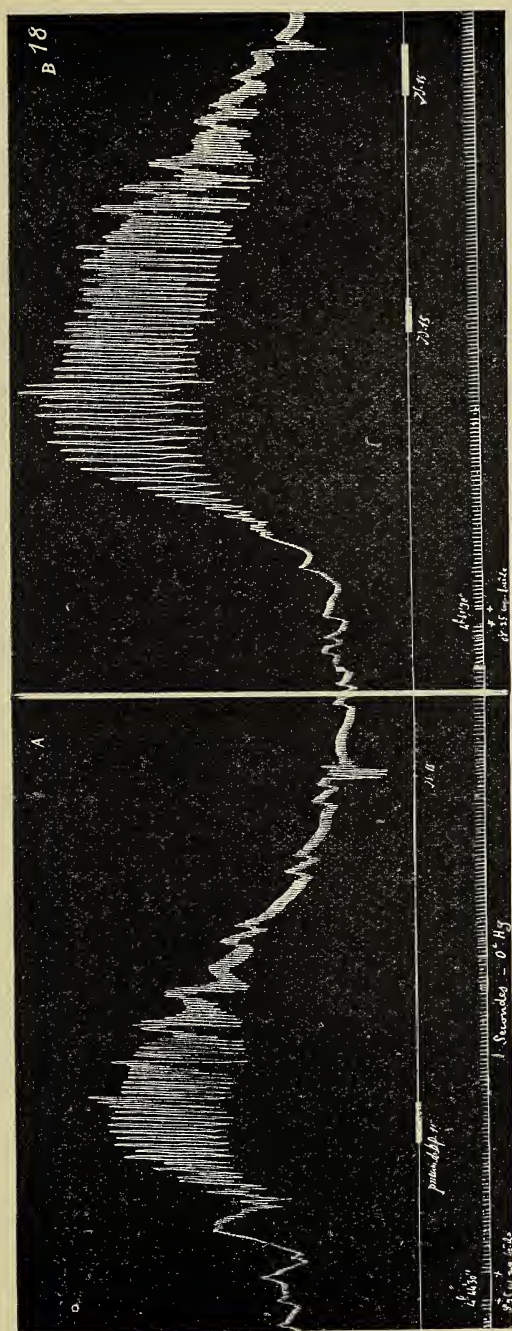


FIG. 18. — Même chien que figure 17; même expérience.
Tracé réduit de moitié.

En A, injection de 0.25 de l'extrait fait avec les surrénales du lapin n° 4. En B, injection de la même dose de l'extrait fait avec les surrénales du lapin n° 5. — On remarquera que l'action cardiaque et l'action sur la pression artérielle des deux extraits, à l'intensité près, sont identiques et que la perte passagère de l'action cardio-motrice du pneumogastrique, après l'injection, est la même; un courant de même intensité, avant l'injection, déterminait un grand ralentissement du cœur. Il semble donc bien que l'adrénaline des animaux myxœdémateux ait conservé toutes ses propriétés.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Godeaux (Lucien). Détermination des correspondances rationnelles existant entre deux surfaces de genres $P_a = P_g = 0$, $P_6 = 1$. Bucarest, 1913; extr. in-8° (65-67 pp.).

— Sur les involutions n'ayant qu'un nombre fini de coïncidences, appartenant à certaines surfaces algébriques. Mons, 1913; in-8° (34 p.).

— Démonstration nouvelle et extension d'un théorème de M.E. Kœnigs. Genève, 1913; extr. in-8° (310-318 pp.).

— Sur les surfaces possédant un faisceau irrationnel de courbes hyperelliptiques de genre trois. Prague, 1913; extr. in-8° (2-6 pp.).

— Sur les involutions cycliques d'ordre 2^a et genres un sur une surface de genres un. Göttingen, 1913; extr. in-8° (8 p.).

— Sur les correspondances rationnelles entre deux surfaces algébriques ayant même genre arithmétique et linéaire. Turin, 1912; in-8° (13 p.).

Janne (Henry). Les nouvelles expériences relatives à la démonstration mécanique de la rotation de la Terre. Louvain, 1913; extr. gr. in-8° (54 p., pl., fig.).

Mansion (Paul). Esquisses biographiques. Gand, 1913; extr. in-8° (27 p.).

— A.-F. Renard. Gand, 1913; extr. in-8° (12 p.).

Monier (Marcel). L'unité de la matière et la transmutation des métaux. Anvers, 1913; in-8° (12 p.).

Rutot (A.). Le limon hesbayen. Liège, 1912; extr. in-8° (171-190 pp.).

— La Conférence du Paléolithique de Tübingen. Bruxelles, 1911; extr. in-8° (247-264 pp.).

— Qu'est-ce que l'Aurignacien? — Sur les traces de l'existence d'un culte de la Hache pendant le Paléolithique inférieur. — Sur l'âge des couches rencontrées par le prince Poutiatine dans ses fouilles de la station de Bologoïe. — A propos de l'enquête sur la dispersion des silex du Grand-Pressigny. Le Mans, 1911; extr. in-8° (42 p., fig.).

— La transition de l'Éolithique au Paléolithique. Tübingen, 1911; extr. pet. in-4° (6 p., fig.).

GAND *Université*. Paul Mansion, notice biographique; extr. du *Liber memorialis*, 1913; in-4°.

Pick (Arnold). Die agrammatischen Sprachstörungen. Studien zur psychologischen Grundlegung der Aphasielehre. I. Theil. Berlin, 1913; gr. in-8° (291 p.).

Retzer (Eugen). Der Tanganjikasee, ein Beitrag zur Erforschungsgeschichte des Sees. Darmstadt, 1912; in-8° (111 p.).

Duhem (Pierre). Études sur Léonard de Vinci. 3^e série : Les précurseurs parisiens de Galilée. Paris, 1913; in-8° (605 p.).

LONDRES. *British Museum (Natural History)*. Catalogue of Mammals of Western Europe (S. Miller), 1912; Catalogue of Indian Horns (A. O. Hume), 1913; Catalogue of Birds' Eggs, vol. V (W. R. Ogilvie-Grant), 1912; Catalogue of Moths, vol. XII (Sir George T. Hampson), 1913; Catalogue of Chætopoda, Part I. Arenicolidæ (J. H. Ashworth), 1912; The House-Fly as a Danger to Health (Ernest E. Austen), 1913.

— *National Antarctic Expedition*. Meteorology, Part II. Comprising Dably Synchronous Charts 1st October, 1901, to 31st March, 1904. In-4°. 1913.

PALERME. *Circolo Matematico*. Henri Poincaré. A l'occasion du premier anniversaire de sa mort, 17 juillet 1913. 1913.

Rowe (J. E.) On Fermat's Theorem and related Theorems, Berkeley, 1913; extr. in-8° (35-40 pp.).



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — *Séance du 18 octobre 1915.*

Correspondance.

- M. le Ministre des Sciences et des Arts demande la présentation d'une liste double pour la formation du jury du concours décennal des mathématiques pures. — Modification aux statuts de l'Académie. — Jubilé de la Société impériale des Amis des Sciences naturelles de Moscou. — Remerciements de la *Royal Society* d'Édimbourg. — Pli cacheté. — Hommages d'ouvrages. 663

Bibliographie.

- DUHEM (P.). — *Études sur Léonard de Vinci*; 3^e volume, note par P. Mansion. 665

Comité secret.

- Présentation des candidatures aux places vacantes 666

Station zoologique de Naples.

- Lecture des appréciations de MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte sur le rapport de M. Duesberg 666

Communications et lectures.

- PHYSICO-CHIMIE. — *La théorie électrotonique et la notion de la valence*; par P. De Heen. 667
 MÉTACHIMIE. — *Démonstration expérimentale de la variation de la molécule et de l'atome*; par P. De Heen (1 fig.). 680
 ASTRONOMIE. — *La cinquième conférence de l'« International Union for Cooperation in Solar Research »*, Bonn, 1913; par P. Stroobant 695
 BIOLOGIE. — *La spermatogenèse chez les Lépidoptères*; par Louis Verlaïne, (2 fig. et 5 pl.). 701
 PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Recherches expérimentales sur la physiologie cardiaque d'« Octopus vulgaris »*; par Henri Fredericq (9 fig.) 758
 PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Dédution des équations de Maxwell de la théorie de l'électricité de De Heen*; par P. Noaillon (1 fig.) 792
 PHYSICO-CHIMIE. — *Essai sur l'analyse piézométrique (1^{er} mémoire)*; par Jean Timmermans (14 fig.). 810
 PHYSICO-CHIMIE VÉGÉTALE. — *Action des solutions anodisées et cathodisées sur la germination*; par Henri Micheels (1 fig.) 831
 PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude des interrelations humérales.* —
 I. Action de l'extrait thyroïdien et en général des extraits d'organes sur la sécrétion surrénale; par E. Gley et Alf. Quinquaud (21 fig.) 888
 PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude des interrelations humérales.* —
 II. Valeur physiologique de la glande surrénale des animaux éthyroïdés; par E. Gley (18 fig.) 911

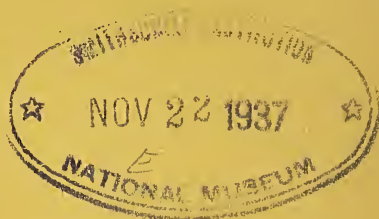
- Bulletin bibliographique 932

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

2.475
A16
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA



CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 11



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 8 novembre 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. le chevalier EDM. MARCHAL, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, Michel Mourlon, P. Mansion, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, Léon Fredericq, J. Neubergh, Ch. Francotte, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, Fréd. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, A. Rutot, A. de Hemptinne, Victor Willem, Paul Stroobant, Louis Dollo, *membres* ; J. Verschaffelt, Ch. Julin, G. Lecointe, E. Marchal, P. Nolf, Van Aubel, *correspondants*.

Absence motivée : M. Crismer.

CORRESPONDANCE.

M. Charles Marie, secrétaire général du Comité international de publication des Tables annuelles de constantes et données numériques de chimie, de physique et de technologie, remercie pour la subvention qui lui est accordée par le Gouvernement belge à l'intervention de l'Académie.

— Le Comité organisateur du IV^e Congrès international de botanique annonce sa réunion à Londres du 22 au 29 avril 1915.

— M. le Recteur de l'Université libre de Bruxelles fait savoir que M^{lle} Hortense van Risseghem, de Bruxelles, a obtenu, en 1913, le grade légal de docteur en sciences chimiques avec la plus grande distinction.

M. le Président du jury central et MM. les Recteurs des Universités de Gand, Liège et Louvain déclarent n'avoir point décerné ce diplôme en 1913.

— M. A. Courtois, ingénieur, professeur à l'École industrielle d'Arlon, soumet à l'examen deux formules destinées à calculer la puissance développée par les machines à vapeur mono et polycylindrique, ainsi que la consommation de vapeur dans ces machines. — Dépôt aux archives sur avis de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.

— Hommages d'ouvrages :

Pædologisch Jaarboek. Achtste jaargang; door Dr M. C. Schuyten (présenté par M. Ch. Van Bambeke, avec une note qui figure ci-après);

A propos du polymorphisme de Ganoderma lucidum (Leys); par Ch. Van Bambeke;

Globidens Fraasi, Mosasaurien mylodonte nouveau du Maestrichtien du Limbourg, et l'éthologie de la nutrition chez les Mosasauriens; par Louis Dollo.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe se constitue en comité secret pour la présentation éventuelle de candidatures nouvelles.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

M. le Dr C. Schuyten, directeur du Laboratoire pédologique communal de la ville d'Anvers, m'a prié de présenter, en son nom, à la Classe des sciences, la huitième année (1913) de son *Pædologisch Jaarboek*. Un premier mémoire traite du *Coefficient de nutrition des écoliers anversois*. Sans nous arrêter aux résultats obtenus par l'auteur, contentons-nous de rappeler que ce coefficient a été déterminé par la formule d'Oppenheimer (circonférence du bras $\times 100$; circonférence de la poitrine), qui est théoriquement exacte et donne une bonne idée de l'état nutritif général. Un deuxième travail est consacré à l'étude de *l'Étendue de la voix chantante des enfants*. L'examen a porté sur 1,300 garçons et 1,300 filles, âgés de 3 à 16 ans. Le Dr Schuyten a noté, dans les conditions psychologiques requises, le ton le plus élevé et le ton le plus bas que chaque élève individuellement était capable d'atteindre. Ici encore, nous n'insisterons pas sur les résultats auxquels l'auteur est arrivé. Suit la traduction de deux communications faites par le Dr Schuyten au Congrès pédologique international tenu à Bruxelles en 1911, et intitulées : *La notion biologique de la période sensible appliquée en pédologie*, et *Schéma d'une classification objective des intelligences*. Dans un autre travail, il est question de la *Période annuelle de l'activité infantile et de la délimitation des périodes de vacances*. Après un *Exposé chronologique* allant jusqu'à la fin de 1912, sur le mouvement pédologique mondial, l'ouvrage se termine par une *Synthèse de la pédologie*, qui comprend ce que la littérature, sur ce sujet, a produit jusqu'à la fin de 1914. Si l'on en juge par le nombre et la variété des ouvrages cités qui de près ou de loin touchent à son domaine, — cette partie du livre va de la page 110 à la page 319, — il semble que le pédologue, à l'exemple d'un hygiéniste (Proust), pourrait s'appliquer cette pensée du poète : *Nil humani a me alienum puto*.

CH. VAN BAMBEKE.

ÉLECTRICITÉ. — Sur la pression électrostatique,

par J.-E. VERSCHAFFELT.

1. — On sait que la surface chargée d'un conducteur est soumise à une pression, qui tend à déplacer cette surface vers l'extérieur. On considère cette pression comme résultant de la force électromotrice agissant sur la charge du conducteur ; pour cette raison, on l'appelle la pression électrostatique ou la tension électrique.

La valeur de cette pression P peut s'obtenir, comme on sait, par un simple raisonnement énergétique, consistant à exprimer que le travail $P.ds.dl$, effectué dans un déplacement virtuel dl d'un élément de surface ds , est égal à la diminution d'énergie du champ électrique, c'est-à-dire égal à l'énergie $E.ds.dl$ contenue dans l'élément de volume $ds.dl$, balayé par l'élément ds dans son déplacement. Comme l'énergie du champ par unité de volume est

$$E = \frac{KH^2}{8\pi},$$

H étant l'intensité du champ et K la constante diélectrique, on a

$$P = E = \frac{KH^2}{8\pi}.$$

Si σ est la densité superficielle de la charge de l'élément ds , l'intensité du champ, dans le voisinage de ds , est égale à $\frac{4\pi\sigma}{K}$, de sorte que

$$P = \frac{2\pi}{K} \sigma^2. \quad (1)$$

2. — Divers auteurs (*) arrivent à la même expression par un raisonnement tout différent ; ils cherchent la force électromo-

(*) Par exemple DRUDE, *Physik des Aethers* p. 33 ; CHWOLSON, *Traité de physique*, t. IV, p. 41.

trice à laquelle est soumise la charge σ . A cet effet, ils considèrent la discontinuité qui se présente dans l'intensité du champ au passage du conducteur au milieu ambiant ($H = 0$ à l'intérieur du conducteur, $H = \frac{4\pi}{K}\sigma$ à l'extérieur) comme résultant de la superposition de deux champs : l'un, d'intensité F , est uniforme, c'est-à-dire qu'il ne change ni de valeur ni de direction au passage du conducteur au milieu ambiant ; l'autre a des deux côtés de la surface du conducteur la même intensité F' , mais le sens est différent (ce dernier champ est produit par la charge de l'élément ds même, le premier par les charges de toutes les autres parties de la surface du conducteur). On a donc

$$F + F' = \frac{4\pi}{K}\sigma \text{ (intensité du champ extérieur),}$$

$$F - F' = 0 \text{ (intensité du champ intérieur),}$$

de sorte que

$$F - F' = \frac{2\pi}{K}\sigma.$$

Or la charge superficielle se trouve dans le champ uniforme F ; elle subit donc une force électromotrice

$$P_e = F \cdot \sigma = \frac{2\pi}{K}\sigma^2; \quad (2)$$

et comme la charge ne peut pas abandonner la surface du conducteur, il en résulte une force pondéromotrice superficielle, précisément égale à la pression P calculée par la méthode énergétique.

Ce raisonnement, qui à proprement parler est basé sur la loi de Coulomb comme principe fondamental de l'électrostatique, suppose que les actions électriques s'exercent à travers le conducteur comme à travers le milieu ambiant. Or, pour ceux qui ont appris à baser l'électrostatique sur les équations géné-

rales de Maxwell, qui expriment une discontinuité dans les actions au passage d'un milieu à un autre, une pareille supposition doit sembler étrange. Elle se justifie cependant, mais pour la justifier il faut introduire l'hypothèse de la polarisation des diélectriques.

3. — Dans la théorie de la polarisation des diélectriques, on suppose que les actions électriques se font à travers tous les milieux comme à travers le vide; seulement, le champ électrique induit à la surface d'un diélectrique et à l'intérieur de celui-ci des charges *fictives*, dont la densité superficielle σ' et la densité cubique ρ' sont déterminées par les formules

$$H_2 - H_1 = 4\pi(\sigma + \sigma') \quad (3)$$

$$\text{div. } H = 4\pi(\rho + \rho'), \quad (4)$$

σ et ρ étant les densités superficielle et cubique des charges *vraies*. Or, on suppose que ces charges fictives agissent sur les charges vraies suivant la même loi que les charges vraies entre elles.

Considérons donc de nouveau, à la surface d'un conducteur placé dans un diélectrique à constante K , une charge vraie de densité superficielle σ ; elle induit sur la même surface la charge fictive σ' . Comme $\rho = 0$ et $\text{div. } H = 0$, les deux milieux étant homogènes, on a aussi $\rho' = 0$; il n'y a donc pas d'autres charges fictives qu'une charge superficielle. Les deux charges superficielles σ et σ' produisent de part et d'autre de la surface des champs d'intensités $2\pi\sigma$ et $2\pi\sigma'$. Superposons à cela un champ d'intensité F tel que

$$F + 2\pi(\sigma + \sigma') = \frac{4\pi}{K}\sigma$$

et

$$F - 2\pi(\sigma + \sigma') = 0;$$

alors

$$F = \frac{2\pi}{K}\sigma$$

et on trouve encore une fois que la charge σ est soumise à la force électromotrice (2). Telle est donc bien l'expression de la pression électrostatique.

Les deux raisonnements conduisent donc au même résultat. Mais il me semble que cette coïncidence des résultats n'était pas nécessaire *a priori* et qu'en réalité on calcule par les deux raisonnements deux choses différentes : d'une part, la force P_e à laquelle est soumise la charge superficielle, force qui se transmet par l'une ou l'autre liaison à la surface de séparation des deux milieux ; c'est la véritable pression électrostatique ; d'autre part, la pression P à laquelle est soumise la surface de séparation, la *pression superficielle* comme il faudrait l'appeler (Chwolson parle de tension superficielle, mais cela peut prêter à confusion), et dont la pression électrostatique peut n'être qu'une partie. Si ces deux pressions sont égales, cela tient, me semble-t-il, à une circonstance particulière.

4. — Si l'on applique à la surface de contact de deux diélectriques, à constantes K_1 et K_2 , le raisonnement énergétique du § 1, on trouve que cette surface de contact est soumise à une pression superficielle

$$P' = \frac{B^2}{8\pi} \left(\frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_1} \right). \quad (5)$$

B étant le flux d'induction, constant au passage d'un diélectrique à l'autre et dirigé de 1 vers 2 (cette pression est donc égale, comme on sait, à la différence des énergies par unité de volume dans les deux milieux). Rien n'empêche, je pense, de considérer cette pression comme résultant, du moins en partie, de la force électromotrice que subit la charge fictive, induite sur la surface limite. La densité superficielle de cette charge, déterminée par l'équation (3), est, d'ailleurs,

$$\sigma' = \frac{B}{4\pi} \left(\frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_1} \right), \quad (6)$$

puisque $B = K_1 H_1 = K_2 H_2$ et $\sigma = 0$.

Reprenons maintenant le raisonnement du § 3. La charge σ' produit de part et d'autre de la surface deux champs égaux, mais opposés, d'intensité $2\pi\sigma'$. Superposons à cela un champ uniforme F ; il faut

$$F + 2\pi\sigma' = H_2, \quad F - 2\pi\sigma' = H_1,$$

donc

$$F = \frac{1}{2} (H_2 + H_1) = \frac{1}{2} B \left(\frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_1} \right),$$

et la charge σ' , placée dans le champ d'intensité F , subit la force électromotrice

$$P'_e = \frac{B^2}{8\pi} \left(\frac{1}{K_2^2} - \frac{1}{K_1^2} \right). \quad (7)$$

Telle est donc la pression électrostatique apparente; on voit qu'elle ne se confond pas avec la pression superficielle P' (form. 5).

Ce désaccord provient évidemment du fait que la charge fictive est soumise non seulement à la force électromotrice P'_e , mais encore à une force quasi élastique, due à la polarisation et qui n'est pas équilibrée dans la surface même (bien entendu, cette force quasi élastique ne doit pas être confondue avec la force réellement élastique, qui se développe dans un diélectrique solide, polarisé, et qui équilibre la pression superficielle). Cette force ou pression quasi élastique doit donc être égale à la différence entre (5) et (7) :

$$P'' = \frac{B^2}{8\pi} \left(\frac{1}{K_2^2} - \frac{1}{K_1^2} \right) - \frac{B^2}{8\pi} \left(\frac{1}{K_2} - \frac{1}{K_1} \right). \quad (8)$$

5. — Cette pression électrostatique apparente et cette pression quasi élastique doivent également exister à la surface de contact du conducteur et du diélectrique. La charge superficielle fictive σ' se trouve, comme la charge vraie σ , dans le champ

d'intensité $F = \frac{2\pi}{K}\sigma$; elle est donc soumise à la force électromotrice

$$P_1 = \frac{2\pi}{K}\sigma\sigma' = \frac{2\pi}{K}\sigma^2\left(\frac{1}{K} - 1\right), \quad (9)$$

car $\sigma' = \sigma\left(\frac{1}{K} - 1\right)$ (d'après le § 3). Quant à la pression due à la polarisation, elle se déduit de la formule (8) en posant $B = KH = 4\pi\sigma$, $K_2 = K$ et $K_1 = \infty$ (constante diélectrique du conducteur, supposé parfait); on reconnaît qu'elle a la même valeur que la force électromotrice P_1 , qu'elle compense par conséquent. On voit, d'après cela, que la pression superficielle sur le conducteur se compose de trois parties, dont deux s'entre-détruisent, de sorte qu'en définitive la pression superficielle est égale à la pression électrostatique due à la charge vraie.

On peut remarquer que la pression électrostatique totale (due aux charges vraie et fictive) sur la surface du conducteur est

$$P_t = F \cdot (\sigma + \sigma') = \frac{2\pi}{K}\sigma \cdot \frac{\sigma}{K} = \frac{2\pi\sigma^2}{K^2}. \quad (10)$$

6. — La localisation de la charge vraie et de la charge fictive sur une surface mathématique doit être considérée comme un artifice de raisonnement destiné à simplifier le problème; en réalité, il est plus logique d'admettre (*) que ces charges se trouvent avec une certaine densité cubique variable dans une couche de transition très mince, et que dans cette couche il y a une variation continue de K depuis ∞ (dans le conducteur) jusqu'à la valeur correspondant au milieu ambiant (il y aurait donc en quelque sorte pénétration des deux milieux). Dans cette même couche, l'intensité du champ varierait continûment, bien que très rapidement, de $H_1 = 0$ à $H_2 = \frac{4\pi}{K}\sigma$, et la pression électrostatique vraie aurait pour expression :

$$P_e = \int \rho H dx, \quad (11)$$

(*) Voir, par exemple, MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, I, p. 93.

l'intégration étant étendue à toute l'épaisseur de la couche de transition.

La valeur de ρ est déterminée par l'équation

$$4\pi\rho = \text{div. } \mathbf{B} \text{ ou div. } (\mathbf{KH}); \quad (12)$$

si nous considérons la couche comme très mince par rapport aux rayons de courbure de la surface (cela revient à dire que la dérivée par rapport à x l'emporte énormément sur les deux autres), le problème en devient un à une dimension et l'équation (12) se réduit à

$$\frac{d(\mathbf{KH})}{dx} = 4\pi\rho.$$

La pression électrostatique est donc

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{H} d(\mathbf{KH}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{K}} d\mathbf{B} = \frac{1}{8\pi} \int \frac{1}{\mathbf{K}} d(\mathbf{B}^2) \\ &= \frac{1}{8\pi} \int d\left(\frac{\mathbf{B}^2}{\mathbf{K}}\right) - \frac{1}{8\pi} \int \mathbf{B}^2 d\left(\frac{1}{\mathbf{K}}\right) = \frac{2\pi}{\mathbf{K}} \sigma^2 - \frac{1}{8\pi} \int \mathbf{B}^2 d\left(\frac{1}{\mathbf{K}}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

En admettant que la charge superficielle est distribuée dans une mince couche, nous ne retrouvons donc pas la valeur (2), à moins de supposer que le dernier terme s'annule, c'est-à-dire que dans l'épaisseur de la couche de transition la constante diélectrique ne change pas, ce qui reviendrait à localiser la charge extérieurement au conducteur dans le milieu ambiant.

7. Je ne pense pas qu'il faut faire cette supposition. Le dernier terme a une signification toute naturelle : c'est la force pondéromotrice à laquelle est soumise la couche de transition par suite de son manque d'homogénéité. En effet, si $\mathbf{B}$ est le flux d'induction à travers une tranche d'épaisseur dx , aux limites de laquelle la constante diélectrique a les valeurs $\mathbf{K}$ et $\mathbf{K} + d\mathbf{K}$, $\frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} d\left(\frac{1}{\mathbf{K}}\right)$ représente la différence des énergies par unité de volume de part et d'autre de la couche, de sorte que

si $P'dx$ est la pression subie par la tranche, cette pression est égale à cette différence d'énergie (voir § 4).

La pression électrostatique ne se confond donc pas avec la pression superficielle, laquelle est égale à

$$P = P_e + P' = P_e + \frac{1}{8\pi} \int B^2 d\left(\frac{1}{K}\right) = \frac{2\pi}{K} \sigma^2,$$

comme devant; mais la pression électrostatique proprement dite est inconnue, puisqu'on ne sait pas comment K varie dans l'épaisseur de la couche.

Quant à la pression électrostatique totale, exercée sur les charges vraies et fictives, elle est

$$P_t = \int (\rho + \rho') H dx = \frac{1}{4\pi} \int H dH = \frac{H^2}{8\pi} = \frac{2\pi}{K^2} \sigma^2;$$

nous retrouvons donc la même formule (10) que dans le cas de la localisation mathématiquement superficielle des charges vraies et apparentes (§ 5). D'ailleurs, tout comme dans ce même cas, la différence entre P_t et P doit provenir de la force quasi élastique due à la polarisation

Somme toute, les équations générales du champ électrique ne permettent pas de trouver la valeur de la pression électrostatique proprement dite; elles ne permettent de trouver qu'une pression superficielle, qui ne se confond pas nécessairement avec la première. Dans ces conditions, il me semble que la notion de pression électrostatique devrait être abandonnée et qu'on ne devrait conserver que celle de pression superficielle. En outre, le seul raisonnement simple et rigoureux qui fait connaître cette pression est le raisonnement énergétique.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — Sur la formule fondamentale de la théorie cinétique,

par TH. DE DONDER (*).

Nous nous proposons de montrer comment la dérivée totale de la fonction fondamentale s'introduit dans la formule fondamentale de la théorie cinétique; nous atteignons ce but, d'une manière simple et rigoureuse, en utilisant la théorie des invariants intégraux. Nous comparons ensuite notre démonstration à celles de L. Boltzmann (**) et de M. H. A. Lorentz (***).

1. *Hypothèses.* — Considérons un gaz formé de molécules sphériques, homogènes, rigides, parfaitement polies et parfaitement élastiques; abstraction faite de leurs positions et de leurs mouvements, toutes ces molécules sont identiques entre elles. Admettons, en outre, que l'état de chacune de ces molécules est déterminé, à l'instant t , par les coordonnées rectangulaires x, y, z de son centre et par les composantes rectangulaires ξ, η, ζ de la vitesse de ce centre.

Sous l'influence des forces extérieures au gaz, chaque molécule a une accélération dont les composantes rectangulaires X, Y, Z sont, par hypothèse, des fonctions continues et uniformes de x, y, z et t . Nous dirons que les six équations différentielles

$$(1) \quad \frac{dx}{\xi} = \frac{dy}{\eta} = \frac{dz}{\zeta} = \frac{dt}{X} = \frac{dt}{Y} = \frac{dt}{Z} = dt$$

(*) Présenté par M. Stroobant.

(**) L. BOLTZMANN, *Leçons sur la théorie des gaz*. 1^{re} partie. (Paris, 1902, voir chapitre II, p. 93.)

(***) H. A. LORENTZ, *Abhandlungen über theoretische Physik*. Erster Band. (Leipzig und Berlin, 1907, voir pp. 73 à 77.)

définissent le mouvement *continu* du point-état (*) $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$ dans l'espace des $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$.

Par suite du *choc* d'une molécule M contre une molécule M_1 , le point-état $(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)$ de la molécule M subit la transformation finie

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = x, \quad y' = y, \quad z' = z \\ \xi' = \xi + \alpha W, \quad \eta' = \eta + \beta W, \quad \zeta' = \zeta + \gamma W \end{array} \right.$$

où

$$W \equiv \alpha(\xi_1 - \xi) + \beta(\eta_1 - \eta) + \gamma(\zeta_1 - \zeta),$$

α, β, γ représentant les cosinus directeurs de l'axe allant du centre de M_1 vers le centre de M. D'autre part, ξ_1, η_1, ζ_1 sont les composantes du centre de M_1 , au début du choc, et ξ', η', ζ' sont les composantes de la vitesse du centre de M, à la fin du choc.

On admet, dans la théorie cinétique, que la durée d'un choc est infiniment petite par rapport à dt ; nous dirons que les équations (2) définissent le mouvement *discontinu* du point-état $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$, par suite du choc considéré.

On admet, enfin, l'existence d'une fonction $f(t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta)$, dérivable par rapport aux sept variables qui y figurent, et telle que l'intégrale 6-uple

$$\int_w f(t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta$$

étendue à un domaine quelconque w pris dans l'espace des $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$ soit égale au nombre des molécules dont les points-états se trouvent, à l'instant t , dans ce domaine w .

2. Mouvement continu. — A l'instant initial t et dans l'espace des $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$, considérons un domaine w renfer-

(*) D'après Gibbs, le point-phase aurait pour coordonnées $x, y, z, m\xi, m\eta, m\zeta$, en représentant par m la masse d'une molécule.

mant un grand nombre de points-états. Depuis t jusqu'à $t + dt$, poursuivons ceux de ces points-états qui *ne* subissent *pas* le mouvement discontinu (2); à cause du mouvement continu (1) le domaine w se déplace et se déforme; dans tous ces domaines successifs, laissons encore de côté les points-états qui subissent le mouvement discontinu (2); il est bon de remarquer que, d'après la théorie cinétique, ces points-états à mouvements discontinus sont en nombre infiniment petit, de l'ordre de dt .

De ce qui précède, il résulte immédiatement que

$$I \equiv \int_w f(t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta$$

est un invariant intégral des équations (1); donc, en vertu de ces équations, la dérivée *totale* $\frac{dI}{dt}$ est nulle. Le calcul se fera suivant les règles établies dans la théorie des invariants intégraux; on aura ainsi :

$$\begin{aligned} & \int_w \left(\frac{df}{dt} \right) \delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta + f(\delta \xi \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta + \delta x \delta \eta \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta \\ & + \delta x \delta y \delta \zeta \delta \xi \delta \eta \delta \zeta + \delta x \delta y \delta z \delta X \delta \eta \delta \zeta + \delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta Y \delta \zeta + \delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta Z) = 0; \end{aligned}$$

or

$$\delta X = \frac{\partial X}{\partial x} \delta x + \frac{\partial X}{\partial y} \delta y + \frac{\partial X}{\partial z} \delta z,$$

de même pour δY et pour δZ ; substituons dans l'identité précédente, et remarquons que les produits symboliques (ou déterminants) tels que

$$\delta \xi \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta, \quad \delta x \delta y \delta z \delta x \delta \eta \delta \zeta$$

sont nuls; on aura donc

$$\int_w \left(\frac{d}{dt} \right) \delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta = 0;$$

le domaine choisi w étant arbitraire, on aura (*)

$$\left(\frac{df}{dt}\right) = 0,$$

la parenthèse autour de cette dérivée totale servant à rappeler que nous avons laissé de côté les points-états animés de mouvements discontinus (2). L'équation précédente peut aussi s'écrire :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = -\frac{\partial f}{\partial x}\xi - \frac{\partial f}{\partial y}\eta - \frac{\partial f}{\partial z}\zeta - \frac{\partial f}{\partial \xi}X - \frac{\partial f}{\partial \eta}Y - \frac{\partial f}{\partial \zeta}Z;$$

c'est l'accroissement de f , pendant l'unité de temps, à l'instant t , au point-état fixe $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$, en ne tenant pas compte des points-états subissant des mouvements discontinus (2).

3. Mouvement discontinu. — Supposons le domaine initial w (à l'instant t) suffisamment petit pour que les raisonnements de la théorie cinétique lui soient applicables; en dénombrant les points-états qui entrent et qui sortent brusquement de ce domaine initial w (toujours le même) pendant l'intervalle de temps compris entre t et $t + dt$, on trouve que la dérivée partielle de f par rapport à t

$$\left(\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)\right) = \iint [ff] \delta\omega_1 \delta\lambda,$$

la double parenthèse autour de cette dérivée partielle servant à rappeler qu'on n'a tenu compte que des mouvements discontinus (2). Les notations employées dans le second membre sont celles de M. Hilbert (**).

(*) On a fait tendre, à l'instant t , le domaine w vers le point-état $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$.

(**) DAVID HILBERT, Begründung der kinetischen Gastheorie. (*Math. Annalen*, Band LXXII, Heft 4, 1912, pp. 562 à 577.)

4. *Dérivée totale.* — Tenons compte, à la fois, des mouvements continus (1) et des mouvements discontinus (2) : alors, la dérivée partielle de f par rapport à t sera égale à la somme (*) de

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) \text{ et de } \left(\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)\right),$$

on aura donc

$$\frac{df}{dt} = -\frac{\partial f}{\partial x}\xi - \frac{\partial f}{\partial y}\eta - \frac{\partial f}{\partial z}\zeta - \frac{\partial f}{\partial \xi}X - \frac{\partial f}{\partial \eta}Y - \frac{\partial f}{\partial \zeta}Z + \iint [ff] \delta\omega_1 \delta\lambda.$$

Posons, avec M. Hilbert,

$$\frac{df}{dt} \equiv [f] \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\xi + \frac{\partial f}{\partial y}\eta + \frac{\partial f}{\partial z}\zeta + \frac{\partial f}{\partial \xi}X + \frac{\partial f}{\partial \eta}Y + \frac{\partial f}{\partial \zeta}Z;$$

la formule fondamentale de Maxwell-Boltzmann s'écrira :

$$[f] = \iint [ff] \delta\omega_1 \delta\lambda.$$

5. *Remarques.* — Pour calculer la dérivée partielle $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)$ due au mouvement continu (1) seul, Boltzmann considère deux parallélépipèdes rectangles infiniment petits, l'un dans l'espace des x, y, z , l'autre dans l'espace des ξ, η, ζ ; il procède ensuite comme en hydrodynamique dans l'établissement élémentaire de l'équation de continuité. En vue d'une plus grande généralité et afin d'éviter ces parallélépipèdes et les calculs qui s'y rapportent, il nous a paru préférable de suivre la méthode des invariants intégraux.

(*) Pour s'en convaincre, on considérera autour du point-état fixe $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$ un domaine infiniment petit fixe w et on fera le dénombrement des points-états que ce domaine fixe renferme à l'instant t , puis à l'instant $t + dt$; la différence de ces nombres, rapportée à l'unité de temps et à l'unité de volume, vaut $\frac{\partial f}{\partial t}$.

Dans sa démonstration mentionnée ci-dessus, M. H. A. Lorentz considère à un moment donné t le groupe de molécules dont le nombre est donné par $f(t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta$ et *suit* ces molécules dans leur mouvement pendant dt . Ne tenant d'abord pas compte des chocs, l'illustre physicien *admet* que, en vertu du mouvement continu (1), on aura

$$\frac{d}{dt}(\delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta) = 0;$$

voici comment M. Lorentz s'exprime à ce sujet :

« La vitesse (ξ, η, ζ) pouvant être regardée comme la même pour toutes les molécules dont il s'agit, nous pouvons dire que l'élément dl ($\equiv \delta x \delta y \delta z$) tout entier se déplace avec cette vitesse, en conservant sa forme et sa grandeur, et en emportant avec lui le groupe de molécules. A la fin du temps dt , ces molécules se trouveront dans l'élément dl au point $(x + \xi dt, y + \eta dt, z + \zeta dt)$.

» ... en vertu des forces extérieures, les composantes de la vitesse du centre de gravité des molécules ont subi certains accroissements, que nous pouvons supposer égaux pour toutes les molécules considérées. En nous bornant au cas où les forces dépendent d'une fonction potentielle, nous pouvons représenter ces accroissements par

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} dt, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} dt, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} dt,$$

de sorte qu'à la fin du temps dt les vitesses se trouveront entre les limites

$$\begin{aligned} \xi + \frac{\partial \psi}{\partial x} dt & \quad \text{et} \quad \xi + \frac{\partial \psi}{\partial x} dt + d\xi, \\ \eta + \frac{\partial \psi}{\partial y} dt & \quad \text{et} \quad \eta + \frac{\partial \psi}{\partial y} dt + d\eta, \\ \zeta + \frac{\partial \psi}{\partial z} dt & \quad \text{et} \quad \zeta + \frac{\partial \psi}{\partial z} dt + d\zeta. \end{aligned}$$

Il me semble que la théorie des invariants intégraux rend mieux compte de l'égalité

$$\frac{d}{dt} \int (\delta x \delta y \delta z \delta \xi \delta \eta \delta \zeta) = 0,$$

la dérivée totale étant prise conformément aux équations (1); de cette égalité on déduit que

$$\left(\frac{df}{dt} \right) = 0.$$

M. Lorentz tient ensuite compte de l'effet des chocs; il trouve (*) que

$$\left(\left(\frac{df}{dt} \right) \right) = \iint [ff] \delta \omega_1 \delta \lambda.$$

En substituant ces valeurs dans

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{df}{dt} \right) + \left(\left(\frac{df}{dt} \right) \right),$$

on retrouve la formule fondamentale de Maxwell-Boltzmann.

Le 6 novembre 1913.

(*) Nous utilisons ici *nos* notations antérieures; d'autre part, nous tâchons de résumer le raisonnement de M. Lorentz pour le comparer à notre démonstration.

CRISTALLOGRAPHIE PHYSIQUE. — **Recherches sur la dissymétrie dans la vitesse de dissolution des cristaux suivant leurs différentes faces** ⁽¹⁾,

par J. LEBRUN.

I. — LA DISSYMMÉTRIE DANS LA VITESSE DE DISSOLUTION DES CRISTAUX SUIVANT LEURS DIFFÉRENTES FACES.

L'orientation cristallographique d'une face peut-elle exercer une influence sur la vitesse de dissolution, suivant cette face, dans un dissolvant physique ou chimique?

Cette question fut posée et étudiée pour la première fois par Lavizarri ⁽²⁾, en 1865. Il observa la réaction des acides sur le spath calcaire et remarqua que les bulles d'anhydride carbonique sont beaucoup plus nombreuses sur les faces de prisme que sur les faces de base. Il obtint des résultats quantitatifs en recueillant le gaz dégagé dans des éprouvettes graduées. Il étudia de la même façon la dolomie, l'arragonite et la malachite. Il soumit ensuite des sphères taillées dans les cristaux à la corrosion par les acides. La vitesse de dissolution dépendant de la direction, la sphère se déforme et devient un polyèdre : la forme finale de dissolution. Dans le cas du spath attaqué par l'acide nitrique, il obtenait une pyramide hexagonale.

Depuis Lavizarri, de nombreux expérimentateurs ont étudié la question de l'existence d'une dissymétrie dans l'activité chimique.

Les uns ont repris l'étude des formes finales de dissolution ; d'autres se sont efforcés d'obtenir des résultats quantitatifs.

Divers auteurs constatent la transformation d'une sphère

(1) Présenté par M. Swarts.

(2) LAVIZARRI, *Nouveaux phénomènes des corps cristallisés*. Lugano, 1865.

cristalline en un polyèdre. Klien a observé, en 1876, qu'un cristal se transforme, par corrosion, en un ellipsoïde.

Ces expériences, qui semblent fort démonstratives, le sont en réalité beaucoup moins. L'intervention des courants de convection du liquide dissolvant est certaine et constitue une importante cause d'erreurs. Elle explique la contradiction existant entre les résultats de Klien et ceux des autres auteurs.

L'interprétation des résultats présente des difficultés. D'après Becke, le polyèdre de dissolution est limité par les faces qui opposent la résistance maxima à l'agent corrosif, qui possèdent, par conséquent, la vitesse d'attaque minima. Il dit, en effet, que les faces les plus résistantes doivent subsister le plus longtemps et, par conséquent, limiter la forme finale. Arrien Johnsen ⁽¹⁾ a montré récemment que cette conception est inexacte. On peut admettre que lorsqu'un cristal se dissout, il se réduit, au moment de la disparition, à un point que nous désignerons par « point ultime de la dissolution » ⁽²⁾.

Le « point ultime de cristallisation » se définit de manière analogue.

La considération de ces points conduit Johnsen à l'interprétation des polyèdres de dissolution et de cristallisation.

Si on plonge un corps cristallisé dans sa solution non saturée, il se modifie et passe par un certain nombre de formes dites « formes de dissolution ».

Enfin, il parvient à un état où il diminue de grandeur en

(1) ARRIEN JOHNSEN, *Wachstum und Auflösung der Krystalle*. Wilhelm-Engelmann, Leipzig, 1910.

(2) Cette affirmation, fondamentale dans la théorie de Johnsen, me paraît discutable dans certains cas. Considérons les conditions suivantes, peu éloignées de celles qui sont réalisées dans un cas étudié expérimentalement plus loin. Le corps a la forme sphérique. La vitesse suivant un certain diamètre AA' est dix fois plus grande que suivant ceux du cercle équatorial correspondant; la vitesse varie d'une façon continue entre ces deux valeurs pour les diamètres intermédiaires. Lorsque AA' sera devenu de l'ordre des grandeurs moléculaires, le rayon du cercle équatorial sera réduit du dixième de sa valeur seulement. On ne peut donc, dans ce cas, assimiler à un point le cristal à l'instant de sa disparition.

restant semblable à lui-même; il possède alors la « forme finale de dissolution ». Des éléments analogues sont à considérer dans la cristallisation.

Lorsque le cristal appartient à une des classes ayant un centre de symétrie, on voit aisément que les deux points ultimes se confondent entre eux et avec ce centre qui est d'ailleurs aussi le centre de gravité. La figure montre que les vitesses de dissolution des faces sont proportionnelles à leurs distances au point ultime, ou, ce qui revient au même, au centre de symétrie. Les faces existantes sont dites réelles; les autres, obtenues par taille et

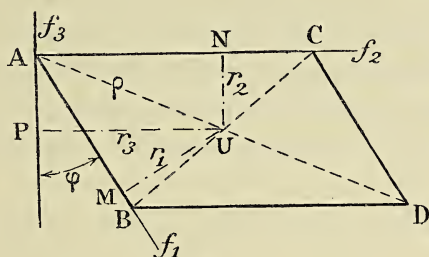


FIG. 1.

menées par les arêtes des premières, sont dites virtuelles. Si f_3 menée par l'intersection de f_1 et f_2 devient réelle par cristallisation, on a, ainsi qu'on le voit facilement, $v_3 < r_3$ si $v_1 = r_1$. On a d'ailleurs aussi

$$v_1 : v_2 = r_1 : r_2$$

et ⁽¹⁾

$$r_3 = r_1 \cos \varphi + \rho \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{\rho^2}}$$

Par dissolution, la face f_3 devient réelle si $v_3 > r_3$.

Si donc f_3 reste virtuelle par cristallisation, $v_3 > r_3$ et par suite $v_3 > r_1$ ou $v_3 > v_1$. Les faces virtuelles, qui le restent par

(1) Projétons, en effet, le contour UMAP sur UP : $UP = UM \cos \varphi + MA \sin \varphi + AP \cos 90^\circ$, ou $r_3 = r_1 \cos \varphi + \sqrt{\rho^2 - r_1^2} \sin \varphi$.

cristallisation, sont celles dont la vitesse d'accroissement est grande. Donc « le polyèdre obtenu en plongeant une *sphère*, taillée dans un cristal, dans la solution sursaturée du corps considéré, est limité par les faces dont la vitesse de cristallisation est minima ».

Dans la dissolution, la face devient réelle si $v_3 > r_3$, reste virtuelle dans le cas $v_3 < r_3$.

Si nous soumettons à la dissolution une sphère taillée dans le cristal, les diverses faces tangentes à la sphère se dirigent vers le point ultime avec leurs vitesses propres. Les faces de grande vitesse empiètent sur les autres et finissent par se couper. Le polyèdre décroît alors sans modifier sa forme; la forme finale est atteinte ⁽¹⁾. Cette dernière est donc limitée par les faces ayant une vitesse d'attaque maxima. La conception de Becke est, par conséquent, erronée. Johnsen a vérifié expérimentalement ces conclusions.

Daniel admettait l'indépendance de la forme finale et du polyèdre qu'on a soumis à la dissolution. Johnsen a établi théoriquement et expérimentalement qu'il y a, au contraire, dépendance dans certains cas. Il a indiqué aussi plusieurs résultats relatifs aux formes d'évolution précédant la forme finale.

Divers auteurs ont utilisé des méthodes se rapprochant de celle que nous venons d'étudier.

Exner dirigeait un jet d'eau très mince 0^{mm}75 perpendiculairement à une face plane taillée dans un cristal. La cavité obtenue, au lieu d'être hémisphérique, est polyédrique et dépend du corps utilisé.

Fabri suivait au microscope polarisant la variation d'épaisseur de plaques planes et minces de gypse. La couleur de polarisation est employée pour déterminer l'épaisseur. Il constata ainsi la formation d'une lentille convexe. Les courants de convection, très importants inévitablement, ont pour résultat de dissoudre

(1) Il est à remarquer que ces conclusions sont indépendantes de la considération du point ultime de dissolution.

plus fortement les bords que le centre. Ils suffiraient donc à expliquer la forme observée.

Dans les travaux récents, cherchant à obtenir des résultats quantitatifs, les auteurs ont pris soin de réduire la cause d'erreurs due aux courants de convection.

Spring a montré que, dans la corrosion du spath d'Islande par les acides, le rapport des vitesses suivant la base et le prisme est 1.2 dans les acides à 2 %. Le rapport des indices de réfraction est 1.3. Les vitesses sont les mêmes dans les solutions équivalentes d'acides différents.

Cesàro développa les résultats de Spring. Il conclut que pour concilier les résultats, il faut admettre que l'élasticité développée par l'action des acides est celle qui correspond dans l'ellipsoïde au rayon lumineux perpendiculaire à la face attaquée.

Schürr, en 1904, a constaté l'absence de dissymétrie dans le cas du sulfate de cuivre. La constance du régime de dissolution était vérifiée par les figures dites « de convection » qui seront étudiées plus loin.

Gaillard a observé une variation nette de la vitesse de dissolution du sucre suivant diverses faces.

Enfin, Körbs a publié, en 1907, un travail très important sur la question. Il a étudié les substances suivantes : salpêtre, acide tartrique, sulfate de cuivre, sel gemme, sylvine, alun, sel de seignette, thymol, ferrocyanure de potassium. Les mesures indiquent des différences de vitesse de dissolution suivant les diverses faces : importantes (86 % pour le ferrocyanure de potassium, 76 % acide tartrique) dans certains cas, très faibles, au contraire, dans d'autres (sel gemme, salpêtre, sylvine). Il a employé plusieurs procédés pour obtenir la dissolution dans des conditions que l'on puisse réaliser identiques dans les diverses expériences. Celui qui donna les meilleurs résultats utilise le courant liquide produit naturellement par la descente de la solution concentrée au voisinage du cristal et son remplacement par du liquide frais.

L'historique qui précède permet de conclure que, malgré la discordance des résultats, il est probable que la dissymétrie existe.

Avant d'adopter une méthode expérimentale, il est indispensable d'étudier les diverses causes d'erreurs, particulièrement la convection du liquide, et de rechercher comment on peut en réduire l'importance.

Schürr a déterminé l'influence de la vitesse du liquide qui circule parallèlement à la plaque à dissoudre, sur la vitesse de solution. La plaque est horizontale et tournée vers le bas. Les résultats sont représentés par la courbe figure 2.



FIG. 2.

Elle montre qu'il est avantageux d'utiliser une vitesse faible. En effet, une variation de la vitesse du courant liquide se répercute à peine, dans ce cas, sur la rapidité de solution. Il n'en est plus de même lorsque la vitesse du liquide est élevée.

Il résulte donc de là que les conditions les plus favorables seront obtenues par l'emploi d'une agitation faible du dissolvant. Le dispositif utilisé devra permettre de réaliser des conditions identiques dans les diverses expériences. Enfin, le procédé le plus sensible pour l'estimation de la vitesse de dissolution est certainement la pesée du cristal avant et après l'opération.

Forme finale de dissolution :

- MEYER, *N. Jahr. für Miner. u. s. w.*, 1883, 1, p. 74.
MEYER et PENFIELD, *Trans. Conn. Acad.*, 1889, p. 157.
GILL, *Zeitschr. für Krystallographie*, 1894, p. 110.
FURST für Salm. Horstmar. *Pogg. Ann.*, 120, p. 334.
GOLDSCHMIDT et WRIGHT, *N. Jahrb. für Min. u. s. w.*, 1904, p. 335.
EXNER, *Pogg. Ann.*, 153, p. 53.
CORSMILAS, *Inaug. Dissertation*. Tübingen, 1877.
Id., *Zeitschr. für Kryst.*, 1, p. 407.
RINNE, *Centralblatt für Mineralogie*, 1904, p. 120.
FABRI, *Nuovo Cimento*, 11, p. 144.

Méthodes quantitatives :

- WEBER, *Archives des sciences physiques et naturelles*. Genève, 1884, p. 515.
BECKE, *Min. und petrogr. Mitt.*, 1886, p. 200, et 1890, p. 349.
SPRING, *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1887, pp. 13 et 735.
CESÀRO, *Ann. de physique et de chimie*, 1889, pp. 5 et 37.
HAMBERG. *Geolog. Fören Förh.*, 1853, pp. 53 et 453.
WARBURG et TEGET MEYER, *Wied. Annalen*, 1888, p. 465.
BAEKSTRÖM. *Zeitschr. für Kryst.*, 1890, p. 424.
SCHÜRR, *Journal de chimie physique*, 1904, p. 206.
MARC et RITZEL, *Zeitschr. für physik. Chemie*, 71, 1911, p. 484.
WAGNER, *Zeitschr. für physik. Chemie*, 43, 1910, p. 401.
KÖRBS, *Zeitschr. für Kryst. Grath.*, 43, 1907, p. 433.
LE BLANC et SCHMANDT, *Zeitschr. für physik. Chemie*, 1911, p. 614.
GAULLARD, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, 1910, p. 210.

II. — LA THÉORIE DES SYSTÈMES HÉTÉROGÈNES.

En 1890, J. Stefan ⁽¹⁾ conclut de ses recherches sur la vitesse de dissolution du chlorure de sodium que cette vitesse est à chaque instant proportionnelle à la différence de concentration de la solution saturée et du liquide dissolvant. Elle peut s'expri-

(1) STEFAN, *Wied. Ann.*, 1890, 41, p. 725.

mer par $v = K(S - x)$ si S est la concentration correspondant à la saturation et x celle du dissolvant. De Heen ⁽¹⁾ retrouva ce résultat deux ans plus tard. Les premières recherches systématiques sur ce sujet sont dues à Noyes et Whitney ⁽²⁾, qui étudièrent des corps peu solubles : le chlorure de plomb et l'acide benzoïque. Ils établirent que, dans le cas de ces corps peu solubles, la loi est rigoureusement applicable et qu'on a $v = K(S - x)$.

Nernst et Brunner ont donné une interprétation théorique très claire et simple de cette loi. Ils admettent que le phénomène se produisant au contact solide-liquide peut être considéré comme instantané. Il se produit à la surface de la phase solide une couche de passage dans laquelle la concentration varie. La couche immédiatement voisine du solide est saturée, l'autre limite à la concentration du dissolvant. Le phénomène consiste alors en la diffusion de la matière dissoute dans cette couche. La vitesse se détermine par les lois de la diffusion. En développant cette théorie, on obtient, pour cette vitesse, l'expression $v = \frac{D}{\delta} (S - x)$, dans laquelle D est le coefficient de diffusion du corps dissous et δ l'épaisseur de la couche considérée.

Brunner ⁽³⁾ a vérifié cette loi expérimentalement et a trouvé que les conditions théoriques sont réalisées par une agitation uniforme et suffisante.

Dans le cas des corps solubles, plusieurs vérifications ont été tentées. Les résultats sont contradictoires. Certains auteurs, tels Le Blanc et Schmandt ⁽⁴⁾, Wagner ⁽⁵⁾, trouvent la loi parfaitement vérifiée; d'autres, comme Schürr ⁽⁶⁾, en contestent l'exactitude. Ce dernier propose la formule $v = k \log \frac{S}{x}$.

Si on calcule les valeurs de la vitesse pour diverses concentra-

(1) DE HEEN, *Bull. Acad. roy. de Belgique*, 1892, 23, p. 436.

(2) NOYES et WHITNEY, *Zeitsch. für physik. Chemie*. 23, 639.

(3) BRUNNER, *Bull. de l'Académie des sciences de Cracovie*. Octobre 1903.

(4) LE BLANC et SCHMANDT, *loc. cit.*

(5) WAGNER, *loc. cit.*

(6) SCHÜRR, *loc. cit.*

tions par la formule de Nernst et par celle de Schürr, on trouve à peu de chose près les mêmes résultats, sauf pour les valeurs élevées de x . Dans ce dernier cas, la formule de Schürr donne des valeurs moins importantes de v que celle de Nernst.

Brunner et Tolloczko ⁽¹⁾ ont repris l'étude de la dissolution des corps solubles. Ils ont trouvé la loi parfaitement vérifiée dans le cas du sel gemme. Le résultat de Schürr s'explique, d'après eux, de la manière suivante. Dans les expériences de cet auteur, le liquide n'était pas agité; les courants de convection produits par la chute du liquide chargé de sel circulaient à la surface en dissolution. Lorsque la concentration du dissolvant devient élevée, sa grande densité ralentit sérieusement ces courants. De là les valeurs insuffisantes trouvées pour la vitesse de solution.

Je crois qu'on peut conclure de l'ensemble des travaux publiés que la théorie de Nernst-Brunner donne une représentation très précise du phénomène de dissolution. D'autres vérifications ont été tentées, en particulier l'étude de la solution de la magnésie dans les acides et la corrosion des métaux par les solutions d'iode. La loi a été parfaitement vérifiée. Certains auteurs la considèrent comme applicable aussi à la cristallisation.

Dans le cas de la dissolution d'un cristal, cherchons les éléments de la formule qui sont sous la dépendance de la nature de la face considérée. On voit que δ et S sont susceptibles d'être influencés par l'orientation de la face. La loi de Curie permet de conclure à une dépendance effective pour S . Cette loi montre, en effet, que la solubilité des faces dépend des étendues relatives de ces faces. Ces solubilités sont égales dans la forme d'équilibre. Lorsque cette forme n'est pas réalisée, les solubilités diffèrent et les faces les plus solubles se dissolvent et les moins solubles s'accroissent jusqu'à son obtention. Mais ces différences sont extrêmement petites ⁽²⁾ (tellement que le phénomène dont nous venons de parler ne se réalise pas) et ne peuvent suffire à expli-

⁽¹⁾ BRUNNER et TOLLOCZKO, *Journal de chimie physique*, 1905, p. 625.

⁽²⁾ D'après un travail récent de Friedel, ces différences seraient même nulles. (FRIEDEL, *Journal de chimie physique*, 1913, p. 478.)

quer les différences relativement importantes de vitesses de dissolution.

Berthoud ⁽¹⁾ a calculé les différences de S dans quelques cas particuliers. Il trouve que dans le cas d'un cristal macroscopique ces différences sont négligeables. Certains auteurs ont cru pouvoir conclure de leurs recherches qu'il existe une différence de solubilité plus importante, due à d'autres causes. Lecocq de Boisbaudran ⁽²⁾ fit l'expérience suivante : Un octaèdre d'alun ammoniacal (25 millimètres de diamètre) portant de petites facettes cubiques fut placé dans une solution basique du même sel; la liqueur fut maintenue longtemps à l'état de très légère sursaturation. Après quelque temps, le poids s'était accru de $\frac{1}{8}$ environ, et les faces cubiques avaient acquis une étendue relativement considérable. Le dépôt s'était produit uniquement sur les faces d'octaèdre. Lecocq de Boisbaudran conclut que la solution est sursaturée relativement aux faces octaédriques, mais non relativement aux faces cubiques. En réalité, il s'agit ici de différences de vitesse de cristallisation qui ne permettent aucune déduction relative aux solubilités. Le même auteur a essayé, d'ailleurs sans succès, de répéter les expériences de Pfaundler. Celui-ci admettait que la matière d'une face, plus soluble qu'une autre, peut se transporter à température constante sur cette autre. Il explique cet insuccès par la résistance particulière qu'éprouve le changement d'état pour son accomplissement. C'est cette résistance qui, d'après lui, fait qu'entre la concentration nécessaire pour qu'un cristal (ou une espèce de face) cesse de se dissoudre et celle pour laquelle ce cristal (ou cette espèce de face) commence à s'assimiler de la matière, il y a une marge dont l'étendue est moins restreinte qu'on serait en droit de l'imaginer.

Hulett ⁽³⁾ a effectué des recherches sur ce sujet. Il utilisait des

(1) BERTHOUD, *Journal de chimie physique*, décembre 1912, p. 624.

(2) LECOCQ DE BOISBAUDRAN, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, 1874, p. 888. et 1875, pp. 1007 et 450.

(3) HULETT, *Journal of American chemical Society*, 1905, vol. 27, p. 49.

cristaux choisis de gypse pour lesquels (110) et (111) constituent les $\frac{2}{3}$ de la surface. Ces cristaux furent lavés avec la solution saturée, séchés, pesés et les diverses épaisseurs furent mesurées. Ils furent plongés ensuite dans la solution saturée contenue dans un tube en verre d'Iéna, placé dans un thermostat. On n'a pu observer aucune modification des épaisseurs malgré la longue durée de l'expérience (plusieurs mois). Dans le même travail, Hulett a pu mesurer la différence de solubilité des particules de dimensions différentes, qui était établie théoriquement. Marc et Ritzel ⁽¹⁾ admettent cependant qu'il y a une différence de solubilité entre deux faces infinies, d'orientation différente.

Berthoud ⁽²⁾ a montré que si au point de vue expérimental cela est infirmé, au point de vue théorique cette hypothèse paraît contredire le second principe de thermodynamique. Nous ne pouvons donc admettre l'existence de cette différence. Il reste une variation de δ , pour expliquer les faits expérimentaux. A priori il semble que cette quantité, pour un même corps et toutes choses égales, doive dépendre de la densité réticulaire. Berthoud remarque pourtant que δ est d'un autre ordre de grandeur que les quantités moléculaires et qu'il est donc difficile d'admettre une variation de δ . [Voir le tableau des valeurs de δ publié par Wagner ⁽³⁾.] Il propose une autre théorie dont il sera parlé plus loin.

III. — FIGURES DE CORROSION ET FIGURES DE CONVECTION.

Lorsqu'on soumet à la dissolution ou à la corrosion chimique une face d'un cristal, on constate que le liquide commence par attaquer inégalement la surface et fait apparaître des figures dites « de corrosion ». Une face soumise à la cristallisation

⁽¹⁾ MARC et RITZEL, *Zeitschr. für physik. Chemie*, 1911, p. 584.

⁽²⁾ BERTHOUD, *loc. cit.*

⁽³⁾ WAGNER, *Zeitschr. für physik. Chemie*, 1910, voir p. 434.

se couvre de figures analogues, dites « de cristallisation ».

Les figures de corrosion sont des cavités ou des reliefs limités par des faces planes et constituant de véritables polyèdres. Elles fournissent souvent des renseignements précieux relatifs à la symétrie véritable du cristal. Plusieurs auteurs ont cherché à préciser nos connaissances sur l'origine de ces figures. P. Becke ⁽¹⁾ a conclu de ses recherches sur la fluorite et les minéraux de la famille de la magnétite plusieurs relations entre les figures de corrosion et le polyèdre de dissolution. D'après lui, les faces qui limitent ces figures sont caractérisées par une grande résistance à la corrosion. Comme l'expérience le montre, au début de son existence, une figure de corrosion est limitée par des faces planes obéissant à la loi de rationalité des indices. Ce sont les faces primaires de corrosion. Mais les courants de diffusion, qui se produisent inévitablement par suite des différences de concentration du liquide contenu dans l'empreinte, déforment bientôt celle-ci. La solution se saturant au fond, la vitesse d'attaque y devient faible. Vers les bords extérieurs, la vitesse reste à peu près constante par suite du voisinage du liquide frais. L'empreinte tend donc à devenir plate. Il se produit des faces secondaires de corrosion situées avec les premières dans des zones caractéristiques du cristal et du liquide corrodant. Enfin, les faces primaires se confondent avec celles dont la vitesse d'attaque est minima, c'est-à-dire encore celles qui, d'après Becke, limitent le polyèdre de dissolution. Par cristallisation on obtient aussi, d'après lui, des polyèdres limités par des faces très résistantes à la corrosion par le liquide. L'observation lui a, de plus, révélé les relations suivantes : les figures de corrosion en creux se produisent sur les faces qui appartiennent aux zones de corrosion ; les figures en relief, sur les faces n'appartenant pas à ces zones. Les faces correspondant au minimum de vitesse d'attaque se couvrent de figures très aiguës ; les faces correspondant au maximum, de figures en relief.

(1) BECKE, Aetzversuchen über Fluorit. (*Min. und petr. Mitt.*, 1886, p. 200.) — Aetzversuchen über Mineralien des Magnetitgruppe. (*Ibid.*, 1890, p. 349.)

La considération des points ultimes de dissolution et de cristallisation a permis à Johnsen ⁽¹⁾ de déduire des conséquences très intéressantes au point de vue qui nous occupe.

Ce qui a été dit relativement aux polyèdres de cristallisation et de dissolution démontre que de très minimes irrégularités à la surface du cristal permettent aux faces virtuelles de devenir réelles par dissolution. Les figures prendraient donc naissance par suite des défauts de polissage. L'auteur a observé, en effet, que des faces de clivage de sel gemme attaquées par l'eau ne présentent pas de figures, alors que ces mêmes faces, polies artificiellement, montrent les figures bien connues. Une face parfaitement plane s'accroît par cristallisation ou se dissout en restant absolument plane et parallèle à sa direction primitive; les faces virtuelles ne deviennent réelles qu'aux sommets et le long des arêtes. Si, au contraire, la face est imparfaitement polie, elle peut être considérée comme couverte de sommets et d'arêtes où les faces virtuelles se réalisent et donnent naissance aux figures de cristallisation ou de corrosion.

Dans la formation d'une empreinte de corrosion, les faces qui la limitent, au lieu de s'approcher du point ultime, s'en éloignent et le phénomène correspond à la cristallisation. Dans le cas du sel gemme, par exemple, la forme finale de dissolution est l'ikositétraèdre, et un cube de sel gemme parvient à cette forme en passant par un polyèdre limité par le cube, le triakishexaèdre ($m\ 10$) et l'ikositétraèdre, de façon que 2 faces de cube, 2 faces de triakishexaèdre et 4 faces d'ikositétraèdre soient dans une même zone; les faces de cube et de triakishexaèdre disparaissent en même temps et la forme finale se produit. Dans le cas des figures de corrosion, constituées, comme on le sait, par des pyramides cubiques, on ne constate pas ce remplacement par l'ikositétraèdre. L'évolution de la forme de dissolution se produit parce que $(m\ 11) > r_3$ si $(m\ 10) = r_1$. Dans le cas de l'em-

(1) JOHNSEN, *loc. cit.*

preinte, pour que le remplacement se produise, il faudrait $(m\ 11) < r_3$ au lieu de $> r_3$ (car il s'agit de l'équivalent d'une cristallisation). La conception de Becke n'est donc pas conforme aux faits. La forme de dissolution n'est d'ailleurs pas limitée par les faces opposant une grande résistance à la corrosion, mais au contraire par celles ayant la vitesse maxima d'attaque.

Comme la forme finale de dissolution, les figures de corrosion sont sous la dépendance de la concentration du liquide extérieur.

Les figures varient, comme l'a montré Gaubert ⁽¹⁾, avec la vitesse d'attaque.

J'ai observé un fait analogue dans le cas du quartz.

Si l'attaque du cristal se prolonge, les figures perdent leur netteté et de nouvelles figures apparaissent, nommées par Schürr « figures de convection ». Ces empreintes semblent dues aux courants de convection qui se produisent au voisinage de la plaque. Leur apparition et leurs dimensions sont, à l'encontre des figures de corrosion, sous la dépendance du régime et elles ont une forme définitive lorsque ce régime est permanent. Elles sont indépendantes de la face considérée et leur orientation est uniquement déterminée par la position de la face par rapport au liquide. Elles permettent par conséquent de définir le régime de dissolution et d'en vérifier la constance. Les figures observées à la surface du quartz fondu attaqué par l'acide fluorhydrique me semblent appartenir à la catégorie que nous venons d'étudier (fig. 4 et 11).

IV. — VITESSES DE DISSOLUTION DU NITRATE DE SOUDE ET DU SULFATE DE MAGNÉSIE SUIVANT DIVERSES FACES.

Dispositif expérimental. — Les mesures de Schürr, relatives au rôle de la vitesse du courant liquide circulant parallèlement à la face qui se dissout, montrent qu'il est avantageux d'utiliser

(1) GAUBERT, Sur l'influence de la vitesse d'attaque de la calcite sur la forme des figures de corrosion de ce minéral. (*Comptes rendus*, 1912, p. 57.)

un courant lent, afin de se trouver au début de la courbe qui est presque une droite horizontale dans cette région. D'autre part, les courants de convection provoqués par la chute du liquide chargé de corps dissous réalisent un courant lent, très régulier, d'après Körbs. Je me suis arrêté au dispositif suivant :

Les cristaux sont taillés en plaques ; ces plaques sont limitées par des faces perpendiculaires à celle utilisée. Chaque plaque est enrobée dans la paraffine de façon à ne laisser à découvert que la face étudiée.

J'ai utilisé des montures en laiton nickelé constituées par un cylindre supporté par une tige perpendiculaire à l'axe du cylindre. Cette tige permet de suspendre verticalement la plaque dans le liquide et de la retourner de 180° . On évite, en la suspendant alternativement dans les deux sens, une dissolution plus active à une extrémité, due aux courants de convection et révélée par les expériences préliminaires.

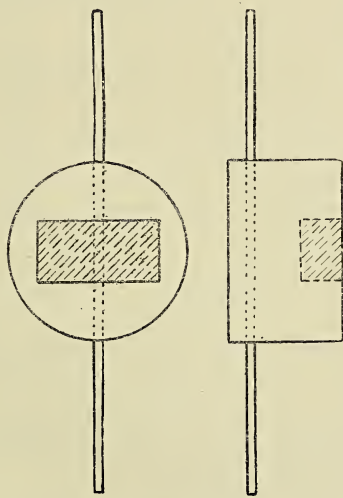


FIG. 3.

Le cristal était placé sur une plaque de verre et chauffé à l'étuve jusqu'à la température de fusion de la paraffine. On

plaçait la monture, également chauffée, et on coulait la paraffine dans l'espace laissé libre entre le cristal et le cylindre. On obtenait ainsi une face plane ayant dans toutes les expériences les mêmes dimensions et la même forme, et on prenait soin de placer la plaque dans une position fixe et semblable dans toutes les mesures. Les plaques diversement orientées étaient taillées dans un seul cristal et avaient les mêmes dimensions. Le liquide dissolvant était contenu dans un vase en verre fermé par un couvercle en ébonite et placé dans un thermostat à température très constante. Les plaques, à la sortie du liquide, étaient rapidement séchées au papier filtre et pesées.

Chaque expérience durait environ quatre ou cinq minutes, de sorte que le régime permanent était établi depuis longtemps et le temps connu avec une grande exactitude. On remarquera que le dispositif employé permet de placer, dans les diverses mesures, la plaque cristalline dans une position presque rigoureusement constante. Les expériences sont donc très comparables entre elles. J'ai fait quelques expériences destinées à vérifier si la verticalité plus ou moins parfaite de la plaque se répercute de façon sensible sur la vitesse de solution.

J'ai reconnu qu'on ne peut constater, pour des déviations faibles, aucune variation de vitesse, comme le prouve notamment l'expérience suivante, faite avec le sulfate de magnésium :

Angle de la face attaquée avec la verticale.	Durée de l'expérience.	Perte de poids.
0°	6'	477×10^{-4} gr.
30°	6'	479×10^{-4} gr.

La différence entre les vitesses de dissolution est, on le voit, inférieure aux erreurs d'expérience.

Il n'y a donc point là une cause d'erreurs.

Les expériences préliminaires ont montré en plus que les courants de convection sont très réguliers. Voici des résultats de mesures qui prouvent cette constance du régime et qui

montrent en outre quelle exactitude on peut atteindre par le procédé employé :

PLAQUE utilisée.	SULFATE de magnésie.	MgSO ₄ .7H ₂ O. Base.	$\frac{\Delta p}{\Delta t} = v.$
Poids = $p.$	$\Delta p.$	$\Delta t =$ durée de l'expérience.	
—	—	—	—
17 ^{gr} 6213	»	»	»
5940	273×10^{-4} gr.	5'	$54,6 \times 10^{-4}$ gr.
5667	273 —	5'	54,6 —
5392	275 —	5'	55,0 —
5112	280 —	5'6''	54,9 —
4837	275 —	5'	55,0 —
4690	interruption par suite d'arrêt du chronomètre.		»
4416	274 —	5'	54,8 —
4445	271 —	5'	54,2 —
3872	273 —	5'	54,6 —
3602	270 —	5'	54,0 —

Sulfate de magnésie. MgSO₄.7H₂O. Prisme.

17 ^{gr} 2826	»	»	»
2592	234×10^{-4} gr.	5'	46,8 —
2263	329 —	7'	47,0 —
2025	238 —	5'	47,6 —
1786	239 —	5'	47,8 —
1550	236 —	5'	47,2 —
1314	246 —	5'10''	47,6 —
1080	234 —	5'	46,8 —

On effectuait sur chaque plaque une dizaine de mesures au plus; puis elle était extraite de la paraffine, repolie et enrobée à nouveau. J'ai constaté, en effet, que le retrait de la surface cristalline (dû à la dissolution de la couche extérieure) produisait une perturbation très sensible. Les plaques étaient mesurées au moyen d'un comparateur à microscope ⁽¹⁾. Le dissolvant utilisé était une solution dans l'eau distillée du sel étudié. La température constante du thermostat était de 25°.

(1) Je remercie sincèrement M. A. Callier, qui a très obligeamment mis cet appareil à ma disposition.

RÉSULTATS DES MESURES.

I. *Nitrate de soude.* — Les cristaux utilisés étaient très homogènes. Les faces de clivage du rhomboèdre $(10\bar{1}1)$ et des faces taillées suivant $(\bar{1}2\bar{1}0)$ et (0001) ont été étudiées. Les dimensions des plaques utilisées étaient $12^{mm}2$ sur $11^{mm}3$. Chaque opération durait quatre minutes. Le dissolvant était une solution de nitrate de soude dont la concentration, déterminée par l'évaporation de 20 centimètres cubes, fut trouvée de $48^{gr}55$ de sel pour 100 centimètres cubes de solution. Deux séries de dix mesures ont été effectuées sur chaque face. Elles ont donné :

	I		II
$(10\bar{1}1)$	12,0 mgr. minute cm^2 .		11,6
(0001)	10,77	—	10,80
$(\bar{1}2\bar{1}0)$	10,74	—	10,7.

Nous prendrons donc

$$(10\bar{1}1) : (0001) : (\bar{1}2\bar{1}0) = 11,8 : 10,8 : 10,7.$$

Ces vitesses sont rangées dans le même ordre que les dimensions réticulaires. La face de rhomboèdre de grande densité réticulaire a aussi la plus grande vitesse de dissolution.

Si nous appliquons aux résultats d'expérience la loi de Nernst-Brunner, nous obtenons pour la constante $\frac{D}{\delta}$ et pour δ les valeurs :

$(10\bar{1}1)$	rhomboèdre.	$\frac{D}{\delta} = 0,061$	$\delta = 126 \mu.$	}
(0001)	base . . .	$\frac{D}{\delta} = 0,056$	$\delta = 134 \mu.$	
$(\bar{1}2\bar{1}0)$	prisme . . .	—	—	

On a pris $D = 1^{\text{er}}08 \text{ cm}^2\text{-jour}$, d'après Scheffers ⁽¹⁾, à 25° . La très grande valeur de δ est à remarquer. On trouve une anomalie analogue pour le salpêtre à l'aide des nombres publiés par Körbs. Ces valeurs sont fortement supérieures à celles obtenues pour KCl, KBr, NaCl, NaI et les sels non hydratés dont le produit des valences est 1×1 [voir le tableau publié par Wagner ⁽²⁾]. Je pense qu'il faut attribuer ce fait à l'abaissement considérable de la température de la paroi qui se dissout ; la solution du nitrate de soude absorbe une quantité importante de chaleur et est un moyen frigorifique.

Spring a trouvé que la conductibilité des solutions de ce sel varie pendant un temps très long après la dissolution. Cette variation est attribuée par l'auteur à la disparition graduelle d'une hydrolyse immédiate formée au moment de la dissolution. Ces deux perturbations font perdre au coefficient $\frac{D}{\delta} = K$ sa signification ordinaire.

Il est intéressant de remarquer que la face de clivage est celle qui donne le maximum de vitesse de dissolution.

II. *Sulfate de magnésie*. $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$. — Les cristaux étaient limités par la combinaison du prisme (110) et du bisphénoïde (111). Le cristal est clivable suivant (010). Les faces suivantes ont été étudiées : base (001) terminale (010) — prisme (110) et bisphénoïde (111).

Les plaques avaient les dimensions suivantes :

Base	1,334	cm ² .	}
Bisphénoïde	1,370	—	
Prisme	1,372	—	
Terminale	1,361	—	

(1) SCHEFFERS, *Zeitschr. für physik. Chemie*, 2, 390, 1888.

(2) WAGNER, *Zeitschr. für physik. Chemie*, 1910, p. 401, LXXI, voir p. 434.

Deux séries concordantes de mesures ont donné les valeurs moyennes :

Base	3,7 mgrs. cm ² . minute.	
Terminale	3,5	—
Prisme	3,5	—
Bisphénoïde	3,7	—

Le dissolvant était une solution de sulfate de magnésie. La concentration déterminée par l'évaporation de 20 centimètres cubes est : 33^{gr}10 de sel *anhydre* pour 100 centimètres cubes de solution.

Les résultats s'interprètent moins facilement que dans le cas précédent, car l'expérience n'a pas décelé de différences de vitesses entre la base et le bisphénoïde.

La face de clivage (010) semble avoir un minimum de vitesse.

Conclusion. — Les vitesses de dissolution sont différentes pour des faces d'orientation différente. La dissymétrie est faible. Dans le cas du nitrate de soude : I. La face de clivage a un maximum de vitesse de dissolution; II. Les vitesses de dissolution des faces sont dans le même ordre que les densités réticulaires de ces faces.

V. — ÉTUDE DE L'ATTAQUE DU QUARTZ PAR L'ACIDE FLUORHYDRIQUE.

Les expériences précédentes ont montré qu'il existe une faible dissymétrie dans les vitesses de dissolution. Les différences observées dépassent à peine l'ordre des erreurs expérimentales. J'ai espéré parvenir à des résultats plus nets, et qui prouveraient indiscutablement l'existence du phénomène, en m'adressant à la corrosion chimique. J'ai choisi la réaction du quartz avec l'acide fluorhydrique en solution aqueuse. On obtient, en effet, facilement de beaux échantillons très homogènes de ce minéral. Le résultat a dépassé tout ce qu'on pouvait espérer.

L'acide était contenu dans un vase paraffiné, de capacité suffisante pour éviter des variations sensibles de concentration. Le récipient était fermé par un couvercle de paraffine. Les plaques en quartz taillées suivant la base, le rhomboèdre direct, le deutéro- et le protoprisme dans un cristal homogène et non maclé, étaient enrobées dans de petits cylindres de paraffine, la face utilisée étant seule découverte. Ceux-ci étaient suspendus dans l'acide par un gros fil de platine, de façon que la face corrodée fût verticale. Les premières expériences ont montré que des infiltrations se produisaient, par suite de la non-adhérence de la paraffine au quartz. Il résultait de là une grande cause d'erreurs, par suite de la très considérable différence de vitesse d'attaque suivant les diverses faces. J'ai évité cet inconvénient en couvrant de baume de Canada les parties non utilisées des plaques, avant l'inclusion dans la paraffine. Après chaque corrosion, les plaques étaient extraites de la paraffine et soigneusement nettoyées au chloroforme, puis pesées. Les expériences avaient une très longue durée, par suite de la faible vitesse de la réaction étudiée. Chaque attaque durait quatre jours. Le titre de la solution acide a été déterminé par comparaison avec celui d'une solution étalon d'acide sulfurique à l'aide de soude caustique et de phénolphtaléine comme indicateur.

Les figures de corrosion ont été photographiées après les attaques par les acides plus ou moins concentrés.

I. -- La solution acide obtenue par dilution d'une solution d'acide fluorhydrique chimiquement pur titrait 9^{gr}718 d'acide par 100 centimètres cubes de solution. Les vitesses d'attaque déterminées après des corrosions durant quatre jours, et dans les conditions indiquées, sont :

Base.	(0001)	7,2 mgrs. jour. cm ² .	}
Deutéroprisme . . .	(1120)	1,15 —	
Protoprisme . . .	(1010)	1,17 —	
Rhomboèdre direct.	(1011)	0,97 —	

Le rapport des vitesses de corrosion suivant le prisme et la base est de 1 à 6.26; suivant le prisme et le rhomboèdre, 1.18.

Les figures de corrosion seront étudiées plus loin.

II. — Le titre du dissolvant est 20^{gr}169 d'acide fluorhydrique par 100 centimètres cubes de solution. Les pertes de poids par jour et par centimètre carré de surface exposée sont :

Base (0001)	18,76 mgrs. jour. cm ² .	
Deutéoprisme. (1120)	4,37	—
Protoprisme . . (1010)	4,41	—
Rhomboèdre . . (1011)	3,7	—
Quartz fondu	70,0	—

Le rapport des vitesses suivant le prisme et la base est de 1 : 4.29; suivant le prisme et le rhomboèdre, de 1.18. Enfin le quartz fondu est attaqué seize fois plus vite que le prisme. Cela est conforme à ce qu'on savait relativement au cas des métaux; la forme amorphe est toujours beaucoup plus vite corrodée que la forme cristallisée.

On constate donc dans le cas du quartz une dissymétrie considérable et absolument indiscutable. Il existe une dissymétrie très analogue dans les conductibilités électriques. La conductibilité est très sensible suivant l'axe principal qui est la direction dans laquelle la vitesse d'attaque est maxima; elle est pratiquement nulle dans la direction perpendiculaire (Curie). Il faut remarquer en outre que le quartz possède un clivage, très imparfait il est vrai, mais pourtant constatable suivant le rhomboèdre. Les faces de clivage sont donc celles qui opposent le maximum de résistance à la corrosion. Je me propose d'étudier des plaques d'orientations intermédiaires entre le prisme et la base.

La loi de Nernst-Brunner ne se vérifie pas bien, en ce sens que le rapport des vitesses suivant la base et le prisme passe de 6.26 à 4.29 lorsque la concentration double, à peu près. Le rapport

prisme-rhomboèdre reste constant. L'objection de Brunner-Tollockzko au travail de Schürr sur la loi de Nernst s'applique en l'espèce. Cependant les courants affectent ici les deux plaques et on ne considère que le rapport des vitesses. D'autre part, la variation de ce rapport est très considérable.

Un fait intéressant et qui montre toute l'importance de la dissymétrie dans le cas du quartz est le suivant : Si on fait un grand nombre de corrosions de la base sans repolir la plaque, on constate que la vitesse passe de $18^{\text{mgr}}76$ -jour-centimètre carré à 17. Elle diminue donc considérablement. Cela est dû à ce fait que la base se couvre de figures de corrosion en relief, constituées par le pointement du rhomboèdre (fig. 2). La base diminue d'étendue pour faire place à des facettes de rhomboèdre beaucoup plus résistantes. Ce fait montre combien le phénomène est net.

Si on compare les résultats obtenus à l'aspect du polyèdre de dissolution étudié par Meyer et Penfield ⁽¹⁾ (voir le *Traité de cristallographie* de Liebisch), la théorie de Johnsen paraît vérifiée.

La relation entre les figures de corrosion sur la base et les résultats des mesures de vitesse de dissolution est étroite. Les figures en relief sur la face la plus facilement dissoute sont constituées par un polyèdre limité par les faces de minimum de vitesse de dissolution. Les figures obtenues avec l'acide à 10 % sont constituées par le pointement rhomboédrique complet. On observe, à la base des tétraèdres qu'elles constituent, la torsion des arêtes (déjà décrite et dont le sens indique le signe du cristal). L'acide à 20 % produit des pointements tronqués. La torsion est moins évidente (fig. 8). Il y a une légère modification des figures. Le rhomboèdre se couvre de figures très aiguës (fig. 3-4). La loi énoncée par Becke se vérifie donc, car

(1) MEYER et PENFIELD, *loc. cit.*

le rhomboèdre est la face de minimum de vitesse d'attaque. Enfin les deux prismes se couvrent de figures différentes (fig. 5-6). La position de l'axe est indiquée sur les photographies par une ligne noire. Le prisme (11 $\bar{2}$ 0) dans l'acide à 20 % se couvre de figures absolument différentes de celles observées dans l'acide à 10 %. Ces figures dans l'acide à 20 % sont grandes, en creux, et semblent se former le long des stries ou défauts de polissage (fig. 7-9). Elles sont relativement peu nombreuses à la surface.

Après la corrosion, les plaques se distinguent immédiatement par des aspects très différents. Le rhomboèdre est moiré par suite des figures très aiguës. Le prisme (11 $\bar{2}$ 0) reste parfaitement lisse, à tel point que j'avais cru, lors des premières expériences, l'attaque nulle par suite de défauts de nettoyage. La pesée montrait au contraire une perte de poids égale à celle du protoprisme, à peu de chose près. Cette dernière face se dépolit finement et complètement. Enfin, la base prend un aspect rugueux, mais reste transparente.

Tout récemment, A. Gauthier et P. Clausmann ⁽¹⁾ ont publié les résultats de recherches sur l'attaque par l'acide fluorhydrique gazeux du quartz cristallisé. Ils trouvent, chose très curieuse, que le minimum de vitesse est fourni par la base et le maximum par les faces de prisme. La proportion des vitesses est :

Verre = 1.000.	Quartz fondu = 100.
Quartz cristallisé. . .	base et rhomboèdre direct : 1.
	prisme et rhomboèdre inverse : 11 et 12.

Il est extrêmement intéressant de constater que l'ordre est inverse de celui qu'on observe par la corrosion à l'aide d'acide dissous.

(1) GAUTHIER et CLAUSMANN, Sur une remarquable condition de l'attaque du quartz par l'acide fluorhydrique gazeux. (*Comptes rendus*, n° 3, 21 juillet 1913.)

Je remarquerai cependant que Gauthier et Clausmann ont mesuré, en somme, la faculté de se dépolir. Dans le cas de plaques cristallines diversement orientées dans un cristal, la diversité des figures de corrosion peut constituer une cause d'erreurs.

J'ai essayé d'étudier la corrosion du quartz par les solutions concentrées de soude à froid. La trop grande lenteur de la réaction ne m'a pas permis jusqu'ici d'obtenir des résultats nets. Je me propose de continuer cette étude et d'essayer l'action d'une température élevée.

Les expériences exécutées sur le quartz prouvent de façon irréfutable l'existence d'une dissymétrie dans les vitesses de corrosion de cette substance suivant des faces diversement orientées. Je pense qu'il s'agit d'une différence d'activité chimique suivant ces faces.

La théorie de Nernst-Brunner établit l'unité de mécanisme entre la réaction solide-liquide et le phénomène de dissolution. Les causes qui produisent cette dissymétrie doivent vraisemblablement agir sur la dissolution et produire des différences entre les vitesses de solution. La grandeur du rapport des vitesses de corrosion suivant la base et le rhomboèdre paraît peu compatible avec l'hypothèse d'une variation de l'épaisseur δ . Dans un travail récent sur la loi de Nernst, Berthoud⁽¹⁾ constate l'insuffisance de cette loi pour expliquer les variations des vitesses de cristallisation et de dissolution. Il propose l'hypothèse suivante : La vitesse de cristallisation est proportionnelle à la différence des concentrations c_0 de la solution saturée et de celle c' du liquide en contact immédiat avec la paroi solide. Si donc k est la constante de cristallisation : $v = k (c' - c_0)$. D'autre part, un équilibre s'établit entre ce phénomène et la diffusion entre la couche de concentration c' et le liquide exté-

(1) BERTHOUD, *loc. cit.*

rieur de concentration c . Si D est le coefficient de diffusion de la substance, δ l'épaisseur de la couche de passage, on a

$$k(c' - c_1) = \frac{D}{\delta}(c - c'), \quad \text{d'où} \quad v = \frac{D}{\delta + \frac{D}{k}}(c - c_0).$$

On établit une formule identique pour la dissolution.

Cette théorie permet d'expliquer l'influence de l'orientation cristallographique et surtout la grande différence des vitesses suivant deux faces d'un même cristal. Berthoud remarque que si δ devient très grand, $\frac{D}{k}$ disparaît devant δ ; on retrouve la loi de Nernst et l'influence spécifique des faces disparaît. Weyberg ⁽¹⁾ et Gaubert ⁽²⁾ ont montré l'existence de courants de convection très actifs durant la cristallisation. Le liquide étant agité, $\frac{D}{k}$ peut très bien n'être pas négligeable devant δ , qui est petit, et l'influence de l'orientation se manifeste. L'expérience a montré que la cristallisation rapide en solution très sursaturée donne des cristaux limités par un nombre restreint de faces à symboles simples, désignées par Gaubert ⁽³⁾ sous le nom de faces fondamentales. Quand la cristallisation est lente, les sommets et les arêtes sont tronqués par des facettes plus ou moins nombreuses et développées. L'hypothèse de Berthoud rend parfaitement compte de ces observations. Dans la cristallisation rapide, les courants de concentration doivent, en effet, être beaucoup plus énergiques que dans la cristallisation lente. L'influence spécifique se manifeste par conséquent surtout dans le premier cas et limite, dans ce cas, le nombre des faces stables.

⁽¹⁾ WEYBERG, *Zeitschr. für Kryst.*, 1902, p. 40.

⁽²⁾ GAUBERT, *Bull. Soc. française de min.*, 1902, p. 223, et *Recherches récentes sur le facies des cristaux*, publiées par la Société de chimie physique, pp. 4 et 5.

⁽³⁾ IDEM, *Recherches récentes sur le facies des cristaux*, p. 11.



Fig. 1. — Gr. : 90.
Quartz fondu. HF1 à 20 %.



Fig. 2. — Gr. : 40.
Base (0001). HF1. 10 %.

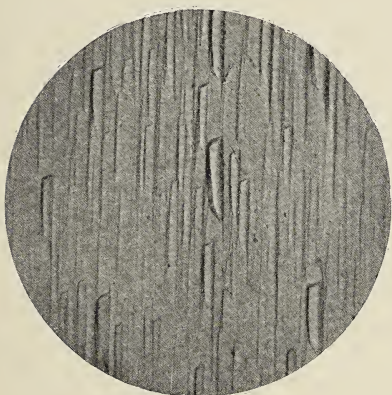


Fig. 3. — Gr. : 70
Rhomboèdre (10T1). HF1 10 %.



Fig. 4. — Gr. : 100.
Rhomboèdre (10T1). HF1 10 %.

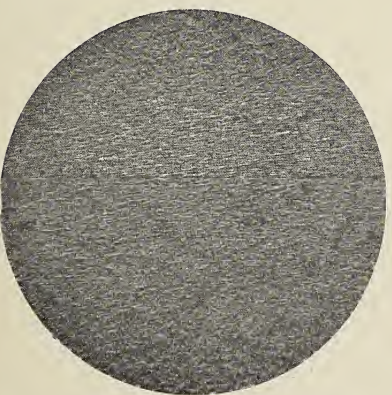


Fig. 5. — Gr. : 70.
Prisme (11T0). HF1 10 %.

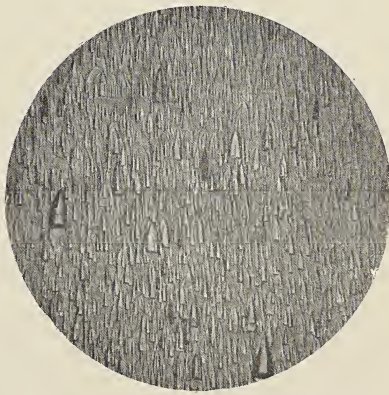


Fig. 6. — Gr. : 70.
Prisme (10T0). HF1 10 %.

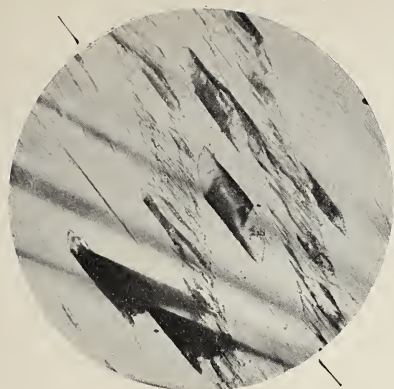


Fig. 7. — Gr. : 70.
Prisme ($11\bar{2}0$). HF1 20 %.



Fig. 8. — Gr. : 70. — Base (0001). HF1 20 %.

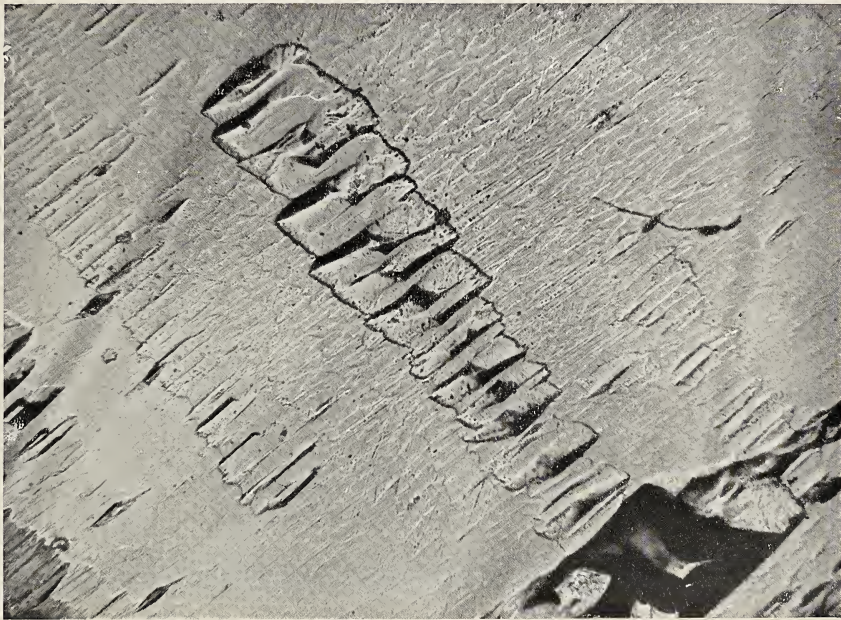


Fig. 9. — Gr. : 100. — Prisme ($11\bar{2}0$). HF1 20 %.

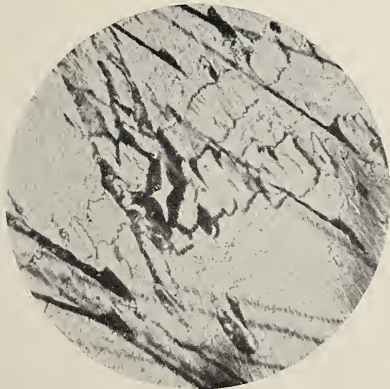


Fig. 10.

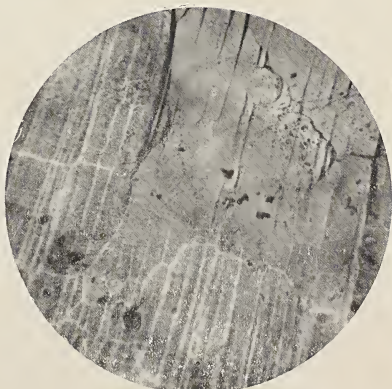


Fig. 11.

Cette hypothèse rend donc très bien compte des résultats d'observation et permet seule d'expliquer l'existence d'une influence spécifique des faces ou d'une variation d'activité chimique avec l'orientation.

L'étude des figures de corrosion du quartz a montré des relations intéressantes entre leur forme et la forme de dissolution confirmant certaines lois proposées par Becke.

Les expériences relatives à la dissolution du nitrate de soude et du sulfate de magnésie indiquent des différences constatables, mais cependant petites.

En somme, l'observation du quartz a prouvé nettement que l'énergie des actions chimiques suivant une face d'un cristal est sous la dépendance de l'orientation de cette face.

Cette variation de l'activité chimique est due à la particule fondamentale, très probablement. L'existence des maxima d'affinité chimique, suivant certaines directions, nous renseigne sur la constitution de la particule complexe.

En terminant ce travail, je suis heureux de remercier ici M. le Prof^r Stöber pour les conseils qu'il m'a prodigués et pour la bonté qu'il n'a cessé de me témoigner, et qui m'a rendu si agréable le travail du laboratoire. Je remercie également et très sincèrement M. le Prof^r Swarts, qui a eu la bonté de mettre à ma disposition les ressources du laboratoire de chimie générale et qui m'a accordé des facilités de toutes sortes. Qu'ils soient assurés de toute ma reconnaissance.

PHYSIOLOGIE. — **Action locale de la température sur les parois des vaisseaux sanguins,**

par JACQUES ROSKAM (1).

Note préliminaire.

Afin d'étudier l'action locale de la température sur les parois des vaisseaux sanguins, les physiologistes eurent recours à de nombreuses méthodes; deux seulement sont à retenir : 1° la mesure directe — au moyen d'un levier inscripteur — de la circonférence et de la longueur du vaisseau isolé, placé dans un bain de température variable, et 2° la mesure du calibre vasculaire par le débit d'une circulation artificielle à travers les vaisseaux d'un organe amputé, les variations de température se faisant à la périphérie de l'organe ou par le liquide circulant.

La plupart des auteurs qui utilisèrent le premier procédé notèrent que les dimensions des vaisseaux sont d'autant plus considérables que la température est plus basse. Des résultats très discordants obtenus par la seconde méthode, il semble se dégager ce fait que, entre 0° C. et + 40° C., le débit est d'autant plus grand que la température est plus élevée; cette dépendance du débit et de la température fut interprétée par tous comme résultant uniquement du calibre vasculaire, et l'on conclut des expériences de circulations artificielles que la chaleur agit localement en vaso-dilatateur, le froid en vaso-constricteur (2).

(1) Présenté par MM. Fredericq et Nolf.

(2) Trompé moi-même par des renseignements inexacts et par l'apparence de la veine liquide fluant de la patte, j'avais admis cette interprétation classique. (Voir *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1912, n° 1, 41-53.)

Pour expliquer la discordance des résultats obtenus par les deux procédés, les physiologistes eurent recours à diverses hypothèses : existence de ganglions périphériques [Lewaschew⁽¹⁾] ou d'un tonus autonome des fibres musculaires lisses des vaisseaux, entretenu par la circulation [Piotrowski⁽²⁾].

La divergence des résultats, l'importance physiologique et thérapeutique du problème et des hypothèses auxquelles il a donné naissance, m'ont engagé à reprendre l'étude de cette question.

Voici les résultats auxquels je suis arrivé :

I. — MÉTHODE DE MENSURATION PAR LEVIERS.

Technique. — Des bandelettes longitudinales ou transversales sont découpées dans la paroi des vaisseaux (artères à type élastique : aorte, carotide; artères à type musculaire : fémorale et ses branches; veines : jugulaires et fémorale, de chien et de lapin); elles sont ensuite placées dans un bain de température variable (liquide de Locke oxygéné ou sérum artificiel), une de leurs extrémités étant fixe, l'autre reliée au petit bras d'un levier inscripteur.

Résultats (fig. 1 et 2). — A une température déterminée, les vaisseaux possèdent une longueur et un calibre constants. Sous l'influence d'un refroidissement, les vaisseaux se dilatent. Lors d'une élévation thermique, ils se contractent de 0° à + 48° C. environ; après quoi, ils se relâchent jusque + 55° C.-+ 60° C.

(1) S. LEWASCHEW, Ueber das Verhalten der peripherischen vaso-motorischen Centren zur Temperatur. (*Arch. f. die ges. Physiol.*, 1884, XXVI, 60-96.)

(2) G. PIOTROWSKI, Ueber die Einwirkung der Temperatur auf die Gefässwände. (*Centralbl. f. Physiol.*, 1892-1893, VI, 700-703.) — Studien über den peripherischen Gefässmechanismus. (*Arch. f. die ges. Physiol.*, 1894, LV, 240-302.)

(phase non constante et qui me semble due à la mort des fibres musculaires lisses du vaisseau, amenant la suppression de leur tonus); au-dessus de $+ 55^{\circ}$ C.- $+ 60^{\circ}$ C., les vaisseaux se contractent de nouveau [contraction non vitale que présentent plusieurs substances organiques mortes : boyaux de violon, etc. (Meigs) ⁽¹⁾].

II. — MÉTHODE DES CIRCULATIONS ARTIFICIELLES.

Technique. — Voir *Bulletin de l'Académie royale de Belgique* (Classe des sciences), 1912, n° 1, pp. 43-44. Matériel : pattes amputées et reins isolés de chien.

Résultats (fig. 3-7). — De 0° C. à $+ 43^{\circ}$ C.- $+ 47^{\circ}$ C., le débit est constant pour une température déterminée; il est d'autant plus faible que la température est plus basse, d'autant plus considérable qu'elle est plus élevée. Toute variation thermique modifie le débit dans le même sens; cette modification de l'écoulement est d'autant plus intense que l'écart des températures est plus grand. Exceptionnellement, la diminution du débit par refroidissement peut être précédée d'une augmentation passagère de l'écoulement. L'élévation de la température du liquide circulant au-dessus de $+ 43^{\circ}$ C.- $+ 47^{\circ}$ C. amène une diminution du débit, précédée d'une augmentation légère et passagère; en même temps l'organe s'œdématie, ce qui peut se constater *de visu* et se démontre par la pléthysmographie (onco-graphie de Roy).

Interprétation. — Comment faut-il interpréter ces résultats? Tous les auteurs qui appliquèrent la méthode des circulations

⁽¹⁾ E. B. MEIGS, Heat coagulation in smooth muscle; a comparison of the effects of heat on smooth and striated muscle. (*American Journ. of Physiol.*, 1909, XXIV, 1-13.)

artificielles à l'étude de l'action locale des variations thermiques sur les vaisseaux, déclarèrent que les modifications du débit observées par eux sont sous la seule dépendance de phénomènes vaso-moteurs ⁽¹⁾. Seul, Berti pressentit, mais avec quelles réserves! la possibilité d'une intervention de l'œdème dans la diminution du débit survenant aux températures élevées ⁽²⁾.

Cependant la formule de Poiseuille ⁽³⁾ nous apprend que l'écoulement d'un liquide à travers un tube de petit diamètre ne

(1) S. LEWASCHEW, *loc. cit.*

U. Mosso, Action du chaud et du froid sur les vaisseaux sanguins. (*Arch. ital. biol.*, 1889, XII, 346-366.)

A. LUI, Dell'azione locale della temperatura sui vasi sanguigni. (*Lavori del labor. di fisiol. di Padova*, 1892-1893, III, 19 pages.)

— Action locale de la température sur les vaisseaux sanguins. (*Arch. ital. biol.*, 1894, XXI, 416-418.)

A. BERTI, Dell'azione locale della temperatura sui vasi sanguigni. (*Rendiconti R. Accad. dei Lincei*, 1910, XIX (5a), 302-307, et *Lavori del labor. di fisiol. di Padova*, 1910, XIV, fasc. 9, 302-307.)

— Action locale de la température sur les vaisseaux sanguins. (*Arch. ital. biol.*, 1910, LV, 126-133.)

— Temperatura e calibro vasale. (*Lavori del labor. di fisiol. di Padova*, 1912, XV, fasc. 6, 1-15.)

J. ROSKAM, *loc. cit.*

(2) Constatant qu'après l'application de températures élevées, lors du retour à la normale, le débit ne reprend pas la valeur qu'il avait auparavant, BERTI remarque: « Questo fatto, che con probabilità è dovuto alla insorgenza della rigidità muscolare da caldo, ed al quale non è forse estranea anche la insorgenza degli edemi che non di rado si stabiliscono a simili temperature, si verifica più facilmente nei vasi viscerali in confronto ai muscolo-cutanei ». (*Rendiconti R. Accad. dei Lincei*, pp. 305-306.)

(3) D'après POISEUILLE, le volume V qui s'écoule dans l'unité de temps d'un tube de petit diamètre est donné par la formule

$$V = \frac{PD^4}{l} C,$$

P représentant la pression, D le diamètre, l la longueur du tube et C une constante fonction de la nature du liquide et de sa température, en fait, inversement proportionnelle à la viscosité η ; d'où

$$V = \frac{PD^4}{l\eta}.$$

dépend pas que du calibre du tube ; il est aussi fonction d'autres facteurs, dont la viscosité ; et nous savons que cette dernière varie avec la température.

C'est pourquoi j'ai calculé, à l'aide du viscosimètre de De Heen, les viscosités relatives des liquides circulants, aux différentes températures, la viscosité à 0° C. étant prise comme unité. J'ai obtenu de cette façon des valeurs d'autant plus considérables que la température était plus basse, d'autant plus faibles qu'elle était plus élevée. D'après la formule de Poiseuille, ces seules variations du frottement intérieur doivent augmenter le débit lors de l'échauffement, le diminuer lors du refroidissement. Grâce aux chiffres obtenus par la viscosimétrie, j'ai pu calculer quelles auraient été les modifications du débit, au cours de mes expériences de circulations artificielles, si le frottement intérieur seul avait varié. Fait remarquable : dans toutes les expériences où les variations de température furent comprises entre 0° C. et + 43° C. - + 47° C., les modifications de l'écoulement observées n'atteignirent pas l'amplitude qu'elles auraient atteinte, si la viscosité seule avait changé. L'examen des conditions d'expérimentation et de la formule de Poiseuille nous montre que cette atténuation de l'effet des variations du frottement intérieur ne peut être que le résultat des modifications du calibre vasculaire. De cette façon, j'ai pu établir que, de 0° C. à + 43° C. - + 47° C., les vaisseaux ont un calibre déterminé à chaque température ; ce calibre est d'autant plus petit que la température est plus élevée, d'autant plus grand qu'elle est plus basse ; les vaisseaux se contractent quand on les échauffe, ils se dilatent lorsqu'on les refroidit.

Au-dessus de + 43° C. - + 47° C. survient un œdème intense, coïncidant exactement avec une diminution notable du débit. A ce moment, l'étude de la viscosité ne peut plus nous renseigner sur l'état des vaisseaux ; car ceux-ci sont alors comprimés par les tissus ambiants, qui s'infiltrant de sérosité aux dépens du liquide circulant ; leurs parois propres, elles-mêmes, ne

tardent pas d'ailleurs à s'œdématiser également. Sous l'influence de ces trois facteurs, le débit se réduit considérablement. Mais l'identité des réactions vasculaires observées jusqu'à cette température par la méthode de mensuration par leviers et par celle des circulations artificielles permet de supposer que la diminution de l'écoulement observée alors est également causée — au moins jusque $+ 48^{\circ}$ C. — par une constriction vasculaire.

Conclusions. — Les réactions locales des vaisseaux aux variations thermiques sont donc identiques, que ces organes soient soumis à une circulation artificielle ou isolés et placés dans un liquide isotonique, immobile. On ne peut donc tirer de l'étude comparative des résultats fournis par les deux méthodes aucun argument en faveur de l'existence de centres nerveux vasomoteurs périphériques, ni d'un tonus spécial, entretenu par la circulation. Seule, la méthode de mensuration par leviers nous révèle directement la présence d'un tonus des fibres musculaires lisses des vaisseaux; ce tonus, indépendant de la circulation, varie avec la température, croissant lorsque celle-ci s'élève, s'affaiblissant lorsqu'elle s'abaisse; il disparaît vers $+ 48^{\circ}$ C., lors de la mort du vaisseau.

Institut de physiologie et Institut de physique, Liège.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIG. 1. — Action d'une élévation progressive de la température sur la circonférence d'une artère fémorale de chien.

Les variations de la circonférence étant inscrites au moyen d'un levier du premier genre, tout raccourcissement se traduit par une élévation de la courbe, tout allongement par son abaissement.

FIG. 2. — Variations de la longueur d'un tronçon d'artère fémorale de chien sous l'influence d'échauffements et de refroidissements successifs.

En A et en B, l'enregistreur a été arrêté.

Même remarque que plus haut pour la lecture du graphique.



FIG. 1.



FIG. 2.

FIG. 3. — Circulation artificielle à travers une patte de chien. Modifications du débit sous l'influence de faibles variations thermiques du liquide circulant (mélange oxygéné de liquide de Locke : 6 volumes, et de sang défibriné : 2.7 volumes); action de températures supérieures à la normale.

En abscisses, le temps en minutes.

En ordonnées, T = températures du liquide dans l'artère crurale en degrés centigrades (traits discontinus); CC = débits par la veine crurale mesurés en centimètres cubes pendant dix secondes (trait continu).

Ce graphique nous montre qu'à des températures moyennes de

38°5 45° 35°24 43°93 46°36

correspondent des débits moyens de

36^{cc}75 41^{cc}5 35^{cc}28 41^{cc}26 42^{cc}36

en dix secondes. Le débit est donc étroitement lié à la température.

Au début de l'expérience, nous voyons que l'élévation du liquide circulant de 38°5 à 45° a fait passer le débit de 36^{cc}75 en dix secondes à 41^{cc}5, soit une augmentation de 4^{cc}75 pour une élévation thermique de 6°5.

Si la viscosité seule avait varié, l'élévation de la température du liquide circulant, de 38°5 à 44°5, aurait porté le débit de 36^{cc}75 à 49 centimètres cubes; l'accroissement du débit aurait donc été de 12^{cc}25 pour un écart thermique de 6°.

La modification du débit au cours de l'expérience a donc été inférieure à ce qu'elle aurait été si la viscosité seule avait varié. C'est ce que nous montreront aussi les autres expériences.

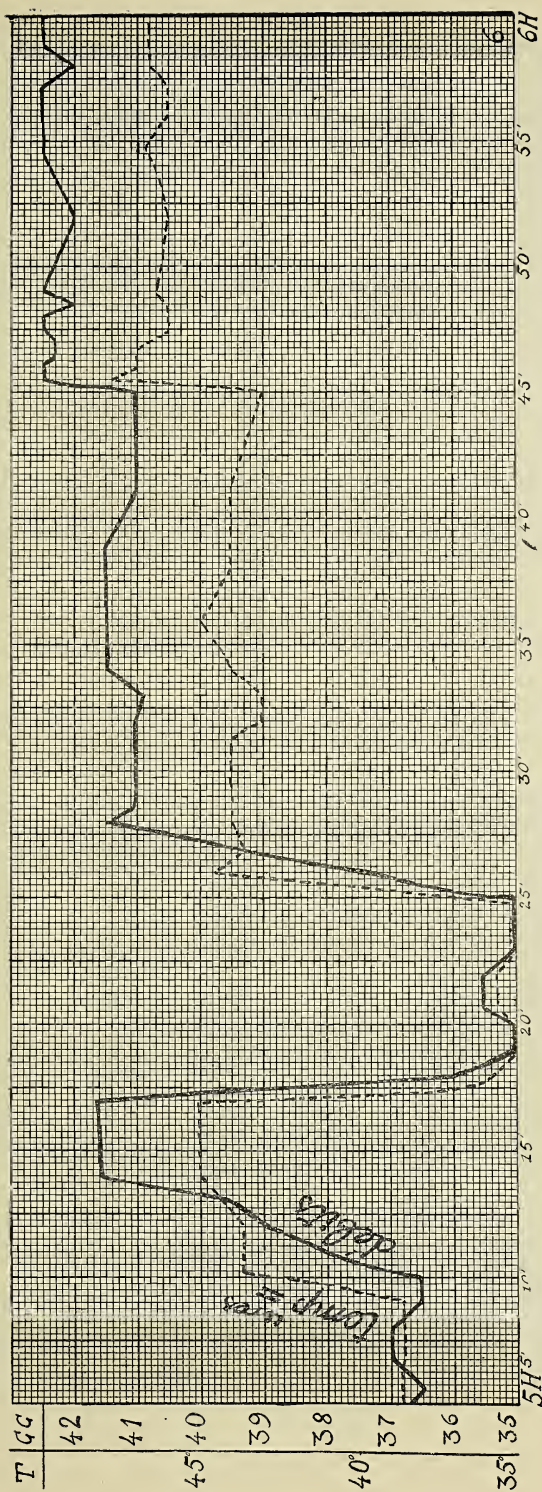


Fig. 3.

FIG. 4. — Circulation artificielle à travers une patte de chien. Modifications du débit sous l'influence de faibles variations thermiques du liquide circulant (mélange oxygéné de liquide de Locke : 6 volumes, et de sang défibriné : 2 volumes); action de températures inférieures à la normale.

En abscisses, le temps en minutes.

En ordonnées, T = températures du liquide dans l'artère crurale en degrés centigrades (traits discontinus); CC = débits par la veine crurale mesurés en centimètres cubes pendant dix secondes (trait continu).

Ce graphique nous donne pour des températures moyennes successives de

36°82 25°9 36°6 27°7 36°5 27° 36°4

des débits moyens de

41^{cc}28 25^{cc}6 41^{cc}27 36^{cc}46 41^{cc}14 36 c. c. 40^{cc}93

en dix secondes.

Nous voyons donc que des débits moyens de 41^{cc}28 et de 36^{cc}46 en dix secondes correspondent à des températures moyennes de 36°82 et de 27°7, soit une différence de 4°82 pour un écart thermique de 9°12.

Le débit étant supposé 41^{cc}28 en dix secondes à 36°9 serait porté, du seul fait de la variation de viscosité, à 36°06, si la température tombait à 27°8; la différence serait donc, dans ce cas, de 5°22 pour un abaissement thermique de 9°1.

FIG. 5. — Circulation artificielle à travers une patte de chien. Modifications du débit sous l'influence de fortes variations thermiques du liquide circulant (mélange oxygéné de liquide de Locke : 6 litres, et de sang défibriné, environ 2.8 litres); action de températures inférieures à la normale.

En abscisses, le temps en minutes.

En ordonnées, T = températures du liquide dans l'artère crurale en degrés centigrades (traits discontinus); CC = débits par la veine fémorale mesurés en centimètres cubes pendant dix secondes (trait continu).

Ce graphique nous montre que des débits moyens de

36^{cc}34 16^{cc}76 36^{cc}26 16^{cc}17 36^{cc}06

en dix secondes correspondent à des températures moyennes de

36°40 3°11 36°10 2°00 36°03

Des débits moyens de 36^{cc}34 et 16^{cc}17 en dix secondes correspondent donc à des températures moyennes de 36°4 et 2°, soit une différence de 20°17 pour un écart thermique de 34°4.

La viscosité seule agissant aurait porté le débit de 16^{cc}17 à 38°15, si la température s'était élevée de 2° à 36°5, soit une différence de 21°98 pour un écart thermique de 34°5.



FIG. 4.



FIG. 5

FIG. 6. — Circulation artificielle à travers une patte de chien. Modifications du débit sous l'influence de fortes variations thermiques du liquide circulant (liquide de Locke oxygéné); action de températures inférieures à la normale.

En abscisses, le temps en minutes.

En ordonnées, T = températures du liquide dans l'artère crurale en degrés centigrades (traits discontinus); CC = débits par la veine crurale mesurés en centimètres cubes pendant dix secondes (trait continu).

Dans ce graphique, nous voyons des débits moyens de

29^{cc}3 21^{cc}88 22^{cc}09 29^{cc}2

correspondre à des températures moyennes de

37°9 4°39 5°40 37°2

Le passage de la température de 37°9 à 4°39 a donc abaissé le débit de 29^{cc}3 à 21^{cc}88 en dix secondes, soit une chute de 7^{cc}42 pour un écart thermique de 33°51.

Si la viscosité seule avait agi, la température tombant de 37°9 à 4°40, le débit aurait passé de 29^{cc}3 à 17^{cc}87, soit une différence de 11^{cc}43 pour un écart thermique de 33°5.

FIG. 7. — Circulation artificielle à travers une patte de chien. Modifications du débit sous l'influence de faibles variations thermiques du liquide circulant (liquide de Locke pur); action de températures supérieures à la normale : apparition et effets de l'œdème.

En abscisses, le temps en minutes.

En ordonnées, T = températures du liquide circulant dans l'artère crurale en degrés centigrades (traits discontinus); CC = débits par la veine crurale mesurés en centimètres cubes pendant dix secondes (trait continu).

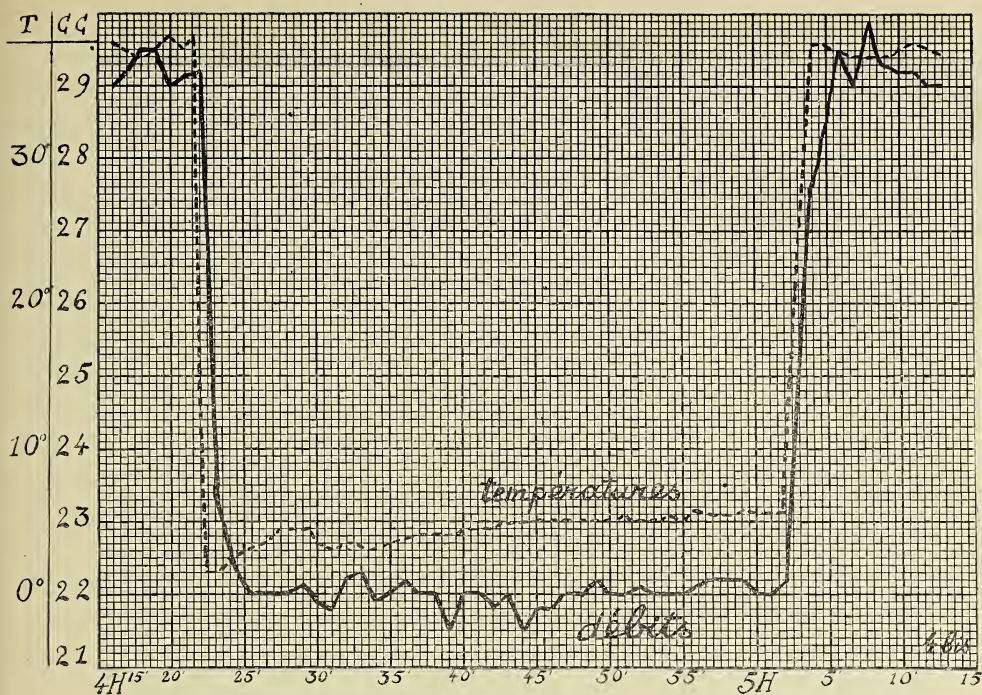


FIG. 6.

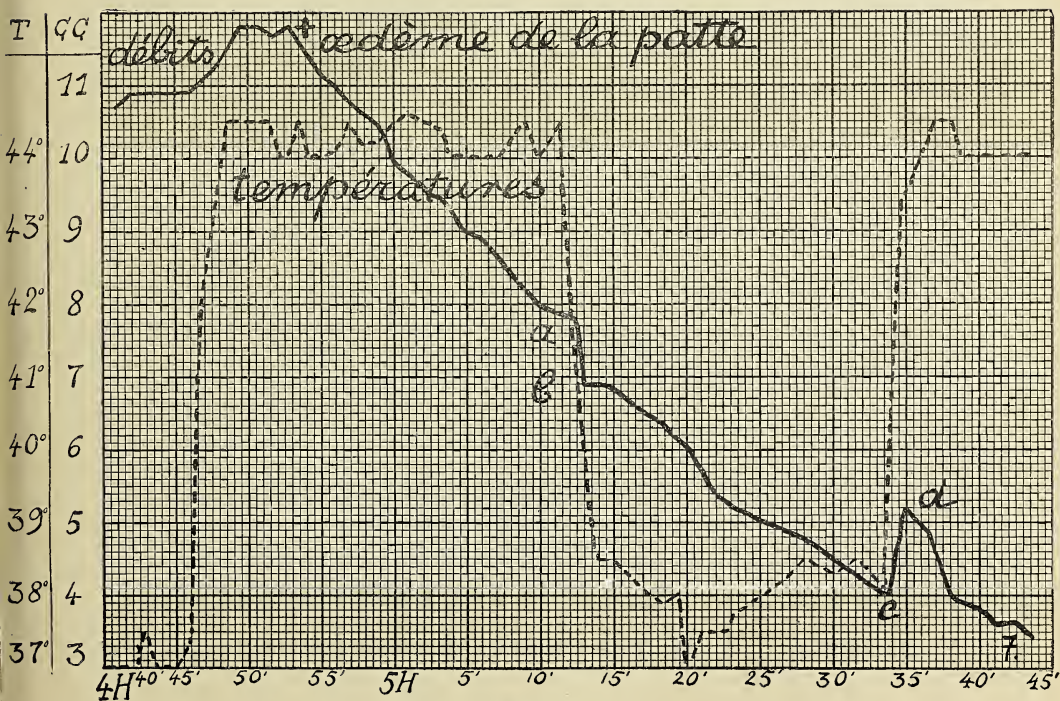


FIG. 7.

PHYSIOLOGIE. — Action des variations de température
sur la vessie,

par JACQUES ROSKAM (1).

Note préliminaire.

Poursuivant l'étude de l'action *locale* des variations thermiques sur différents tissus et organes, j'ai expérimenté sur la vessie; la complication des phénomènes observés m'a engagé à étendre le champ de mes recherches et à étudier également l'action *réflexe* des changements de température sur cet organe.

Ces deux points de la physiologie vésicale n'ont encore fait l'objet d'aucune monographie. Les auteurs qui s'en sont occupés ne l'ont fait qu'accessoirement, au cours de travaux sur l'ensemble des fonctions de la vessie (2) ou sur la physiologie générale de la fibre musculaire lisse (3). Presque tous ont constaté

(1) Présenté par MM. Léon Fredericq et Nolf.

(2) F. A. FALCK, Ein Beitrag zur Physiologie der Harnblase. (*Pflüger's Arch.*, 1879, XIX, 431-438.)

A. MOSSO et P. PELLACANI, Sur les fonctions de la vessie. (*Arch. ital. biol.*, 1882, I, 291-324.)

W. A. MEISELS, Beiträge zur Physiologie und Pathologie der Blasenbewegung. (*Ungar. Arch. f. Med.*, 1892, I, 128-140.)

(3) SAMKOVY, Ueber den Einfluss der Temperatur auf den Dehnungszustand quergestreifter und glatter Muskulatur verschiedener Thierklassen. (*Pflüger's Arch.*, 1874, IX, 399-402.)

A. CAPPARELLI, Sur la physiologie du tissu musculaire lisse. (*Arch. ital. biol.*, 1882, II, 291-302.)

G. PFALZ, Ueber das Verhalten glatter Muskeln verschiedener Thiere gegen Temperaturdifferenzen und elektrische Reize. (Inaug. Dissert. Königsberg, 1882.)

A. GRUENHAGEN, Das Thermometer. (*Pflüger's Arch.*, 1884, XXXIII, 59-67.)

C. C. STEWART, Mammalian smooth muscle. — The cat's bladder. (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1900, IV, 185-208.)

que les variations de température entraînent une contraction réflexe de la vessie. Par contre, les résultats les plus variés ont été publiés au sujet de l'action locale, ce qui résulte manifestement de l'insuffisance des observations.

Je me propose d'exposer ici brièvement la technique que j'ai adoptée et les résultats auxquels je suis arrivé.

I. — ACTION RÉFLEXE.

Technique. — Le chien étant couché sur le dos dans la gouttière d'expérience, j'incise la paroi abdominale antérieure de l'animal suivant la ligne blanche; je ligature les uretères et l'urètre; faisant ensuite une boutonnière dans la vessie, j'y introduis une canule de verre, à l'étranglement; cette canule fait communiquer le contenu de la vessie, faiblement distendue par du liquide physiologique à 38° C., avec un tambour à levier. Je laisse couler alors de l'eau chaude (40° C. à 55° C.) ou de l'eau froide (0° C. à 20° C.) directement sur la vessie mise à nu ou sur la paroi abdominale reconstituée; dans ce dernier cas, la variation thermique, plus lente, se fait par conduction à travers les tissus de la paroi antérieure du ventre.

Résultats. — Que le chien soit profondément anesthésié (réflexe oculo-palpébral aboli) ou à l'état de veille, que la variation thermique soit brusque ou lente, toute modification de la température à partir de la normale entraîne une contraction de la vessie. Cette contraction est d'autant plus intense que l'écart thermique est plus considérable; elle débute sensiblement en même temps que la variation de température et dure autant qu'elle (fig. 1 à 4).

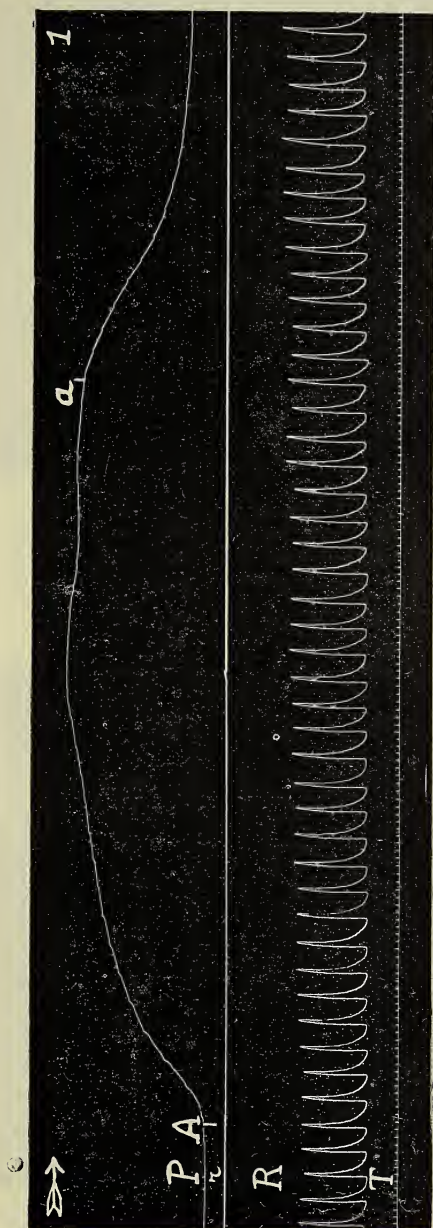


FIG. 4. — Chien profondément anesthésié. Vessie mise à nu entre les lèvres d'une incision longitudinale de la paroi abdominale antérieure. Variation réflexe de la pression intravésicale sous l'influence d'un refroidissement brusque et de forte amplitude.

P , pression intravésicale. — r , ligne de repère. — R , mouvements respiratoires, influant sur P . — T , temps en secondes.

De A à a , un filet d'eau à $0^{\circ} C$. tombe sur la vessie.

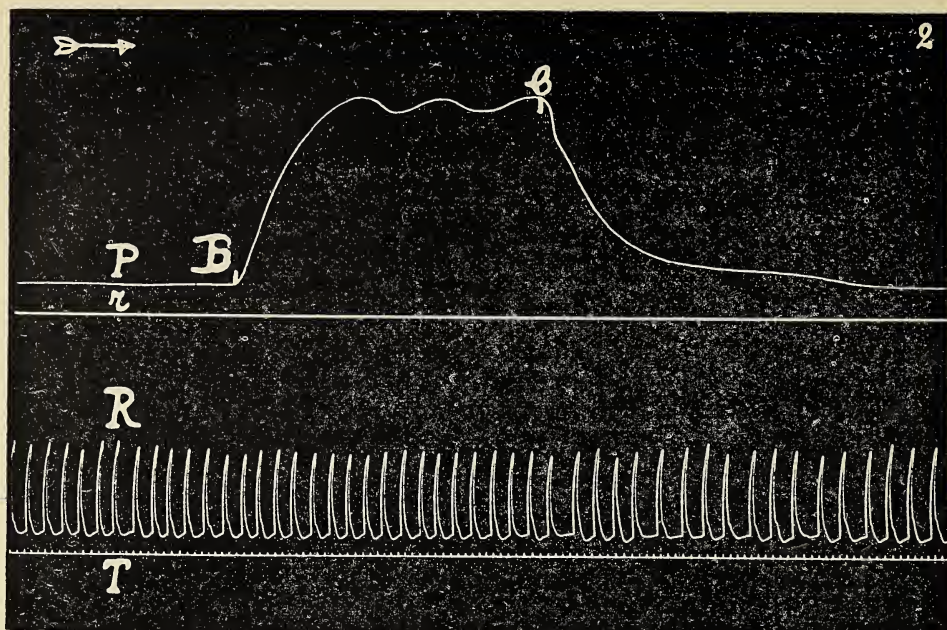


FIG. 2. — Chien profondément anesthésié. Vessie mise à nu entre les lèvres d'une plaie longitudinale de la paroi abdominale antérieure. Variation réflexe de la pression intravésicale sous l'influence d'un échauffement brusque.

P, pression intravésicale. — *r*, ligne de repère. — *R*, mouvements respiratoires. — *T*, temps en secondes.

De *B* à *b*, un filet d'eau chaude (49° C.) tombe sur la vessie.

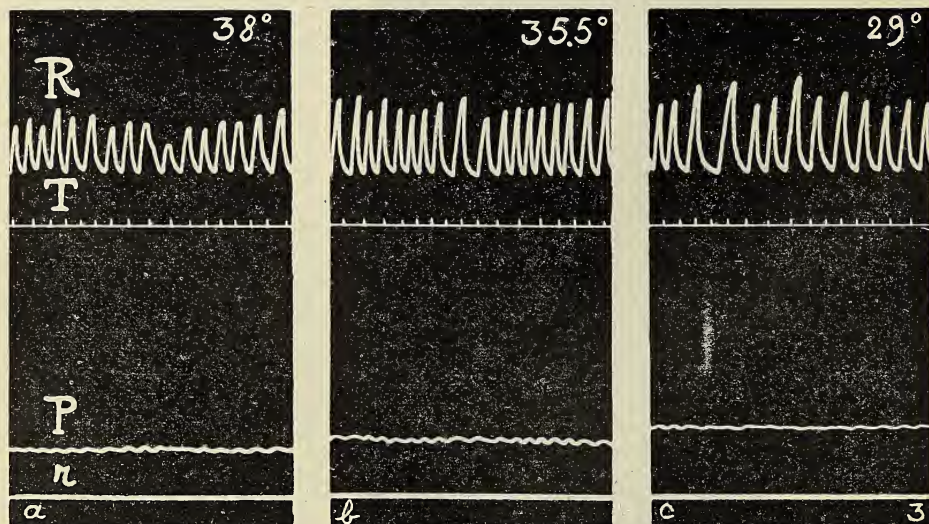


FIG. 3. — Chien profondément anesthésié. Variations réflexes de la pression intravésicale sous l'influence d'un refroidissement lent et de faible amplitude de la vessie, obtenu en laissant couler sur la paroi antérieure de l'abdomen reconstituée, un filet d'eau à 0° C. Les températures inscrites dans le coin supérieur des graphiques sont celles qu'indiqua un thermomètre dont la cuvette était située entre la vessie et la paroi abdominale antérieure.

R, respiration. — *T*, temps en secondes. — *P*, pression intravésicale. — *r*, ligne de repère.

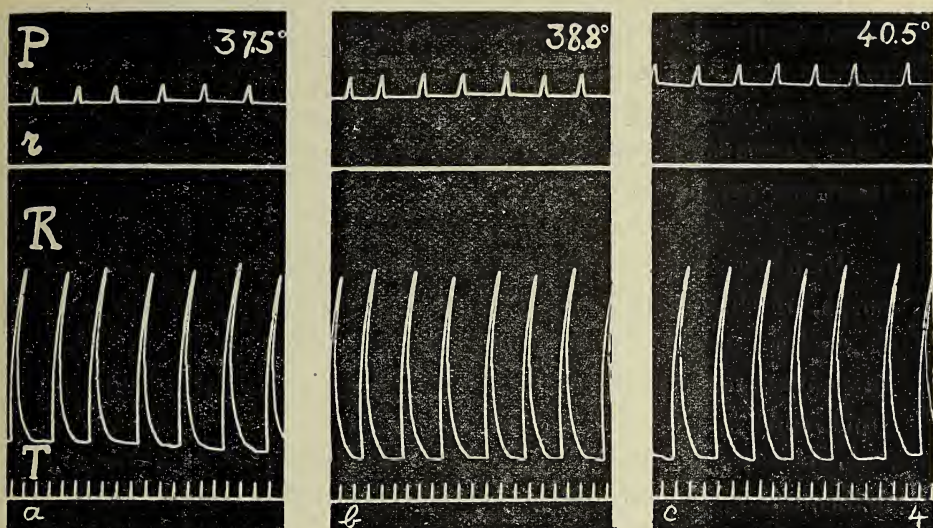


FIG. 4. — Chien profondément endormi. Variations réflexes de la pression intravésicale sous l'influence d'un échauffement lent de la vessie, obtenu en laissant couler sur la paroi abdominale antérieure reconstituée, un filet d'eau à 55° C. Les températures inscrites dans le coin supérieur des graphiques sont celles que fournit un thermomètre dont la cuvette était interposée entre la vessie et la face profonde des muscles droits.

P, pression intravésicale. — *r*, ligne de repère. — *R*, mouvements respiratoires. — *T*, temps en secondes.

II. — ACTION LOCALE.

Technique. — Le chien étant préparé comme ci-dessus, la vessie est extraite ; j'introduis ensuite la canule reliée au tambour enregistreur dans l'organe isolé et faiblement rempli de sérum artificiel. La vessie est alors placée dans un vase de Berlin contenant une petite quantité de sérum artificiel et contenu lui-même dans un autre vase, où circule un liquide de température variable. D'autres fois, les variations thermiques sont produites par un filet d'eau, de température variable, coulant sur la vessie placée sur un treillis métallique.

Résultats. — J'ai observé un fait remarquable : l'action locale de la température sur la vessie est différente suivant que cet organe vient d'être extrait de l'animal ou qu'il en est séparé depuis un certain laps de temps ; la vessie extirpée traverse donc deux phases successives au cours desquelles elle réagit différemment aux variations thermiques.

Première phase. — Si, partant de la température normale du corps, on chauffe une vessie extraite depuis peu au delà de 40° C. et en deçà de 50° C., on en détermine la contraction ; celle-ci présente tous les caractères de la contraction réflexe mentionnés plus haut.

L'abaissement de la température au-dessous de la normale détermine également une augmentation du tonus vésical ; mais, dans ce cas, la contraction présente des caractères particuliers : elle ne se produit qu'après une période latente assez longue (parfois plusieurs secondes) et elle persiste longtemps après que le refroidissement a cessé ; son intensité, peu en rapport avec celle de l'abaissement thermique, croît encore de façon considérable après que l'excitant a fini d'agir (fig. 5).

Après un temps variable, fonction de la température, la vessie entre dans la seconde phase de sa survie ; dorénavant, elle réagira comme suit aux variations thermiques :

Seconde phase. — La vessie présente un tonus d'autant plus considérable que sa température est plus élevée ; elle se dilate par le refroidissement ; elle se contracte par l'échauffement. L'amplitude de ces variations toniques est beaucoup moins grande que celle des phénomènes contractiles observés jusqu'ici (fig. 6).

Pendant cette seconde phase de sa survie, la vessie réagit encore par des contractions à des chocs d'induction.

Interprétation. — La première phase de l'action locale des variations thermiques sur la vessie isolée me paraît due à l'excitation des ganglions intravésicaux ; elle constituerait, à mon

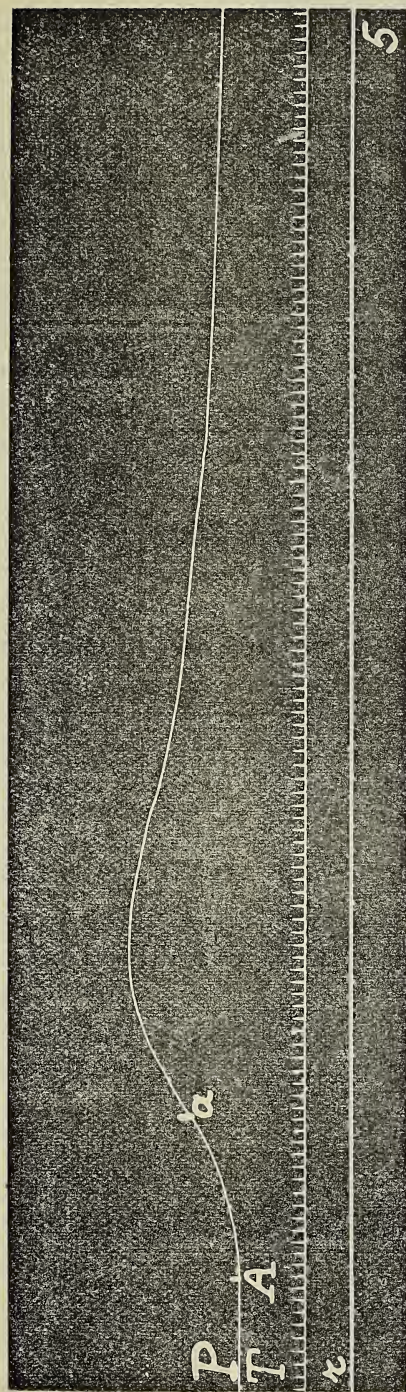


FIG. 5. — Vessie de chien venant d'être extraite. Variation de la pression intravésicale sous l'influence d'un refroidissement brusque et d'amplitude moyenne.

P , pression intravésicale. — T , temps en secondes. — t , ligne de repère.

De A à a , un filet d'eau froide (15°C.) coule sur la vessie isolée et reposant sur un treillis métallique.



FIG. 6. — Vessie extraite depuis quarante-cinq minutes. Action des variations thermiques sur la pression intravésicale.

P , Pression intravésicale. — T , temps en secondes, servant également de ligne de repère.

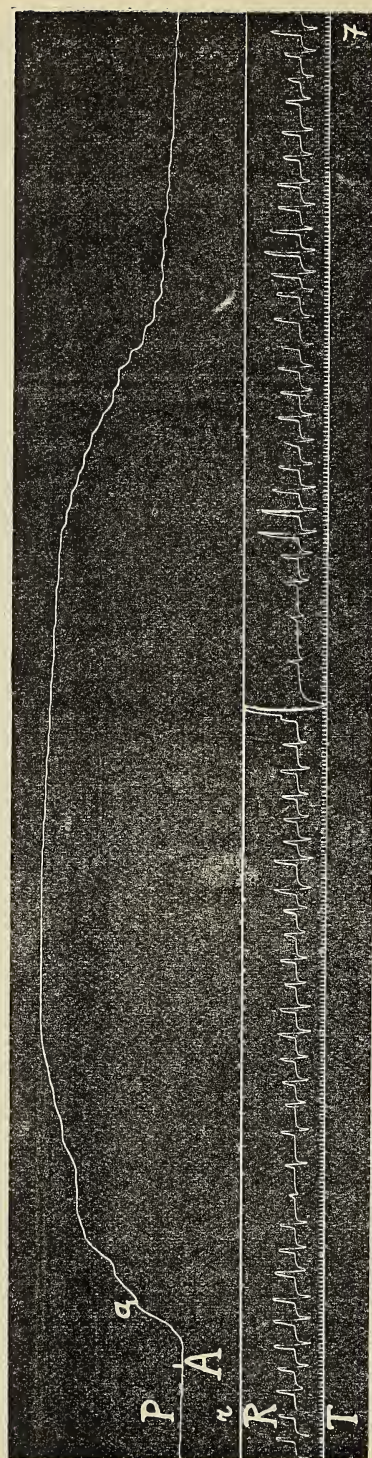


Fig. 7. — Chien à moelles lombaire et sacrée extirpées. Vessie mise à nu entre les lèvres d'une incision longitudinale de la paroi abdominale antérieure. Variation de la pression intravésicale sous l'influence d'un retroidissement brusque et de forte amplitude.

P, pression intravésicale. — *r*, ligne de repère. — *R*, mouvements respiratoires. — *T*, temps en secondes.

De *A* à *a*, un fillet d'eau froide (0° C.) coule sur la vessie.

avis, une sorte de réflexe court, intravésical. En effet, sur des chiens à moelles lombaire et sacrée détruites, j'ai vu la vessie réagir aux variations de température comme une vessie extraite depuis peu (fig. 7); ce fait permet d'éliminer la possibilité d'une intervention circulatoire, nutritive dans la genèse des deux modes de réaction. Dans les vessies excisées, les cellules nerveuses, plus fragiles, mourraient après un temps variable et alors apparaîtraient les propriétés spécifiques des fibres musculaires lisses, dont la survie à ce moment est démontrée par la contraction à la suite d'excitations électriques. A une phase mixte, musculo-ganglionnaire, succéderait donc, dans la vessie isolée, une phase purement musculaire.

Ce n'est là qu'une hypothèse; mais elle s'accorde avec ce fait, connu depuis longtemps, que les cellules nerveuses résistent moins à l'anémie que les autres tissus (expérience de Sténon-Swammerdam). Elle concorde également avec les résultats que m'a fournis l'étude de l'action locale des variations thermiques sur les vaisseaux sanguins; ceux-ci, dont la paroi est dépourvue de cellules nerveuses, ne présentent pas de phase I; d'emblée, ils se contractent par l'échauffement et se dilatent par le refroidissement.

Des expériences nouvelles sur la vessie, des recherches actuellement en cours sur les réactions d'autres organes lors des variations thermiques fourniront peut-être de nouvelles preuves à mon hypothèse. Confirmée, celle-ci me permettra de déterminer la survie des cellules nerveuses ganglionnaires; elle permettra également d'étudier les *vraies* propriétés du tissu musculaire lisse.

Institut de physiologie, Liège.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

De Bruycker (C.). Handleiding bij het aanleeren der plantkunde. Gand, 1913; in-8° (264 p., pl. et fig.).

Dollo (Louis). Globidens Fraasi, Mosasaurien mylodonte nouveau du Maestrichtien (Crétacé supérieur) du Limbourg et l'éthologie de la nutrition chez les Mosasauriens. Liège, 1913; extr. in-8° (609-626 p., pl.).

Lecat (Maurice). Bibliographie du calcul des variations. 1850-1913. Gand-Paris, 1913; gr. in-8° (112 p.).

Schuyten (C.). Paedologisch Jaarboek, achtste jaargang. Anvers, 1913; in-8° (349 p.).

Van Bambeke (Ch.). A propos du polymorphisme de *Ganoderma lucidum* (Leys). Bruxelles, 1913; extr. gr. in 8° (128-133 p., pl.).

Vincent (J.). Traité de météorologie. Bruxelles, 1914; in-8° (viii-418 p., fig.).

Zunz (Edgard). Recherches sur l'adsorption des toxines, des lysines et de leur anticorps par l'acide silicique. Iéna, 1913; extr. in-8° (pp. 336-354).

— Recherches sur les relations entre les modifications de la tension superficielle et de la viscosité lors de l'adsorption des toxines et des antitoxines. Bruxelles, 1913; extr. in-8° (pp. 117-127).

Zunz et Cerf (Maurice). Recherches sur la digestion gastrique des protéines du pain et de la viande crue chez l'homme. Bruxelles, 1913; gr. in-8° (31 p.).

BRUXELLES. *Musée du Congo belge*. Études sur la flore du Katanga, volume II, fasc. I. (Em. De Wildeman.) In-fol., 1913.

UCCLE. *Observatoire royal et Institut royal météorologique*. Catalogue alphabétique des livres, brochures et cartes. (A. Collard.) Tome III, 1913.

Lembeke (H.). Die Bedeutung des Filters für die Röntgentiefentherapie. Berlin-Vienne, 1913; in-8° (49 p.).

Schwenkel (Hans). Die Eruptivgneise des Schwarzwaldes und ihr Verhältnis zum Granit. Vienne, 1912; gr. in-8° (182 p., fig.).

Werner (Johannes). Die Entwicklung der Kartographie Südbadens im 16. und 17. Jahrhundert. Karlsruhe, 1913 (63 p., cart.).

STUTTGART. *Königlichen Staatsarchiv*. Wurttembergisches Urkundenbuch. Volume II, in-4°, 1913.

COPENHAGUE. *Conseil permanent international pour l'exploration de la mer*. Rapports et procès-verbaux des réunions; volumes XV, XVII^a, 1913; in-4°.

Ariès (E.). Les faux équilibres chimiques et la thermodynamique classique. Paris, 1913; gr. in-8° (64 p.).

Raspail (Xavier). Observations ornithologiques faites sur le littoral belge en 1877-1878. Paris, 1913; extr. in-8° (pp. 133-153).

Agassiz (G. R.). Letters and recollections of Alexander Agassiz. Londres, 1913; in-8° (454 p., pl., fig. et port.).

GENÈVE. *Observatoire*. Quelques anomalies climatologiques à Genève : hivers chauds; années très humides et très sèches. (R. Gautier.) 1913.

— Résumé météorologique de l'année 1911 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. (R. Gautier.) 1912.

— Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice pendant l'année 1911. (R. Gautier et H. Duaimé.) 1913.

Schlesinger (Frank). On the prospect of obtaining radial velocities by means of the objective prism. Philadelphie, 1913; extr. gr. in-8° (pp. 175-183).

Webb (W. L.). Brief biography and popular account of the unparalleled discoveries of V. J. J. Seec. Lynn, Mass., U. S. A., 1913; gr. in-8° (298 p., gr. et pl.).

Carballo (de Luis J.). Diametro de los astros en el horizonte. Cuba, 1913; extr. in-fol. (1 p.).

Cerrolaza (Angel). Comunicación dirigida á las Academias de Ciencias y otros centros y personas del saber, anunciandoles el descubrimiento de mayor alcance científico y filosófico realizado Lasta hoy, cual es el conocimiento exacto de la constitución de la materia que forma el universo, segun vamos á demostrar numerica y gráficamente. Santander, 1913 (3 p.).



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 8 novembre 1913.

Correspondance.

Remerciements du Comité de publication des tables de physico-chimie. — Invitation au IV ^e Congrès international de botanique à Londres. — M ^{lle} H. Van Risseghem se trouve dans les conditions pour recevoir le Prix Stas. — Dépôt aux archives de deux formules de M. A. Courtois. — Hom- mages d'ouvrages.	935
--	-----

Comité secret.

Présentation éventuelle de candidatures nouvelles.	936
--	-----

Bibliographie.

SCHUYTEN (Dr. C.). — <i>Pædologisch Jaarboek</i> , 1913; note par Ch. Van Bambeke.	937
--	-----

Communications et lectures.

ÉLECTRICITÉ. — <i>Sur la pression électrostatique</i> ; par J.-E. Verschaffelt . . .	938
PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — <i>Sur la formule fondamentale de la théorie ciné- tique</i> ; par Th. De Donder	946
CRISTALLOGRAPHIE PHYSIQUE. — <i>Recherches sur la dissymétrie dans la vitesse de dissolution des cristaux suivant leurs différentes faces</i> ; par J. Lebrun (3 fig. et 2 pl.)	953
PHYSIOLOGIE. — <i>Action de la température sur les parois des vaisseaux san- guins</i> (7 fig.); par Jacques Roskam.	980
PHYSIOLOGIE. — <i>Action des variations de température sur la vessie</i> ; par Jacques Roskam (7 fig.)	995

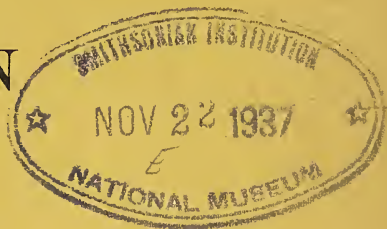
Bulletin bibliographique	1004
------------------------------------	------

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.

A16
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

BULLETIN

DE LA



CLASSE DES SCIENCES

1913 — N° 12



BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Rue de Louvain, 112

1913

CLASSE DES SCIENCES

Séance du 6 décembre 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. L. FREDERICQ, membre titulaire, remplace M. le Secrétaire perpétuel, indisposé.

Sont présents : MM. P. Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alf. Gilkinet, M^{el} Mourlon, P. De Heen, C. le Paige, J. Deruyts, J. Neuberg, Ch. Francotte, A. Gravis, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, J. Mas-sart, A. Demoulin, A. de Hemptinne, Victor Willem, P. Stroo-bant, Louis Dollo, *membres* ; J. Verschaffelt, Ch. Julin, G. Lecointe, Ém. Marchal, E. Van Aubel, *correspondants*.

Absence motivée : M. le chevalier Marchal, secrétaire per-pétuel.

CORRESPONDANCE.

La Direction de la Bibliothèque impériale publique de Saint-Pétersbourg annonce qu'elle célébrera, le 2 (15) janvier 1914, le centenaire de l'ouverture de ses salles au public et invite l'Académie à participer aux cérémonies. — Des félicitations seront adressées.

— Le Comité organisateur du VI^e Congrès des mathématiciens, qui se réunira à Stockholm en 1916, annonce que S. M. le Roi Gustave V a résolu d'honorer par une médaille d'or, portant l'image de Karl Weierstrass, et par une somme d'argent de 3,000 couronnes, quelque importante découverte dans le domaine de la théorie des fonctions analytiques.

— M. le Prof^r Anoutchine, président de la Société des sciences naturelles annexée à l'Université de Moscou, remercie pour les félicitations de l'Académie, à l'occasion des récents jubilé célébrés par cette Société.

— M. B. Kat Nelson, ingénieur à Hanovre, demande la restitution de son travail sur *Les idées de Jérôme Cardan*. — Accordé.

— Un travail de M. Goubeaux est envoyé à l'examen de MM. Swarts et Jorissen.

— Hommages d'ouvrages :

Contribution à la physiologie d'une Protococcacée nouvelle; par H. Kufferath (présenté par M. Massart, avec une note qui figure ci-après).

De l'électricité, sa nature, sa provenance et les rapports intimes qui existent entre elle et le monde des astres; par Augustin Meuris.

— Remerciements.

COMITÉ SECRET.

La Classe s'occupe de la discussion des titres des candidats aux places vacantes.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

Contribution à la physiologie d'une Protococcacée nouvelle, « Chlorella luteo-viridis Chodat », nov. spec., var. « lutescens Chodat », nov. var.; par H. KUFFERATH, docteur en sciences naturelles. *Recueil de l'Institut botanique Léo Errera*, t. IX, 1913, pp. 113 à 319 (29 fig. et 4 pl.).

L'Algue nouvelle étudiée dans ce travail a été cultivée en culture pure, condition indispensable pour une étude physiologique exacte. Dans la première partie, l'auteur examine l'action physiologique qu'exercent sur *Chlorella luteo-viridis* divers facteurs, tels que la concentration des solutions, la réaction du milieu, les substances osmotiques, la température. M. Kufferath conclut de ses expériences et de l'examen de la littérature, à la nécessité de la chaux comme élément nutritif pour les Algues. La réaction du milieu est un facteur important : les solutions les plus favorables sont celles qui présentent une faible acidité. L'acidité due à un acide libre est défavorable. La réaction alcaline des milieux se montre, selon les espèces, propice ou non au développement des Algues.

La seconde partie du travail est spécialement consacrée à l'étude de l'assimilation des sels organiques à la lumière et à l'obscurité. Les corps les mieux utilisés sont les sucres, puis viennent les matières albuminoïdes et enfin les sels d'acide gras. Sont généralement inassimilables les corps de la série aromatique, certains alcaloïdes et les acides organiques non neutralisés. A l'obscurité, le diamètre des cellules de *Chlorella luteo-viridis* est moindre qu'à la lumière; le diamètre varie fort suivant l'aliment fourni. Le pyrénoloïde peut être masqué par des granulations ou disparaître; ce phénomène se produit surtout à l'obscurité et en présence des sucres. Le produit d'assimilation est le glycogène, qui peut remplir complètement la plastide et

cacher le pyrénioïde. Il se forme des matières grasses dans les cellules surtout à l'obscurité ; il n'y a pas alors de glycogène. En présence des acétates, *Chlorella luteo-viridis* produit des carbonates. Sur gélose ou saccharose, les colonies sont panachées, vertes avec des bords jaune-citron. J. MASSART.

ÉLECTIONS.

MM. De Heen, Deruyts, Lagrange, Malaise et Mourlon sont réélus membres de la Commission spéciale des finances.

PRIX DÉCENNAL DES MATHÉMATIQUES PURES.

La Classe s'occupe de la formation d'une liste de dix noms à soumettre à M. le Ministre des Sciences et des Arts pour le jury chargé de juger la deuxième période de ce prix.

FONDATION PAUL PELSENEER.

(PRIX LAMARCK.)

La Classe adopte le règlement suivant pour cette fondation. Sur la proposition de M. Gilkinet, l'assemblée renouvelle ses félicitations et ses remerciements au généreux fondateur.

Règlement.

ART. 1^{er}. — Il est constitué, sous le titre de *Prix Lamarck*, en souvenir du grand naturaliste de ce nom, une fondation consistant en un capital de 10,000 francs, dont les intérêts accumulés seront employés tous les cinq ans à couronner les travaux morphologiques publiés en langue française et portant sur un groupe zoologique quelconque, l'espèce humaine comprise.

ART. 2. — Le prix sera décerné à l'auteur dont l'ensemble des travaux aura apporté le plus de faits et d'éclaircissements nouveaux relativement à l'évolution du règne animal ou à la phylogénie zoologique. Il ne peut être partagé; s'il n'est pas décerné, son montant sera ajouté au capital de la fondation.

ART. 3. — La Classe des sciences de l'Académie nommera, pour juger ce concours, une commission de trois membres. La proclamation du prix se fera dans la séance publique de la Classe.

CONCOURS ANNUEL DE 1913.

Sciences mathématiques et physiques.

CINQUIÈME QUESTION.

Résumer les travaux sur les systèmes de cubiques gauches et faire de nouvelles recherches sur ces systèmes. — Prix : 800 fr.

Rapport de M. Neuberg, premier commissaire.

« L'Académie a reçu, en réponse à cette question, un mémoire de 259 pages, intitulé : *Congruences de cubiques gauches* et portant la devise : *Le temps n'épargne pas ce qui s'est fait sans lui*.

Ce travail se rattache très étroitement aux recherches de M. Stuyvaert sur les cubiques gauches et notamment aux publications suivantes, qui ont valu à ce géomètre le prix François Deruyts (période 1902-1906) :

Étude de quelques surfaces algébriques engendrées par des courbes du second et du troisième ordre (Gand, Hoste, 1902);

Cinq études de géométrie analytique (Gand, Van Goethem, 1908).

L'auteur du mémoire actuel (je l'appellerai M. X...) résume

les résultats déjà connus, mais seulement pour autant qu'ils servent en quelque sorte de préface à de nouveaux résultats; on peut regretter cette grande concision qui oblige le lecteur à recourir aux développements antérieurs. Cette légère critique indique déjà que les *nouvelles recherches*, d'un caractère vraiment original, constituent la partie la plus importante du mémoire.

Dans l'*Introduction*, M. X... énonce des problèmes de calcul qui résisteront peut-être encore longtemps aux efforts des chercheurs. Ces questions, qui montrent dans quel sens il a dirigé ses efforts et se propose de les poursuivre, sont les suivantes :

1° Une matrice à un certain nombre de lignes et de colonnes, et dont les éléments sont des formes à une série de variables, s'annule en général pour une variété algébrique de dimension d ; combien de conditions (et lesquelles) faut-il pour que la dimension soit supérieure à d ?

2° Trouver, pour un système de formes algébriques, les matrices qui possèdent la propriété d'invariance, alors que les déterminants extraits de ces matrices ne sont pas invariants.

3° Quelles sont les courbes gauches et plus généralement les variétés algébriques représentables par une matrice?

4° Etudier les systèmes de cubiques gauches et, en particulier, déterminer les congruences de cubiques gauches, c'est-à-dire les systèmes doublement infinis de ces courbes tels que par tout point de l'espace il passe en général une courbe du système et une seule.

Le mémoire qui nous est soumis consigne par-ci par-là des indications se rattachant à ces questions et, par suite, ne s'en tient pas toujours strictement aux cubiques gauches; cependant ces digressions ne peuvent être qualifiées de hors-d'œuvre, car elles se présentent très naturellement au cours des recherches sur ces courbes.

Nous allons donner une analyse, forcément rapide, des neuf premiers chapitres du mémoire, nous bornant à signaler ce qui nous a paru le plus remarquable.

I. *Formules énumératives.* — Ce chapitre débute par des considérations générales sur la représentation des courbes gauches par l'évanouissement des matrices. Après avoir rappelé les travaux de MM. A. v. Brill, Segre et Giambelli sur l'ordre des variétés annulant une matrice, M. X... se sert de la méthode employée par M. Stuyvaert (*Cinq études*) pour déterminer l'ordre de la variété qui correspond à une matrice dont les éléments ont une droite commune, et applique les résultats obtenus à trois exemples.

II. *Matrices invariantes fournies par une cubique gauche.* — La représentation de la cubique est la suivante :

$$(1) \quad \left\| \begin{array}{ccc} a_x & a'_x & a''_x \\ b_x & b'_x & b''_x \end{array} \right\| = 0,$$

où $a_x, a'_x, \dots$ sont des formes linéaires quaternaires. M. X... cherche les matrices dont l'évanouissement exprime une propriété indépendante des repères. Il donne successivement la représentation analytique du complexe des droites s'appuyant sur la courbe, de la congruence des bisécantes, de la surface des tangentes. Il rencontre ici une congruence singulière dont il étudie la signification géométrique et qu'il rattache ensuite, avec des extensions, au problème de la projectivité. Le chapitre se termine par des réflexions intéressantes sur les matrices invariantes.

III. *Systèmes algébriques de cubiques gauches.* — On obtient une congruence de cubiques en remplaçant, dans la matrice (1), les éléments par des fonctions linéaires renfermant trois paramètres homogènes $\alpha, \alpha', \alpha''$ ou deux paramètres non homogènes α, β . Après un court historique de ces congruences, M. X... traite la question des points focaux, des bisécantes et des tangentes. Le problème des bisécantes singulières le conduit à s'occuper de quelques problèmes d'algèbre qui sont d'un grand intérêt et peut-être nouveaux : conditions pour que deux

courbes planes données par leurs équations aient une infinité de points communs; question analogue pour trois surfaces, pour la matrice de six droites (dégénérescences), pour une matrice à six ou à douze éléments quelconques.

IV. *Cubiques ayant en commun deux points et trois bisécantes.* — La congruence de ces courbes a pour équations :

$$(2) \quad \left\| \begin{array}{ccc} \alpha a_x & \alpha' a'_x & \alpha'' a''_x \\ b_x & b'_x & b''_x \end{array} \right\| = 0.$$

Une première étude en a été faite par M. Stuyvaert (*Étude de quelques surfaces algébriques...*). M. X... cherche les cubiques dégénérées, les cubiques touchant l'une des bisécantes données, les cubiques s'appuyant sur une droite donnée, les bisécantes singulières et les cubiques touchant l'une de ces droites.

V. *Cubiques gauches ayant en commun quatre points et une bisécante.* — Ces courbes sont comprises dans les équations

$$(3) \quad \left\| \begin{array}{cccc} \alpha & \alpha' & \alpha'' & 0 \\ a_x & a'_x & a''_x & c_x \\ b_x & b'_x & b''_x & d_x \end{array} \right\| = 0;$$

M. X... traite ici à fond la question générale des dégénérescences des cubiques gauches, puis passe aux cubiques dégénérées de la congruence (3). Le problème des tangentes lui donne des rapprochements très curieux avec la théorie du complexe tétraédral.

VI. *Cubiques gauches qui passent par un point et rencontrent huit fois une sextique.* — Ce chapitre apporte une nouvelle contribution à l'étude de la congruence représentée par les équations

$$(4) \quad \left\| \begin{array}{ccc} \alpha_1 a_x + \alpha_2 b_x + \alpha_3 c_x & \alpha_1 a'_x + \alpha_2 b'_x + \alpha_3 c_x & \alpha_1 a''_x + \alpha_2 b''_x + \alpha_3 c''_x \\ f_x & f'_x & f''_x \end{array} \right\| = 0.$$

Après la remarquable note de M. Stuyvaert sur cette congruence (*), on aurait pu croire le sujet épuisé. Mais M. X... nous donne de nouveaux développements intéressants sur les cubiques dégénérées, sur celles qui passent par un point de la sextique singulière, sur ce qu'il appelle la *sextique conjuguée*, sur les bisécantes singulières.

VII. *Nouveaux types de congruences linéaires de cubiques gauches.* — Ce chapitre est rempli d'aperçus ingénieux et curieux, et pose des problèmes qui attendent encore une solution complète.

VIII. *Cubiques ayant cinq bisécantes communes.* — Dans le *Journal für reine und angewandte Mathematik* (t. CXXXII, pp. 235-237), M. Stuyvaert a donné deux représentations analytiques de la congruence de ces cubiques :

1° Au moyen d'une matrice de six formes linéaires, les éléments d'une même ligne renfermant un même paramètre au troisième degré;

2° Au moyen de la matrice

$$(5) \quad \begin{vmatrix} \alpha a_x^2 & \alpha' a_x'^2 & \alpha'' a_x''^2 \\ b_x^2 & b_x'^2 & b_x''^2 \end{vmatrix},$$

où $a_x^2, a_x'^2, \dots$ désignent certaines formes quadratiques; chaque cubique est accompagnée ici de neuf droites parasites.

M. X... retrouve ici, par une méthode nouvelle, la matrice (5). A cet effet, il donne d'abord un exposé nouveau, fort remarquable, de la théorie des jets (Würfe) d'un ordre quelconque, dans le sens des recherches de G. Kohn (**); son exposé a le mérite d'introduire un élément de mesure. L'auteur traite ensuite les questions suivantes, qui complètent très heureuse-

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), mai 1907.

(**) *Math. Ann.*, t. XLVI, et *Deutsche Math.-Ver.*, 1909.

ment les recherches de son prédécesseur : classe de la congruence, séries simplement infinies de cubiques, cubiques passant par un point singulier, dégénérescences, tangentes, biséchantes issues d'un point fixe.

IX. *Courbes d'ordre supérieur au troisième.* — M. X... examine ici des matrices à six éléments qui sont annulées par une biquadratique de première espèce, par des courbes du cinquième ou du sixième ordre.

L'inverse d'une cubique gauche par rapport à un point extérieur à la courbe conduit à une matrice dont les éléments sont des sphères passant par le pôle; cette matrice s'annule pour le cercle imaginaire de l'infini compté triple et pour une sextique qui a un point triple au pôle. Si le pôle appartient à la cubique, les éléments de la matrice de la courbe inverse peuvent être trois plans et trois sphères passant par un même point; la courbe inverse se compose du cercle imaginaire de l'infini et d'une quintique à point triple. Une telle quintique est le lieu des points d'incidence des normales abaissées d'un même point aux quadriques d'un système homofocal.

L'auteur étudie encore la quintique représentée par les équations

$$\begin{vmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ S_4 & S_5 & S_6 \end{vmatrix} = 0,$$

où $p_1 = 0$, $p_2 = 0$, $p_3 = 0$ sont les équations de trois plans ayant un seul point commun, et $S_4 = 0$, $S_5 = 0$, $S_6 = 0$ sont les équations de trois sphères n'ayant que deux points communs.

Le chapitre renferme aussi une nouvelle classification des congruences linéaires des cubiques gauches, ces courbes ayant pour équations

$$\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = \varphi_1(x_1, x_2, x_3, x_4) : \varphi_2(x_1, \dots) : \varphi_3(x_1, \dots);$$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ étant en général des fonctions entières du même ordre et $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ des paramètres arbitraires. Il se termine par

quelques développements sur les matrices à six formes quadratiques.

X. *Polarité dans les congruences de cubiques gauches.*

XI. *Propriétés de courbes gauches annulant des matrices.*

Pour ne pas dépasser les limites d'un rapport académique, je ne transcris que les en-tête des deux derniers chapitres, bien que leur intérêt ne le cède pas à celui des autres.

Le mémoire de M. X... répond, d'une manière supérieure, à la question posée. Il apporte des contributions importantes à la théorie des congruences de cubiques gauches et, en outre, traite d'autres questions, souvent très délicates, suggérées au cours des recherches.

Je propose donc volontiers d'attribuer à M. X... le prix et de publier son travail, après revision, dans nos *Mémoires in-8°*. »

MM. le Paige et Demoulin se rallient entièrement aux conclusions de leur savant confrère M. Neuberg.

Elles sont adoptées par la Classe. Le prix est décerné à M. Modeste Stuyvaert, docteur spécial en sciences physiques et mathématiques, chargé de cours à l'Université de Gand.

Section des sciences naturelles.

DEUXIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur l'organogenèse des glandes sexuelles des Oiseaux. — Prix : 1000 francs.

Rapport de M. Ch. Julin, premier commissaire.

« Un mémoire a été envoyé en réponse à cette question. Il a pour devise : *Vitam impendere vero*.

Par une étude, aussi complète que possible, des divers stades de l'organogenèse des glandes sexuelles des Oiseaux,

l'auteur se propose avant tout de rechercher s'il existe, chez les Amniotes, une lignée germinative analogue à celle que Boveri a décrite chez *Ascaris*.

Les observations qu'il présente se rapportent au Poulet. Elles concernent : 1° la période d'indifférence de la glande sexuelle; 2° le développement de l'ovaire.

Le mémoire ne comporte pas l'étude du développement du testicule dans ses rapports avec l'ébauche indifférente de la glande sexuelle, développement qui est d'ailleurs moins compliqué et mieux connu que celui de l'ovaire.

J'estime qu'en dépit de cette lacune, le mémoire soumis à notre appréciation répond essentiellement, tel qu'il est présenté, au but que s'est proposé l'Académie en mettant au concours la question susmentionnée.

Le mémoire comprend : 1° une introduction, qui pose nettement la question à résoudre; 2° des renseignements concernant la technique suivie; 3° l'étude de la formation de l'ébauche génitale indifférente; 4° le développement de l'ébauche ovarique gauche, la seule qui continue à évoluer; 5° l'étude des gonocytes primaires et de l'origine des cellules sexuelles; 6° enfin, un aperçu général du développement de l'ovaire dans la série des Vertébrés.

Le mémoire est accompagné de quarante-cinq figures. Pour qui est familiarisé avec les recherches embryologiques, ces figures rendent bien, sans aucun doute, l'aspect réel des préparations : elles me paraissent satisfaisantes.

Les faits consignés dans ce mémoire sont le résultat d'observations longues et souvent difficiles. Leur interprétation me paraît des plus rationnelles. Enfin, l'auteur démontre qu'il est bien au courant de la bibliographie de la question qu'il traite; les méthodes d'investigation qu'il a mises en œuvre sont les plus perfectionnées parmi celles dont la science dispose pour les recherches cytologiques.

Dans le présent rapport, j'analyserai succinctement les résultats principaux des études de l'auteur, en faisant surtout

ressortir les acquisitions nouvelles que le mémoire contient concernant l'organogenèse des glandes sexuelles chez les Oiseaux.

I. ÉBAUCHE GÉNITALE INDIFFÉRENTE. — 1. En dépit d'excellents travaux déjà publiés, il est certain que la connaissance des premières phases du développement du bourrelet génital est encore actuellement bien obscure chez les Oiseaux. Afin d'éviter les confusions et les contradictions que présentent les conclusions des auteurs qui jusqu'à ce jour se sont occupés de la question, confusions et contradictions qui trouvent leur cause principale dans le fait que les études entreprises jusqu'ici n'étaient que fragmentaires et incomplètes, il convenait de faire une étude systématique et suivie de la question, dans une même espèce. C'est ce qu'a fait l'auteur du mémoire soumis à notre appréciation, en étudiant spécialement le Poulet.

2. *Cordons surrénaux*. — Un premier résultat nouveau et intéressant obtenu par l'auteur, et sur lequel je me plais à insister, c'est que la portion épithéliale de la capsule surrénale (*cordons surrénaux*) se forme aux dépens de bourgeons qui se détachent de l'épithélium péritonéal, *sur le côté externe de l'ébauche génitale*, suivant une zone linéaire longitudinale marquée, dans la portion céphalique de l'organe, par un sillon profond et constant (*sillon surrénal*) ; cette zone correspond à l'espace étroit qui sépare les glomérules primaires du mésonéphros (corps de Wolff) et la veine sous-cardinale. L'auteur insiste, en outre, sur ce fait intéressant qu'une partie des cordons surrénaux sont en rapports de dépendance avec les « connexions urogénitales ».

3. *Connexions uro-génitales et cordons sexuels de première prolifération*. — L'auteur démontre que, chez les Oiseaux, l'on a confondu, sous le nom de « cordons sexuels », deux formations d'aspect, il est vrai, assez semblable, mais dont la valeur

morphologique est bien différente. On donne, en effet, chez les Oiseaux, le nom de cordons sexuels à un ensemble d'éléments cellulaires groupés plus ou moins nettement en cordons, interposés entre l'épithélium germinatif et les glomérules primaires du mésonéphros.

L'auteur démontre qu'il faut distinguer dans l'ébauche génitale indifférente deux formations qui, chez le Poulet, apparaissent même *consécutivement* au cours de l'ontogenèse : d'une part, les « connexions uro-génitales », c'est-à-dire l'ébauche du rete; d'autre part, les vrais cordons sexuels, c'est-à-dire les « cordons épithéliaux de première prolifération » de l'épithélium germinatif.

Cette distinction, qui était jusqu'ici méconnue chez les Oiseaux, a été parfaitement établie par les recherches récentes sur les Mammifères et parmi les Reptiles chez *Chrysemis*.

Les « connexions uro-génitales » des Oiseaux correspondent, en effet, à ce que Sainmont a appelé, chez les Mammifères, l'organe de Mihalkovics, qui devient le rete. Les « cordons épithéliaux de première prolifération » de l'épithélium germinatif donnent naissance aux cordons médullaires de l'ovaire et aux tubes séminifères du testicule.

A. *Connexions uro-génitales : leur valeur morphologique.* — L'auteur établit que chez le Poulet les « connexions uro-génitales », qui apparaissent les premières au cours de l'ontogenèse, se différencient au sein du mésenchyme occupant l'espace compris entre l'épithélium germinatif et les glomérules primaires du mésonéphros. Elles sont nettement isolées du premier; leurs relations avec les glomérules sont secondaires.

Comment concilier ce mode de développement des connexions uro-génitales chez le Poulet avec ce qu'en ont dit les auteurs chez les autres Amniotes?

On peut répartir en *trois groupes* les opinions défendues sur le développement des connexions uro-génitales chez les Amphibiens et les Amniotes.

Premier groupe. — *Elles dérivent du corps de Wolff et plus spécialement de l'épithélium externe des capsules de Bowmann.*

Cette opinion a été défendue par Mihalkovics pour les Amniotes (Reptiles, Oiseaux et Mammifères); par Semon, Hoffmann et Gemmill pour les Amphibiens; par Hoffmann et Peter pour les Reptiles; par Sainmont pour le Chat; par von Winiwarter pour l'Homme.

Deuxième groupe. — *Elles dérivent de l'épithélium germinatif.* Cette opinion a été défendue par Janosik, Coert et Allen pour les Mammifères et par Allen pour les Reptiles.

Troisième groupe. — *Elles dérivent du mésenchyme dont les cellules prennent la disposition de cordons épithéliaux.* Cette opinion a été défendue par Bouin pour les Amphibiens, par Wiechmann pour les Mammifères.

Si nous examinons plus spécialement les opinions qui ont été soutenues concernant le développement des connexions urogénitales chez les *Mammifères*, nous trouvons des données contradictoires.

a) Sainmont (Chat) appelle leur ensemble « organe de Mihalkovics ». *Cet organe de Mihalkovics de Sainmont procède de l'épithélium externe de quatorze capsules de Bowmann des glomérules du mésonéphros.* Ces formations épithéliales se mettent *secondairement* en continuité avec les tubes séminifères (testicule) ou avec leurs homologues, les cordons médullaires (ovaire).

Ces quatorze ébauches de l'organe sont des diverticules creux des capsules de Bowmann : elles apparaissent *tardivement* à la fin de la période d'indifférence sexuelle et à un moment où se manifestent déjà les phénomènes de dégénérescence glomérulaire.

Cet organe a la même origine chez l'Homme d'après von Winiwarter.

b) Coert (Lapin et Chat), Skrobansky et Allen (Porc) font dériver les connexions urogénitales de l'épithélium germinatif.

c) Pour Wiechmann (Pore et Chien), elles proviennent du *mésenchyme* interposé entre l'épithélium germinatif et les capsules de Bowmann.

Nous avons vu que c'est aussi aux dépens de ce *mésenchyme* que se forment les connexions uro-génitales chez le Poulet, d'après l'auteur du mémoire soumis à notre appréciation. Il cherche à expliquer les divergences entre les observateurs qui se sont occupés des Mammifères. Son explication l'amène à formuler une interprétation qui me paraît mériter la plus vive attention concernant la valeur morphologique des « connexions uro-génitales » en général. La voici :

L'appareil excréteur des Vertébrés se développe aux dépens de cette partie du mésoderme (*plaque intermédiaire* ou *Ursegmentstiele, pédicule somitique*) unissant le *scléromyotome* (segment secondaire de Felix) à la *plaque latérale*.

Très tôt dans la série phylogénique, le pédicule somitique, épithélial, se sépare du *scléromyotome* : il reste uni à la plaque latérale dans tous les somites du corps chez les *Gymnophiones* et seulement dans les somites les plus céphaliques chez les *Reptiles*. Cette continuité entre le pédicule somitique et la plaque latérale est la portion néphrostomienne du tube segmentaire.

Or, chez les Oiseaux et les Mammifères, le tissu épithélial de cette portion néphrostomienne devient du *mésenchyme*. C'est ce tissu mésenchymatique néphrostomien, mais d'origine phylogénique épithéliale, qui, pour l'auteur, fournit les « connexions uro-génitales » unissant, par conséquent, l'épithélium coelomique de la plaque latérale au *tissu néphrogène* qui, provenant du restant du pédicule somitique, devient le *tube segmentaire* du mésonéphros avec la capsule de Bowmann de son glomérule. Il en résulte que : tantôt les connexions uro-génitales évolueront sans connexions immédiates ni avec les capsules de Bowmann, ni avec l'épithélium coelomique; tantôt elles évolueront en continuité avec l'épithélium coelomique des plaques latérales; tantôt, enfin, elles évolueront en continuité avec les capsules de Bowmann.

Ces divers processus en apparence différents ne sont que des modalités d'un processus unique, dues au degré de transformation de la portion néphrostomienne ou externe du pédicule somitique, plein, en tissu mésenchymatique, lâche, selon qu'il restera plein à l'une ou l'autre de ses deux extrémités, ou qu'il ne le restera à aucune de ses deux extrémités.

L'auteur admet donc, pour le Poulet, que les connexions uro-génitales procèdent de la portion externe ou néphrostomienne des pédicules somitiques (portion néphrostomienne ou externe des tubes segmentaires), qui unit le futur épithélium germinatif (portion de la plaque latérale) aux glomérules primaires du mésonéphros.

Cette hypothèse est fort plausible : elle est une confirmation de l'idée exprimée par Wiechmann, à la suite de ses recherches sur les Mammifères (Porc et Chien) ; mais notre auteur apporte à l'appui de cette interprétation des faits nouveaux, fournis par ses études sur le Poulet.

Les connexions uro-génitales sont donc des formations anciennes tant phylogéniquement qu'ontogéniquement.

Leur nombre semble avoir subi une réduction notable au cours de la phylogenèse.

C'est ainsi que chez les Ganoïdes elles existent dans toute la longueur du tronc, tandis que chez les Amniotes leur nombre, réduit à seize environ chez l'embryon, se réduit encore au cours de l'ontogenèse, attendu que les « tubes droits » qui en dérivent sont toujours moins nombreux.

D'autre part, si l'on compare, dans les différentes classes d'Amniotes, les rapports qu'affecte l'ensemble des connexions uro-génitales avec les organes voisins, on constate des différences à première vue surprenantes et dont l'auteur recherche l'explication.

Chez les Sauropsides, il ne se forme pas de connexions uro-génitales dans la région présexuelle du mésonéphros ; mais elles apparaissent uniquement dans sa région sexuelle. Chez les Mammifères, au contraire, les connexions uro-génitales se for-

ment, non seulement dans la région sexuelle, mais encore dans la région présexuelle du corps de Wolff.

Ces différences, qui existent entre les Sauropsides, d'une part, et les Mammifères, d'autre part, en ce qui concerne les rapports qu'affecte la masse des connexions uro-génitales avec le mésonéphros et avec la bandelette germinative, s'expliquent, si l'on admet que les connexions uro-génitales constituent un ensemble phylogéniquement stationnaire qui ne participe pas au raccourcissement, aujourd'hui bien établi, qu'ont subi dans le sens cranio-caudal l'appareil urinaire et l'ébauche génitale, dans le cours de la phylogenèse.

Cette explication, que développe l'auteur du mémoire, me paraît des plus intéressantes et c'est la première fois qu'elle est émise, à ma connaissance du moins.

B. Cordons sexuels de première prolifération. — Les cordons sexuels de première prolifération, qui deviendront les tubes séminifères dans le testicule et les cordons médullaires dans l'ovaire, se forment assez tardivement chez le Poulet. Ce sont de véritables bourgeons de l'épithélium germinatif. Le processus de leur formation s'étend et cesse rapidement.

Ce mode de formation est semblable à celui que l'on connaissait chez les Mammifères et les Reptiles. Le mérite de l'auteur est d'avoir fait connaître le moment exact de l'apparition de ces cordons sexuels chez les Oiseaux, ainsi que d'avoir débrouillé diverses confusions faites par ses prédécesseurs, qui ont appelé « cordons sexuels » des formations de valeur morphologique très diverse.

Le processus du développement des vrais « cordons sexuels » de première prolifération est général pour tous les Amniotes.

II. DÉVELOPPEMENT DE L'ÉBAUCHE OVARIQUE GAUCHE. — On sait que chez le Poulet, comme chez la plupart des Oiseaux d'ailleurs, l'ébauche ovarique droite régresse au cours du développement embryonnaire; seul l'ovaire gauche continue son évolution, que nous fait connaître l'auteur du mémoire.

A partir du stade embryonnaire de onze jours, l'ébauche ovarique du Poulet montre deux zones bien nettes : 1^o une *zone médullaire*, constituée en majeure partie par les cordons épithéliaux de première prolifération ou « cordons médullaires » ; 2^o une *zone corticale*, résultant d'une seconde prolifération de l'épithélium germinatif et constituant les « boyaux germinatifs » ou « tubes de Pflüger ».

Zone médullaire. — *L'étude systématique de l'évolution des cordons médullaires n'avait jamais été faite, jusqu'à ce jour, chez les Oiseaux.* Elle n'est ailleurs bien connue que chez une espèce de Mammifère : la Chatte. Les résultats des études de l'auteur concernant ce processus chez les Oiseaux sont donc des acquisitions nouvelles pour la science.

a) D'après les observations de l'auteur, chez le Poulet, comme chez les Mammifères, les cordons médullaires sont des formations éphémères. Ils disparaissent peu de jours après l'éclosion : le poussin de quatorze jours n'en montre plus de traces.

b) Il faut distinguer dans l'évolution des cordons médullaires deux périodes : l'une, évolutive ; l'autre, régressive. Toutefois, ces deux périodes ne sont pas nettement consécutives : en effet, le processus évolutif se poursuit, sous forme de différenciation cellulaire, en même temps que se manifestent les premiers phénomènes dégénératifs. Il semble s'établir une sorte de lutte entre ces deux processus, lutte qui se termine toujours par la prédominance de la régression.

c) L'ontogenèse de l'ovaire chez les Oiseaux se caractérise par l'apparition, au sein des cordons médullaires, d'un système de cavités closes sans communication ni avec les vaisseaux sanguins, ni avec les canalicules urinaires du corps de Wolff. Ces cavités médullaires jouent un rôle dans le processus de dégénérescence, dont elles sont le premier signe.

d) Un rôle important doit être attribué, dans le processus dégénératif, à des formes leucocytaires, d'origine mésenchymatique, qui constituent de véritables foyers dans la zone médullaire qu'ils ont pénétrée.

e) Les gonocytes médullaires, très nombreux à la fin de l'incubation, ont une existence très courte : leur noyau ne dépasse jamais le stade pachytène; ils ne s'entourent jamais d'un épithélium folliculaire.

f) Les cordons médullaires subissent une dégénérescence graisseuse, qui se marque surtout lorsque leurs cellules constitutives se sont désagrégées et ont tombé dans les cavités médullaires, où elles subissent la liquéfaction et la résorption. Les gonocytes, plus résistants, peuvent, par suite de communications secondaires entre les cavités médullaires et les vaisseaux sanguins, être entraînés dans le torrent circulatoire.

g) Si nous faisons abstraction toutefois d'une étude fort incomplète de Ganfini, le tissu interstitiel n'avait jusqu'ici été signalé, dans l'ovaire des Oiseaux, qu'après la naissance et d'une façon tout accessoire; d'autre part, son origine était complètement inconnue.

L'auteur du mémoire soumis à notre appréciation nous fait connaître que le tissu interstitiel apparaît, dès le douzième jour de l'incubation, dans l'ovaire du Poulet. Selon lui, il y a lieu de distinguer deux types de cellules interstitielles, différant par leur localisation et leur origine : les unes, disséminées dans toute la zone médullaire, sont d'origine épithéliale et proviennent d'une différenciation des cordons médullaires; les autres, pouvant être rattachées à la zone corticale, sont d'origine mésenchymatique. Ces deux types de cellules interstitielles diffèrent, en outre, par leurs caractères cytologiques, non seulement dans l'ovaire de l'embryon, mais même encore au cours du premier mois qui suit l'éclosion. Toutefois on ne parvient plus à les distinguer plus tard; elles se ramènent toutes à un type unique.

L'auteur se range à l'opinion de ceux qui ont admis, chez les Mammifères, un cycle évolutif de la cellule interstitielle, cycle se caractérisant par trois phases successives : une phase de formation, une phase d'état et une phase sénile. Quant au rôle trophique du tissu interstitiel vis-à-vis des organes épithéliaux, il n'est pas manifeste chez le Poulet.

Zone corticale. — Les « cordons corticaux ou cordons de seconde prolifération » de l'épithélium germinatif entrent dans la constitution de la zone corticale de l'ovaire. C'est aux dépens de leurs éléments que se forment les ovules définitifs. L'auteur ne décrit pas spécialement les processus de l'ovogenèse, ses observations à ce sujet confirmant celles de d'Hollander (1904) et de Sonnenbrodt (1908).

La première zone corticale formée répond, d'après l'auteur, à la zone corticale primitive de l'ovaire des Mammifères (von Winiwarter et Sainmont); chez les Oiseaux, il ne se produit pas de troisième prolifération de l'épithélium germinatif.

Un petit nombre de cordons corticaux dégénèrent, et ce processus semble être un acheminement vers la régression complète de ces formations chez les Mammifères (Chatte).

Dans certains cas exceptionnels, l'auteur a constaté que chez le Poulet la zone corticale n'entoure pas complètement la zone médullaire. Il établit un rapprochement intéressant entre cette disposition et celle qui existe normalement dans l'ovaire de la Taupe (segment ovigère).

III. GONOCYTES PRIMAIRES. ORIGINES DES CELLULES SEXUELLES. — Ce chapitre du mémoire est l'exposé de recherches très intéressantes relatives à la question, si controversée, de la « lignée germinative » (*Keimbahn* des auteurs allemands).

Parmi les faits signalés par l'auteur, il en est un bon nombre qui sont des acquisitions nouvelles en ce qui concerne les Oiseaux.

Il s'attache surtout à résoudre les trois questions suivantes :

1° Comment les gonocytes primaires se déplacent-ils au sein des tissus ?

2° Leur nature sexuelle est-elle justifiée ?

3° Dans l'affirmative, ces éléments jouent-ils chez l'adulte le rôle de cellules sexuelles actives ?

Il résulte de l'ensemble de ces recherches que :

1° Il y a lieu d'admettre une dualité d'origine des gonocytes

chez les Oiseaux : les *gonocytes primaires*, qui apparaissent à une période reculée de l'ontogenèse, avant la formation de l'ébauche génitale définitive; les *gonocytes secondaires*, qui se différencient aux dépens des cellules de l'épithélium coelomique, lequel, de ce fait, mérite le nom d'épithélium germinatif;

2° Les gonocytes primaires sont, dès le début de leur apparition, indépendants vis-à-vis des cellules qui les entourent.

Cette indépendance se manifeste : a) par la faculté que possèdent ces éléments cellulaires, de se déplacer, au sein des tissus, par des mouvements propres, comparables à ceux des Amibes; b) par un parallélisme absolu que montrent, dans leur évolution, des gonocytes siégeant dans des tissus de nature toute différente (mésentère, rete, cordons médullaires, cordons corticaux);

3° Les gonocytes primaires sont bien des « cellules sexuelles », attendu qu'ils passent par les phases considérées par les observateurs les plus récents, comme typiques de l'évolution des cellules sexuelles. Ils ont la valeur d'oogonies jusqu'au onzième jour de l'incubation chez le Poulet;

4° La plupart d'entre eux dégénèrent; mais il est impossible de déterminer si, dans la zone corticale de l'ovaire, certains gonocytes primaires ne peuvent arriver à maturité.

Observons en passant que l'indépendance des gonocytes primaires était encore contestée jusqu'à ce jour et qu'il en est de même de l'un des points qui établissent leur indépendance : leur pouvoir migrateur. Or, c'est ce que l'auteur du mémoire soumis à notre appréciation *démontre*, tant directement qu'indirectement.

Remarquons encore que les observations de l'auteur sont les premières qui aient été faites sur l'évolution des gonocytes primaires dans les régions extraovariques (rete et mésentère). Or, cette étude *démontre, à elle seule, la nature sexuelle* des « Ureier », fait qui était probable, quoiqu'il fût contesté.

Enfin, disons que la connaissance de l'évolution cytologique des gonocytes primaires chez les Oiseaux est une acquisition

nouvelle, dont le mérite revient à l'auteur du présent mémoire. Elle s'accomplit, dans ses grandes lignes, comme chez les Amphibiens et se caractérise, avant les transformations propres aux oocytes, par une phase de multiplication et une phase d'assimilation du deutoplasme. La forme granuleuse des plastosomes, qui serait, d'après Rubaschkin, spéciale aux gonocytes, ne constitue pas un caractère constant.

Dans les « considérations générales » que l'auteur développe à la fin du chapitre qu'il consacre à cette question, il admet que les gonocytes primaires ont surtout une importance phylogénique : ils représenteraient les vestiges des éléments qui, chez les Cyclostomes et les Acraniens, deviennent les ovules définitifs.

Je fais des réserves concernant cette opinion.

A mon avis, il n'est nullement démontré que, même chez les Cyclostomes et les Acraniens, les produits sexuels définitifs dérivent directement des gonocytes primaires. Cette question mériterait d'être étudiée avec soin.

Mais j'admets volontiers, avec l'auteur, que ses études tendent bien à prouver que chez les Oiseaux, comme chez les Amphibiens, les Reptiles et les Mammifères, les gonocytes primaires ne jouent pas un rôle actif au cours de l'ontogenèse, bien que ne soit pas exclue la *possibilité*, pour certains d'entre eux, d'arriver à maturité.

Les gonocytes secondaires se forment aux dépens des éléments de l'épithélium germinatif; il y a donc bien deux lignées de cellules sexuelles.

IV. L'auteur termine son mémoire par un *aperçu général du développement de l'ovaire dans la série des Vertébrés*.

Ce chapitre est fort intéressant.

Il admet, avec Dustin, que chez les Amphibiens l'ovaire passe par trois phases successives : une première phase, *glande paire primaire*, pendant laquelle la glande sexuelle, dans son ébauche, est représentée par des gonocytes primaires siégeant à droite et à gauche de la ligne médiane; une deuxième phase,

glande impaire primaire, pendant laquelle la glande sexuelle est encore représentée par les gonocytes primaires, mais rassemblés dans le plan médian, en un amas unique, dans la racine du mésentère; enfin, une troisième phase, *glande paire secondaire*, pendant laquelle les gonocytes primaires ont passé de la racine du mésentère, à droite et à gauche du plan médian, à l'intérieur de l'épithélium du bourrelet génital. Ces mêmes phases se retrouvent dans cet ordre successif chez les Amniotes, et l'auteur les a décrites en particulier chez le Poulet.

Conformément à l'hypothèse émise par Dustin, il admet : 1° que la première phase (glande paire primaire) est l'état définitif réalisé chez *Amphioxus*; 2° que la deuxième phase (glande impaire paire) est l'état définitif réalisé chez les Cyclostomes; 3° que la troisième phase (glande paire secondaire) est l'état définitif réalisé chez les *Amphibiens* et qu'il correspond à ce qu'on appelle généralement l'ébauche génitale chez les Amniotes.

Toutefois, chez les Amniotes, sauf passagèrement chez *Chrysemis*, les deux premières phases susmentionnées ne présentent pas le caractère de netteté qu'elles ont chez les Anamniotes et qui leur ont valu respectivement le nom de glande paire primaire et de glande impaire primaire.

En outre, chez les Amniotes, et en particulier chez les Oiseaux (Poulet), la glande paire secondaire ou ébauche génitale des auteurs se complique beaucoup plus que chez les Amphibiens par suite de la formation de bourgeons de l'épithélium germinatif, qui, s'accroissant dans la profondeur, deviennent les *cordons médullaires de l'ovaire*.

Chez les Oiseaux et les Mammifères, à cette première prolifération de l'épithélium germinatif de l'ovaire en succède une seconde, et c'est cette *seconde prolifération* de l'épithélium germinatif (*cordons corticaux*) qui, chez les Oiseaux, donne naissance aux ovules définitifs, tandis que les cordons médullaires finissent par disparaître.

Ce stade, qui est définitif chez les Oiseaux, n'est que transitoire chez les Mammifères, où les cordons corticaux (tubes de Pflüger) régressent plus ou moins complètement par un processus semblable à celui qui a déterminé la régression des cordons médullaires. Chez les Mammifères, c'est une troisième prolifération de l'épithélium germinatif (*invaginations épithéliales* de von Winiwarter et Sainmont) qui fournit les produits sexuels femelles définitifs. Cette phase est propre aux Mammifères et n'a pas son homologue chez les Oiseaux.

Toute cette conception de l'évolution de l'ovaire chez les Amphibiens et les Amniotes, telle que l'a développée l'auteur, me paraît mériter d'attirer l'attention.

Je ne fais de réserves, comme je l'ai dit plus haut, qu'en ce qui concerne les deux premiers points, à savoir : d'une part, l'homologie entre l'état appelé « glande paire primaire » et l'état définitif des glandes sexuelles chez *Amphioxus*; d'autre part, l'homologie entre l'état appelé « glande impaire primaire » et l'état définitif des glandes sexuelles chez les Cyclostomes. Selon moi, les faits actuellement connus ne sont pas suffisants pour autoriser ce rapprochement.

Je conclus. Je propose à la Classe de décerner le prix de mille francs à l'auteur du mémoire ayant pour devise : *Vitam impendere vero.* »

Rapport de M. Ch. Francotte, deuxième commissaire.

« Notre savant confrère M. Julin s'est donné la peine de faire un compte rendu très complet et très circonstancié concernant le mémoire présenté au concours et ayant pour titre : *On demande de nouvelles recherches sur l'organogenèse des glandes sexuelles des Oiseaux*. Nous estimons donc inutile de rédiger une nouvelle analyse, qui ferait double emploi dans nos publications.

Une étude attentive du mémoire cité plus haut nous permet de nous rallier aux conclusions du premier commissaire et nous proposons avec lui de décerner le prix de *mille francs* à l'auteur du mémoire ayant pour devise : *Vitam impendere vero.* »

Rapport de M. Ch Van Bambeke, troisième commissaire.

« Je me rallie aux conclusions des deux premiers rapporteurs, MM. Julin et Francotte. »

Adopté. Le prix est décerné à l'auteur M. Jean Firket, étudiant en médecine de l'Université de Liège.

SIXIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur la reviviscence des végétaux. — Prix : 1000 francs.

Rapport de M. A. Gravis, premier commissaire.

« Un seul mémoire a été présenté. Il porte comme devise : *Felix qui rerum potuit cognoscere causas.*

La question, étant posée en termes très généraux, pouvait être traitée à divers points de vue. L'auteur s'est limité à des observations sur les échanges de liquides chez quelques espèces de Mousses, ainsi qu'un petit nombre d'Algues et de Champignons.

Parmi les Mousses, l'*Atrichum undulatum* a fait l'objet de constatations très précises. Lorsqu'une feuille de cette plante se dessèche à l'air, les cellules s'affaissent et deviennent biconcaves sans qu'il y ait plasmolyse. Au retour de l'eau, ces cellules gonflent immédiatement, redeviennent turgescentes et reprennent leur vie active. L'auteur attache une grande importance à l'absence de plasmolyse après dessiccation chez les plantes capables de se dessécher sans périr. Cependant, il n'a pas cherché

à démontrer que les espèces non reviviscentes se comportent autrement, ni que l'absence de plasmolyse donne une explication du phénomène de la reviviscence.

Lorsqu'on produit la plasmolyse au moyen de solutions salines convenablement concentrées, l'auteur a remarqué, chez diverses Mousses terrestres reviviscentes ou non, que cette plasmolyse est orientée d'une certaine façon. Il en déduit fort judicieusement que les membranes intercellulaires sont plus perméables que les membranes externes; mais ce fait, n'étant pas caractéristique des espèces reviviscentes, ne peut, lui non plus, expliquer la propriété biologique qui fait l'objet de la question proposée. Chez les espèces aquatiques, la plasmolyse n'est pas orientée parce que les membranes externes sont très perméables, ce qui se conçoit aisément vu la nature du milieu ambiant.

La feuille des Mousses reviviscentes absorbe très rapidement l'eau quand elle a été desséchée. Il faut en conclure que les membranes externes possèdent une grande perméabilité du dehors vers le dedans, en même temps qu'une perméabilité très faible du dedans vers le dehors. Mais ceci encore me semble être une propriété générale dans le règne végétal. Une structure particulière des membranes externes suffit pour expliquer un fait qui, à première vue, semble paradoxal : l'auteur le reconnaît lui-même et en donne un schéma hypothétique.

Les membranes cellulaires du *Polytrichum formosum* (espèce reviviscente) ont été étudiées au point de vue microchimique. Elles contiennent de la cellulose et des composés pectiques. Aucune différence n'a été constatée dans la composition des membranes externes et des membranes intercellulaires, ce qui confirme l'idée que la différence de perméabilité qu'elles manifestent provient d'une structure intime particulière.

Des Mousses aquatiques ont fait l'objet de quelques observations spéciales, mais il est regrettable que l'auteur n'ait pas, à ce point de vue, fixé son attention sur les Mousses terrestres non reviviscentes. La plasmolyse ne se manifeste pas de la

même manière chez les espèces terrestres et les espèces aquatiques : cela résulte de ce que les membranes externes sont moins différenciées chez les espèces qui vivent dans l'eau. Il eût été plus intéressant de comparer des Mousses terrestres non reviviscentes aux Mousses terrestres reviviscentes : le milieu ambiant étant le même, on aurait peut-être pu découvrir quelques-unes des propriétés dont dépend la reviviscence.

Des observations sur la marche des matières dissoutes dans les feuilles de diverses Mousses démontrent que les matières colorantes pénètrent plus facilement par les membranes intercellulaires que par les membranes externes; il en est de même des solutions salines plasmolysantes et de la saccharose. L'alcool, le formol, l'éther, le chloroforme, l'ammoniaque, l'iode et le sublimé, au contraire, passent à travers toutes les membranes avec une égale facilité.

Une feuille desséchée n'assimilant plus, à quel moment la fonction chlorophyllienne suspendue peut-elle se manifester de nouveau? L'auteur a mis en œuvre, avec à-propos, une méthode dans laquelle des bactéries aérobies permettent de déceler les moindres traces d'oxygène libre. Cette méthode est même tellement sensible que la petite quantité d'air qui adhère à la feuille desséchée est une cause d'erreur. L'auteur en fait la remarque, mais il ne paraît pas avoir songé à se rendre compte de l'importance relative de cette erreur en expérimentant simultanément avec une feuille sèche morte et une feuille sèche vivante.

D'autres expériences ont eu pour objet d'évaluer l'intensité de la pression osmotique chez l'*Atrichum undulatum*. Cette plante possède une pression assez élevée, laquelle s'accroît encore fortement par la dessiccation. En maintenant les cellules dans la solution plasmolysante, il a été constaté qu'elles finissent par s'y accommoder. Des résultats analogues ont été obtenus au moyen d'autres espèces de Mousses, ce qui a conduit l'auteur à conclure « qu'il y a parfois un rapport entre la hauteur de la pression et le degré de reviviscence, mais ce n'est pas toujours le cas ».

Ce résultat, si incomplet qu'il soit, est peut-être l'une des caractéristiques des espèces reviviscentes, la seule que l'auteur soit parvenu à mettre partiellement en lumière.

Quant aux rhizoïdes, l'expérience semble démontrer qu'ils ne jouent aucun rôle au point de vue de la faculté de reviviscence.

La deuxième partie du travail est consacrée aux Algues, notamment au *Porphyra laciniata*. De nombreuses expériences d'osmose ont été exécutées sur cette espèce revivissante, ainsi que sur quelques autres. Des observations comparatives plus complètes sur des espèces non reviviscentes eussent été très instructives. A défaut d'indications de ce genre, il me semble que les faits consignés dans le présent travail expliquent l'adaptation des Algues aux changements de milieu (eau de mer à marée haute, eau salée de plus en plus concentrée par l'évaporation à marée basse, eau douce en temps de pluie) plutôt que le phénomène de reviviscence lui-même.

Une difficulté spéciale se manifeste dans les Algues au point de vue de l'osmose : c'est l'absence de plasmolyse nettement reconnaissable. « Il est donc impossible, dit l'auteur, de savoir si les Algues reviviscentes ont une pression plus forte que les autres Algues. »

Dans la dernière partie se trouvent consignées quelques rares observations sur le mycélium des Champignons, sur le *Nostoc commune* et sur un *Collema*. Il n'a pas été possible de mesurer leur pression osmotique.

Les recherches dont je viens de rendre compte témoignent d'observations et d'expériences minutieuses, ainsi que de solides connaissances. Ces recherches, cependant, ne semblent pas avoir été orientées dans le sens le plus favorable. Les propriétés des membranes cellulaires, qui seules ont été envisagées, ne paraissent pas caractéristiques des espèces reviviscentes. Je suis ainsi amené à me demander si le travail envoyé au concours répond réellement à la question posée. Je ne puis l'affirmer.

En conséquence, j'ai l'honneur de proposer à la Classe de décider l'impression du mémoire présenté sous la devise : *Felix*

qui rerum potuit cognoscere causas, et d'accorder à son auteur la moitié du prix pour reconnaître ses efforts et son mérite.

En terminant ce rapport, j'exprimerai aussi le regret de ce que l'auteur n'a pas fait un exposé de la question qu'il a abordée, ni des résultats qu'il a obtenus : il n'a rédigé ni introduction ni conclusions. »

Rapport de M. Jean Massart, deuxième commissaire.

« Je suis pleinement d'accord avec le savant premier commissaire quant à la rédaction du mémoire qui nous est soumis : elle est fort défectueuse et pèche notamment par l'absence de toute mise au point, tant comme introduction que comme conclusions.

Mais ceci constaté, il est juste de dire que les expériences sont bien conduites. Si les moyens optiques dont on dispose actuellement n'ont pas permis de voir ce qui se passe dans le protoplasme des cellules reviviscentes, l'auteur n'en a pas moins serré la question de près en étudiant de quelle manière les cellules perdent de l'eau et en absorbent, double phénomène qui est évidemment à la base de toute reviviscence. Il a établi que la déperdition de l'eau se fait dans les Mousses aériennes (toutes plus ou moins reviviscentes) de la même façon que chez les Mousses aquatiques reviviscentes, mais autrement que chez les Mousses aquatiques qui sont incapables de supporter impunément la dessiccation. Et à ce propos, il démontre un fait qui était, je crois, ignoré jusqu'ici, que dans une cellule vivante quelconque la dessiccation n'est jamais accompagnée de plasmolyse.

Chez les Algues reviviscentes qui habitent nos brise-lames, l'auteur a étudié également un phénomène fort intéressant : la complète perméabilité du cytoplasme pour les substances

normalement dissoutes dans l'eau de mer. Ce fait curieux, qui avait été mis en lumière par notre savant collègue M. Léon Fredericq pour certains animaux, n'avait, à ma connaissance, jamais été indiqué chez les Végétaux. L'auteur montre que pour les Algues de notre côte cette perméabilité fait défaut aux espèces non reviviscentes.

Ces quelques exemples montrent que l'auteur a su, dans chaque cas, poser nettement le problème et que le plus souvent il est arrivé à la solution. Je me permets donc de m'écarter des conclusions de M. Gravis, et je propose de décerner le prix entier à l'auteur. Toutefois, avant de publier le mémoire, l'Académie engagerait l'auteur à le remanier complètement pour le rendre moins indigeste. »

Rapport de M. Émile Marchal, troisième commissaire.

« Le mémoire présenté expose une série d'observations originales sur la marche de la déshydratation et de la réhydratation des tissus chez un certain nombre de plantes.

Les faits ont été analysés avec beaucoup de soin et les diverses phases du phénomène sont reproduites en des illustrations la plupart très réussies.

Certes, si la question posée impliquait, dans son énoncé, la détermination des causes de la reviviscence, il ne me paraîtrait pas possible de déclarer que le travail soumis à notre examen y répond d'une façon satisfaisante.

Mais le problème n'est pas libellé avec cette précision et, dès lors, le mémoire présenté, apportant un ensemble de données nouvelles importantes à la connaissance des phénomènes de reviviscence chez les végétaux, me semble mériter pleinement l'attribution du prix.

Au surplus, je me rallie entièrement aux réserves exprimées par les savants premier et deuxième commissaires relativement

aux défauts de rédaction du mémoire et me joins à eux pour demander à la Classe de n'autoriser sa publication qu'après complet remaniement. »

La Classe décide d'accorder la moitié du prix à l'auteur qui est invité à se faire connaître.

PRIX CHARLES LEMAIRE

EN FAVEUR DES QUESTIONS RELATIVES AUX TRAVAUX PUBLICS.

Onzième période : juillet 1911-1913.

Rapport des Commissaires délégués à MM. les Directeur, Secrétaire perpétuel et Membres de la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique ⁽¹⁾.

MESSIEURS,

La Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique a reçu, au cours de la période biennale de 1911 à 1913, trois mémoires de M. Léon Descans, ingénieur des Ponts et Chaussées.

Ils sont énumérés ci-après par ordre d'ancienneté :

Contribution à l'étude des ponts à béquilles, octobre 1911.

(1) Le jury était composé de MM. De Heen, membre de l'Académie royale, *président*; Dufourny, inspecteur général des Ponts et Chaussées, directeur général des voies hydrauliques; Lambin, ingénieur en chef directeur des Ponts et Chaussées, chef du Cabinet de M. Helleputte, Ministre de l'Agriculture et des Travaux publics; Van Brabandt, ingénieur principal des Ponts et Chaussées, chef du Cabinet de M. Seghers, Ministre de la Marine, des Postes et des Télégraphes; Lagasse de Loch, directeur général honoraire des Ponts et Chaussées, président de la Commission royale des monuments et des sites, *rapporteur*.

Cales sèches, 1912.

Le calcul des poutres continues sur appuis fixes, 1912.

Le second de ces mémoires est un rapport intéressant présenté par l'auteur au XII^e Congrès international de navigation, à Philadelphie (États-Unis de l'Amérique du Nord), en 1912, en réponse à une question de navigation maritime sur les appareils de radoub posée devant cette savante assemblée.

Après avoir rappelé que l'étude comparative des cales sèches et des docks flottants, ces deux seuls moyens de radoubage appropriés aux navires modernes, ne suffit pas pour déterminer, entre ces engins, le choix à faire qui dépend surtout des conditions locales, M. Léon Descans étudie, d'une façon approfondie, au double point de vue théorique et pratique, la grande et la petite cale sèche du port de Gand.

Les ingénieurs trouveront dans ce mémoire de nombreuses indications qui pourront leur éviter des mécomptes lorsqu'ils auront à établir des cales sèches en terrain compressible. A proprement dire, ils n'y rencontreront point soit des idées nouvelles, soit des procédés en progrès. Dans l'opinion du jury, ce mémoire ne rentre pas dans l'une ou l'autre des questions relatives aux travaux publics, que la Classe des sciences, interprétant largement les termes de la donation Charles Lemaire, a définies comme suit :

a) Tout d'abord et de préférence, les expériences et les œuvres pratiques se rattachant directement à l'art et à la science de l'ingénieur ;

b) Puis et subsidiairement, les recherches théoriques sur la résistance des matériaux, sur la stabilité des constructions, sur l'hydraulique ⁽¹⁾ ;

Étant entendu que ces catégories se rapporteront, celle-là à des travaux, celle-ci à des aperçus originaux.

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n^o 4, pp. 202-203, 1910.

Les deux autres mémoires de M. Léon Descans satisfont précisément à cette dernière condition de constituer des études originales comprises dans la catégorie *b*.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES PONTS A BÉQUILLES.

L'auteur recourt aux méthodes graphiques, l'analyse, basée sur les formules de Bresse ou sur les principes plus modernes de la théorie du travail moléculaire, donnant lieu à de longs calculs et se prêtant malaisément à la comparaison rapide des effets produits par des sollicitations différentes ou à l'appréciation du degré d'approximation que l'on obtient en négligeant certaines actions secondaires.

M. l'ingénieur Léon Descans le fait remarquer avec raison : la considération des surcharges uniformes équivalentes au train des forces isolées qui se déplace sur le pont n'est d'application simple que dans l'étude des poutres à une travée, appuyées librement aux extrémités. Aussi, conformément aux usages français et allemand, recourt-il, pour le calcul d'un pont à béquilles, aux tracés des lignes d'influence des principaux éléments de sollicitation.

Ces tracés résultent des méthodes nouvelles que l'auteur a exposées, dès juin 1906, aux *Annales des Travaux publics* ⁽¹⁾, pour le calcul des arcs encastrés. Il y a ajouté, cette fois, le calcul des effets dus à des forces horizontales s'exerçant sur le pont qu'il s'agisse de l'application soit des poussées de terres contre la béquille, soit des forces de freinage à la poutre horizontale. En outre, il a eu recours à certains procédés permettant la détermination rapide des effets dus à des charges verticales fixes.

(1) Le problème des forces mobiles. 2^e partie. — Arcs à deux rotules et arcs encastrés. (*Annales des Travaux publics de Belgique*, 2^e sér., t. XI, 3^e fascicule, juin 1906, pp. 493-626.)

Les tracés des lignes d'influence, en suivant, pas à pas, les éléments du problème, permettent de vérifier constamment ce que valent certaines hypothèses simplificatrices au regard de l'exactitude des résultats; ces mêmes tracés se modifient facilement si l'on change l'allure ou les dimensions de la poutre. Certains des résultats sont finalement traduits analytiquement, ce qui permet à l'auteur de retrouver les formules établies théoriquement par M. R. Desprets, ingénieur des chemins de fer de l'État, candidat en sciences physiques et mathématiques ⁽¹⁾.

Nous ne pouvons partager l'avis de M. Léon Descans, lorsqu'il assimile ces formules analytiques à celles d'un aide-mémoire. C'est bien assez que l'auteur ait fait preuve d'une rare ingéniosité en recherchant les solutions des problèmes compliqués qui se posent au cours de l'étude des projets de ponts à béquilles de diverses espèces : de ceux encastrés au pied, seul cas que M. R. Desprets ait soumis à l'analyse; d'autres à béquilles sur rotules; d'autres, enfin, à trois travées munis de rotules dans les deux travées latérales.

LE CALCUL DES POUTRES CONTINUES SUR APPUIS FIXES.

Ce mémoire fait partie d'un travail plus étendu relatif aux poutres continues posées sur des appuis soit fixes, soit élastiques.

Il importait de connaître les résultats que l'auteur a obtenus, en ce qui concerne le calcul des poutres droites continues sur appuis fixes, en partant d'une idée nouvelle ou, si l'on préfère, à l'aide d'un procédé qui lui est propre. Chaque travée d'une poutre continue est considérée comme une poutre droite, encastree aux deux bouts, les sections extrêmes ayant subi certaines rotations. Les effets produits par ces rotations s'analysent

⁽¹⁾ Contribution à l'étude des ponts à béquilles. (*Annales des Travaux publics de Belgique*, 2^e sér., tome XVI, 1^{er} fascicule, février 1911, pp. 69-85.)

facilement à l'aide de tracés simples permettant d'en déterminer les grandeurs ; ainsi, puisqu'il s'agit de poutres continues, on réalise ce qui les caractérise, savoir : les conditions d'égalité des déformations angulaires de deux travées voisines au droit d'un appui commun.

Dès lors, le théorème classique des trois moments se présente sous une forme à la fois plus générale et plus simple qui facilite beaucoup les études.

CONCLUSION.

Les deux mémoires cités en dernier lieu offrent des vues originales et contribuent, d'une façon neuve, aux progrès de l'art et de la science de l'ingénieur.

Nous avons l'honneur de proposer, à l'unanimité, à la Classe des sciences de l'Académie royale de Belgique d'attribuer le Prix Charles Lemaire (période biennale de 1911 à 1913) à M. Léon Descans, ingénieur des Ponts et Chaussées, à Anvers.

Le Président,

P. DE HEEN.

Le Rapporteur,

LAGASSE DE LOCHT.

Les Membres,

DUFOURNY, A. LAMBIN, L. VAN BRABANDT.

La Classe ratifie ces conclusions. En conséquence, le prix de 1,400 francs est décerné à M. Léon Descans, ingénieur, à Anvers.

Elle vote des remerciements à MM. Lagasse de Locht, Dufourny, Lambin et Van Brabandt, qui ont bien voulu prêter leur concours à l'Académie pour le jugement de cette Fondation.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Introduction à la théorie des invariants intégraux (*),

par TH. DE DONDER.

La définition des invariants intégraux basée sur la théorie des intégrales multiples et sur leur interprétation géométrique dans l'hyperespace présente de réelles difficultés; nous avons évité celles-ci en partant de l'étude des formes différentielles m -linéaires; d'une manière élémentaire, nous retrouvons, en outre, les opérations fondamentales du calcul des invariants intégraux.

Le lecteur désireux de connaître la définition des invariants intégraux n'aura qu'à prendre connaissance des nos 1 à 3, du no 14 et des nos 20 à 25 de ce travail (**).

I. — FORMES ASYMÉTRIQUES.

1. Définition des formes asymétriques. — L'expression

$$A_m \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_m x_{i_m}$$

sera nommée : *forme différentielle asymétrique m-linéaire*, ou plus simplement : *forme asymétrique*. Donnons la signification analytique des symboles utilisés : chacun des indices $i_1 \dots i_m$ prendra successivement les valeurs 1, 2 ... n ; les coefficients $a_{i_1 \dots i_m}$ sont des fonctions quelconques de $x_1 \dots x_n$; il y en a, en tout, n^m . Le symbole $\delta_1 x_{i_1}$ indique un accroissement infiniment petit donné à la variable x_{i_1} ; de même, le symbole

(*) Présenté par M. de la Vallée Poussin.

(**) Un article spécial sera consacré à l'histoire et à la bibliographie des invariants intégraux.

$\delta_2 x_{i_1}$ indique un accroissement infiniment petit, distinct du premier, donné à la variable x_{i_1} ; on interprétera de même le symbole $\delta_m x_{i_1}$. Ces variations infinitésimales se conçoivent aisément de la manière suivante : Supposons que les variables $x_1 \dots x_n$ dépendent d'un certain nombre de paramètres arbitraires $\lambda_1 \dots \lambda_m$; on aura, par définition,

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 x_i \equiv \frac{\partial x_i}{\partial \lambda_1} \delta \lambda_1 \\ \vdots \\ \delta_m x_i \equiv \frac{\partial x_i}{\partial \lambda_m} \delta \lambda_m \end{array} \right. \quad i = 1 \dots n$$

où $\delta \lambda_1 \dots \delta \lambda_m$ sont des accroissements infiniment petits donnés respectivement à $\lambda_1 \dots \lambda_m$.

De ce que nous venons de dire, il résulte que

$$\delta_1 \delta_2 x_i \equiv \delta_2 \delta_1 x_i,$$

puisque ces deux expressions valent chacune

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} \delta \lambda_1 \delta \lambda_2.$$

De même, si φ représente une fonction quelconque de $x_1 \dots x_n$, on aura

$$\delta_1 \delta_2 \varphi \equiv \delta_2 \delta_1 \varphi;$$

les variations δ_1 et δ_2 sont donc permutable.

2. Exemple d'une forme asymétrique. — Soit $m = 2$ et $n = 3$; posons $x_1 \equiv x$, $x_2 \equiv y$, $x_3 \equiv z$. On obtiendra ainsi la forme différentielle asymétrique bilinéaire :

$$\begin{aligned} A_2 \equiv & a_{11} \delta_1 x \delta_2 x + a_{12} \delta_1 x \delta_2 y + a_{13} \delta_1 x \delta_2 z \\ & + a_{21} \delta_1 y \delta_2 x + a_{22} \delta_1 y \delta_2 y + a_{23} \delta_1 y \delta_2 z \\ & + a_{31} \delta_1 z \delta_2 x + a_{32} \delta_1 z \delta_2 y + a_{33} \delta_1 z \delta_2 z. \end{aligned}$$

Cette forme asymétrique renferme 9 coefficients qui, en général, seront des fonctions distinctes.

3. Permutations. — On sait qu'au moyen de q éléments différents on peut faire $q!$ permutations. Soit $\alpha\beta\gamma\dots\rho$ la permutation principale ou initiale. Une permutation sera dite *positive* quand elle présente un nombre pair d'inversions ou de dérangements par rapport à la permutation principale. Ainsi 3412 est une permutation positive si 1234 est la permutation principale. La permutation sera dite *négative* si le nombre d'inversions est impair.

Dans ce qui suivra, les éléments $\alpha\beta\dots\rho$ joueront le rôle d'indices; au numéro suivant, nous verrons un exemple important de l'utilité des permutations positives et négatives.

4. Définition des formes intégrales. — Une *forme intégrale* m -uple est une forme asymétrique

$$A_m \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1\dots i_m} \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_m x_{i_m}$$

dans laquelle les coefficients affectés des *mêmes* indices, mais écrits dans un ordre différent, sont *égaux* si les permutations de ces indices sont de même signe, et, par contre, sont *égaux mais de signes contraires* si les permutations de leurs indices sont de signes contraires.

Il en résulte que dans toute forme intégrale, tout coefficient ayant plusieurs indices égaux est *identiquement nul*.

5. Exemple d'une forme intégrale. — Reprenons l'exemple du n° 2, et supposons que cette formule A_2 soit une forme intégrale; dans ce cas, elle pourra s'écrire :

$$\begin{aligned} A_2 \equiv & a_{12}(\delta_1 x_1 \delta_2 x_2 - \delta_1 x_2 \delta_2 x_1) \\ & + a_{13}(\delta_1 x_1 \delta_2 x_3 - \delta_1 x_3 \delta_2 x_1) \\ & + a_{23}(\delta_1 x_2 \delta_2 x_3 - \delta_1 x_3 \delta_2 x_2). \end{aligned}$$

On voit que les déterminants s'introduisent ici tout naturellement; ces déterminants joueront un rôle fondamental dans la théorie des invariants intégraux.

tenant le symbole $\pm$ qui figure dans DA_m : si la permutation $\alpha \dots \mu \nu$ est *positive*, on choisira le signe $+$; au contraire, si la permutation $\alpha \dots \mu \nu$ est *négative*, on choisira le signe $-$.

L'opération DA_m s'appelle : *différentiation symbolique*.

7. Exemple d'une différentielle symbolique. — Soit $m = 1$; on aura alors

$$\begin{aligned} DA_1 &\equiv \partial_2 A_1(\partial_1) - \partial_1 A_1(\partial_2) \\ &\equiv \sum_{i_1} \sum_{i_2} \left(\frac{\partial a_{i_1}}{\partial x_{i_2}} \partial_1 x_{i_1} \partial_2 x_{i_2} - \frac{\partial a_{i_1}}{\partial x_{i_2}} \partial_2 x_{i_1} \partial_1 x_{i_2} \right) \\ &\equiv \sum_{i_1} \sum_{i_2} \left(\frac{\partial a_{i_1}}{\partial x_{i_2}} - \frac{\partial a_{i_2}}{\partial x_{i_1}} \right) \partial_1 x_{i_1} \partial_2 x_{i_2}. \end{aligned}$$

8. Propriétés de la différentielle symbolique d'une forme asymétrique. — La nouvelle forme différentielle DA_m que nous avons obtenue au n° 6 jouit de propriétés remarquables.

a) *La forme DA_m est indépendante des variations secondes.*

En effet, dans $\partial_{m+1} A_m(\partial_1 \dots \partial_m)$ figure le terme $a_{i_1 \dots i_m} \partial_1 \partial_{m+1} x_{i_1} \dots \partial_m x_{i_m}$, par exemple ; mais, dans $\partial_1 A_m(\partial_{m+1} \partial_2 \dots \partial_m)$ figurera le même terme ; les permutations $1 \ 2 \dots m \ (m+1)$ et $(m+1) \ 2 \dots m \ 1$ étant de signes contraires, les termes que nous avons considérés seront affectés de signes contraires. Pour une raison analogue, tous les autres termes renfermant des variations secondes s'entre-détruiront deux à deux.

b) *On peut écrire DA_m sous la forme*

$$DA_m \equiv \frac{1}{m!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} \frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} \begin{vmatrix} \partial_1 x_{i_1} & \dots & \partial_{m+1} x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \partial_1 x_{i_{m+1}} & \dots & \partial_{m+1} x_{i_{m+1}} \end{vmatrix}.$$

En effet, on peut écrire :

$$DA_m \equiv \frac{1}{m!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} \frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} \sum \pm \delta_{\alpha x_{i_1}} \dots \delta_{\mu x_{i_m}} \delta_{\nu x_{i_{m+1}}}.$$

La permutation principale étant $1, 2 \dots (m+1)$, il en résulte que

$$\sum \pm \delta_{\alpha x_{i_1}} \dots \delta_{\mu x_{i_m}} \delta_{\nu x_{i_{m+1}}} \equiv \begin{vmatrix} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_{m+1} x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_1 x_{i_{m+1}} & \dots & \delta_{m+1} x_{i_{m+1}} \end{vmatrix}.$$

c) La forme DA_m est une forme intégrale $(m+1)$ -uple.

En effet, le développement du déterminant précédent ayant été effectué suivant des éléments pris respectivement dans la 1^{re} colonne, dans la 2^e colonne, ... dans la $(m+1)$ ^e colonne, on obtiendra

$$DA_m \equiv \frac{1}{m!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} \frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} (\delta_1 x_{i_1} \dots \delta_{m+1} x_{i_{m+1}} + \dots - \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_m x_{i_{m+1}} \delta_{m+1} x_{i_m}).$$

Chacun des indices $i_1 \dots i_{m+1}$ pouvant prendre toutes les valeurs $1, 2 \dots n$, l'expression précédente pourra s'écrire :

$$DA_m \equiv \frac{1}{m!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} \left(\frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} + \dots - \frac{\partial a_{i_1 \dots i_{m-1} i_{m+1}}}{\partial x_{i_m}} \right) \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_{m+1} x_{i_{m+1}};$$

dans la parenthèse se trouve la somme algébrique de tous les termes déduits de

$$\frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}}$$

en permutant les $(m+1)$ indices $i_1 \dots i_{m+1}$ et en considérant comme permutation principale $i_1 \dots i_{m+1}$. Représentons cette parenthèse par $a_{i_1 \dots i_{m+1}}$; alors, on pourra écrire :

$$DA_m \equiv \frac{1}{m!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} a_{i_1 \dots i_{m+1}} \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_{m+1} x_{i_{m+1}}.$$

Ce que nous avons dit concernant $a_{i_1 \dots i_{m+1}}$ suffit pour comprendre immédiatement que si les indices de $a_{i_1 \dots i_{m+1}}$ et de $a_{k_1 \dots k_{m+1}}$ peuvent se déduire l'un de l'autre au moyen d'un nombre pair d'inversions, ces deux coefficients sont égaux; si ces indices peuvent se déduire l'un de l'autre au moyen d'un nombre impair d'inversions, ces deux coefficients sont égaux, mais de signes contraires. Il en résulte que la forme DA_m est une forme intégrale $(m + 1)$ -uple.

Exemple. — Reprenons la forme asymétrique A_2 du n° 2; on aura, après différentiation symbolique :

$$a_{123} \equiv \frac{\partial a_{12}}{\partial x_3} - \frac{\partial a_{21}}{\partial x_3} + \frac{\partial a_{31}}{\partial x_2} - \frac{\partial a_{13}}{\partial x_2} + \frac{\partial a_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial a_{32}}{\partial x_1} \\ - a_{213} \equiv a_{123} \equiv - a_{132} \equiv a_{312} \equiv a_{231} \equiv - a_{321}.$$

d) La forme DA_m peut s'écrire :

$$DA_m \equiv \frac{1}{m!} \sum_{i_1 \dots i_{m+1}} a_{i_1 \dots i_{m+1}} \begin{vmatrix} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_{m+1} x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_1 x_{i_{m+1}} & \dots & \delta_{m+1} x_{i_{m+1}} \end{vmatrix}$$

où $a_{i_1 \dots i_{m+1}}$ conserve la signification indiquée précédemment, et où $\sum_{i_1 \dots i_{m+1}}$ indique une sommation étendue aux C_n^{m+1} combinaisons de 1, 2 ... n pris $(m + 1)$ à $(m + 1)$.

En effet, reportons-nous à la dernière expression DA_m (voir propriété c), et considérons une des C_n^{m+1} combinaisons faites avec 1, 2 ... n prises $(m + 1)$ à $(m + 1)$; soit $i_1 \dots i_{m+1}$; dans DA_m figurent $(m + 1)!$ coefficients $a_{i_1 \dots i_{m+1}}$ dont les indices ne sont autres que les permutations de $i_1 \dots i_{m+1}$. Il suffira de se rappeler que DA_m est une forme intégrale pour obtenir la forme annoncée dans la propriété d.

Exemple. — Reprenons l'exemple précédent ; on voit qu'on pourra écrire :

$$DA_2 \equiv \frac{1}{2!} a_{123} \begin{vmatrix} \delta_1 x & \delta_2 x & \delta_3 x \\ \delta_1 y & \delta_2 y & \delta_3 y \\ \delta_1 z & \delta_2 z & \delta_3 z \end{vmatrix},$$

en posant, de nouveau, $x_1 \equiv x$, $x_2 \equiv y$ et $x_3 \equiv z$.

e) *En différentiant symboliquement la forme DA_m , on obtient l'identité*

$$DDA_m \equiv 0.$$

En effet, on a par définition (n° 6) :

$$DDA_m \equiv \frac{1}{m! m + 1!} \sum \pm \delta_\omega \sum \pm \delta_\alpha A (\delta_\alpha \dots \delta_\mu).$$

Pour fixer les idées, supposons $m = 1$, et n quelconque. On aura, dans ce cas,

$$\begin{aligned} 2! DDA_1 &\equiv \delta_3 \left(\delta_2 \sum_i a_i \delta_1 x_i - \delta_1 \sum_i a_i \delta_2 x_i \right) \\ &\quad - \delta_3 \left(\delta_1 \sum_i a_i \delta_2 x_i - \delta_2 \sum_i a_i \delta_1 x_i \right) \\ &\quad - \delta_1 \left(\delta_2 \sum_i a_i \delta_3 x_i - \delta_3 \sum_i a_i \delta_2 x_i \right) \\ &\quad + \delta_1 \left(\delta_3 \sum_i a_i \delta_2 x_i - \delta_2 \sum_i a_i \delta_3 x_i \right) \\ &\quad - \delta_2 \left(\delta_3 \sum_i a_i \delta_1 x_i - \delta_1 \sum_i a_i \delta_3 x_i \right) \\ &\quad + \delta_2 \left(\delta_1 \sum_i a_i \delta_3 x_i - \delta_3 \sum_i a_i \delta_1 x_i \right) \equiv 0. \end{aligned}$$

Cet exemple suffira pour apercevoir immédiatement la démonstration dans le cas général où m est quelconque.

9. Définition du produit symbolique de deux formes asymétriques — Considérons deux formes asymétriques et écrivons-les comme suit :

$$A_m(\delta_\alpha \dots \delta_\mu) \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_\alpha x_{i_1} \dots \delta_\mu x_{i_m}$$

$$B_p(\delta_\nu \dots \delta_\pi) \equiv \sum_{i_{m+1}} \dots \sum_{i_{m+p}} b_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} \delta_\nu x_{i_{m+1}} \dots \delta_\pi x_{i_{m+p}};$$

$\alpha \dots \mu \nu \dots \pi$ représente une des $(m+p)!$ permutations des éléments 1, 2, ... $(m+p)$. Par convention, la permutation principale sera 1, 2, ... $(m+p)$.

Le produit symbolique $[A_m B_p]$ des deux formes asymétriques sera défini par

$$A_m \equiv A_m(\delta_1 \dots \delta_m) \quad \text{et} \quad B_p \equiv B_p(\delta_{m+1} \dots \delta_{m+p})$$

$$[A_m B_p] \equiv \frac{1}{m! p!} \sum \pm A_m(\delta_\alpha \dots \delta_\mu) B_p(\delta_\nu \dots \delta_\pi),$$

où le signe Σ indique une sommation étendue à toutes les permutations $\alpha \dots \mu \nu \dots \pi$ des éléments 1, 2, ... $(m+p)$. Chaque terme $A_m(\delta_\alpha \dots \delta_\mu) B_p(\delta_\nu \dots \delta_\pi)$ sera précédé du signe + ou du signe —, suivant que la permutation considérée $\alpha \dots \mu \nu \dots \pi$ est positive ou négative.

L'opération $[A_m B_p]$ s'appelle : multiplication symbolique.

10. Exemple d'un produit symbolique de deux formes asymétriques. — Soient $m=2$, $p=1$ et n quelconque. On aura :

$$A_2(\delta_\alpha \delta_\beta) \equiv \sum_{i_1} \sum_{i_2} a_{i_1 i_2} \delta_\alpha x_{i_1} \delta_\beta x_{i_2}$$

$$B_1(\delta_\gamma) \equiv \sum_{i_3} b_{i_3} \delta_\gamma x_{i_3}$$

$$[A_2 B_1] \equiv \frac{1}{2} \sum \pm A_2(\delta_\alpha \delta_\beta) B_1(\delta_\gamma)$$

$$\equiv \frac{1}{2} \sum_{i_1} \sum_{i_2} \sum_{i_3} a_{i_1 i_2} b_{i_3} (\delta_1 x_{i_1} \delta_2 x_{i_2} \delta_3 x_{i_3} - \delta_2 x_{i_1} \delta_1 x_{i_2} \delta_3 x_{i_3}$$

$$+ \delta_3 x_{i_1} \delta_1 x_{i_2} \delta_2 x_{i_3} - \delta_1 x_{i_1} \delta_3 x_{i_2} \delta_2 x_{i_3}$$

$$+ \delta_2 x_{i_1} \delta_3 x_{i_2} \delta_1 x_{i_3} - \delta_3 x_{i_1} \delta_2 x_{i_2} \delta_1 x_{i_3}).$$

11. Propriétés du produit symbolique de deux formes asymétriques.

a) *Le produit symbolique $[A_m B_p]$ est une forme intégrale $(m + p)$ -uple.*

En effet, en se reportant aux deux numéros précédents, on voit que

$$[A_m B_p] \equiv \frac{1}{m! p!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+p}} a_{i_1 \dots i_m} b_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} \begin{vmatrix} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_{m+p} x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_1 x_{i_{m+p}} & \dots & \delta_{m+p} x_{i_{m+p}} \end{vmatrix}.$$

Il en résulte (comme au n° 8, propriété c) que

$$[A_m B_p] \equiv \frac{1}{m! p!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+p}} (a_{i_1 \dots i_m} b_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} + \dots) \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_{m+p} x_{i_{m+p}};$$

la parenthèse contient la somme algébrique des termes tels que $a_{i_\alpha \dots i_\mu} b_{i_\nu \dots i_\pi}$, où $\alpha \dots \mu \nu \dots \pi$ représente une permutation des éléments $1, 2 \dots (m + p)$; la permutation principale est $1, 2 \dots (m + p)$; si la permutation considérée est positive (n° 3), on fera précéder le terme correspondant du signe $+$; dans le cas contraire, le terme considéré sera précédé du signe $-$.

De là il résulte (comme au n° 8, propriété c) que le produit symbolique obtenu est une forme intégrale $(m + p)$ -uple.

Exemple. — Considérons les deux formes asymétriques

$$A_2 \equiv \sum_{i_1} \sum_{i_2} a_{i_1 i_2} \delta_1 x_{i_1} \delta_2 x_{i_2}$$

$$B_1 \equiv \sum_{i_3} b_{i_3} \delta_3 x_{i_3}.$$

On aura

$$\begin{aligned} [A_2 B_1] \equiv \frac{1}{2} \sum_{i_1} \sum_{i_2} \sum_{i_3} & (a_{i_1 i_2} b_{i_3} - a_{i_2 i_1} b_{i_3} \\ & + a_{i_3 i_1} b_{i_2} - a_{i_1 i_3} b_{i_2} \\ & + a_{i_2 i_3} b_{i_1} - a_{i_3 i_2} b_{i_1}) \delta_1 x_{i_1} \delta_2 x_{i_2} \delta_3 x_{i_3}. \end{aligned}$$

b) Le produit symbolique $[A_m B_p]$ peut s'écrire :

$$[A_m B_p] \equiv \frac{1}{m! p!} \sum_{i_1 \dots i_{m+p}} \alpha_{i_1 \dots i_{m+p}} \begin{vmatrix} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_{m+p} x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_1 x_{i_{m+p}} & \dots & \delta_{m+p} x_{i_{m+p}} \end{vmatrix}$$

où $\alpha_{i_1 \dots i_{m+p}}$ représente la parenthèse dont il est question dans la propriété précédente, et où $\sum_{i_1 \dots i_{m+p}}$ indique une sommation étendue aux C_n^{m+p} combinaisons de $1 \dots n$ pris $(m+p)$ à $(m+p)$.

La démonstration se fera comme au n° 8, propriété d.

Exemple. — Reprenons l'exemple précédent; on aura

$$[A_2 B_1] \equiv \frac{1}{2} \alpha_{123} \begin{vmatrix} \delta_1 x_1 & \delta_2 x_1 & \delta_3 x_1 \\ \delta_1 x_2 & \delta_2 x_2 & \delta_3 x_2 \\ \delta_1 x_3 & \delta_2 x_3 & \delta_3 x_3 \end{vmatrix}.$$

c) Si $m + p > n$, on aura l'identité

$$[A_m B_p] \equiv 0.$$

En effet, les déterminants qui figurent ci-dessus (propriétés a et b) contiennent chacun deux lignes identiques; ces déterminants seront donc nuls.

d) Si m est impair, on aura l'identité

$$[A_m A_m] \equiv 0.$$

Pour fixer les idées, supposons $m = 3$. On aura

$$[A_3 A_3] \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_6} (a_{i_1 i_2 i_3} a_{i_4 i_5 i_6} - a_{i_1 i_3 i_6} a_{i_4 i_2 i_5} + \dots) \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_6 x_{i_6}.$$

Dans la parenthèse, les termes sont deux à deux égaux et de signes contraires.

12. Forme intégrale m -uple déduite d'une forme asymétrique m -linéaire. — Considérons encore la forme asymétrique, m -linéaire :

$$A_m \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_m x_{i_m}.$$

Permutons les indices $i_1 \dots i_m$ des $a_{i_1 \dots i_m}$, sans permuter les indices $i_1 \dots i_m$ dans $\delta_1 x_{i_1} \dots \delta_m x_{i_m}$; nous obtiendrons ainsi $m!$ formes analogues à A_m . Affectons ces formes asymétriques du signe $+$ ou du signe $-$, suivant que la permutation $\alpha \dots \mu$ dans $a_{i_\alpha \dots i_\mu}$ est positive ou négative, la permutation principale étant $1, 2, \dots m$. Formons la somme algébrique des $m!$ formes ainsi obtenues : le résultat sera une forme intégrale m -uple. L'opération que nous venons d'effectuer pourrait s'appeler l'*addition symbolique*, le résultat serait la *somme symbolique* de A_m .

Remarque. — On pourrait aussi déduire une forme *symétrique* d'une forme asymétrique. On pourrait donc établir la théorie des invariants intégraux en partant des formes symétriques ou directement des formes intégrales; la marche suivie ici nous a paru plus simple.

13. Notation symbolique d'une forme asymétrique.

Posons

$$\begin{aligned} A_m &\equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_m x_{i_m} \\ &\equiv \sum_{i_1} a_{i_1} \delta_1 x_{i_1} \sum_{i_2} a_{i_2} \delta_2 x_{i_2} \dots \sum_{i_m} a_{i_m} \delta_m x_{i_m}. \end{aligned}$$

Les $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots a_{i_m}$ sont des symboles nouveaux; l'ordre dans lequel ces symboles sont écrits ne pourra pas être modifié; nous dirons que A_m est noté symboliquement au moyen de ces symboles. On a

$$a_{i_1 \dots i_m} \equiv a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m}$$

et réciproquement

$$a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m} \equiv a_{i_1 \dots i_m}.$$

II. — FORMES INTÉGRALES.

14. Diverses manières d'écrire une forme intégrale.

— Nous avons déjà donné (n° 4) la définition d'une forme intégrale m -uple :

$$A_m \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_1 x_{i_1} \dots \delta_m x_{i_m}.$$

a) Cette forme intégrale peut s'écrire :

$$A_m \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} a_{i_1 \dots i_m} \begin{vmatrix} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_m x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_1 x_{i_m} & \dots & \delta_m x_{i_m} \end{vmatrix}$$

où $\sum_{i_1 \dots i_m}$ représente une sommation étendue à toutes les *combinaisons* (sans répétition) de $1, 2 \dots n$ pris m à m .

La démonstration se fera comme au n° 8, propriété d .

b) Cette même forme intégrale m -uple s'écrira souvent :

$$A_m \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m}.$$

Le symbole nouveau S sert à rappeler qu'il s'agit d'une somme étendue aux *combinaisons* (sans répétition) de $1, 2 \dots n$ pris m à m ; ce même symbole sert aussi à rappeler qu'il s'agit d'une forme *intégrale* et que

$$\delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} \equiv \begin{vmatrix} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_m x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_1 x_{i_m} & \dots & \delta_m x_{i_m} \end{vmatrix}.$$

c) Cette même forme intégrale s'écrira aussi, plus simplement,

$$A_m \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta(x_{i_1} \dots x_{i_m}).$$

15. Différentielle symbolique d'une forme intégrale.

— Nous avons vu (c du n° 8) que la différentielle d'une forme asymétrique peut s'écrire :

$$DA_m \equiv \frac{1}{m!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} \left(\frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} - \frac{\partial a_{i_2 \dots i_{m+1}}}{\partial x_{i_1}} + \dots \right) \delta_{i_1} x_{i_1} \dots \delta_{i_{m+1}} x_{i_{m+1}};$$

dans chaque parenthèse figurent les $(m+1)!$ permutations de $i_1 \dots i_{m+1}$; mais remarquons que, dans le cas considéré où A_m est une forme intégrale, chaque terme se reproduit $m!$ fois; on pourra donc écrire :

$$DA_m \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} \left[\frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} - \frac{\partial a_{i_{m+1} i_2 \dots i_m}}{\partial x_{i_1}} + \dots \right] \delta_{i_1} x_{i_1} \dots \delta_{i_{m+1}} x_{i_{m+1}};$$

dans chaque crochet figure la somme algébrique suivante :

$$(-1)^{m+1} \sum_1^{m+1} \alpha (-1)^\alpha \frac{\partial a_{i_1 \dots i_{\alpha-1} i_{\alpha+1} \dots i_{m+1}}}{\partial x_{i_\alpha}};$$

dans cette somme, le premier terme correspond à $\alpha = 1$ et vaut

$$(-1)^m \frac{\partial a_{i_2 \dots i_{m+1}}}{\partial x_{i_1}};$$

rappelons aussi que $i_2 \dots i_{m+1}$ signifie que les i sont respectivement affectés des indices 2, 3, 4, ... $(m+1)$.

Remplaçons la somme algébrique que nous venons de considérer par le symbole $a_{i_1 \dots i_{m+1}}$; on aura alors

$$DA_m \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+1}} a_{i_1 \dots i_{m+1}} \delta_{i_1} x_{i_1} \dots \delta_{i_{m+1}} x_{i_{m+1}}.$$

Symboliquement, nous pourrons écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{DA}_m &\equiv \mathbf{S}_{i_1 \dots i_m} \mathbf{S}_{i_{m+1}} \frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_{m+1}} \\ &\equiv \mathbf{S}_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} \mathbf{S}_{i_{m+1}} \left[\frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{i_{m+1}}} \delta x_{i_{m+1}} \right] \\ &\equiv \mathbf{S}_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} \delta a_{i_1 \dots i_m}. \end{aligned}$$

En résumé, on a

$$\begin{aligned} \mathbf{DA}_m &\equiv \mathbf{DS}_{i_1 \dots i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} \\ &\equiv \mathbf{S}_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} \delta a_{i_1 \dots i_m}. \end{aligned}$$

D'une manière explicite, on pourra écrire aussi :

$$\mathbf{DA}_m \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} \begin{vmatrix} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_1 x_{i_m} & \delta_1 a_{i_1 \dots i_m} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \delta_{m+1} x_{i_1} & \dots & \delta_{m+1} x_{i_m} & \delta_{m+1} a_{i_1 \dots i_m} \end{vmatrix}.$$

16. Exemples de différentielles symboliques de formes intégrales.

$$(a) \quad \mathbf{A}_1 \equiv \sum_i a_i \delta_i x_i \equiv \mathbf{S} a_i \delta x_i$$

$$\begin{aligned} \mathbf{DA}_1 &\equiv \mathbf{S} \delta x_i \delta a_i \equiv \sum_i \left| \begin{array}{cc} \delta_1 x_i & \delta_1 a_i \\ \delta_2 x_i & \delta_2 a_i \end{array} \right| \equiv \sum_i \sum_j \frac{\partial a_i}{\partial x_j} \left| \begin{array}{cc} \delta_1 x_i & \delta_1 x_j \\ \delta_2 x_i & \delta_2 x_j \end{array} \right| \\ &\equiv \mathbf{S}_{ij} \left(\frac{\partial a_i}{\partial x_j} - \frac{\partial a_j}{\partial x_i} \right) \delta x_i \delta x_j \end{aligned}$$

$$(b) \quad \mathbf{A}_2 \equiv \sum_i \sum_j a_{ij} \delta_i x_i \delta_j x_j \equiv \mathbf{S}_{ij} a_{ij} \delta x_i \delta x_j$$

$$\mathbf{DA}_2 \equiv \mathbf{S}_{ijk} \left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial x_k} - \frac{\partial a_{kj}}{\partial x_i} - \frac{\partial a_{ik}}{\partial x_j} \right) \delta x_i \delta x_j \delta x_k.$$

17. Théorème relatif aux différentielles symboliques d'une forme intégrale. — *Pour toute forme intégrale A_m on aura*

$$DDA_m \equiv 0;$$

autrement dit : la différentielle symbolique de la différentielle symbolique d'une forme intégrale est identiquement nulle. C'est la propriété *c* du n° 8 appliquée aux formes intégrales.

Réciproquement, si une forme intégrale $(m + 1)$ -uple A_{m+1} est telle qu'on ait

$$DA_{m+1} \equiv 0,$$

je dis qu'il existe une forme intégrale m -uple A_m telle qu'on ait

$$DA_m \equiv A_{m+1}.$$

Démonstration. Afin d'éviter des notations trop compliquées, considérons d'abord le cas où $m + 1 = 2$ et $n = 3$. Nous allons calculer a_1 , a_2 et a_3 au moyen des équations

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{42} = \frac{\partial a_1}{\partial x_2} - \frac{\partial a_2}{\partial x_1} \\ a_{43} = \frac{\partial a_1}{\partial x_3} - \frac{\partial a_3}{\partial x_1} \\ a_{23} = \frac{\partial a_2}{\partial x_3} - \frac{\partial a_3}{\partial x_2} \end{array} \right.$$

Prenons a_3 arbitrairement; les deux dernières équations donneront respectivement :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \int \left[a_{43} + \frac{\partial a_3}{\partial x_1} \right] dx_3 + \psi_1(x_1, x_2) \\ a_2 = \int \left[a_{23} + \frac{\partial a_3}{\partial x_2} \right] dx_3 + \psi_2(x_1, x_2). \end{array} \right.$$

Substituons ces expressions de a_1 et a_2 dans la première équation; d'où

$$a_{12} - \frac{\partial}{\partial x_2} \int \left[a_{13} + \frac{\partial a_3}{\partial x_1} \right] dx_3 + \frac{\partial}{\partial x_1} \int \left[a_{23} + \frac{\partial a_3}{\partial x_2} \right] dx_3 = \frac{\partial \psi_1}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x_1}.$$

Le second membre est indépendant de x_3 ; donc, il faut qu'on ait

$$\frac{\partial a_{12}}{\partial x_3} - \frac{\partial a_{13}}{\partial x_2} + \frac{\partial a_{23}}{\partial x_1} \equiv 0;$$

c'est précisément l'hypothèse $DA_2 \equiv 0$.

Prenons ψ_2 arbitrairement; une quadrature nous fournira ψ_1 . Le problème posé est donc résolu.

Supposons encore qu'on ait $m + 1 = 2$; mais, soit $n = 4$. Nous allons montrer que *ce cas se ramène au précédent* : $n = 3$. Les a_1 , a_2 , a_3 et a_4 devront être calculés au moyen des équations

$$a_{12} = \frac{\partial a_1}{\partial x_2} - \frac{\partial a_2}{\partial x_1} \dots \dots \dots (1)$$

$$a_{13} = \frac{\partial a_1}{\partial x_3} - \frac{\partial a_3}{\partial x_1} \dots \dots \dots (2)$$

$$a_{14} = \frac{\partial a_1}{\partial x_4} - \frac{\partial a_4}{\partial x_1} \dots \dots \dots (3)$$

$$a_{23} = \frac{\partial a_2}{\partial x_3} - \frac{\partial a_3}{\partial x_2} \dots \dots \dots (4)$$

$$a_{24} = \frac{\partial a_2}{\partial x_4} - \frac{\partial a_4}{\partial x_2} \dots \dots \dots (5)$$

$$a_{34} = \frac{\partial a_3}{\partial x_4} - \frac{\partial a_4}{\partial x_3} \dots \dots \dots (6)$$

Prenons a_4 arbitrairement; les équations 3, 5 et 6 donneront respectivement a_1 , a_2 et a_3 : on n'aura qu'à effectuer trois quadratures et à introduire trois fonctions arbitraires de

x_1, x_2 et x_3 ; désignons ces trois fonctions par ψ_1, ψ_2, ψ_3 . Substituons a_1, a_2 et a_3 dans les équations 1, 2 et 4; nous obtiendrons trois équations de la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{12} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x_1} \\ A_{13} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \psi_3}{\partial x_1} \\ A_{23} = \frac{\partial \psi_2}{\partial x_3} - \frac{\partial \psi_3}{\partial x_2} \end{array} \right.$$

qui permettront de calculer ψ_1, ψ_2 et ψ_3 : on retombe sur le cas où $n = 3$. La méthode indiquée s'étend d'elle-même au cas où m et n sont quelconques. En résumé, si l'on a

$$\sum_1^{m+2} \alpha (-1)^\alpha \frac{\partial a_{i_1 \dots i_{\alpha-1} i_{\alpha+1} \dots i_{m+2}}}{\partial x_{i_\alpha}} \equiv 0,$$

on pourra trouver une forme intégrale m -uple

$$\sum_{i_1 \dots i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m}$$

telle qu'on ait

$$a_{i_1 \dots i_{m+1}} \equiv (-1)^{m+1} \sum_1^{m+1} \alpha \frac{\partial a_{i_1 \dots i_{\alpha-1} i_{\alpha+1} \dots i_{m+1}}}{\partial x_{i_\alpha}}.$$

La solution générale s'obtiendra au moyen de quadratures et renfermera des fonctions arbitraires.

18. Produit symbolique de deux formes intégrales.

— Effectuons le produit symbolique de la forme intégrale A_m par la forme intégrale B_p ; reportons-nous à la propriété a du n° 11; on aura

$$[A_m B_p] \equiv \frac{1}{m! p!} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_{m+p}} a_{i_1 \dots i_m} b_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} \left| \begin{array}{cccc} \delta_1 x_{i_1} & \dots & \delta_{m+p} x_{i_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_1 x_{i_{m+p}} & \dots & \delta_{m+p} x_{i_{m+p}} \end{array} \right|$$

En permutant les indices et en se rappelant la définition des formes intégrales (n° 4), on pourra écrire :

$$[A_m B_p] \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} \sum_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} a_{i_1 \dots i_m} b_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_{m+p}};$$

la première sommation s'étend à toutes les combinaisons (sans répétition) des indices 1, 2, ... n pris m à m; la seconde sommation s'étend à toutes les combinaisons (sans répétition) des indices 1, 2, ... n pris p à p; parmi ces dernières combinaisons, les seules à conserver sont celles qui ne présentent pas d'élément commun avec la combinaison (m à m) qu'on veut lui adjoindre; autrement dit, les indices $i_1 \dots i_m i_{m+1} \dots i_{m+p}$ doivent être tous différents. Il en résulte que le nombre de termes non identiquement nuls qui figurent dans $[A_m B_p]$ est égal à $C_n^m C_{n-m}^p$.

Nous écrirons encore le produit symbolique considéré, de la manière suivante :

$$[A_m B_p] \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} \sum_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} b_{i_{m+1} \dots i_{m+p}} \delta x_{i_{m+1}} \dots \delta x_{i_{m+p}}.$$

ou encore (n° 14) :

$$[A_m B_p] \equiv A_m B_p.$$

19. Exemple d'un produit symbolique de deux formes intégrales. — Considérons deux formes intégrales :

$$A_1 \equiv \sum_i a_i \delta x_i$$

$$B_2 \equiv \sum_{jk} b_{jk} \delta x_j \delta x_k.$$

On aura

$$[A_1 B_2] \equiv \sum_i \sum_{jk} a_i b_{jk} \delta x_i \delta x_j \delta x_k.$$

Soit $n = 3$; d'où

$$[A_1 B_2] \equiv a_1 b_{23} \delta x_1 \delta x_2 \delta x_3 + a_2 b_{31} \delta x_2 \delta x_3 \delta x_1 + a_3 b_{12} \delta x_3 \delta x_1 \delta x_2$$

$$\equiv (a_1 b_{23} + a_2 b_{31} + a_3 b_{12}) \begin{vmatrix} \delta_1 x_1 & \delta_1 x_2 & \delta_1 x_3 \\ \delta_2 x_1 & \delta_2 x_2 & \delta_2 x_3 \\ \delta_3 x_1 & \delta_3 x_2 & \delta_3 x_3 \end{vmatrix}.$$

III. — INVARIANTS INTÉGRAUX.

20. Rappel de quelques théorèmes relatifs aux équations différentielles. — Considérons un système de n équations différentielles

$$\frac{dx_1}{X_1} = \dots = \frac{dx_n}{X_n} = dt, \quad (1)$$

où $X_1 \dots X_n$ sont des fonctions holomorphes de $t, x_1 \dots x_n$, dans le voisinage de $t^0, x_1^0 \dots x_n^0$.

On démontre en analyse (*) que ces équations (1) admettent un système unique d'intégrales holomorphes, dans un certain voisinage de t^0 , se réduisant respectivement à $x_1^0, \dots x_n^0$ pour $t = t^0$. Ecrivons ce système d'intégrales de la manière suivante :

$$x_i = \varphi_i(t, t^0, x_1^0 \dots x_n^0), \quad (2)$$

où $i = 1, 2 \dots n$; on aura, en outre,

$$x_i^0 = \varphi_i(t^0, t^0, x_1^0 \dots x_n^0). \quad (3)$$

En donnant à t les valeurs voisines de t^0 , dont il est question à la fin du théorème précédent, on obtiendra des valeurs de $x_1 \dots x_n$ voisines de $x_1^0 \dots x_n^0$; l'ensemble de ces valeurs de $t, x_1 \dots x_n$ sera désigné par *domaine D*.

En permutant le rôle des variables $t, x_1 \dots x_n$ avec celui des paramètres $t^0, x_1^0 \dots x_n^0$, on voit immédiatement qu'on a aussi

$$x_i^0 = \varphi_i(t^0, t, x_1 \dots x_n). \quad (4)$$

Le jacobien

$$\frac{\partial(\varphi_1 \dots \varphi_n)}{\partial(x_1 \dots x_n)}$$

est différent de zéro dans le domaine D; il se réduit à 1, pour $t = t^0$.

(*) Voir, par exemple, le *Cours d'Analyse mathématique*, par E. GOURSAT. (Deuxième édition, t. II, pp. 351 et 364. Paris, 1914.)

Dérivons les équations (4) par rapport à t ; on aura

$$0 = \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + \sum_{k,1} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} \frac{dx_k}{dt} \quad i = 1 \dots n.$$

En remplaçant les $\frac{dx_i}{dt}$ par les X_i respectivement, on obtient :

$$0 = \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} X_k \quad i = 1 \dots n.$$

On démontre en analyse (*loc. cit.*) que ces n relations ont lieu quels que soient les $t^0, t, x_1 \dots x_n$; autrement dit, ce sont des identités en $t^0, t, x_1 \dots x_n$. Il en résulte que l'unique équation aux dérivées partielles :

$$0 = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} X_k \quad (5)$$

admet n solutions $\varphi_1 \dots \varphi_n$ des variables $t, x_1 \dots x_n$.

21. Définition d'un invariant. — Toute fonction Φ de $t, x_1 \dots x_n$ qui satisfait identiquement à l'équation (5) et qui est holomorphe dans le domaine D est, par définition, un *invariant* des équations (1).

Si n invariants de (1) sont tels que leur jacobien par rapport à $x_1 \dots x_n$ est différent de zéro (dans le domaine D), nous dirons que ces n invariants du système (1) sont *distincts*. Avec les n invariants distincts $\Phi_1 \dots \Phi_n$, formons les n équations

$$\Phi_i(t, x_1 \dots x_n) = \Phi_i(t^0, x_1^0 \dots x_n^0) \quad i = 1 \dots n.$$

On pourra en tirer (*) n fonctions holomorphes (dans le voisinage de t^0) :

$$x_i = \varphi_i(t, t^0, x_1^0 \dots x_n^0)$$

ou

$$x_i^0 = \varphi_i(t^0, t, x_1 \dots x_n).$$

(*) GOURSAT, Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du 1^{er} ordre. Paris, 1891, p. 18.

On retrouve ainsi l'intégrale générale (2) ou (3) des équations (1). Il nous reste à expliquer pour quelle raison une fonction Φ de $t, x_1 \dots x_n$ satisfaisant à l'équation (5) est appelée un invariant des équations (1). Pour cela, considérons une *solution*

$$x_i = x_i(t) \quad (6) \quad i = 1 \dots n$$

des équations (1); on aura donc les identités en t :

$$\frac{dx_i(t)}{dt} \equiv X_i(t, x_1(t), \dots x_n(t)).$$

On a, d'autre part, l'identité en $t, x_1 \dots x_n$:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} X_k \equiv 0;$$

cette identité subsistera évidemment quand on remplacera les $x_1 \dots x_n$ par la solution (6); l'identité ainsi obtenue exprime que

$$\frac{d[\Phi]}{dt} \equiv 0,$$

où $[\Phi]$ représente Φ après le remplacement des $x_1 \dots x_n$ par la solution (6). Il en résulte que $[\Phi]$ est indépendant de t : c'est une *constante*.

22. Définition d'un continuum m-uple. — Considérons n fonctions arbitraires

$$x_i^0 = x_i^0(\lambda_1 \dots \lambda_m) \quad (7) \quad i = 1 \dots n$$

des m variables ou paramètres $\lambda_1 \dots \lambda_m$. Nous ferons varier les $\lambda_1 \dots \lambda_m$ de manière que les $x_1^0 \dots x_n^0$ correspondants soient dans le domaine D (n° 20); rappelons qu'ici $t = t^0$.

Les équations (7) définissent un *continuum m-uple initial*.

La solution générale (2) s'écrira :

$$x_i = \varphi_i(t, t^0, x_1^0(\lambda_1 \dots \lambda_m), \dots, x_n^0(\lambda_1 \dots \lambda_m)) \quad (8)$$

Ces équations définissent un *continuum* m -uple t ; on voit que si l'on fait $t = t^0$, on retrouve le continuum initial. Quand les fonctions (7) qui définissent le continuum initial sont *arbitraires*, nous dirons que le continuum t est pris *arbitrairement*.

23. Variation et différentielle. — Donnons aux paramètres $\lambda_1 \dots \lambda_m$ des accroissements infiniment petits que nous désignerons respectivement par $\delta\lambda_1 \dots \delta\lambda_m$; posons

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 x_i \equiv \frac{\partial x_i}{\partial \lambda_1} \delta \lambda_1 \\ \vdots \\ \delta_m x_i \equiv \frac{\partial x_i}{\partial \lambda_m} \delta \lambda_m, \end{array} \right. \quad i = 1 \dots n$$

où $x_1 \dots x_n$ est la solution générale (8). Nous dirons que $\delta_1 x_i \dots \delta_m x_i$ sont les *variations* de x_i dues respectivement aux variations de $\lambda_1 \dots \lambda_m$. Une étude plus approfondie des invariants intégraux montrera que cette dénomination est en harmonie avec la terminologie du calcul des variations. Comme au n° 1, on verra qu'on a

$$\delta_1 \delta_2 x_i \equiv \delta_2 \delta_1 x_i;$$

de même, si f est une fonction de $x_1 \dots x_n$ et t , on aura

$$\delta_1 \delta_2 f \equiv \delta_2 \delta_1 f.$$

On a, par convention,

$$\delta t^0 \equiv 0.$$

Si la variable indépendante t reçoit un accroissement infinitésimal, celui-ci sera désigné par dt et s'appellera *différentielle* de t ; les $x_1 \dots x_n$ subiront les accroissements

$$dx_i \equiv \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} dt \equiv [X_i] dt, \quad i = 1 \dots n$$

où $[X_i]$ représente le résultat de la substitution de (8) dans X_i .

Ce sont les *différentielles* des $x_1 \dots x_n$.

Par convention, on a

$$d\lambda_1 \equiv d\lambda_2 \equiv \dots \equiv d\lambda_m \equiv 0.$$

Les différentielles et les variations sont permutable.

En effet, on a successivement

$$d\delta_1 x_i \equiv d \frac{\partial \varphi_i}{\partial \lambda_1} \delta \lambda_1 \equiv \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial \lambda_1 \partial t} dt \delta \lambda_1 \equiv \delta_1 \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} dt \equiv \delta_1 dx_i.$$

On aurait, de même,

$$d\delta_1 \delta_2 x_i \equiv \delta_2 d\delta_1 x_i.$$

Et aussi, pour une fonction f de t et de $\varphi_1 \dots \varphi_n$,

$$d\delta_1 f \equiv \delta_1 df.$$

24. Cas où $t = t^0$. Si nous supposons que $t = t^0$, la fonction $[X_i]$ se réduit à

$$X_i(t^0, x_1^0(\lambda_1 \dots \lambda_m) \dots x_n^0(\lambda_1 \dots \lambda_m)).$$

Nous représenterons cette fonction par X_i^0 : c'est le résultat obtenu en remplaçant $x_1 \dots x_n$ et t par $x_1^0 \dots x_n^0$ et t^0 dans X_i ; en vertu des équations (7), les x_i^0 seront considérés comme des fonctions de $\lambda_1 \dots \lambda_m$.

On aura ainsi

$$\left(\frac{dx_i}{dt}\right)^0 \equiv \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial t}\right)^0 \equiv X_i^0; \quad i = 1 \dots n.$$

les exposants *zéro* (0) signifient qu'on a considéré la valeur particulière $t = t^0$.

De même, on aura

$$\left(\frac{df}{dt}\right)^0 \equiv \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^0 + \sum_x \left(\frac{\partial f}{\partial x_x}\right)^0 X_x^0.$$

De même, on aura aussi

$$\left(\frac{d}{dt} \delta_1 \delta_2 x_i\right)^0 \equiv \delta_2 \delta_1 X_i^0.$$

25. Définition d'un invariant intégral. — Pour plus de simplicité, considérons d'abord une forme intégrale 2-uple (n° 14) :

$$A_2 \equiv \sum_i \sum_k a_{ik} \delta_1 x_i \delta_2 x_k \equiv \sum_{ik} a_{ik} \delta x_i \delta x_k \equiv \sum_{ik} a_{ik} \frac{\partial (x_i x_k)}{\partial (\lambda_1 \lambda_2)} \delta \lambda_1 \delta \lambda_2.$$

Pour que A_2 soit un *invariant intégral 2-uple* des équations (1), il faut et il suffit, par définition, qu'on ait l'identité

$$\sum_i \sum_k a_{ik}(t, x) \delta_1 x_i \delta_2 x_k \equiv \sum_i \sum_k a_{ik}(t + dt, x + X dt) \delta_1 (x_i + X_i dt) \delta_2 (x_k + X_k dt),$$

pour tout continuum t pris arbitrairement : dans cette identité, les x représentent les fonctions φ qui figurent dans les équations (8) du n° 22. On aura donc

$$\delta_1 x_i \equiv \frac{\partial x_i}{\partial \lambda_1} \delta \lambda_1,$$

$$\delta_2 (x_k + X_k dt) \equiv \delta_2 x_k + \sum_{\alpha} \frac{\partial X_k}{\partial x_{\alpha}} \delta_2 x_{\alpha} dt.$$

Remarquons, enfin, qu'on a donné à t les valeurs t , puis $t + dt$; il en résulte que les x_i ou les φ_i valent respectivement x_i et $x_i + X_i dt$ (voir n° 23 ; pour la simplicité de l'écriture, nous avons supprimé les crochets autour des X_i).

En négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur au troisième ordre, on obtient :

$$\begin{aligned} 0 &\equiv \sum_i \sum_k \left(\frac{\partial a_{ik}}{\partial t} dt + \sum_{\alpha} \frac{\partial a_{ik}}{\partial x_{\alpha}} X_{\alpha} dt \right) \delta_1 x_i \delta_2 x_k \\ &+ \sum_i \sum_k a_{ik} \left(\sum_{\alpha} \frac{\partial X_i}{\partial x_{\alpha}} \delta_1 x_{\alpha} dt \right) \delta_2 x_k \\ &+ \sum_i \sum_k a_{ik} \delta_1 x_i \left(\sum_{\alpha} \frac{\partial X_k}{\partial x_{\alpha}} \delta_2 x_{\alpha} dt \right). \end{aligned}$$

Ce qui peut s'écrire :

$$0 \equiv \sum_{ik} \left(\frac{\partial a_{ik}}{\partial t} + \sum_{\alpha} \frac{\partial a_{ik}}{\partial x_{\alpha}} X_{\alpha} \right) \left| \begin{array}{cc} \delta_1 x_i & \delta_1 x_k \\ \delta_2 x_i & \delta_2 x_k \end{array} \right| + \sum_i \sum_k \sum_{\alpha} a_{\alpha k} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_i} \left| \begin{array}{cc} \delta_1 x_i & \delta_1 x_k \\ \delta_2 x_i & \delta_2 x_k \end{array} \right|$$

ou

$$0 \equiv \sum_{ik} \left| \begin{array}{cc} \delta_1 x_i & \delta_1 x_k \\ \delta_1 x_i & \delta_2 x_k \end{array} \right| \left[\frac{\partial a_{ik}}{\partial t} + \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial a_{ik}}{\partial x_{\alpha}} X_{\alpha} + a_{\alpha k} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_i} + a_{i\alpha} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_k} \right) \right]. \quad (9)$$

Remarquons que les $\frac{n(n-1)}{2}$ déterminants

$$\left| \begin{array}{cc} \delta_1 x_i & \delta_1 x_k \\ \delta_2 x_i & \delta_2 x_k \end{array} \right| \quad i, k = 1 \dots n$$

ne sont pas tous indépendants : ces déterminants satisfont à des identités qu'on obtient toutes en développant des déterminants identiquement nuls tels que

$$\left| \begin{array}{cccc} \delta_1 x_i & \delta_1 x_j & \delta_1 x_k & \delta_1 x_l \\ \delta_2 x_i & \delta_2 x_j & \delta_2 x_k & \delta_2 x_l \\ \delta_1 x_i & \delta_1 x_j & \delta_1 x_k & \delta_1 x_l \\ \delta_2 x_i & \delta_2 x_j & \delta_2 x_k & \delta_2 x_l \end{array} \right| \equiv 0,$$

suivant les deux premières lignes. Mais les relations identiques ainsi obtenues sont du second degré par rapport aux déterminants considérés; il en résulte que ces identités ne diminuent pas le nombre de conditions nécessaires et suffisantes pour que A_2 soit un invariant intégral de (1). Annulons les coefficients des $\frac{n(n-1)}{2}$ déterminants qui figurent dans (9); d'où

$$0 = \frac{da_{ik}}{dt} + \sum_{\alpha} \left(a_{\alpha k} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_i} + a_{i\alpha} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_k} \right), \quad i, k = 1 \dots n.$$

en posant

$$\frac{da_{ik}}{dt} \equiv \frac{\partial a_{ik}}{\partial t} + \sum_{\alpha} \frac{\partial a_{ik}}{\partial x_{\alpha}} X_{\alpha}.$$

Ce que nous venons de faire pour les invariants intégraux

2-uples, s'étend immédiatement aux invariants intégraux m -uples; il faut et il suffit qu'on ait

$$\sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m}(t, x) \delta_{i_1} x_{i_1} \dots \delta_{i_m} x_{i_m} \\ \equiv \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m}(t + dt, x + X dt) \delta_{i_1} (x_{i_1} + X_{i_1} dt) \dots \delta_{i_m} (x_{i_m} + X_{i_m} dt)$$

pour tout continuum t pris arbitrairement.

En reprenant, dans ce cas général, les calculs précédents, on trouvera les C_n^m conditions nécessaires et suffisantes ou identités (*) en $t, x_1 \dots x_n$:

$$0 = \frac{da_{i_1 \dots i_m}}{dt} + \sum_{\alpha} \left(a_{i_1 i_2 \dots i_m} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_{i_1}} + \dots + a_{i_1 \dots i_{m-1} \alpha} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_{i_m}} \right), \quad (10)$$

où l'on a posé

$$\frac{da_{i_1 \dots i_m}}{dt} \equiv \frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial t} + \sum_{\alpha} \frac{\partial a_{i_1 \dots i_m}}{\partial x_{\alpha}} X_{\alpha}. \quad (11)$$

Voici une règle *empirique* qui permet de retrouver rapidement ces conditions nécessaires et suffisantes. Écrivons d'abord A_m sous forme symbolique :

$$A_m \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m}.$$

Dérivons le second membre par rapport à t , en tenant compte des équations (1) et en procédant comme suit :

$$\sum_{i_1 \dots i_m} \left[\frac{da_{i_1 \dots i_m}}{dt} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} + a_{i_1 \dots i_m} \delta X_{i_1} \delta x_{i_2} \dots \delta x_{i_m} \right. \\ \left. + a_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \delta X_{i_2} \delta x_{i_3} \dots \delta x_{i_m} + \dots + a_{i_1 \dots i_m} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_{m-1}} \delta X_{i_m} \right] \\ \equiv \sum_{i_1 \dots i_m} \left[\frac{da_{i_1 \dots i_m}}{dt} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} + a_{i_1 \dots i_m} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial X_{i_1}}{\partial x_{\alpha}} \delta x_{\alpha} \delta x_{i_2} \dots \delta x_{i_m} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial X_{i_2}}{\partial x_{\alpha}} \delta x_{i_1} \delta x_{\alpha} \delta x_{i_3} \dots \delta x_{i_m} + \dots + \frac{\partial X_{i_m}}{\partial x_{\alpha}} \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_{m-1}} \delta x_{\alpha} \right) \right].$$

(*) Les $t, x_1 \dots x_n$ peuvent être pris arbitrairement dans le domaine D; pour s'en rendre compte, on fera $t \equiv t^0$ (voir n° 24).

Puis, permutons les indices et mettons $\delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m}$ en évidence; d'où

$$\begin{aligned} S_{i_1 \dots i_m} \left[\frac{da_{i_1 \dots i_m}}{dt} + \sum_{\alpha} \left(a_{\alpha i_2 \dots i_m} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_{i_1}} + a_{i_1 \alpha i_3 \dots i_m} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_{i_2}} + \dots \right. \right. \\ \left. \left. + a_{i_1 \dots i_{m-1} \alpha} \frac{\partial X_{\alpha}}{\partial x_{i_m}} \right) \right] \delta x_{i_1} \dots \delta x_{i_m} \end{aligned}$$

Enfin, annulons les crochets; on obtiendra les conditions (10).

Remarque. — Représentons par $A_m(t)$ ce que devient la forme intégrale A_m quand on remplace les x_i par les φ_i qui figurent dans les équations (8); on pourra dire alors : pour que A_m soit un invariant intégral des équations (1), il faut et il suffit que

$$A_m(t) \equiv A_m(t + dt)$$

ou

$$\frac{dA_m(t)}{dt} \equiv 0,$$

quelle que soit la valeur de t ; donc, il faut et il suffit que $A_m(t)$ soit *indépendant de t* , quelles que soient les fonctions x_i^0 qui définissent le continuum initial. Nous dirons que

$$\frac{dA_m(t)}{dt}$$

est la dérivée (totale), par rapport à t , de A_m , dérivée prise conformément aux équations (1).

26. Différentielle symbolique d'un invariant intégral. — Si A_m est un invariant intégral m -uple, je dis que la différentielle symbolique DA_m sera un invariant intégral $(m + 1)$ -uple.

En effet, DA_m s'obtient en prenant une certaine somme (voir

n° 6) de variations de A_m ; considérons un de ces postes; soit

$$\delta_{m+1} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_{i_1} x_{i_1} \dots \delta_{i_m} x_{i_m}. \quad (12)$$

De cette expression, prenons la dérivée totale, par rapport à t , conformément aux équations (1). Nous avons vu (n° 24) que les deux opérations δ_{m+1} et $\frac{d}{dt}$ sont permutable; on pourra donc écrire :

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \delta_{m+1} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_{i_1} x_{i_1} \dots \delta_{i_m} x_{i_m} \\ & \equiv \delta_{m+1} \frac{d}{dt} \sum_{i_1} \dots \sum_{i_m} a_{i_1 \dots i_m} \delta_{i_1} x_{i_1} \dots \delta_{i_m} x_{i_m} \equiv 0; \end{aligned}$$

cette identité aura lieu quel que soit le continuum t , $(m+1)$ -uple.

Faisons la somme indiquée au n° 6; on trouve immédiatement que

$$\frac{d}{dt} DA_m \equiv 0,$$

pour tout continuum t pris arbitrairement (n° 22).

27. Produit symbolique de deux invariants intégraux. — Si A_m et B_p sont deux invariants intégraux des équations (1), je dis que le produit symbolique $[A_m B_p]$ est un invariant intégral $(m+p)$ -uple de ces équations (1).

Pour démontrer ce théorème, reportons-nous au n° 9. Comme pour la différentielle symbolique, on verra que

$$\frac{d}{dt} [A_m B_p] \equiv 0,$$

pour tout continuum t pris arbitrairement. Il en résulte immédiatement que $[A_m B_p]$ est un invariant intégral $(m+p)$ -uple des équations différentielles (1).

Rappelons que $[A_m B_p] \equiv 0$, si $m+p > 0$ et que $[A_m A_m] \equiv 0$, si m est impair (n° 11).

28. Exemple d'un invariant intégral n -uple. — Cherchons les conditions nécessaires et suffisantes pour que

$$A_n \equiv a \delta x_1 \dots \delta x_n$$

soit un invariant intégral n -uple des équations (1).

Appliquons la règle empirique du n° 25 :

$$\frac{dA_n}{dt} \equiv \frac{da}{dt} \delta x_1 \dots \delta x_n + a \delta X_1 \delta x_2 \dots \delta x_n + \dots + a \delta x_1 \dots \delta x_{n-1} \delta X_n,$$

d'où

$$0 = \left(\frac{da}{dt} + a \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + a \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \dots + a \frac{\partial X_n}{\partial x_n} \right) \delta x_1 \dots \delta x_n.$$

Donc, il faut et il suffit qu'on ait

$$\frac{da}{dt} + a \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} \right) = 0$$

ou

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial (aX_{\alpha})}{\partial x_{\alpha}} = - \frac{\partial a}{\partial t}.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — **Sur le fluorure de benzylidène
et quelques dérivés s'y rattachant,**

par THÉODORE VAN HOVE, ingénieur-chimiste,
chef de travaux à l'Université de Gand (1).

Le composé $C_6H_5 - CHFl_2$ correspondant au chlorure de benzylidène a été obtenu précédemment (2) en réduisant le difluorchlortoluol $C_6H_5 - CFl_2Cl$ par l'amalgame de sodium en milieu alcoolique. Le rendement de l'opération n'est pas des plus rémunérateurs et la purification du produit obtenu est particulièrement difficile à cause du faible écart entre les points d'ébullition du produit servant de point de départ et de celui à obtenir. L'un bout en effet à 142° , l'autre vers 134° .

J'ai essayé si, pour obtenir ce produit, il n'était pas plus avantageux de partir du dérivé chloré correspondant et d'y remplacer le chlore, comme cela a été fait par F. Swarts pour le chloroforme benzoïque (3), par du fluor sous l'action d'un agent de fluoruration approprié.

L'obtention du chlorure de benzylidène pur par chloruration directe du toluol étant difficile, son point d'ébullition étant trop voisin de celui du chloroforme benzoïque qui se forme en même temps, je suis parti, afin d'obtenir un produit de la composition duquel je pouvais être sûr, de l'aldéhyde benzoïque. Sur celui-ci, j'ai fait agir le pentachlorure de phosphore. Le rendement de l'opération est excellent et j'ai pu me procurer ainsi un chlorure de benzylidène tout à fait pur et exempt de chloroforme benzoïque. J'ai d'ailleurs eu soin de le distiller dans le

(1) Présenté par M. Fréd. Swarts.

(2) F. SWARTS, Sur quelques dérivés fluorés du toluol. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., 1900, nos 7-8, p. 414.)

(3) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. XXXV, 1898, n^o 4, pp. 375-420.

vide, peu de temps avant son emploi, ce pour éliminer un peu d'acide chlorhydrique se formant lorsqu'on conserve le produit à l'air.

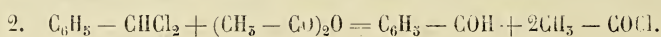
Le premier agent de fluoruration employé fut le trifluorure d'antimoine. Une demi-molécule de chlorure de benzylidène, soit 80 grammes, fut introduite dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant. J'y ajoutai ensuite 60 grammes, soit la quantité équivalente de fluorure d'antimoine sublimé et finement pulvérisé. Le ballon fut ensuite chauffé au bain-marie. La réaction ne tarda pas à se manifester, le liquide noircit très fortement et le verre subit une attaque assez violente. La chauffe ayant été poursuivie pendant environ trois heures, je ne trouvai, dans le ballon, plus trace de liquide, mais une masse noire ressemblant à de la poix. Ce produit fut extrait du ballon, concassé et soumis à un entraînement par la vapeur d'eau. J'ai pu recueillir ainsi 2 à 3 centimètres cubes d'un liquide ayant une forte odeur d'aldéhyde benzoïque. Après avoir enlevé cette dernière au moyen d'une solution de sulfite acide de sodium, il m'est resté environ un demi-centimètre cube d'un liquide bouillant vers 130° à 135° et constitué probablement par du fluorure de benzylidène.

L'opération étant inexécutable dans ces conditions, j'ai cherché à modifier le procédé en employant un dissolvant. Le fluorure d'antimoine étant assez soluble dans l'acide acétique glacial, j'ai été amené à essayer la réaction en présence de ce dissolvant. Un essai a été fait sur de petites quantités de substances : 16 grammes de $C_6H_5 - CHCl_2$ ont été dissous dans deux fois leur poids d'acide acétique cristallisable et à cette solution furent ajoutés 12 grammes de fluorure d'antimoine. Le tout fut chauffé au bain-marie pendant environ une heure et demie ; l'opération fut faite dans un ballon en verre. La réaction s'amorça rapidement et le verre du ballon subit une attaque assez importante. Le produit de la réaction fut précipité par l'eau, puis extrait par l'éther. La solution étherée, desséchée, fournit à la distillation 14 grammes d'un liquide bouillant de

150° à 200°. Ce liquide, qui avait une forte odeur d'amandes amères, fut traité par du sulfite acide de sodium et se transforma par ce traitement en une masse cristalline de sulfite d'aldéhyde benzoïque. Cette masse fut traitée par une plus grande quantité d'eau afin de dissoudre le sulfite d'aldéhyde, puis épuisée par l'éther. L'extrait éthéré ne donna qu'un résidu liquide insignifiant; tout le chlorure de benzylidène mis en œuvre s'était transformé en aldéhyde.

Supposant que l'angle hydroxylique de l'acide acétique avait provoqué l'hydrolyse du chlorure de benzylidène, j'ai fait un second essai en employant comme dissolvant, non plus l'acide, mais l'anhydride acétique. L'essai a été fait avec les mêmes proportions de substances, conduit de la même façon, et a donné le même résultat.

Ces réactions curieuses ne s'expliquaient que si en même temps il se formait du chlorure d'acétyle suivant les équations :

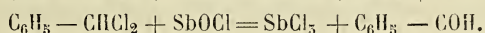
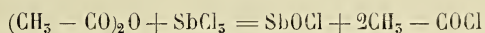


La formation du chlorure d'acétyle pouvait m'avoir échappé du fait de sa grande volatilité.

Afin de vérifier si tel était bien la façon dont évoluait la réaction, j'ai fait agir $\frac{2}{10}$ molécule, soit 32 grammes de chlorure de benzylidène, sur 20 grammes d'anhydride acétique. L'appareil dans lequel se faisait la réaction a été relié à un appareil condenseur afin de pouvoir éventuellement recueillir le chlorure d'acétyle formé. Ni à froid, ni à chaud, je ne pus observer de réaction. J'ajoutai ensuite au mélange un peu de fluorure d'antimoine. Aussitôt, le liquide s'est coloré en brun et une réaction régulière avec distillation de chlorure d'acétyle s'est manifestée. Après avoir poursuivi la chauffe au reflux pendant environ trois heures, j'ai distillé le produit de la réaction au bain-marie et recueilli de la sorte 28 grammes de chlorure d'acétyle bouillant de 55° à 60°.

Théoriquement le rendement devait être de 31 grammes. Le résidu de distillation au bain-marie a été ensuite traité avec de l'eau acidulée par l'acide chlorhydrique, lavé plusieurs fois, desséché et distillé. J'ai obtenu ainsi 16 grammes d'aldéhyde benzoïque pur, plus un petit résidu d'environ 3 grammes bouillant au-dessus de 200°. Ce dernier produit pouvait être du chlorure de cinnamyle produit par condensation du chlorure d'acétyle avec l'aldéhyde. En effet, en faisant agir sur ce produit de l'alcool absolu, j'ai isolé un peu d'éther cinnamique bouillant à 260°.

Le fluorure d'antimoine réagit donc dans cette transformation comme catalyseur. Il en est de même du chlorure d'antimoine, ainsi qu'un essai identique à celui que je viens de décrire me l'a démontré. La réaction évolue probablement de la façon suivante :



Un autre agent de fluoruration, employé pour la première fois par F. Swarts pour l'obtention de certains composés fluorés ⁽¹⁾, notamment le fluorure mercureux, a été essayé sans plus de succès. Une molécule-gramme de chlorure de benzyldène a été mise, dans un appareil de platine, au contact de la quantité correspondante de fluorure mercureux sec, et chauffée au bain d'huile vers 130° pendant douze heures. Après ce temps, je n'ai retrouvé dans l'appareil qu'une masse brunâtre, résineuse, sans trace de liquide. Cette masse a été pulvérisée et soumise à une extraction par l'éther. La rectification de ce dernier m'a fourni un faible résidu d'environ 3 à 4 grammes, liquide et bouillant entre 130° et 180°, ne pouvant contenir par conséquent que fort peu de fluorure de benzyldène.

Ces nombreux essais n'ayant conduit à aucun résultat conve-

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., 1904.

nable, j'ai repris l'essai de fluoruration par le fluorure d'antimoine, en employant, comme l'avait fait F. Swarts pour la fluoruration du chloroforme benzoïque par le même agent ⁽¹⁾, non pas des quantités équimoléculaires, mais un grand excès de chlorure de benzylidène, cet excès jouant le rôle de dissolvant.

L'opération fut conduite de la façon suivante : 1 $\frac{1}{2}$ molécule de chlorure de benzylidène fut traitée par $\frac{1}{3}$ molécule, soit 60 grammes de fluorure d'antimoine sublimé et finement pulvérisé. Les proportions indiquées des deux produits furent partagées en trois petits ballons en verre assez épais pour supporter une attaque et surmontés de réfrigérants ascendants. Chacun des ballons fut chauffé à feu direct environ une dizaine de minutes. Sous l'action de la chaleur, le liquide brunit assez rapidement tandis que le fluorure d'antimoine disparaît; il faut, pour réussir, chauffer assez brusquement et éviter une action trop prolongée de la chaleur, celle-ci provoquant une carbonisation assez importante. Cette carbonisation peut même être telle que tout le produit se trouve détruit. Après refroidissement du produit de la réaction, celui-ci fut versé dans un mélange de glace et d'acide chlorhydrique. Il se sépara ainsi un liquide brun noirâtre, qui fut lavé à l'eau acidulée par l'acide chlorhydrique pour lui enlever le trichlorure d'antimoine dissous. Un dernier lavage fut fait avec une solution étendue de soude caustique. Le produit décanté et desséché sur du chlorure de calcium a été ensuite soumis à la distillation.

J'ai pu recueillir ainsi en fait de produit distillant entre 130° et 180° environ 65 grammes, le thermomètre se maintenant pendant presque toute la durée de la distillation entre 140° et 145°. Le résidu était constitué par du chlorure de benzylidène inaltéré.

A la rectification, la portion distillant de 130° à 180° m'a fourni 35 grammes de produit bouillant entre 134° et 136°. Le

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. XXXV, 1898, n^o 4, pp. 375-420.

thermomètre s'élève ensuite très rapidement jusque vers 160°, puis lentement, sans se fixer à aucun moment, jusque 190°. A ce moment de la distillation, il se produit une vive attaque du ballon de verre dans lequel se fait la distillation; il se dégage du fluorure de silicium, de la vapeur d'eau, et le produit recueilli contient une notable quantité d'aldéhyde benzoïque, comme le démontre le précipité abondant qu'il donne en présence d'une solution de sulfite acide de sodium.

Il m'a d'ailleurs été impossible d'extraire du produit passant à la distillation entre 160° et 190° aucun corps défini autre que de l'aldéhyde. A chaque distillation de cette portion, à laquelle l'aldéhyde benzoïque et l'eau ont été enlevées par du sulfite acide et du chlorure de calcium, il se refait une nouvelle réaction où le verre intervient avec reformation d'eau et d'aldéhyde. Ce fait se produit même lorsque la rectification est faite sous pression réduite. Il est probable que le corps qui se comporte de la sorte est le dérivé monofluoré $C_6H_5-CHFCl$ dont la formation s'explique facilement par le fait de l'emploi d'un notable excès de chlorure de benzylidène lors de la fluoruration.

A cette attaque facile du dérivé chlorofluoré par le verre se rattache un fait constaté antérieurement par F. Swarts ⁽¹⁾ pour le difluorchlorotoluol. Celui-ci se laisse également transformer sous l'influence du verre, mais à un degré beaucoup moindre. Il faut chauffer à 160° en présence de laine de verre, pendant quinze jours, pour que la réaction soit totale. Dans ces conditions, F. Swarts put observer la formation de fluorure de silicium, de chlorure de benzoyle, de benzoate de soude et d'anhydride benzoïque. Le benzoate de sodium provient de l'action du chlorure de benzoyle sur l'alcali du verre et la formation d'anhydride benzoïque s'explique par l'action du chlorure de benzoyle sur le benzoate.

(1) F. SWARTS, *Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique*, t. LXL, 1901.

Afin d'obtenir une plus grande quantité de fluorure de benzyldène et de pouvoir déterminer avec un peu d'exactitude le rendement de l'opération, j'ai refait deux séries d'expériences, la seconde étant faite avec le produit récupéré dans la première. La première fois il a été mis en œuvre 120 grammes de fluorure d'antimoine, la seconde fois, 80 grammes. Le rendement en produit distillant, de 130° à 132°, a été pour la première de 77 grammes, pour la seconde de 55 grammes, soit au total 132 grammes ou 62 % de la quantité théorique à obtenir aux dépens de 200 grammes de SbFl_3 . Ces 132 grammes de produit ont été ajoutés aux 35 grammes de produit presque pur obtenu antérieurement et soumis à une rectification soignée au déflegmateur de Lebel. Celle-ci m'a fourni 160 grammes d'un liquide légèrement trouble et fumant un peu à l'air, mais distillant entièrement de 131°5 à 132°.

Ce liquide, lavé à l'eau pour lui enlever son acidité et desséché avec soin, a été distillé à nouveau. La distillation commença à 131°, le thermomètre s'élevant lentement jusqu'à 131°9, où il se maintint jusque vers la fin de la distillation, pour monter finalement jusque 132°4.

J'ai obtenu ainsi :

de 131° à 131°9 : 30 grammes.

de 131°9 à 132° : 102 —

de 132° à 132°4 : 49 —

Les têtes et queues de distillation fournirent, à une nouvelle rectification, encore 44 grammes de produit passant de 131°9 à 132°. J'ai ainsi obtenu 146 grammes de fluorure de benzyldène pur.

Ayant mis en œuvre en tout 260 grammes de fluorure d'antimoine, le rendement théorique étant de 277 grammes, j'ai obtenu 146 grammes, soit 53 % environ, de produit chimiquement défini.

En effet, l'analyse élémentaire m'a fourni les résultats suivants :

0^{gr}2853 de substance m'ont fourni :

H₂O = 0^{gr}1240 soit 0^{gr}0137 H ou 4.81 %

CO₂ = 0^{gr}6874 soit 0^{gr}1874 C ou 65.59 %

Calculé pour C₆H₅ — CHFl₂ C = 65.62 % H = 4.68 %

Pour déterminer la densité du produit, je l'ai rectifié une dernière fois au déflegmateur de Sydney Young à cinq boules. Le thermomètre, plongé entièrement dans la vapeur, s'est maintenu, pendant toute la durée de la distillation, entre 131°4 et 131°5.

La densité du produit fraîchement distillé, prise à 17°5, a été trouvée égale à 1.1378.

Le fluorure de benzylidène constitue un liquide incolore, se conservant très bien et n'attaquant le verre ni à froid ni à sa température d'ébullition, distillant sans aucune décomposition à 132° sous pression normale.

Sa stabilité vis-à-vis de l'eau est assez grande, quoique cependant il se laisse attaquer plus facilement que le dérivé trifluoré C₆H₅ — CFl₃, le phénylfluoroforme préparé et étudié par F. Swarts ⁽¹⁾.

L'essai a été conduit de la façon suivante :

Deux tubes contenant chacun 2 grammes de produit, l'un de fluorure de benzylidène, l'autre de phénylfluoroforme, ont été chauffés simultanément pendant vingt-quatre heures à 150°, en présence de 20 centimètres cubes d'acide chlorhydrique dilué et préalablement titré ; 20 centimètres cubes de cet acide exigeaient 120^{cc}2 de soude caustique N/10.

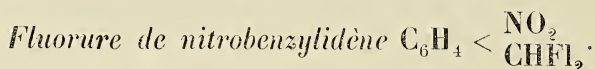
A l'ouverture des tubes, j'ai dosé l'acide formé par hydrolyse :

Le tube renfermant C₆H₅ — CHFl₂ a exigé 162^{cc}8 de soude N/10.

(¹) F. SWARTS, Sur quelques dérivés fluorés du toluol. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. XXXV, n° 4.)

Celui renfermant $C_6H_5 - CFl_3$ n'a exigé que 120^{cc}4 de soude $N/_{10}$.

L'hydrolyse est donc, dans le second cas, comme l'avait d'ailleurs déjà constaté F. Swarts, absolument négligeable, tandis que dans le cas du fluorure de benzyldène, elle correspond à la formation de 0^{gr}0852 d'acide fluorhydrique. Si l'hydrolyse avait été totale, il aurait dû se faire pour les 2 grammes mis en œuvre 0^{gr}61 d'HFl, soit environ sept fois plus. L'hydrolyse, après vingt-quatre heures à 150°, n'atteint donc qu'environ 14 %.



Sur une demi-molécule-gramme de fluorure de benzyldène, j'ai fait agir à basse température, en refroidissant énergiquement à l'aide de glace et de sel, la quantité correspondante d'acide nitrique pur en présence d'anhydride phosphorique destiné à fixer l'eau formée. A condition de maintenir la température suffisamment basse, la nitration s'opère régulièrement sans dégagement de vapeurs nitreuses et sans attaque du verre. Le produit de la réaction a été versé dans de l'eau glacée et le nitrodérivé précipité et lavé plusieurs fois, d'abord à l'eau, puis au carbonate de sodium. Le produit séparé à l'entonnoir à robinet a été desséché et ensuite distillé. La colonne thermométrique s'est élevée directement, au moment de la distillation, à 231°, puis lentement, presque à 235°, sans se fixer bien nettement en aucun moment de la distillation. J'ai recueilli ainsi :

de 231° à 233° : 6 grammes.
de 233° à 235° : 68 —

Un second essai de nitration a été fait en employant comme agent déshydratant de l'acide sulfurique concentré. La nitration s'est opérée, comme précédemment, dans de bonnes conditions, avec un rendement de 162 grammes de nitrodérivé aux dépens

d'une molécule-gramme, soit 128 grammes de $C_6H_5 - CHFl_2$.
La distillation de ce produit m'a fourni :

de 231° à 234° : 7 grammes.

de 234° à 236° : 100 —

de 236° à 237° : 43 —

Résidu : environ 10 grammes.

A la rectification des diverses portions, il m'a été impossible d'obtenir un produit à point d'ébullition constant. Ce fait m'indiquait que le produit n'était pas pur et probablement formé par un mélange de divers isomères à températures d'ébullition très voisines. J'ai essayé la séparation des isomères par cristallisation; malgré les nombreux essais, il ne m'a pas été possible d'obtenir des cristaux se prêtant à un essorage, ni même une simple décantation afin de séparer les eaux mères. La température de cristallisation était d'ailleurs très basse et ce n'est que vers -30° que le produit présentait un état cristallin ayant l'aspect et la consistance d'une graisse.

Ce qui m'a prouvé que le produit obtenu était un mélange de plusieurs isomères et non pas souillé par un corps ayant une autre fonction, c'est le fait que l'analyse élémentaire m'a fourni un résultat satisfaisant et conduisant à la formule $C_6H_4 < \begin{smallmatrix} NO_2 \\ CHFl_2 \end{smallmatrix}$.

0gr4171 de substance ont fourni :

$H_2O = 0gr1123$ soit $H = 0gr0124$ ou 2.98 %

$CO_2 = 0gr7364$ soit $C = 0gr2908$ ou 48.14 %

Calculé pour $C_6H_4 < \begin{smallmatrix} NO_2 \\ CHFl_2 \end{smallmatrix}$: $H = 2.88$ $C = 48.55$ %.

Le nitrodérivé obtenu est constitué par un liquide presque incolore, distillant sans décomposition appréciable de $234^{\circ}S$ à 237° et très résistant à l'action de l'eau. Même après vingt-quatre heures de chauffe à 150° en présence d'eau acidulée par HCl , la quantité d'acide obtenue par hydrolyse était insignifiante, alors qu'avec le fluorure de benzyldène lui-même, l'hydrolyse, sans

cependant être totale, atteint environ 14 %. Il se laisse beaucoup plus facilement attaquer par l'acide nitrique étendu, à tel point qu'au bout de vingt-quatre heures de chauffe à 150° la transformation en acide nitrobenzoïque est totale.

C'est sur cette dernière transformation que j'ai basé une méthode me permettant de déterminer approximativement les proportions des divers isomères dont le nitrodifluortoluol brut était constitué. La méthode employée est celle qui servit à E. Widmann ⁽¹⁾ pour la séparation des trois acides nitrobenzoïques obtenus par nitration de l'acide benzoïque.

20 grammes de nitrodérivé brut ont été chauffés en tubes scellés à 150° pendant vingt-quatre heures en présence d'acide nitrique de densité 1.2. J'ai obtenu ainsi 19 grammes d'acide nitrobenzoïque brut qui ont été transformés par du carbonate de potassium en nitrobenzoate. La solution de nitrobenzoate a été épuisée par l'éther afin d'en extraire le difluornitrotoluol non transformé. Ce dernier a été à nouveau traité par l'acide nitrique étendu, ce qui m'a fourni une nouvelle quantité d'acide. Après cette seconde opération, il ne restait plus de difluornitrotoluol inattaqué.

L'ensemble du nitrobenzoate de potassium obtenu a été traité par HCl afin d'obtenir l'acide libre qui a été essoré et desséché. Le tout a ensuite été fondu afin d'obtenir un mélange homogène.

Une partie aliquote de ce mélange, soit 15 grammes, a été transformée en sel de baryum au moyen de la baryte caustique; l'excès de baryte a été précipité à chaud par de l'anhydride carbonique et la solution séparée du carbonate par filtration. La solution a été ensuite évaporée afin de l'amener à cristallisation. Une première cristallisation m'a fourni un sel jaune pâle et des eaux mères beaucoup plus fortement colorées. Le produit solide a été soumis à une série de cristallisations fractionnées, jusqu'à

⁽¹⁾ E. WIDMANN, Ueber die Isom. nitro- und Amidobenzoisäuren, etc. (*J. Liebigs Annalen der Chemie*, Bd CXCIII, p. 202.)

obtention d'un sel qui, décomposé par un acide, donnait naissance à un corps à point de fusion invariable. Cette première série de cristallisations m'a fourni, après précipitation de l'acide libre aux dépens du sel obtenu, 6^{gr}5 d'acide métanitrobenzoïque pur fondant à 140°.

Toutes les eaux mères provenant des cristallisations du sel de baryum ont été soumises à une évaporation lente à l'exsiccateur ; il s'est ainsi séparé peu à peu de nouvelles quantités de métanitrobenzoate de baryum qui, soumises à une série de purifications, ont finalement fourni encore 3 grammes d'acide métanitrobenzoïque pur.

Les eaux mères restantes ont été finalement décomposées par l'acide sulfurique étendu afin de mettre les acides restants en liberté. Par cristallisation fractionnée de ces derniers, j'ai obtenu 1^{gr}3 d'un acide à point de fusion 232°-233°, c'est-à-dire l'acide paranitrobenzoïque. La solution restante contenait essentiellement de l'acide orthonitrobenzoïque ; celle-ci, évaporée, m'a fourni un acide qui, après plusieurs cristallisations, fondait à 125° et était constitué par un mélange d'acides ortho- et métanitrobenzoïque, le premier prédominant ainsi que me l'a montré la saveur très fortement sucrée du mélange, saveur sucrée caractéristique pour l'orthodérivé.

En résumé, la nitration du fluorure de benzyldène fournit essentiellement du métanitrodifluortoluol à côté du dérivé para et ortho en proportions à peu près identiques. Aux dépens de 15 grammes d'acide nitrobenzoïque brut provenant de l'action de HNO_3 sur le nitrodifluortoluol, j'ai obtenu en effet :

Ac. métanitrobenzoïque pur	9 ^{gr} 5
Ac. paranitrobenzoïque pur	1.3
Ac. orthonitrobenzoïque impur	2.2

Pertes pendant les séparations : 2 grammes.

Il résulte de ce que je viens d'exposer que tandis que le groupement — CFI_3 du fluoroforme phénylique constitue essentiellement un substituant de deuxième classe, ainsi que

F. Swarts l'a montré par le fait que la nitration ne donne naissance qu'à du méτανitrotrifluortoluol ⁽¹⁾, le groupement CHFl_2 envoie déjà en partie les substituants dans les positions 2 et 4, la métaposition étant cependant prépondérante.

Comme par nitration directe il ne m'avait pas été possible d'obtenir un nitrodérivé pur, j'ai essayé de préparer le méτανitrodifluortoluol en partant de la méτανitroaldéhyde. Cette dernière a été transformée d'abord au moyen du pentachlorure de phosphore en méτανitrodichlortoluol $\text{C}_6\text{H}_4 < \begin{smallmatrix} \text{NO}^2 & 1 \\ \text{CHCl}_2 & 3 \end{smallmatrix}$, après quoi celui-ci a été transformé en dérivé fluoré correspondant sous l'action du fluorure d'antimoine.

La préparation n'offre pas de difficultés et se fait avec un rendement satisfaisant. L'action du pentachlorure sur la méτανitroaldéhyde se fait régulièrement si l'on a soin de maintenir la température vers 15° à 20° ; si on laisse monter la température trop fortement, le produit brunit. C'est afin de ne pas devoir élever celle-ci trop fortement que, à la fin, lorsque toute l'aldéhyde a été versée sur le pentachlorure, j'ai distillé l'oxychlorure de phosphore formé dans le vide en refroidissant convenablement le ballon récipient; j'ai pu ainsi éliminer complètement l'oxychlorure à une température ne dépassant pas 50° . Le liquide restant a été versé sur de la glace pour enlever les dernières traces d'oxychlorure; dans ces conditions, le méτανitrodichlortoluol se figea en une masse cristalline qui put être essorée facilement. Une seule cristallisation de l'alcool me fournit un produit tout à fait pur.

La transformation de ce dernier en composé fluoré correspondant se fait aussi facilement, plus aisément même que la fluoruration du chlorure de benzylidène. Ici il n'a pas été nécessaire d'employer un excès du dérivé chloré, la réaction s'effectuant sans aucune résinification.

(1) F. SWARTS, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. XXXV, 1898, n^o 4, pp. 375-420.

180 grammes de chlorure de nitrobenzylidène ont été traités, par portions de 60 grammes, par la quantité correspondante de fluorure d'antimoine. Le mélange a été chauffé au reflux pendant une dizaine de minutes jusqu'à disparition du SbFl_3 . Après refroidissement, le produit a été versé dans l'eau glacée acidulée par HCl , afin de dissoudre le chlorure d'antimoine formé. Après plusieurs lavages, le produit a été soumis à un entraînement par la vapeur d'eau, ce qui m'a fourni 120 grammes de produit brut.

Ce dernier a été desséché et distillé dans le vide.

J'ai obtenu de la sorte, en distillant sous une pression de 40 millimètres environ :

de 143° - 150° : 85 grammes.

de 150° - 175° : 30 —

La portion distillant de 143° à 150° a été rectifiée à la pression atmosphérique. Le thermomètre est monté directement à 237° . J'ai obtenu :

de 237° - 239° : 75 grammes.

de 240° - 245° : 35 —

de 245° - 250° : 5 —

La portion distillant sous pression réduite de 150° à 175° , additionnée de celle distillant sous la pression ordinaire de 240° à 245° , m'a encore fourni une certaine quantité de produit bouillant de 237° à 240° . Une dernière rectification dans le vide, sous 25 millimètres de pression, m'a fourni finalement environ 80 grammes d'un produit bouillant de 132° à 134° .

Ce dernier produit a été soumis à la cristallisation. Celle-ci se fait à environ -15° , mais avec une extrême lenteur, le produit devenant très visqueux à basse température. J'ai obtenu ainsi de beaux cristaux presque incolores que je suis parvenu assez facilement à séparer des eaux mères. Après plusieurs cristallisations, j'ai obtenu un produit fondant de $-13^\circ 5$ à -14° , les eaux mères cristallisant à -15° .

L'analyse élémentaire de ce produit m'a fourni les résultats suivants :

0gr3226 de substance ont fourni :

$H_2O = 0gr0874$ soit $H = 0gr0097$ ou 3.01 %

$CO_2 = 0gr5626$ soit $C = 0gr1560$ ou 48.35 %

Calculé pour $C_6H_4 < \begin{smallmatrix} NO_2 \\ CHFl_2 \end{smallmatrix}$ $H = 2.81$ % $C = 48.55$ %

La densité du produit à 17°5 a été trouvée égale à 1.3881.

J'aurais voulu, par un procédé analogue, préparer l'orthonitrodifluortoluol. Malheureusement, les essais faits pour obtenir, aux dépens de l'orthonitrobenzaldéhyde, le chlorure correspondant n'ont pas réussi; le pentachlorure de phosphore réagit sur l'aldéhyde, même à basse température, avec une extrême violence, il se fait un dégagement très important d'acide chlorhydrique et une résinification du produit. Il m'a donc été impossible de poursuivre mes recherches dans cette voie.



Le nitrodérivé obtenu par nitration du fluorure de benzyldène étant fourni d'un mélange des trois isomères, j'ai pensé pouvoir, par réduction, obtenir les trois toluidines que j'espérais séparer par cristallisation fractionnée des anilides correspondantes.

A cet effet, 50 grammes de nitrodifluortoluol brut ont été réduits en milieu chlorhydrique par l'étain. L'opération a été conduite à température ordinaire, en ayant soin de refroidir sous un filet d'eau lorsque la température avait tendance à monter. Au début, la réduction semble s'opérer régulièrement, mais bientôt la solution de chlorhydrate prend une coloration rouge de plus en plus intense, en même temps qu'il se produit un précipité rouge foncé. Ce précipité a été filtré et le liquide transparent traité par un excès de soude caustique et entraîné

à la vapeur d'eau. Le produit d'entraînement a été salé pour insolubiliser l'amine qui a été extraite par l'éther. Après dessiccation par du carbonate de potassium, la solution étherée a été distillée. Cette distillation m'a fourni environ 16 grammes d'une amine bouillant de 222° à 224° en même temps qu'il se fait une légère décomposition avec formation d'acide fluorhydrique qui se combine à l'amine libre pour donner le fluorhydrate.

Quant au produit rouge qui avait précipité lors de la réduction, il a été traité par une grande quantité d'eau, de façon à le dissoudre, ce qui n'a réussi qu'en ajoutant à cette eau de l'acide chlorhydrique. Cette solution acide a été ensuite traitée par un excès de soude caustique, ce qui a eu pour effet de faire disparaître la coloration rouge intense qu'elle possédait. En épuisant ensuite cette solution alcaline par l'éther et distillant ce dernier, j'ai obtenu une huile jaunâtre très épaisse qui, après quelques jours, s'est transformée en une masse amorphe jaune, n'étant plus qu'imparfaitement soluble dans l'éther.

Comme l'opération précédente m'avait fourni un si mauvais rendement en amine, j'ai cherché à modifier les conditions expérimentales.

Une deuxième opération a été faite en réduisant une solution alcoolique de nitrofluortoluol par une solution alcoolique de chlorure stanneux. La réduction s'est opérée facilement, mais a donné naissance à la même substance fortement colorée en rouge, dont j'avais observé la formation dans l'expérience précédente. Le produit de réduction, traité par la soude et entraîné à la vapeur d'eau, m'a fourni la même proportion d'amine que précédemment.

Un troisième essai a été fait en essayant de réduire en milieu acétique par le fer en limaille. L'opération a été conduite sur 20 grammes. La réduction s'opère vivement et il est même nécessaire de refroidir pendant la réaction. L'excès de fer ainsi que l'acétate basique de fer formé ont été séparés par essorage et le précipité recueilli lavé plusieurs fois à l'éther pour en

éliminer toute l'amine. L'extrait éthéré, coloré assez fortement en jaune, a été évaporé, et le produit d'évaporation entraîné par un courant de vapeur d'eau. J'ai obtenu ainsi 9 grammes de produit entraînable. Dans le ballon restait, après entraînement, une huile très épaisse, qui a été redissoute dans l'éther et traitée par l'acide chlorhydrique gazeux. Il s'est formé ainsi un chlorhydrate rouge foncé, analogue comme aspect au précipité rouge qui s'était formé lors de la réduction par l'étain et l'acide chlorhydrique.

Il est donc certain que pendant la réduction du nitrodérivé il se fait des réactions secondaires où très probablement l'angle fluoré — CHFl_2 intervient, comme le prouve le fait que l'acétate basique séparé renferme des quantités appréciables de fluorures.

J'ai enfin essayé la réduction, également sur 20 grammes, par l'aluminium amalgamé. Celui-ci fut introduit dans un ballon contenant une solution éthérée du nitrodérivé et relié à un réfrigérant ascendant. A l'aide d'un entonnoir à robinet, je fis arriver lentement la quantité d'eau nécessaire à la production de l'hydrogène naissant devant réduire le dérivé nitré. La réduction s'opéra lentement, en donnant toutefois naissance à un même composé jaune. Lorsqu'elle fut terminée, je séparai l'oxyde d'aluminium formé par essorage et la solution éthérée fut évaporée. Le résidu, soumis à un entraînement à la vapeur d'eau, me fournit, comme dans les essais précédents, environ 9 grammes de produit entraînable, tandis qu'il restait dans le ballon le même résidu sirupeux jaune dont j'avais observé la formation dans les autres essais de préparation.

L'ensemble des amines entraînaibles, obtenues dans ces diverses opérations, fut desséché puis soumis à une rectification sous pression réduite. J'obtins ainsi un produit distillant sous 25 millimètres de pression entre 122°S et 123° .

Une portion de cette amine fut transformée en chlorhydrate, en faisant agir de l'acide chlorhydrique gazeux et sec sur une

solution étherée de celle-ci. Ce chlorhydrate, après dessiccation, fut analysé.

1^{gr}0712 de chlorhydrate ont fourni :

0^{gr}8527 AgCl soit Cl = 0^{gr}21086 ou 19.67 %

Calculé pour $C_6H_4 < \begin{smallmatrix} NH_3Cl \\ CHFl_2 \end{smallmatrix}$: Cl = 19.77 %

L'analyse élémentaire de l'amine libre m'a fourni les résultats suivants :

0^{gr}3212 de produit ont donné :

CO₂ = 0^{gr}6862 soit C = 0^{gr}18714 ou 58.26 %

H₂O = 0^{gr}1538 soit H = 0^{gr}0171 ou 5.32 %

Calculé pour $C_6H_4 < \begin{smallmatrix} NH_2 \\ CHFl_2 \end{smallmatrix}$ C = 58.73 % H = 4.88 %

Il était probable, vu la fixité du point d'ébullition du produit obtenu, que j'avais affaire à un corps unique et non à un mélange de divers isomères. Afin de le vérifier, j'ai transformé une partie de l'amine en anilide par l'anhydride acétique. J'ai obtenu ainsi un produit cristallisant aisément de l'eau et dont le point de fusion était de 73°.

Ce produit brut fut soumis à une série de cristallisations fractionnées. Je suis parvenu ainsi à faire monter le point de fusion jusque 74°, mais il m'a été impossible d'extraire, même des dernières eaux mères, une anilide ayant un point de fusion différent de 73°. Il était donc évident que l'amine dont dérivait l'anilide obtenue était un produit unique, probablement le méta dérivé. Pour vérifier cette hypothèse, j'ai réduit par l'étain et l'acide chlorhydrique le métanitrodifluortoluol obtenu par fluorurations du chlorure de métanitrobenzylidène. La réduction, cette fois, s'opère normalement, sans formation du produit rouge dont j'avais observé la production lors de la réduction du fluorure de nitrobenzylidène obtenu par nitration directe du difluortoluol. Aux dépens de 50 grammes de nitrodérivé, j'ai obtenu 39 grammes de produit brut distillant de 113° à 116°, sous 20 millimètres de pression. La rectification m'a fourni environ 25 grammes de produit tout à fait pur distillant sous la même pression, soit 20 millimètres, à 113°5.

La métadifluortoluidine $6_6\text{H}_4 < \begin{smallmatrix} \text{NH}_2 \\ \text{CHFl}_2 \end{smallmatrix} \frac{1}{3}$ obtenue cristallise vers -20°S . La densité prise à 17°S a été trouvée égale à 1.2340. Une portion de celle-ci, transformée en anilide, me fournit un produit fondant à 74° , ayant donc le même point de fusion que l'anilide décrite plus haut et obtenu aux dépens de l'amine résultant de la réduction du nitrodifluortoluol brut.

Quant au produit jaune que j'avais obtenu à côté de la métadifluortoluidine dans mes divers essais de réduction, j'ai essayé en vain de déterminer sa composition.

J'ai déjà dit antérieurement que, par réduction en milieu chlorhydrique par l'étain, j'ai obtenu un précipité rouge qui, après examen, a été trouvé être un chlorostannate. Ce produit rouge traité par la soude caustique fournit une huile qui, au moment où elle est extraite par l'éther, est légèrement colorée en jaune. Cette huile très épaisse ne se conserve pas et donne naissance, après quelques jours, à une masse amorphe jaune brunâtre qui n'est plus que partiellement soluble dans l'éther. Si l'on prend la solution étherée et qu'on y fait barboter de l'acide chlorhydrique gazeux et sec, on obtient un précipité rouge, un chlorhydrate qu'il m'a été impossible de faire cristalliser proprement afin de le purifier. Un dosage de chlore dans le produit impur m'a fourni 19.2% de chlore, alors que le chlorhydrate de l'amine $6_6\text{H}_4 < \begin{smallmatrix} \text{NH}_2 \\ \text{CHFl}_2 \end{smallmatrix}$ m'avait fourni 19.67 % de chlore. J'ai essayé d'obtenir d'autres sels, entre autres le picrate, mais dans aucun cas il ne m'a été possible d'obtenir un produit se prêtant à une cristallisation.

Il est probable, sans que je puisse toutefois en fournir la démonstration directe, que, l'oxydation du fluorure de nitrobenzylidène brut ayant démontré qu'il était constitué d'un mélange de trois isomères, les amines obtenues par réduction réagissent entre elles, se condensant du côté de l'angle CHFl_2 , analogue à l'angle aldéhydrique. Ce serait probablement l'ortho- et le paradérivé qui se condenseraient le plus facilement, puisque

dans l'amine isolée je n'ai trouvé que le métadérivé. Cette condensation pourrait donner naissance à un dérivé du triphénylméthane.

Ce qui semble confirmer cette hypothèse, c'est le fait que lors de la réduction du nitrodérivé par le fer, j'ai trouvé du fluor dans l'acétate basique de fer formé. De plus, le chlorhydrate de la base, que je ne suis pas parvenu à purifier, fournit par oxydation en milieu acétique, au moyen du bioxyde de plomb, une substance colorante rouge analogue comme couleur à la rosaniline, mais que, vu la faible quantité dont je disposais, il ne m'a pas été possible de purifier et d'identifier.

La métadifluortoluidine elle-même se prête assez facilement à un phénomène de condensation analogue, et même le produit obtenu aux dépens du fluorure de métanitrobenzylidène pur, obtenu lui-même en partant de la métanitroaldéhyde, soumis en milieu acétique à une oxydation par le bioxyde de plomb, fournit une matière colorante.

Gand, le 30 novembre 1913.
Laboratoire de chimie générale de l'Université.

GÉOMÉTRIE ALGÈBRE. — Sur des involutions appartenant à certaines surfaces régulières de genre $p^{(1)} = 1$,

par LUCIEN GODEAUX, docteur en sciences physiques et mathématiques (1).

Supposons qu'entre deux surfaces algébriques Φ , F , qui ne soient ni rationnelles ni réglées (par une transformation birationnelle) à des réglées, nous ayons une transformation rationnelle $(1, n)$ qui fasse correspondre, à un point de Φ , $n (> 1)$ points de F et, inversement, à un point de F , un et un seul point de Φ . Les groupes de n points de F qui correspondent aux points de Φ forment une involution d'ordre n et de dimension deux, car un point de F appartient généralement à un et à un seul de ces groupes. Lorsque dans ce travail nous parlerons d'une involution existant sur une surface, il sera sous-entendu qu'il s'agit d'une involution de dimension deux. La surface Φ sera généralement désignée sous le nom de surface représentative de l'involution. Nous supposerons d'ailleurs Φ et F dépourvues de courbes exceptionnelles, ce qui, ces surfaces n'étant ni rationnelles ni réglées, ne nuit pas à la généralité.

Les premières recherches sur les correspondances rationnelles entre deux surfaces algébriques sont celles faites par M. Painlevé à l'occasion de ses études, aujourd'hui classiques, sur les équations différentielles du premier ordre (2). M. Painlevé a notamment démontré qu'entre deux surfaces algébriques de genres $p_g > 2$, $p^{(1)} > 1$, il ne peut exister qu'un nombre fini de correspondances rationnelles.

M. Enriques a établi, peu après, que si, sur une surface F , il

(1) Présenté par M. Neuberg.

(2) Mémoire sur les équations différentielles du premier ordre. (*Annales de l'École normale*, 1891, [3], VIII; 1892, [3], IX [chap. II, § 9].)

existe une involution I_n , d'ordre n , la transformée d'une courbe canonique de la surface représentative de I_n , augmentée de la courbe de coïncidence de I_n , donne une courbe canonique de F ⁽¹⁾.

M. Severi fit connaître plus tard les relations existant entre les genres arithmétique et linéaire d'une involution donnée sur une surface F (c'est-à-dire les genres de la surface représentative Φ) et ceux de F ⁽²⁾. Dans un autre ordre d'idées, M. Severi a encore établi que sur une surface irrégulière dépourvue de faisceau irrationnel de courbes il ne saurait exister une série continue d'involutions irrégulières ⁽³⁾, généralisant ainsi le théorème bien connu de MM. Humbert et Castelnuovo relatif aux courbes algébriques.

Par des méthodes d'une grande élégance, MM. Enriques et Severi sont parvenus, il y a quelques années, à donner une classification complète des involutions (ni rationnelles, ni référables à des réglées) existant sur une surface de Jacobi ⁽⁴⁾. A la même époque, par une voie différente, MM. Bagnera et De Franchis parvinrent au même résultat ⁽⁵⁾.

Profitant d'un théorème de M. Enriques sur les involutions de genres $p_a = P_4 = 1$ appartenant à une surface de mêmes genres ⁽⁶⁾, j'ai pu édifier récemment une classification complète

⁽¹⁾ Ricerche di geometria sulle superficie algebriche. (*Mem. della R. Accad. di Torino*, 1893, [2], XLIV.)

⁽²⁾ Sulle relazioni che legano i caratteri invarianti di due superficie in corrispondenza algebrica. (*Rend. R. Ist. Lomb.*, 1893, [2], XXXVI.)

⁽³⁾ Il teorema d'Abel sulle superficie algebriche. (*Annali di Matematica*, 1905, (3), XII.)

⁽⁴⁾ Mémoire sur les surfaces hyperelliptiques. (*Acta Mathematica*, 1909, XXXII, XXXIII.)

⁽⁵⁾ Le superficie algebriche le quali ammettono una rappresentazione parametrica mediante funzioni iperellittiche di due argomenti. (*Mem. della Soc. dei XL*, 1908, [3], XV.)

⁽⁶⁾ Sulle trasformazioni razionali delle superficie di genere uno. (*Rend. R. Accad. di Bologna*, marzo 1910.)

de ces involutions ⁽¹⁾. La méthode employée, qui se rapproche de celle de MM. Enriques et Severi, m'a également permis de classer les involutions de genres $p_a = p_g = 0$, $P_6 = 1$ existant sur une surface de mêmes genres ⁽²⁾. Elle me permettrait également de retrouver les résultats de MM. Enriques et Severi sans profiter, comme l'ont fait ces géomètres, de la liaison d'une surface de Jacobi avec une courbe de genre deux ⁽³⁾.

Sur les conseils de M. Enriques, j'avais également entrepris des recherches sur les involutions de genres $p_a, p^{(1)}$ existant sur une surface de mêmes genres $p_a, p^{(1)}$. Je suis parvenu à démontrer que si les genres géométriques de la surface et de l'involution sont supérieurs à l'unité, et que si $p_a > 0$, l'involution est cyclique, on a $p^{(1)} = 1$ et les genres géométriques sont égaux ⁽⁴⁾. On peut remarquer que l'on démontrerait de la même manière qu'une involution d'ordre n et de genres $p'_a > 0$, $p'_g > 1$, $p^{(1)}$ existant sur une surface de genres $p_a > 0$, $p_g > 1$, $p^{(1)}$, est cyclique si l'on a

$$n(p'_a + 1) > p_a + 1.$$

⁽¹⁾ Sur les transformations rationnelles entre deux surfaces de genres un. (*Comptes rendus*, 1912, CLV.) — Sur les involutions de genres un existant sur une surface de genres un. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], 1913.) — Sur les involutions cycliques d'ordre 2^d et de genres un sur une surface de genres un. (*Nachrichten der K. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen*, 1913.) — Classification des involutions de genres 1 appartenant à une surface de genres 1. (*Comptes rendus*, 1913, CLVI.) — Mémoire sur les involutions appartenant à une surface de genres un. (*Annales de l'École normale* [paraîtra en 1914].)

⁽²⁾ Sur les involutions appartenant à une surface de genres zéro et de bigenre un. (*Comptes rendus*, 1913, CLVI.) — Sur les involutions appartenant à une surface de genres $p_a = p_g = 0$, $P_6 = 1$. (*Bull. de la Soc. math. de France*, 1913, XLI.) — Détermination des correspondances rationnelles existant entre deux surfaces de genres $p_a = p_g = 0$, $P_6 = 1$. (*Bull. de la Section scient. de l'Acad. de Roumanie*, 1913, II.)

⁽³⁾ Sur les involutions n'ayant qu'un nombre fini de coïncidences, appartenant à certaines surfaces algébriques. (*Mém. de la Soc. des sciences du Hainaut*, 1913.)

⁽⁴⁾ Sur les correspondances rationnelles entre deux surfaces algébriques ayant mêmes genres arithmétique et linéaire. (*Atti della R. Accad. di Torino*, 1912, XLVIII.)

Dans ce travail, je vais m'occuper d'une question analogue. Je vais considérer des surfaces régulières de genre $p^{(1)} = 1$ pour lesquelles on a soit $p_g = 1, P_4 > 1$, soit $p_g = 0, P_2 > 1, P_6 > 1$. Sur ces surfaces, je considérerai des involutions d'ordre premier et dont les surfaces représentatives sont régulières et jouissent en outre de la propriété suivante : Sur une de ces surfaces, une courbe de genre π a le degré $2\pi - 2$. J'établirai simultanément les théorèmes suivants :

I. *Une involution d'ordre premier et de genres $p_a = P_4 = 1$, existant sur une surface de genres $p_a = p_g = p^{(1)} = 1, P_4 > 1$, est cyclique.*

II. *Une involution d'ordre premier et de genres $p_a = p_g = 0, P_6 = 1$ existant sur une surface de genres $p_a = p_g = p^{(1)} = 1, P_4 > 1$, est cyclique.*

III. *Une involution d'ordre premier et de genres $p_a = p_g = 0, P_6 = 1$ existant sur une surface de genres $p_a = p_g = 0, p^{(1)} = 1, P_2 \geq 1, P_6 > 1$, est cyclique.*

Déjà en janvier dernier, j'avais établi un cas particulier du théorème I et j'avais exposé ma démonstration dans une petite note qui paraîtra incessamment dans les *Mathematische Annalen*. J'ai employé ici une autre méthode qui me semble préférable à plusieurs points de vue.

1. — Soient Φ, F deux surfaces algébriques qui ne sont ni rationnelles, ni transférables birationnellement à des réglées, dépourvues de courbes exceptionnelles, régulières et dont le genre linéaire est $p^{(1)} = 1$.

Sur ces surfaces, nous ferons les hypothèses suivantes :

La surface F possède un faisceau linéaire $|C|$ de courbes elliptiques C (évidemment dépourvu de point-base).

La surface Φ est telle que toute courbe de genre π , tracée sur cette surface, a le degré $2\pi - 2$.

Entre les surfaces Φ, F , nous avons une correspondance rationnelle $(1, n)$, n étant un nombre premier. A un point de Φ correspondent donc n points de F et, inversement, à un

point de F correspond un point de Φ . Les groupes de n points ainsi déterminés sur F forment une involution I_n .

La courbe de coïncidence D de l'involution I_n se compose de courbes *partielles* du faisceau $|C|$. Cette courbe D ne détermine donc pas un système linéaire infini, elle est isolée.

Sous ces conditions, nous allons démontrer que l'involution I_n est cyclique, c'est-à-dire qu'il existe une transformation birationnelle T , de période n , engendrant I_n .

Considérons les groupes de I_n , dont un point appartient à une courbe C quelconque. Trois hypothèses peuvent être faites :

a) Les $n - 1$ points restants décrivent une courbe K , qui n'est pas réductible en un certain nombre de courbes C .

b) Les $n - 1$ points restants décrivent la courbe C elle-même.

c) Les $n - 1$ points restants sont situés sur des courbes de $|C|$, généralement différentes de la courbe C dont on est parti.

Nous examinerons successivement ces trois hypothèses.

2. — Hypothèse a. — Nous supposons donc que les $n - 1$ points qui, avec un point d'une courbe C , forment un groupe de I_n , engendrent une courbe K non réductible en un certain nombre de courbes C . Supposons de plus, en premier lieu, que la courbe K soit irréductible.

Les courbes K , associées aux différentes courbes C , forment un système continu ∞^1 . Nous allons démontrer que le système continu complet $\{K\}$, qui comprend chaque courbe K comme courbe totale, est de dimension supérieure à l'unité.

Sur une courbe C générique, il n'y a aucun point de coïncidence de l'involution I_n . Par suite, si une courbe K a un point commun avec la courbe C , à laquelle elle correspond, elle en a certainement un deuxième, ces deux points faisant d'ailleurs partie d'un même groupe de I_n . Nous supposons qu'une

courbe C et la courbe K correspondante ont $\varepsilon \geq 1$ couples communs.

Une courbe C quelconque rencontre une courbe K également quelconque en 2ε points, car les courbes C découpent, sur la courbe K_1 correspondant à une courbe C_1 , une série linéaire dont fait partie le groupe de points communs à C_1 et à K_1 .

A une courbe C correspond, sur la surface Φ , une courbe elliptique Γ dotée de ε points doubles, correspondant aux ε couples de points communs à la courbe C et à la courbe K correspondante. Cette dernière aura d'ailleurs $(n - 2)\varepsilon$ points doubles (en des points variables).

Fixons l'attention sur une courbe C générique, soit C_1 , et désignons par K_1 la courbe K correspondante, par Γ_1 la courbe Γ correspondante sur Φ .

Dans le système continu (non linéaire puisque $\varepsilon \geq 1$) $\{\Gamma\}$, la courbe Γ_2 , infiniment voisine de Γ_1 , découpe sur celle-ci un groupe caractéristique. Or, par hypothèse, la série caractéristique d'une courbe Γ est d'ordre zéro. D'autre part, puisqu'il y a 2ε points communs à une C et à une K quelconques, il y a 2ε points de C_1 dont un correspondant (par I_n) appartient à C_2 (courbe C correspondant à Γ_2). Les courbes Γ_1 , Γ_2 ont donc 2ε points communs. Il faut, par conséquent, que la courbe Γ_2 , infiniment voisine de Γ_1 dans $\{\Gamma\}$, passe simplement par les ε points doubles de Γ_1 .

Soit K_2 la courbe K correspondant à C_2 . K_2 est infiniment voisine de K_1 et découpe, sur cette courbe, un groupe caractéristique. Or, d'après ce que nous venons de voir, K_2 passera simplement par les $(n - 2)\varepsilon$ points doubles de K_1 , et rencontrera encore cette dernière courbe aux 2ε points qu'elle a en commun avec C_1 . Il faudra, d'ailleurs, que ε des points doubles de K_1 soient sur C_2 .

Nous voyons donc que la série caractéristique de K_1 est d'ordre 2ε . Cette série est au moins simplement infinie, car le groupe caractéristique de K_1 que nous connaissons appartient à la série découpée sur K_1 par les courbes C .

Mais M. Enriques a démontré ⁽¹⁾ que la série caractéristique d'un système continu, découpée par les courbes infiniment voisines d'une courbe du système sur celle-ci, est complète. Dans le système *complet* $\{K\}$, il y a au moins ∞^1 courbes infiniment voisines de K_1 , donc $\{K\}$ est au moins doublement infini.

3. — Nous pouvons maintenant appliquer au cas actuel le raisonnement fait par MM. Enriques et Severi dans leur *Mémoire sur les surfaces hyperelliptiques* ⁽²⁾.

Considérons une courbe K^* de $\{K\}$ qui ne soit pas la transformée d'une courbe C au moyen de la correspondance $(n-1, n-1)$ définie par I_n . Cette transformation fera correspondre à K^* une certaine courbe L que nous supposerons irréductible. Les groupes de I_n , dont un point est sur K^* , auront donc $n-1$ points sur L .

Faisons varier la courbe K^* dans $\{K\}$ de manière à ce qu'elle tende vers une courbe K_1 conjuguée d'une courbe C_1 . Alors, la courbe L tend vers la courbe $(n-2)K_1 + C_1$. Mais, comme MM. Enriques et Severi l'ont montré, cela n'est possible que si C_1 possède des points de coïncidence de l'involution I_n . Or, cela n'a pas lieu en général, donc la courbe L n'est pas irréductible.

La courbe L doit se décomposer nécessairement en deux parties C^* , L^* (cette dernière réductible ou non). Lorsque K^* tend vers K_1 , C^* tend vers C_1 et L^* vers $(n-2)K_1$. Mais alors, C^* , tendant d'une manière continue vers une courbe C_1 de $|C|$, est également une courbe de ce faisceau, car ce dernier est évidemment complet (sans quoi F serait rationnelle). La courbe $L^* + K^*$ sera alors la transformée d'une courbe C ; cela est absurde, puisque K^* est une courbe totale de $\{K\}$ et qu'il devrait en être de même de $K^* + L^*$.

(1) Sulla proprietà caratteristica delle superficie algebriche irregolari. (*Rend. della R. Accad. di Bologna*, Dicem. 1904.)

(2) *Loc. cit.*, p. 335 (vol. XXXII).

Il faut donc que les courbes soient réductibles. Elles se réduisent d'ailleurs à $n - 1$ courbes, car autrement on recommencerait le même raisonnement sur chaque partie de K sur laquelle se mouvraient plusieurs points d'un groupe de I_n , et l'on parviendrait de même à une absurdité.

De tout ceci il résulte que si l'hypothèse a peut se présenter, c'est-à-dire si les courbes K ne se réduisent pas à $n-1$ courbes C , il existe sur la surface F , outre $|C|$, $n-1$ faisceaux linéaires de courbes elliptiques $|C_1|$, $|C_2|$, . . . , $|C_{n-1}|$. Lorsqu'un point d'un groupe de I_n décrit une courbe C , les $n-1$ autres points décrivent respectivement une courbe de chacun de ces $n-1$ faisceaux. L'involution I_n est cyclique, c'est-à-dire qu'il existe une transformation birationnelle T , de période n , de F en elle-même, engendrant I_n . On remarquera que les courbes des faisceaux $|C_1|$, $|C_2|$, . . . , $|C_{n-1}|$ ne peuvent en général avoir des points de coïncidence de I_n , de sorte que la courbe D sera une *courbe fondamentale* de chacun de ces faisceaux.

Ainsi dans l'hypothèse a , l'involution I_n est cyclique. Nous ferons cependant voir, à la fin du travail, que cette hypothèse est inadmissible.

4. — Hypothèse b . — Supposons actuellement que lorsqu'un point d'un groupe de I_n se trouve sur une courbe C , tous les points du groupe se trouvent sur cette courbe C . En répétant un raisonnement que nous avons déjà eu l'occasion de faire ailleurs ⁽¹⁾, nous ferons voir que l'involution est cyclique.

Dans l'hypothèse actuelle, à une courbe C correspond, sur la surface Φ , une courbe elliptique Γ engendrant un faisceau $|\Gamma|$.

Considérons, dans l'espace à trois dimensions de coordonnées cartésiennes (x, y, z) , un *modèle projectif* de Φ .

Soient

$$f(x, y, z) - \lambda \varphi(x, y, z) = 0, \quad x - \lambda y = 0 \quad (1)$$

⁽¹⁾ Correspondances rationnelles entre surfaces de mêmes genres arithmétique et linéaire. (*Loc. cit.*, § 2.)

les équations d'une courbe elliptique Γ ; λ est un paramètre variable et $f(xyz)$, $\varphi(xyz)$ sont des fonctions rationnelles et entières de x, y, z . L'équation de Φ est donc

$$x\varphi(xyz) - yf(xyz) = 0.$$

Soit $H(xyz) = 0$ l'équation d'une surface algébrique d'ordre m , ayant, avec la courbe (1), m contacts n — ponctuels. $H(xyz)$ est une fonction rationnelle et entière, irréductible, de x, y, z , dépendant d'ailleurs de λ .

Les équations

$$x - \lambda y = 0, \quad f(xyz) - \lambda \varphi(xyz) = 0, \quad u^n = H(x, y, z) \quad (2)$$

représentent, dans l'espace (x, y, z, u) , une courbe elliptique ayant une involution γ_n d'ordre n , représentable sur Γ .

A une valeur de λ correspondront plusieurs courbes telles que (3), et l'une de ces courbes sera la courbe C appartenant, par hypothèse, à une surface F dont nous supposons l'existence. Considérons les affixes de λ dans un plan réel R . Lorsque λ a décrit un contour fermé dans ce plan, les différentes courbes représentées par les équations (3) se sont généralement permutes entre elles. Cependant, celle que nous avons appelée C doit s'être reproduite, car autrement la surface F n'existerait pas. Le même fait doit d'ailleurs se produire pour une circulation quelconque de l'afixe de λ dans R .

L'existence de F revient donc à l'existence d'un polynôme $H(x, y, z)$ dépendant rationnellement de λ . Les équations de F seront alors

$$x\varphi(xyz) - yf(xyz) = 0, \quad u^n = H\left(x, y, z, \frac{x}{y}\right).$$

A un point (x, y, z) de la surface Φ correspondront, sur F , les n points

$$(x, y, z, u), \quad (x, y, z, u\tau), \quad \dots \quad (x, y, z, u\tau^{n-1}),$$

τ étant une racine primitive $n^{\text{ième}}$ de l'unité. Ces groupes de n points engendreront, sur F , l'involution I_n répondant à l'hy-

pothèse b . Cette involution est cyclique, elle est engendrée par la transformation de période n ,

$$x' = x, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad u' = \tau u.$$

5. — Plaçons-nous enfin dans l'hypothèse c . Les groupes de I_n dont un point parcourt une courbe C ont leurs autres points sur d'autres courbes C .

Il est évident que, n étant premier, il y aura n courbes C généralement distinctes, passant chacune par un point d'un groupe de I_n .

A une courbe C correspond sur Φ une courbe elliptique Γ engendrant un faisceau linéaire $|\Gamma|$.

Soient,

$$f(x, y, z), \quad \varphi(x, y, z), \quad F(xyz), \quad \Phi(x, y, z)$$

étant des fonctions rationnelles et entières,

$$x - \lambda y = 0, \quad f(xyz) - \lambda \varphi(xyz) = 0 \quad (1)$$

les équations d'une courbe Γ ,

$$x - \mu y = 0, \quad F(x, y, z) - \mu \Phi(xyz) = 0 \quad (2)$$

celles d'une courbe C .

L'équation de Φ s'obtiendra en éliminant λ entre les équations (1), celle de F en éliminant μ entre les équations (2).

Entre les faisceaux $|\Gamma|$, $|C|$, nous avons une correspondance $(1, n)$ qui sera représentée par une équation

$$\psi(\lambda, \mu) = 0, \quad (3)$$

$\psi(\lambda, \mu)$ étant une fonction rationnelle et entière, linéaire en λ , d'ordre n en μ .

Si μ_1 vérifie l'équation (3) et l'équation

$$\frac{d}{d\mu} \psi(\lambda, \mu) = 0,$$

la courbe C_1 , définie par

$$x - \mu_1 y = 0, \quad F(x, y, z) - \mu_1 \Phi(x, y, z) = 0,$$

sera une coïncidence. De pareilles courbes existent certainement.

Deux hypothèses peuvent être faites :

1° En chaque point de C_1 , deux points d'un groupe de I_n coïncident. C_1 fait alors partie de la courbe de coïncidence D de I_n . Or, C_1 est une courbe totale de $|C|$ et, par hypothèse, D ne contient que des courbes partielles de ce faisceau. Cette première hypothèse nous conduit donc à une absurdité et doit être rejetée.

2° Sur C_1 se trouvent ∞^1 couples de points appartenant chacun à un même groupe de I_n . A un de ces couples correspond, sur Φ , un point double de la courbe Γ_1 (courbe Γ correspondant à C_1). Γ_1 a donc ∞^1 points doubles, c'est-à-dire que c'est une courbe dégénérée en deux parties superposées.

A Γ_1 correspondent, sur F , n — courbes de $|C|$, dont deux se confondent avec C_1 . Soit C_2 une autre de ces n courbes.

De deux choses l'une :

Ou bien, sur C_2 , on trouve ∞^1 couples de points, chacun appartenant à un groupe de I_n ;

Ou bien chaque point de C_2 est double pour la courbe. C_2 dégénère en deux courbes superposées. Dans ce dernier cas, si nous désignons par P_1, P_2 deux points de C_1 appartenant à un même groupe de I_2 , à P_1 correspondra un point P'_1 d'une partie de C_2 , à P_2 correspondra un point P'_2 de l'autre partie de C_2 , mais les points P'_1, P'_2 seront superposés. Il y aurait alors une coïncidence en chaque point de la courbe, C_2^*, C_2^* étant la courbe qui, comptée deux fois, forme la courbe C_2 .

De toutes façons, on voit que la courbe C_2 compte pour deux dans les n courbes C correspondant à Γ_1 .

Cela étant, on recommencera le même raisonnement avec une troisième courbe C et on verra qu'on doit aussi la compter deux

fois, de même que C_1 et C_2 . Et ainsi de suite. Or, nous pouvons supposer n impair, car n est premier et le cas $n=2$ ne présente pas d'intérêt. A Γ_1 correspondraient donc, d'après ce qu'on vient de voir, un certain nombre k de courbes à compter chacune deux fois. On ne peut avoir $2k = n$, donc l'hypothèse c est à rejeter.

De toutes manières, nous voyons que l'involution I_n est cyclique.

6. — Nous déterminerons actuellement les surfaces Φ , F par les valeurs de leurs genres et plurigenres.

La surface Φ est régulière et une courbe de genre π , tracée sur cette surface, a le degré $2\pi-2$. On sait alors ⁽¹⁾ que la surface Φ est de l'un des deux types suivants :

a) Surface de genres un, caractérisée par les conditions $p_a = P_4 = 1$. Les courbes canoniques et pluricanoniques de cette surface existent et sont d'ordre zéro. On a $p^{(1)} = 1$, $p_g = P_2 = \dots = P_i = 1$.

b) Surface de genres zéro et de bigenre un, caractérisée par les conditions $p_a = p_g = 0$, $P_6 = 1$. On a $p_g = P_3 = \dots = P_{2i+1} = 0$, $P_2 = P_4 = \dots = P_{2i} = 1$, $p^{(1)} = 1$. La surface est dépourvue de courbe $(2i+1)$ -canonique et possède une courbe $2i$ -canonique d'ordre zéro. Cette surface a été étudiée d'une manière fort complète par M. Enriques ⁽²⁾.

La surface F répond aux conditions suivantes :

Elle est régulière ;

Son genre linéaire est égal à l'unité : $p^{(1)} = 1$;

Elle possède un faisceau linéaire $|C|$ de courbes elliptiques ;

La courbe de coïncidence D de I_n se compose de courbes partielles de $|C|$.

⁽¹⁾ Sur les involutions n'ayant qu'un nombre fini, etc. (*Loc. cit.* [chap. I].)

⁽²⁾ Sopra le superficie algebriche di bigenere uno. (*Memorie della Società dei XL*, 1907, [3], XIV.)

Rappelons que lorsqu'il existe, entre deux surfaces Φ , F , une correspondance rationnelle, M. Enriques ⁽¹⁾ a établi que :

1° Le genre géométrique, les plurigenres et l'irrégularité de F sont respectivement supérieurs ou égaux au genre géométrique, aux plurigenres et à l'irrégularité de Φ ;

2° La transformée, sur F , d'une courbe i -canonique de Φ , augmentée de i fois la courbe D , donne une courbe i -canonique de F .

Supposons, en premier lieu, que Φ soit de genres un ($p_a = P_4 = 1$). Les genres $p_g, P_2, \dots$ de F sont tous supérieurs ou égaux à l'unité. On a de plus, par hypothèse, $p_a = p_g$.

La transformée de la courbe canonique de Φ est, comme cette courbe, d'ordre zéro. Par suite, la courbe D est une courbe canonique de F . Mais, par hypothèse, D est une courbe isolée, donc le genre géométrique de F est $p_g = 1$.

M. Enriques a démontré qu'une surface de genre $p_g = 1$ et dont le quadrigenre est $P_4 = 1$ possède une courbe canonique d'ordre zéro ⁽²⁾. Or, la courbe canonique de F , c'est-à-dire D , n'est pas d'ordre nul, donc on a $P_4 > 1$.

Le système quadricanonique de F , qui est $|4D|$, est donc au moins ∞^1 . D'autre part, on a $p^{(1)} = 1$, donc les courbes $4D$ sont composées au moyen de courbes elliptiques d'un faisceau nécessairement linéaire, puisque $p_a = p_g$. Ce faisceau ne peut être que $|C|$, car les courbes $4D$ ne peuvent rencontrer les C . Il y aura donc quelques parties de D , soient $L_1, L_2, \dots, L_k$, telles que

$$\lambda_1 L_1 \equiv \lambda_2 L_2 \equiv \dots \equiv \lambda_k L_k \equiv C,$$

les $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ étant égaux à deux, trois ou quatre.

Supposons maintenant que Φ soit une surface de genres zéro et de bigenre un ($p_a = p_g = 0, P_6 = 1$). Les genres et plurigenres de F satisfont aux relations $p_g \geq 0, p_a = p_g, P_2 \geq 1, P_3 \geq 0, P_4 \geq 1, \dots, P_{2i} \geq 1, P_{2i+1} \geq 0, \dots$

(1) Ricerche di geometria, etc. (*Loc. cit.*)

(2) Intorno alle superficie algebriche di genere lineare $p^{(1)} = 1$. (*Rend. della R. Accad. di Bologna*, Dicemb. 1906.)

Soit, sur Φ , $|A|$ un système linéaire, $|A'|$ son adjoint. Le système $|A' - A|$ n'existe pas. Si A^* , A'^* sont les transformées des courbes A , A' sur F , $|A'^* - A^*|$ n'existe pas, mais le système $|A'^* - A^* + D|$ peut exister. C'est alors le système canonique de F . D étant isolée, ce système canonique, s'il existe, sera ∞^0 . Nous sommes donc conduit à faire deux hypothèses :

1° Le système $|A'^* - A^* + D|$ n'existe pas et le genre géométrique de F est donc $p_g = 0$;

2° Le système $|A'^* - A^* + D|$ existe et on a $p_g = 1$ pour F . Cette dernière hypothèse conduit, en répétant le raisonnement fait tantôt, aux conditions $p^{(1)} = p_a = p_g = 1$, $P_4 > 1$ pour déterminer F .

Plaçons-nous donc dans la première hypothèse. Le système $|2A' - 2A|$ et par suite $|2A'^* - 2A^*|$ est d'ordre zéro. Par suite, la courbe $2D$ est une courbe bicanonique de F .

La courbe $2D$ peut être isolée ou non. Si elle est isolée, la surface F a son bigenre $P_2 = 1$ et, puisque sa courbe bicanonique est d'ordre supérieur à zéro, son sextigenre est $P_6 > 1$ ⁽¹⁾. Si la courbe $2D$ n'est pas isolée, on a $P_2 > 1$ et, à fortiori, $P_6 > 1$. Dans tous les cas, le système sexticanonique $|6D|$ existe et est au moins ∞^1 .

On a, pour F , $p^{(1)} = 1$ (par hypothèse); le système $|6D|$ est donc composé avec un faisceau de courbes elliptiques. Ce faisceau ne peut être que $|C|$, car les courbes $6D$ ne peuvent rencontrer les C .

En résumé, nous voyons que la surface F est caractérisée, soit par les conditions $p^{(1)} = p_a = p_g = 1$, $P_4 > 1$, soit par les conditions $p^{(1)} = 1$, $p_a = p_g = 0$, $P_6 > 1$ ($P_2 > 1$).

Si F est caractérisée par $p^{(1)} = p_a = p_g = 1$, $P_4 > 1$, Φ est caractérisée par $p_a = P_4 = 1$ ou par $p_a = p_g = 0$, $P_6 = 1$.

Si F est caractérisée par $p^{(1)} = 1$, $p_a = p_g = 0$, $P_6 > 1$, Φ est caractérisée par $p_a = p_g = 0$, $P_6 = 1$.

(1) ENRIQUES, Superficie di bigenere uno. (*Loc. cit.*)

7. — Nous avons démontré que l'involution I_n est toujours cyclique, c'est-à-dire qu'il existe une transformation birationnelle T , de F en elle-même, de période n , engendrant l'involution. Il nous reste à faire une dernière remarque.

Retournons aux trois hypothèses faites au début de ce travail. Nous avons vu que l'hypothèse c doit être rejetée. Dans l'hypothèse a , la transformation T et ses puissances successives transforment $|C|$ en des faisceaux $|C_1|$, ..., $|C_{n-1}|$ qui tous admettent la courbe D comme courbe fondamentale.

Considérons, par exemple, le système sexticanonique $|6D|$ de la surface F . Ce système est, quelle que soit F , au moins ∞^1 , puisqu'on a toujours $P_6 > 1$.

Une courbe $6D$, qui est composée de quelques courbes C , est transformée par T en une courbe sexticanonique (distincte ou non de la première). Or celle-ci sera, d'une part, composée de courbes C , d'autre part, composée de courbes C_1 . Il faut donc que $|C|$ et $|C_1|$ coïncident.

En continuant de même, on démontrerait que les n faisceaux $|C|$, $|C_1|$, ..., $|C_{n-1}|$ doivent coïncider. Cela infirme l'hypothèse a .

L'hypothèse b subsiste donc seule, c'est-à-dire que :

La transformation T change une courbe C en elle-même.

On remarquera l'analogie de ce résultat avec celui que nous avons obtenu en considérant les correspondances rationnelles entre deux surfaces de mêmes genres linéaire et arithmétique.

Liège, le 20 septembre 1913.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — Quelques observations sur l'origine et la propagation de l'onde de contraction dans le cœur de l'Anguille,

par JACQUES ROSKAM ⁽¹⁾.

Note préliminaire.

Par l'extrême simplicité de sa structure, par la lenteur des phénomènes dont il est le siège, le cœur de l'Anguille constitue un matériel de choix pour l'étude de l'origine et de la propagation de la contraction cardiaque. De nombreuses expériences effectuées sur cet organe m'ont permis de me faire une opinion sur quelques points de la physiologie du cœur, très discutés encore et dont l'importance, dans le débat myogénistes-neurogénistes, est grande.

Dans cette courte note préliminaire, je n'entreprendrai point de faire l'historique de la question. Des travaux consacrés à la physiologie cardiaque des poissons, deux seulement s'occupent du sujet qui nous intéresse. Le premier est de Mac William et date de 1885 : le problème de la propagation de la contraction dans le cœur, peu important à cette époque, y est à peine esquissé. Le second, plus récent (1905), est de J. Delchef : il ne traite que de l'origine de la systole au niveau du sinus ; j'en rappellerai les conclusions au moment voulu. Quant à établir un parallèle entre mes résultats et ceux qui furent obtenus dans les autres ordres de Vertébrés, je ne le tenterai point ici : je me réserve de faire cette comparaison dans des communications ultérieures, où j'exposerai mes recherches avec plus de détails.

(1) Présenté par M. Léon Fredericq.

§ I. — STRUCTURE DU CŒUR.

Situé sous le tube digestif, un peu en arrière de l'insertion des nageoires pectorales au tronc, le cœur de l'Anguille est logé dans une vaste cavité péricardique. Il se compose d'un sinus veineux bifide, d'une oreillette, d'un canal auriculaire et d'un ventricule. Sauf le sinus, ces organes sont reliés aux parois de la cavité péricardique par de fins tractus fibreux ou fibro-vasculaires; de semblables connexions existent également entre oreillette et ventricule.

Le sinus veineux, volumineux, est placé dorsalement, un peu en avant du foie. Il se compose de deux cornes, l'une droite, l'autre gauche, et d'un corps. Les cornes sont dirigées en arrière et en dehors, chacune d'elles se continuant à son extrémité postérieure dans la veine jugulaire homonyme. En avant, elles confluent en une poche unique, légèrement déprimée selon la ligne médiane : c'est le corps du sinus; un tronc veineux formé de trois branches venant du foie, aboutit à sa partie postérieure.

En avant du sinus et se continuant avec lui, se trouve l'oreillette. Sa cavité, spacieuse, irrégulière, à parois minces, est développée excentriquement par rapport à l'axe unissant le sinus au canal auriculaire : de cette façon, l'oreillette semble un diverticulum développé aux dépens des faces latérales et antéro-dorsale d'un canal faisant communiquer sinus et ventricule. Sur le cœur *in situ*, l'oreillette se moule sur la partie antérieure de la paroi dorsale du ventricule, qu'elle recouvre plus à gauche qu'à droite.

Entre l'oreillette et le ventricule se trouve une courte communication tubulaire, de faible diamètre : c'est le canal auriculaire. L'axe de ce canal, situé dans le plan sagittal, est dorso-ventral. L'isthme auriculo-ventriculaire possède donc une extrémité dorsale, auriculaire, et une extrémité ventrale, ventriculaire; il constitue un cylindre creux, auquel on peut

distinguer plus ou moins nettement une paroi antérieure, une paroi postérieure et deux parois latérales, l'une droite, l'autre gauche. Sur tout le pourtour de ce canal auriculaire existe une continuité musculaire parfaite entre l'étage supérieur et l'étage inférieur du cœur. Dans cet isthme, j'ai également trouvé un nerf volumineux : partant de la paroi postéro-ventrale de l'oreillette, ce nerf chemine d'abord le long de la paroi postérieure du canal auriculaire; il passe ensuite sur sa face latérale gauche, pour gagner le ventricule au niveau de son union avec la paroi antérieure de l'isthme auriculo-ventriculaire; dans tout ce trajet, ce nerf chemine en dehors de la couche des fibres musculaires, dans le tissu cellulo-grasieux qui la recouvre extérieurement; au moment où il pénètre dans le canal auriculaire, ainsi que peu après son inflexion de la paroi postérieure sur la paroi latérale gauche de l'isthme, sa continuité est interrompue par la présence de nombreuses cellules ganglionnaires. Ce sont là les seuls éléments nerveux que j'aie pu découvrir sur des coupes transversales et longitudinales du canal auriculaire, soigneusement sériées et colorées à l'hématoxyline de Delafield ou de Heidenhain, avec surcoloration à l'éosine, à la safranine ou à l'acide picrique (fixation préalable par le liquide de Bouin, par le liquide de Flemming, par la solution aqueuse d' HNO_3 à 5 %).

Le ventricule, situé sous l'oreillette, en avant du foie, est une sorte de cône creux, à base antérieure, à sommet postérieur. Un peu en avant du milieu de la longueur de sa paroi dorsale, aboutit le canal auriculaire. Le bulbe aortique se détache de la base du ventricule; à ce niveau, la cavité ventriculaire pousse un diverticulum latéral qui se moule sur la moitié droite du tronc artériel : c'est l'éperon du ventricule.

§ II. — TECHNIQUE.

Après avoir fixé l'Anguille, ventre en haut, sur la planchette d'expérience, je sectionnais la paroi ventrale de l'animal selon la ligne médiane, en arrière des nageoires thoraciques; le péri-

carde étant mis à nu, je l'incisais longitudinalement et, au moyen d'ériges, j'en écartais les lambeaux en dehors : le cœur s'offrait alors à l'expérimentation.

J'ai pu enregistrer, par la méthode de suspension, la plupart des phénomènes que j'ai observés. Dans ce but, je me suis servi de leviers du premier genre, en verre creux étiré; une des extrémités de ces leviers était reliée, par un fil de soie 00, à la partie du cœur dont il fallait enregistrer les contractions; l'autre frottait sur le papier enfumé d'un grand enregistreur de Hering; le point d'appui était réalisé par le contact d'un anneau de verre, soudé au levier, avec un crochet immobile, en verre également. De cette façon, j'obtins, le plus souvent, des cardiogrammes positifs.

L'enregistrement simultané des contractions de parties distinctes du cœur (sinus et oreillette, oreillette et ventricule) n'offre aucune difficulté. Il n'en est pas de même quand il s'agit de voir si tous les points d'une même partie : le ventricule, par exemple, pulsent en même temps. Dans ce cas, il faut immobiliser complètement l'organe sur lequel on opère, afin d'enregistrer la contraction des différents points de sa paroi, et non les déplacements que pourrait subir l'ensemble de l'organe, par suite de sa contraction propre ou de la contraction des parties adjacentes. Expérimentant sur le ventricule, j'ai pu obtenir cette immobilisation en pinçant, entre les mors d'une pince de Péan, une bande étroite de la paroi ventriculaire postérieure, longue de toute la longueur de l'organe; j'ai pu également fixer le ventricule en le tendant entre le bulbe aortique et une pince de Péan, dont les mors avaient saisi la pointe ventriculaire. Parfois enfin, j'ai soustrait le ventricule à l'influence mécanique des contractions auriculaires, en réduisant l'intensité de celles-ci, ce que j'obtins par l'écrasement des parois latérales et dorsale de l'oreillette.

La faiblesse de contraction des cornes sinusales, le peu d'épaisseur de leur paroi ne me permirent pas d'enregistrer graphiquement leurs pulsations : je dus me contenter, pour ces organes, de la simple observation.

§ III. — RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES.

Origine de la contraction cardiaque normale ; sa propagation à l'étage supérieur du cœur. — L'onde de contraction cardiaque débute normalement au niveau du sinus. Parfois, l'endroit où les deux cornes confluent bat le premier. Le plus souvent cependant, la systole commence au niveau même des cornes sinusales. J. A. Mac William ⁽¹⁾ prétendit que les deux cornes pulsent simultanément. Ultérieurement, Delchef ⁽²⁾ soutint « qu'il n'y a pas, comme le prétend J. A. Mc William, simultanéité entre la pulsation des sinus veineux, mais que *le sinus gauche bat avant le droit* ». J'ai constaté que, chez un même individu, la contraction débute tantôt au niveau de la corne sinusale droite, tantôt au niveau de la corne gauche ; ordinairement celle-ci pulse en premier lieu. En comprimant les veines afférant à l'une des cornes ou en y injectant du sérum artificiel, j'ai pu renverser l'ordre de succession des contractions de ces cavités. Ces faits tendent à prouver que les deux cornes sinusales ne possèdent pas l'automatisme à des degrés fort différents ; le rôle de l'excitant, dans la détermination de l'ordre de succession des contractions à cet endroit du cœur, est considérable et, comme tel, agit la pression sanguine à l'intérieur des cornes du sinus.

Du sinus, l'onde contractile envahit l'oreillette, la systole auriculaire succédant à la pulsation des sinus après un laps de temps très appréciable.

Après une compression intense du pont sino-auriculaire au moyen d'une ligature circulaire, le sinus et les autres cavités

(1) J. A. MAC WILLIAM, On the structure and rhythm of the heart in fishes with especial reference to the heart of the eel. (*Journ. of Physiol.*, 1883, VI, 192-243 [v. p. 199].)

(2) J. DELCHEF, Sur la pulsation des sinus veineux chez l'Anguille. (*Arch. intern. de physiol.*, 1904-1905, II, 123-126.)

continuent à pulser, mais sur un rythme différent : le sinus bat alors plus fréquemment que le reste du cœur (fig. 1).

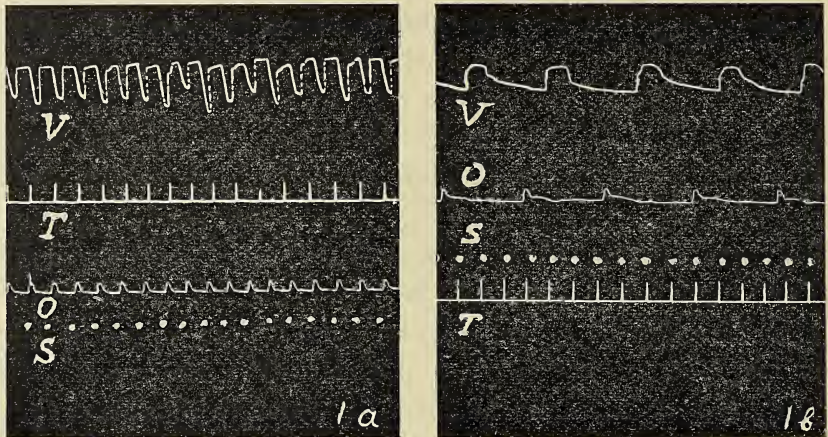


FIG. 1. — Allorhythmie entre le sinus et les autres cavités du cœur, après ligature totale du pont sino-auriculaire.

a) Graphique pris avant la ligature.

b) Graphique pris après la ligature.

S, pulsations du sinus, inscrites par l'observateur. — O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

Passage de l'onde de contraction normale à travers le canal auriculaire (analogue du faisceau de His des Mammifères). — L'onde de contraction chemine très lentement dans le canal auriculaire : entre la systole de l'oreillette et celle du ventricule, j'ai noté des retards de trois à quatre dixièmes de seconde (fig. 2).

La section du nerf interauriculo-ventriculaire ne supprime pas la conduction de l'onde contractile entre oreillette et ventricule (fig. 3). Ce nerf ne constitue donc pas la voie motrice dont l'intégrité assure la communauté de rythme de ces deux cavités.

Par des sections et des ligatures des différentes parois du canal auriculaire, j'ai pu me convaincre que toutes les portions de

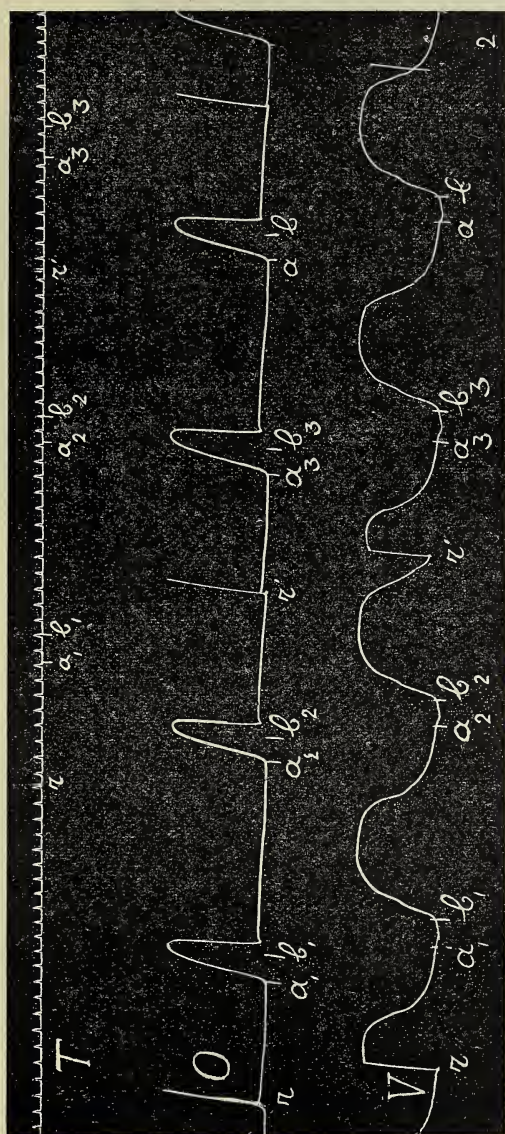


Fig. 2. — Retard de la pulsation du ventricule sur la pulsation de l'oreillette.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en cinquièmes de seconde.

Les repères r, r' correspondent à des arrêts de l'appareil enregistreur. Les repères $a_1, b_1, a_2, b_2, \text{etc.}$, ont été portés au compas.

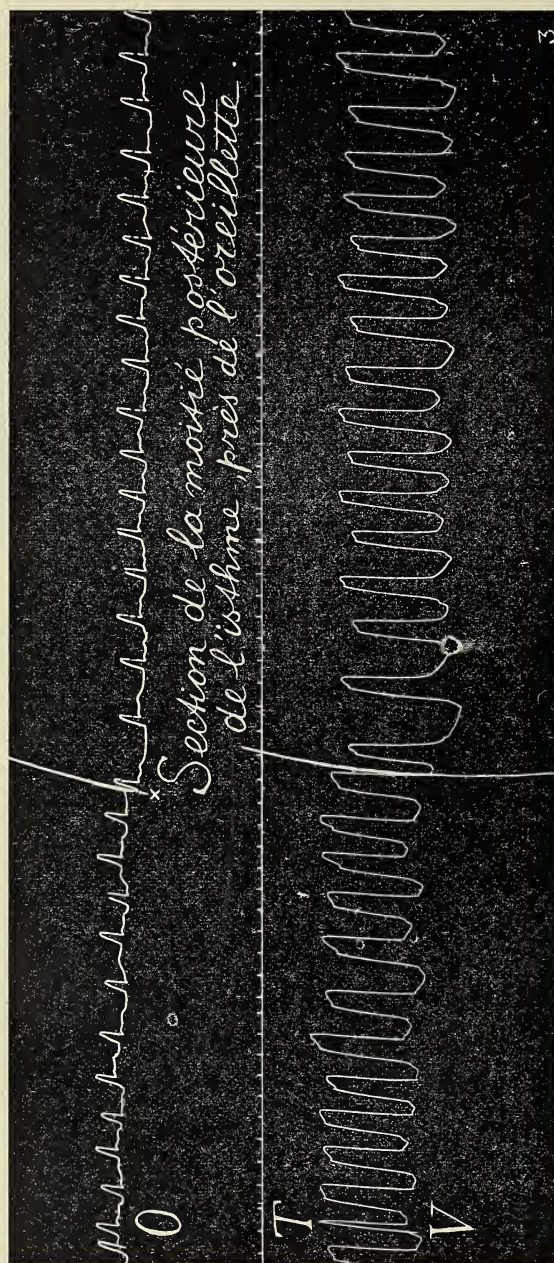


Fig. 3. — Absence d'allorhythmie entre oreillette et ventricule, après section du nerf auriculo-ventriculaire.

0, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

sa circonférence sont également aptes à conduire la contraction de l'étage supérieur à l'étage inférieur du cœur : il suffit qu'une mince bandelette du canal persiste entre l'oreillette et le ventricule, pour que la propagation puisse se faire (fig. 3-6); jamais

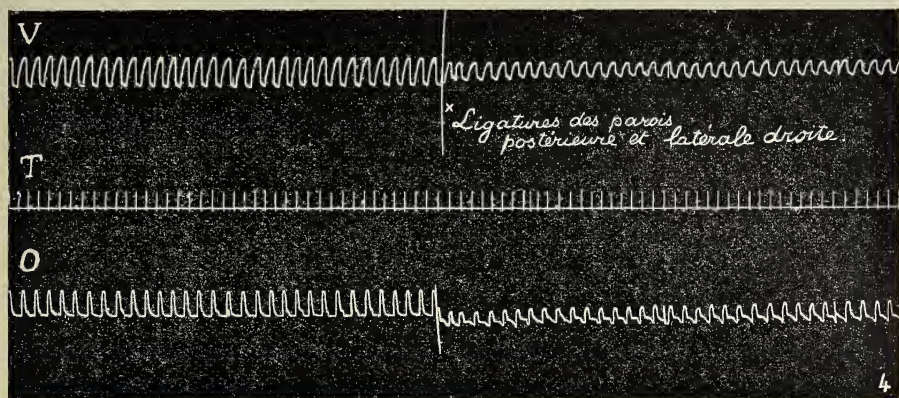


FIG. 4. — Absence d'allorhythmie entre oreillette et ventricule, après ligature des parois postérieure et latérale droite du canal auriculaire.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

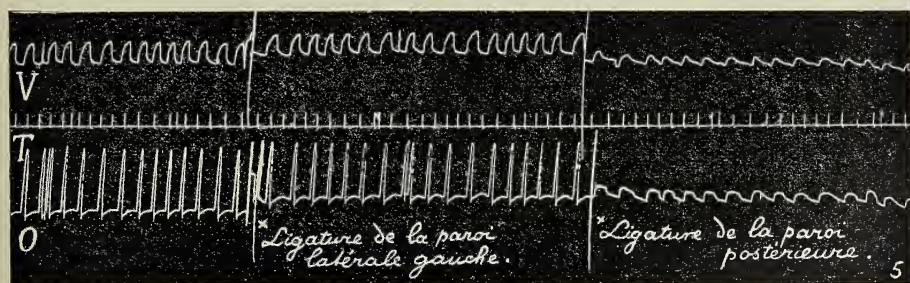


FIG. 5. — Absence d'allorhythmie entre oreillette et ventricule, après ligature des parois postérieure et latérale gauche du canal auriculaire.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

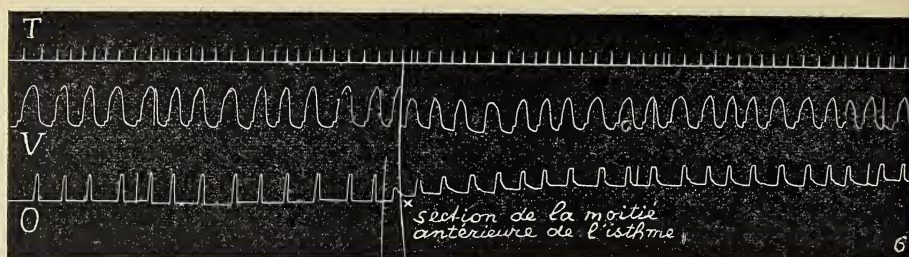


FIG. 6. — Absence d'allorythmie entre oreillette et ventricule, après section de la moitié antérieure du canal auriculaire.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

je ne vis la section ou la ligature partielle de l'isthme auriculo-ventriculaire entraîner l'allorythmie. Une fois cependant, la section de la moitié antérieure du canal auriculaire détermina une diminution notable de la fréquence des pulsations ventriculaires, l'oreillette continuant à battre comme avant; l'examen du graphique (fig. 7) ne tarda pas à me prouver que ce n'était là

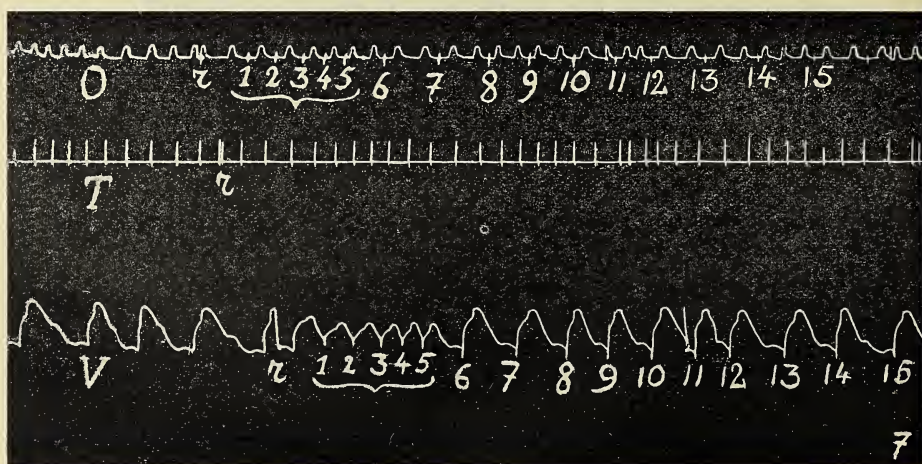


FIG. 7. — Apparence d'allorythmie (block incomplet) entre oreillette et ventricule, après section de la paroi antérieure du canal auriculaire.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

Les repères *r* correspondent à un arrêt de l'appareil enregistreur. Les repères numérotés (portés au compas) correspondent à des systoles ventriculaires.

qu'une apparence d'allorhythmie. En réalité, il y avait eu « block » incomplet : chaque contraction ventriculaire avait trouvé son origine dans une systole de l'oreillette; mais sur 2, 3 ou 4 pulsations de l'oreillette, une seulement avait été capable de traverser le canal auriculaire et de déterminer la systole du ventricule; certains points du graphique montrent d'ailleurs nettement que, par intermittence, l'égalité numérique des battements de l'oreillette et du ventricule s'est rétablie spontanément (fig. 7, pulsations 1-5). Le « block » incomplet, survenu au cours de cette expérience, me semble imputable à un traumatisme léger de la moitié postérieure du canal auriculaire; en effet, cette fois-là, je m'étais servi de ciseaux peu tranchants pour sectionner la partie antérieure de l'isthme auriculo-ventriculaire, d'où lésion probable de la moitié de l'isthme respectée et trouble fonctionnel à ce niveau.

La propagation de la contraction de l'oreillette au ventricule est donc diffuse. Elle est probablement de nature myogène : en effet, j'ai réussi à dissocier, par compression graduée, les voies motrices et arrestatrices contenues dans le canal auriculaire [méthode de Garrey-Fredericq ⁽¹⁾]. Une faible compression de ce canal produit l'allorhythmie auriculo-ventriculaire sans affecter la conduction de l'influx nerveux inhibiteur : en effet, après ce léger écrasement, l'excitation du pneumogastrique espace ou arrête encore les pulsations de l'oreillette et du ventricule (fig. 8-9). Si la compression est plus intense, les deux voies, motrice et arrestatrice, sont interrompues : l'excitation du pneumogastrique n'influence plus alors les systoles ventriculaires

(1) WALTER E. GARREY, Dissociation of inhibitory nerve impulses from normal contraction in the heart by means of compression. (*Amer. Journ. of Physiol.*, 1911, XXVII, 249.) — LÉON FREDERICQ, Dissociation par compression graduée des voies motrices et arrestatrices contenues dans le faisceau de His. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 12, 1911, 873-885, et *Arch. intern. de physiol.*, 1912, XI, 405-417.)

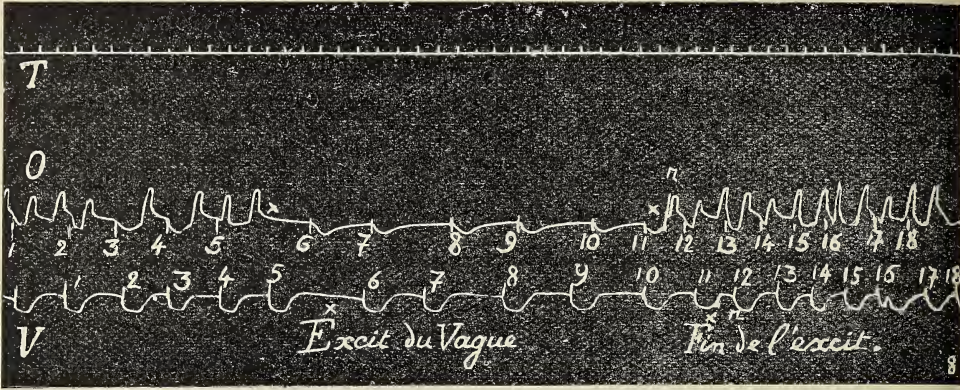


FIG. 8. — Compression modérée du canal auriculaire : allorhythmie auriculo-ventriculaire et maintien de l'action modératrice du pneumogastrique sur le ventricule.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

Les repères numérotés (portés au compas) correspondent à des systoles ventriculaires. Les ondulations 6, 7, 8, 9, 10 et 11 du tracé de l'oreillette dépendent uniquement des systoles ventriculaires correspondantes.

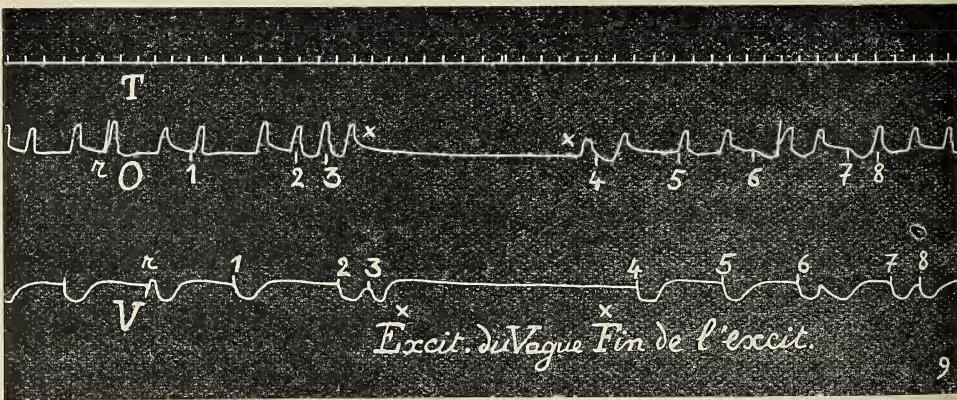


FIG. 9. — Compression modérée du canal auriculaire : allorhythmie entre oreillette et ventricule, et maintien de l'action arrestatrice du vague sur le ventricule.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes.

Les repères numérotés (portés au compas) correspondent à des systoles ventriculaires.

(fig. 10). Cette dissociation des conductions motrice et inhibitrice au niveau du canal auriculaire tend à prouver que, chez

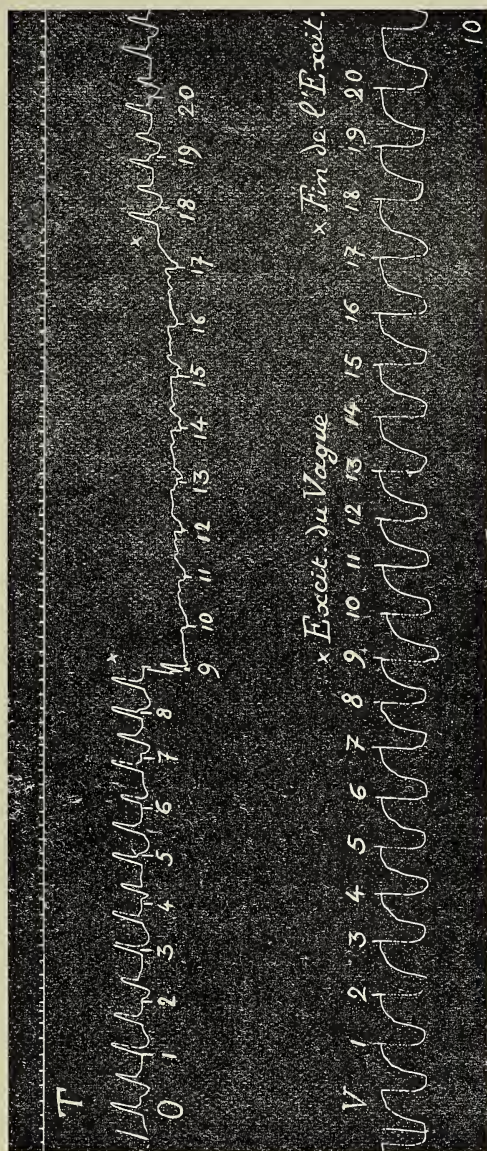


FIG. 10. — Compression forte du canal auriculaire. Allorhythmie auriculo-ventriculaire et suppression de l'action du vague sur le ventricule.

O, pulsations de l'oreillette. — V, pulsations du ventricule. — T, temps en secondes. Les repères numérotés (portés au compas) correspondent à des systoles ventriculaires. Les ondulations 10-17 du tracé auriculaire dépendent uniquement des pulsations correspondantes du ventricule.

l'Anguille comme chez le Chien ⁽¹⁾, la propagation de la con-

(1) LÉON FREDERICQ, *Op. cit.*

traction de l'étage supérieur à l'étage inférieur du cœur s'effectue par une autre voie que la propagation de l'influx nerveux inhibiteur; cette autre voie, de nature différente, est vraisemblablement musculaire.

Propagation de l'onde de contraction normale dans le ventricule. — Du canal auriculaire, la contraction cardiaque s'irradie dans le ventricule.

L'absence de synchronisme entre les contractions des différents points de cette cavité se constate *de visu* : j'ai vu l'onde de contraction débiter au niveau de l'abouchement du canal auriculaire, puis cheminer plus ou moins rapidement sur la surface du ventricule. J'ai fait cette observation aussi bien sur le cœur *in situ* que sur le cœur extrait et exsangue. Cette dernière constatation permet d'éliminer la possibilité d'une intervention hydraulique dans la genèse de l'onde observée.

L'absence de synchronisme peut aussi se constater par le *palper*. Il suffit de saisir entre la pulpe du pouce et celle de l'index un ventricule battant lentement, pour sentir très nettement que les différentes parties de l'organe ne se durcissent pas simultanément : la contraction chemine dans le muscle en suivant une direction centrifuge par rapport au point d'abouchement du canal auriculaire dans le ventricule.

Après avoir immobilisé le ventricule (voir plus haut), j'ai enregistré simultanément les systoles et diastoles des différentes parties de cet organe. Les graphiques obtenus de cette manière (fig. 11) ont confirmé les renseignements que m'avaient fournis la simple observation et le palper. Ils m'ont en outre permis de mesurer la vitesse de propagation de l'onde contractile dans le ventricule : entre la pulsation de la partie de cet organe à laquelle aboutit le canal auriculaire, et la pulsation de la pointe, s'écoulaient en moyenne 7 centièmes de seconde; comme la distance séparant ces deux points était d'environ 9 millimètres, ce retard correspond à une vitesse de 12.85 centimètres par seconde.

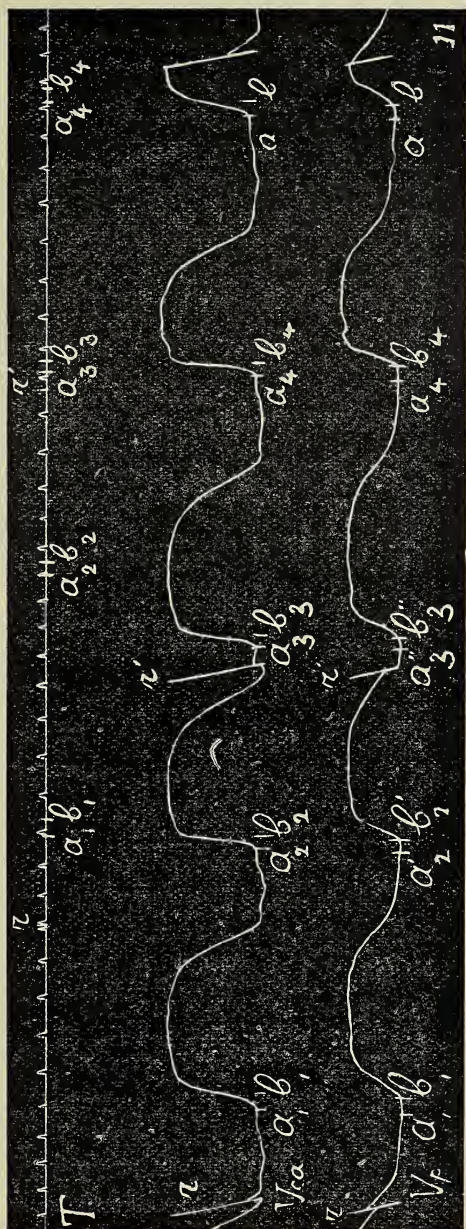


Fig. 11. — Retard de la pulsation de la pointe du ventricule (V_p) sur la pulsation d'une partie de cette cavité voisine du canal auriculaire (V_{ca}).

T, temps en cinquèmes de seconde.

Les repères a , b correspondent à des arrêts de l'appareil enregistreur. Les repères a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , etc., ont été portés au compas.

La vitesse de l'onde contractile dans le ventricule diminue fortement lorsque le cœur n'est plus nourri; on peut également la réduire considérablement en exerçant une compression légère sur la masse ventriculaire : dans ce cas, la vitesse peut tomber à 1.6 centimètre par seconde (fig. 12).

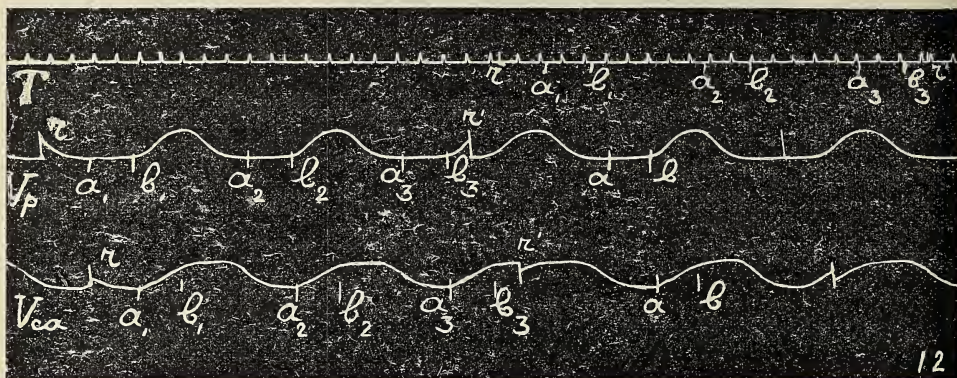


FIG. 12. — Retard de la pulsation de la pointe du ventricule (V_p) sur la pulsation d'une partie de cette cavité voisine du canal auriculaire (V_{ca}), après compression très légère du tissu ventriculaire interposé, au moyen d'une pince de Péan. T, temps en cinquièmes de seconde.

Les repères r , r' correspondent à des arrêts de l'appareil enregistreur. Les repères a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , etc., ont été portés au compas.

Pulsations à rythme renversé. — L'excitation (par chocs d'induction) d'une partie quelconque du cœur pendant la pause cardiaque ou pendant l'arrêt du cœur par faradisation du pneumogastrique, détermine la production d'une extrasystole; celle-ci débute à l'endroit excité et se propage au reste du cœur à la façon d'une onde.

En appliquant des chocs d'induction régulièrement espacés au niveau de la pointe ventriculaire, j'ai obtenu, après Mac William, le rythme renversé du cœur : dans ce cas, l'onde contractile débute à l'endroit excité; elle parcourt le ventricule de la pointe vers la base (fig. 13), franchit lentement le canal auriculaire (fig. 14), envahit l'oreillette et finalement le sinus. Dans

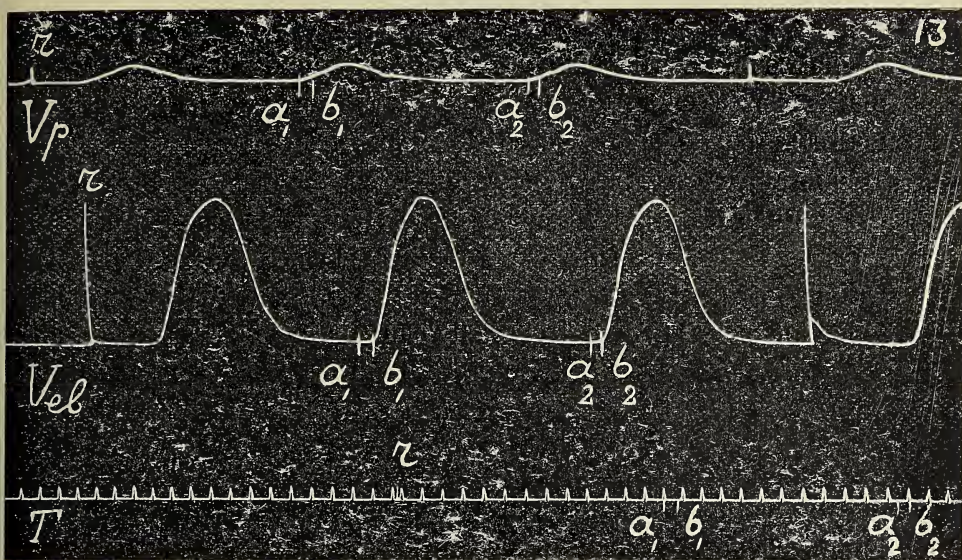


FIG. 13. — Retard de la pulsation de l'éperon de la base ventriculaire (V_{eb}) sur la pulsation du sommet (V_p), dans les systoles à rythme renversé.

T, temps en cinquièmes de seconde.

Les repères r correspondent à un arrêt de l'appareil enregistreur. Les repères a_1, b_1 , etc., ont été portés au compas.

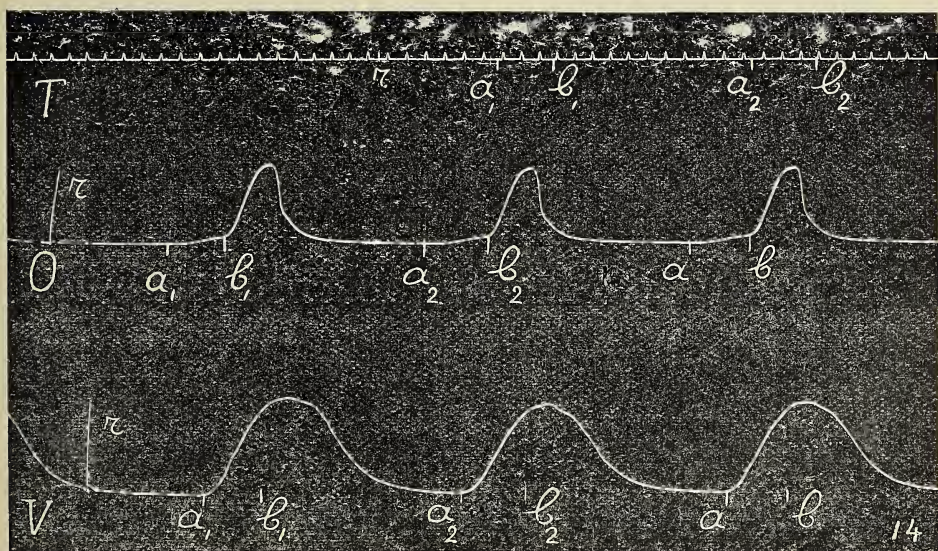


FIG. 14. — Retard de la pulsation de l'oreillette (O) sur la pulsation du ventricule (V), dans les systoles à rythme renversé.

T, temps en cinquièmes de seconde.

Les repères r correspondent à un arrêt de l'appareil enregistreur. Les repères a_1, b_1 , etc., ont été portés au compas.

le ventricule, la vitesse moyenne de cette onde est de 8.2 centimètres par seconde (vitesse de l'onde normale : 12.85 centimètres); j'ai constaté en outre que, dans les pulsations à rythme renversé, la systole auriculaire succède à la systole ventriculaire après un temps moyen de 6 dixièmes de seconde (cet intervalle est de 3 à 4 dixièmes de seconde dans les pulsations à rythme direct). L'onde de contraction se propage donc plus lentement dans le sens *antidrome* que dans le sens normal.

§ IV. — CONCLUSIONS.

La pulsation du cœur de l'Anguille est assimilable à une onde de contraction. Débutant au niveau du sinus, elle envahit l'oreillette, franchit lentement le canal auriculaire, puis s'étend rapidement à la paroi ventriculaire.

La vitesse de propagation de cette onde est notablement inférieure à la vitesse de l'influx nerveux.

Les différentes portions de la circonférence du canal auriculaire sont également aptes à conduire l'onde de contraction de l'oreillette au ventricule; la section du nerf auriculo-ventriculaire ne supprime pas cette conduction.

Le canal auriculaire contient la voie par laquelle les pneumogastriques agissent sur le ventricule. Par une compression modérée de ce canal, il est possible de dissocier les voies motrices et arrestatrices qu'il contient : l'allorhythmie auriculo-ventriculaire se produit, alors que la voie nerveuse, arrestatrice, est encore intacte. Une compression plus intense du canal auriculaire supprime le fonctionnement des deux voies.

En excitant, par des chocs d'induction, les différents points de la surface du cœur, il est possible d'obtenir des extrasystoles à rythme renversé ou simplement modifié.

Ces différents faits trouvent une explication pleinement satisfaisante dans la théorie myogène de la contraction cardiaque.

PHYSIOLOGIE. — Contribution à la connaissance de
l'influence de l'intensité du courant faradique sur
l'excitation et l'inhibition des muscles et sur la
réaction myasthénique,

par le Dr PIETRO TULLIO

(Libero Docente et assistant à l'Institut de physiologie de Bologne,
dirigé par PIETRO ALBERTONI) (1).

Dans mon travail précédent sur l'influence de la *fréquence* des stimulations faradiques sur l'excitation et sur l'inhibition des muscles (2), j'ai répété les expériences faites sur la Grenouille par Schiff, Bernstein, Wedensky, et par Hofmann sur l'Homme, en trouvant que, par l'augmentation de la fréquence des stimulations, le tétanos musculaire devient de plus en plus court jusqu'à se réduire à une simple secousse musculaire, l'*Anfangszuckung* de Bernstein. En outre, j'ai pu constater qu'on pouvait avoir à la fin, aussi bien qu'au commencement de la stimulation faradique, une *secousse terminale* et que durant le passage du courant, le muscle perdait sa tonicité et s'allongeait. J'ai cru donc pouvoir nommer ces courants *inhibitoires*. En effet, durant leur passage, le muscle, au lieu de se raccourcir, se relâche et perd sa tonicité ; il perd également en partie, comme l'a démontré Wedensky, son irritabilité et, au lieu de se fatiguer pendant cette irritation prolongée, il gagne en contractilité et répond mieux aux stimulations successives, comme on l'a vu dans les expériences physiologiques et en clinique.

Sans vouloir prétendre qu'il y a identité entre ces phéno-

(1) Présenté par M. Léon Fredericq.

(2) Alcune osservazioni sulla reazione miastenica e sull'importanza della frequenza degli stimoli faradici per la eccitazione e per la inibizione dei muscoli. (*Bullettino delle Scienze mediche*, Bologna, 1911, LXXXII, e *Annali di elettricità medica e Ter. fisica*, 1911, X, fasc. 6.)

mènes et ceux que le pneumogastrique peut déterminer sur le cœur, je crois, pour les raisons susdites, pouvoir me servir de cette dénomination d'*inhibition*, comme Schiff jadis avait nommé ce courant *irritation négative*.

En lisant les travaux des auteurs, j'ai vu qu'il n'y avait pas de concordance dans leurs résultats à propos de l'intensité du courant électrique. Wedensky et Hofmann ont vu paraître l'inhibition d'autant plus facilement que les courants étaient plus forts; de même, en diminuant l'intensité du courant faradique, la contraction, qui avait disparu, peut reparaitre. Au contraire, Bernstein, Roth, Kraft croient que la *secousse initiale* est due au manque d'intensité du courant excitant, et ils prétendent que la contraction réapparaît toujours, si on renforce le courant.

En clinique, où ces phénomènes sont connus sous le nom de *réaction d'épuisement* ou *myasthénique* (R. M.) de Benedikt et Jolly, des auteurs, comme Hey et Oppenheim, ont vu également les excitations fortes anéantir la contraction là où les courants faibles avaient une action normale; d'autres auteurs, au contraire, presque tous, ont vu reparaitre la contraction aussitôt qu'on venait à renforcer le courant. En comparant la technique employée par les auteurs, je me suis convaincu que ces résultats différents étaient dus à la manière différente d'exciter le muscle, soit directement, soit indirectement, par le nerf. Les cliniciens excitent directement les muscles par leurs points d'élection; Wedensky et Hofmann, au contraire, ont fait des expériences nombreuses et précises en excitant indirectement le muscle par le nerf. Le courant électrique doit alors passer à travers la *plaque motrice* pour atteindre le muscle. Wedensky attribue aux plaques terminales un pouvoir tout spécial de bloquer les excitations trop intenses et fréquentes. Il croit que ce phénomène dépend de la facilité toute spéciale de la plaque de tomber dans un état, qu'il nomme *parabiose*, consistant à ne pas laisser passer les stimulations trop fortes et trop fréquentes.

Mais les anciennes expériences de Bernstein semblent s'opposer à cette opinion trop exclusive et donner au muscle une part dans la formation de la *secousse initiale* et dans la réaction myasthénique. Dans ses recherches sur l'excitation du système musculaire et nerveux ⁽¹⁾, cet auteur a élevé le nombre des stimulations tétaniques aussi haut qu'il pouvait et trouva qu'au delà de 112 à 180 oscillations de son interrupteur acoustique (c'est-à-dire au delà de 224 à 360 stimulations d'ouverture et de fermeture s'ajoutant), le tétanos musculaire devenait toujours plus court, jusqu'à se réduire à une simple secousse musculaire; que ce phénomène avait lieu aussi bien en excitant le nerf de la préparation neuro-musculaire qu'en excitant le muscle même *curarisé*, sans différence de fréquence pour le nombre nécessaire pour l'apparition du phénomène dans ces deux manières d'excitation. C'est pourquoi Bernstein localisa la cause du phénomène dans le muscle même, en supposant que les *variations négatives* se superposaient dans les faisceaux musculaires.

Tout récemment, Hofmann ⁽²⁾ a repris la question en précisant que le nerf et le muscle se comportent de la même manière par rapport à la *fréquence* des stimulations, c'est-à-dire que dans les deux manières d'excitation, les stimulations trop fréquentes peuvent supprimer le tétanos et le réduire à une simple secousse. Au contraire, le *phénomène paradoxal* d'après lequel la contraction peut reparaitre dans le muscle inhibé quand on diminue la force du courant, n'a lieu qu'en excitant le nerf et la plaque (et seulement au delà d'une certaine fréquence). Le muscle stimulé directement et curarisé répond toujours en augmentant la hauteur de sa contraction en raison

(1) J. BERNSTEIN, *Untersuchungen über den Erregungsvorgang im Nerven- und Muskelsysteme*. Heidelberg, 1871, 1-240, 98-113-116. Pour la bibliographie des autres auteurs, je renvoie à mon précédent travail.

(2) F.-B. HOFMANN und F. DEDEKING, *Untersuchung eines Falles von Myasthenia gravis*. (*Zeitschr. für die ges. Neurol. und Psychiatrie*, 1911, VI, 361 [370].)

de l'augmentation de l'intensité du courant, et, dans ce cas, il n'y a pas de disparition du tétanos (réaction myasthénique), si l'on renforce le courant.

En présence de ces différentes opinions des physiologistes et des cliniciens dans une question si difficile et si complexe où les résultats reposent sur les moindres et sur les plus délicates variations de l'excitabilité et de la vitalité des tissus vivants, j'ai voulu faire des expériences au sujet de l'importance *de l'intensité de la stimulation faradique par rapport à l'excitation et à l'inhibition des muscles volontaires, tant dans l'excitation directe que dans l'excitation indirecte.*

Technique. — On fixait la Grenouille sur une tablette de liège par des épingles traversant les membres supérieurs et les extrémités des cuisses; on liait le bassin avec des fils de cuivre passés par des trous derrière la tablette. On divisait, en ayant soin d'éviter l'hémorragie, la peau le long du tendon d'Achille; on coupait le tendon même tout près de son insertion osseuse, on dégagait l'extrémité inférieure du gastrocnémien et on liait le tendon avec un fil rattaché à un levier supportant un poids convenable.

Pour *exciter directement* le muscle, les pôles du circuit secondaire étaient formés de fils de cuivre très fins, l'un roulé autour de l'aiguille enfoncée dans le genou de la Grenouille, l'autre perçant le muscle inférieurement, tout près du tendon. Le courant électrique parcourait alors longitudinalement tout le muscle, en l'excitant d'une manière très semblable à celle qu'on emploie en clinique. Quand on place l'électrode *indifférente* sur la poitrine ou sur le dos du malade, le courant électrique entre d'une façon diffuse par la racine du membre, pour sortir avec une forte intensité par la petite électrode active posée sur le point d'élection pour exciter le muscle. Dans son passage, le courant va exciter non seulement le tissu musculaire, mais aussi les dernières terminaisons nerveuses et les plaques termi-

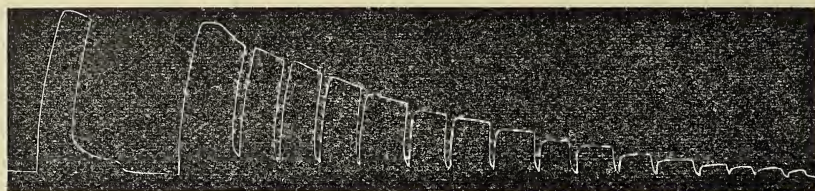
nales ; c'est la partie du muscle et les plaques qui sont localisées sous la petite électrode qui sont plus que les autres, ou à elles seules, excitées, parce qu'en ce point seulement la densité du courant est suffisante pour l'excitation.

Pour obtenir l'*excitation indirecte* par le nerf, après avoir isolé le sciatique à la cuisse, je le soulevai des tissus environnants par les pôles du circuit secondaire, en fil de cuivre, plié en forme de crochet. Dans les deux manières d'excitation, le seuil pour l'intensité était presque le même, c'est-à-dire de 5 à 10 unités du chariot du Kronecker, intensité bien moindre que celle employée dans les expériences suivantes, laquelle était maximale ou surmaximale.

J'avais soin de ne pas faire saigner l'animal pendant la préparation et d'empêcher son desséchement. Grâce à ces précautions, j'ai pu obtenir une série de plus de cent tétanos, de la durée de cinq à dix secondes, en interposant des pauses de cinq à dix secondes, tous égaux pour la forme, et diminuant seulement un peu en hauteur.

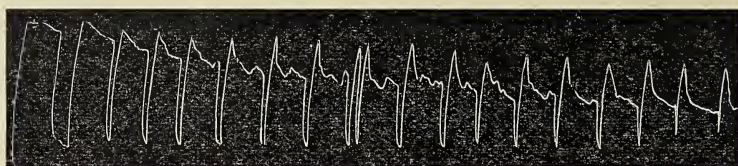
Pour exciter la préparation, j'employais le dernier modèle du chariot de Kronecker, donnant environ 120 vibrations à l'interrupteur, c'est-à-dire 240 excitations par addition des stimulations d'ouverture et de clôture, nombre qui, dans les muscles frais, donne un tétanos d'allure normale, et avec la fatigue du muscle, peut donner la réaction myasthénique. Pour avoir une *secousse initiale* typique avec cette fréquence, il faut approcher ces tétanos de la durée de cinq à dix secondes, autant que possible, en interrompant rapidement le circuit secondaire induit avec un interrupteur de du Bois-Reymond. Après avoir obtenu deux, trois tétanos normaux, on en a d'autres de plus en plus courts, jusqu'à la *secousse initiale* typique qui peut se répéter plus de cent fois, toujours égale dans la forme et seulement un peu plus petite en hauteur. Souvent après la *secousse initiale*, le muscle ne se relâche pas entièrement, mais conserve un peu de sa contraction.

Voici, dans les figures 1-6, les résultats obtenus par l'*excitation longitudinale directe* du muscle avec intensité croissante de 500, 1,000, 3,000, 5,000 unités de l'appareil de Kronecker.

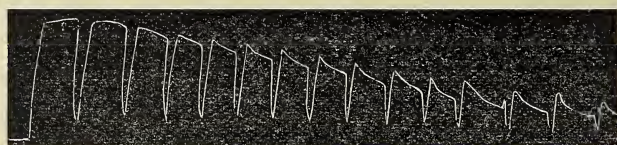


500

1,000



3,000

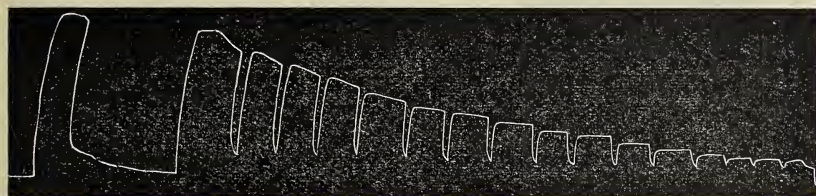


5,000

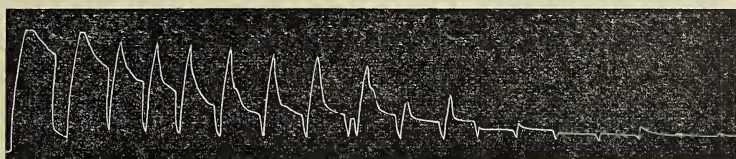
FIG. 1, 2, 3. — Tracés des contractions du gastrocnémien droit de Grenouille : Excitation *directe* du muscle avec le chariot de Kronecker. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, figure 1, 500 à 1,000 unités; figure 2, 3,000 unités; figure 3, 5,000 unités.

Dans les figures 1, 2, 3, le muscle était irrigué par le sang.

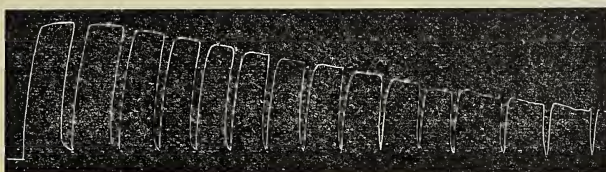
Dans les figures 4, 5, 6, le muscle était anémié par ligature de la cuisse.



500 3,000



3,000



5,000

FIG. 4, 5, 6. — Tracés des contractions du gastrocnémien gauche de Grenouille : Excitation *directe* du muscle avec le chariot de Kronecker. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, figure 4, 500 à 1,000 unités; figure 5, 3,000 unités; figure 6, 5,000 unités.

La jambe était liée à la cuisse.

Les *graphiques* des deux pattes furent pris en même temps, en divisant les fils des pôles, et dans chaque tableau l'une après l'autre, avec un intervalle de quelques minutes pour laisser reposer l'appareil moteur.

Avec 1,000 unités d'intensité, on n'a pas de *secousse initiale*,

de la réaction myasthénique, mais le tétanos se fait de plus en plus petit, jusqu'à disparaître, faute d'irritabilité.

Avec 3,000 unités d'intensité, la *secousse initiale* reparait rapidement, plus tôt et plus complète là où il y a anémie de la plaque avec disparition ultérieure de la contractilité; par contre, avec une bonne irrigation sanguine, la réaction myasthénique se montre plus tard, mais peut se conserver pendant un nombre considérable de secousses.

Avec 5,000 unités, on voit reparaitre de nouveau les tétanos à l'allure normale, et le phénomène de réaction myasthénique (liée à l'inhibition) disparaît de nouveau.

Dans le graphique suivant (7°), j'ai fait circuler une faible solution de curare, dans le liquide de Ringer, dans la partie inférieure de la Grenouille d'après la méthode de Kronecker; la canule était introduite dans l'aorte abdominale postérieure, après ablation du sacrum : la curarisation n'était pas poussée loin, car le muscle était encore irritable par le

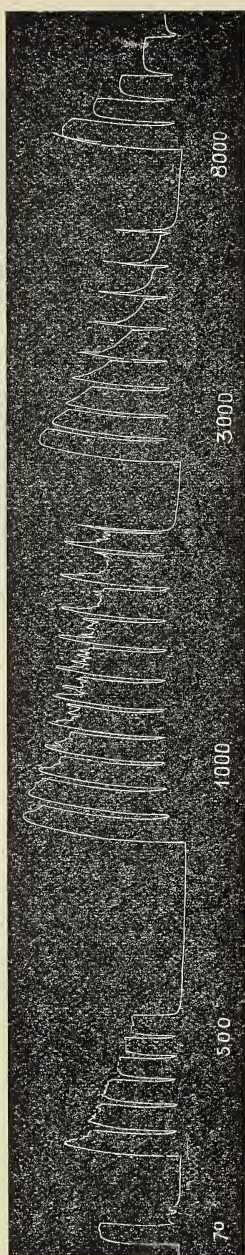


FIG. 7. — Tracé des contractions du gastrocnémien de Grenouille faiblement curarisé : Excitation directe avec le chariot de Kronecker. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, 70, 500, 1,000, 3,000 et 8,000 unités.

nerf. Cependant, le curare avait rendu le muscle plus sensible à l'irritation, comme le fit voir Hofmann, et la réaction myasthénique se présenta pour une intensité moindre de courant.

En excitant aussi dès le début le muscle frais avec 3,000 unités d'intensité, on a, après quelques tétanos normaux, la secousse initiale qui peut se répéter un nombre considérable de fois, ainsi qu'on le voit dans la figure 8, qui représente les secousses obtenues après environ cinquante stimulations tétaniques.

Ces résultats obtenus par moi avec des excitations d'intensité croissante donnent la raison des résultats contradictoires des auteurs, particulièrement en clinique, à propos de la réaction myasthénique. *Si l'on commence à exciter l'appareil moteur avec des courants très faibles (et ce degré de faiblesse est en rapport avec l'état myasthénique du patient et de la fréquence des irritations), on verra apparaître la réaction myasthénique en renforçant l'intensité du courant ; au contraire, si l'on commence avec des courants moyens ou forts (dans notre cas 3,000 unités), on aura tout de suite la réaction myasthénique, qui disparaîtra en renforçant le courant.*

Arrivons à présent aux résultats obtenus par la stimulation indirecte du muscle par le sciatique, résumés dans les graphiques 9 et suivants.

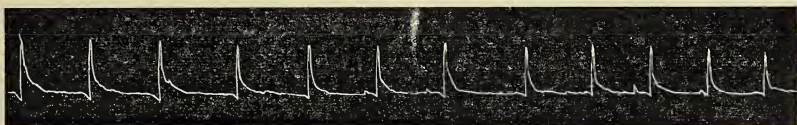


FIG. 8. — Tracé des contractions du gastrocnémien de Grenouille : Excitation directe avec le chariot de Kronecker. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, 3,000 unités. Après 50, tétanos.

Après quelques tétanos normaux, la *secousse initiale* commence à se montrer (9^e). Elle devient de plus en plus typique au fur et à mesure que la préparation neuro-musculaire est soumise à l'action du courant faradique fort et fréquent, comme on le

voit dans les figures 10 à 15, obtenues après avoir fatigué la préparation par plusieurs séries de tétanos.

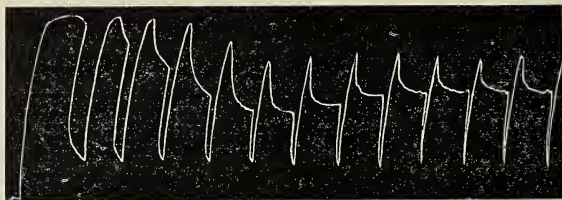


FIG. 9. — Tracé des contractions du gastrocnémien de Grenouille : Excitation *indirecte* par le sciatique. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, 3,000 unités.

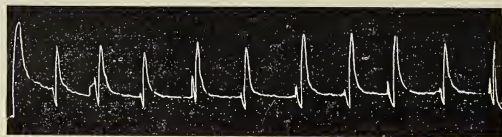
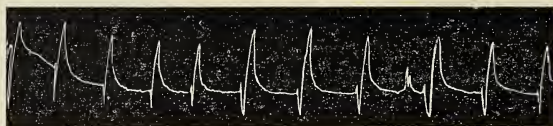
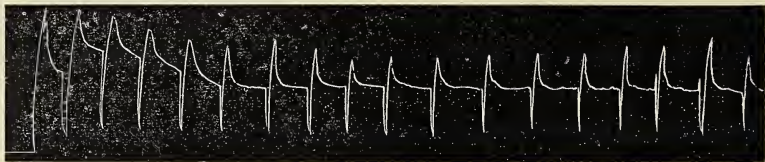


FIG. 10, 11, 12. — Tracés des contractions du gastrocnémien droit de Grenouille : Excitation *indirecte* par le sciatique. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, figure 10, 3,000 unités; figure 11, 10,000 unités; figure 12, le chariot fermé, 14,750 unités.

Dans les figures 10, 11 et 12, la circulation était normale.

Dans les figures 13, 14 et 15, on avait anémié le muscle, en liant la cuisse.

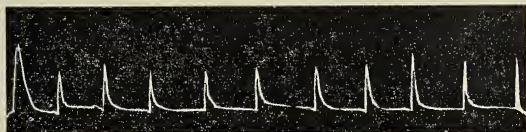
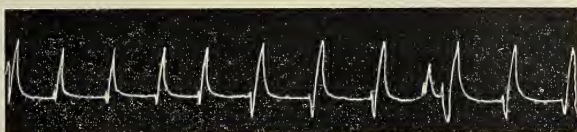
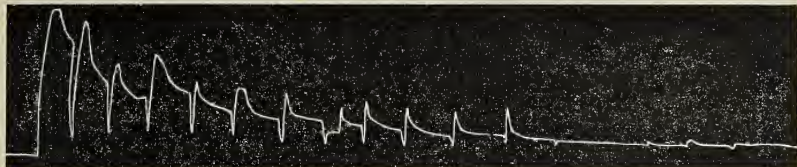


FIG. 13, 14, 15. — Tracés des contractions du gastrocnémien gauche de Grenouille : Excitation *indirecte* par le sciatique. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, figure 13, 3,000 unités; figure 14, 10,000 unités; figure 15, le chariot fermé. La jambe était liée à la cuisse.

Avec l'excitation *indirecte* par le nerf, la contractilité du muscle dure plus longtemps que dans l'excitation directe du muscle, et la *secousse initiale*, quelque intense que soit la stimulation, ne disparaît jamais. Cela donne la preuve que la *secousse initiale*, la réaction myasthénique, n'est pas due au manque d'intensité, mais bien que c'est un phénomène vital dû à des particularités spéciales des tissus qui répondent aux stimulations par des phénomènes rythmiques. C'est la plaque motrice, la partie de l'appareil neuro-moteur qui possède — d'une

manière toute particulière et presque absolue — cette propriété de *bloquer* les stimulations trop puissantes et fréquentes, pour préserver le muscle d'un épuisement trop rapide, en tombant dans cet état d'*inhibition*, ou *parabiose*, comme dit Wedensky. Toutes les fois qu'on vient à interroger le courant faradique, cesse tout à coup cet état de *parabiose* ou, pour mieux dire, de polarisation qui a lieu dans tout l'appareil neuro-musculaire, mais particulièrement, comme on vient de le voir, dans la plaque, et la contraction, la *secousse initiale*, reparait pour s'inhiber encore tout de suite après, en se *bloquant* dans la plaque.

Au contraire, quand on excite le muscle *directement*, le courant électrique se porte au muscle non seulement à travers la plaque, mais aussi à travers les tissus et les liquides organiques environnants, et se répand dans le muscle même. C'est pourquoi, lorsque le courant faradique a polarisé et inhibé les plaques soumises à l'électrode posée sur le point d'excitation musculaire, en renforçant le courant électrique, il se répand intensifié à de nouvelles plaques et au tissu musculaire même environnant, moins polarisable que les plaques, et de cette façon la contraction reparait toutes les fois qu'on renforce la stimulation.

Cette excitation simultanée des plaques et du tissu musculaire semblerait donner aussi bien raison de la manière de répondre du muscle aux excitations, ainsi qu'on le voit dans la figure 16.

La contraction élevée, à forme de secousse, serait donnée par l'excitation de la plaque; la contraction basse et persistante serait due, au contraire, à l'excitation du tissu musculaire même, moins irritable que la plaque. L'allure toute spéciale de cette contraction, qui descend pour remonter ensuite, s'accorde avec les tétanos qui augmentent en hauteur ou tardent à paraître, tétanos observés chez l'Homme par Hofmann, Steinert et autres.

En curarisant le muscle fortement, on voit de même,

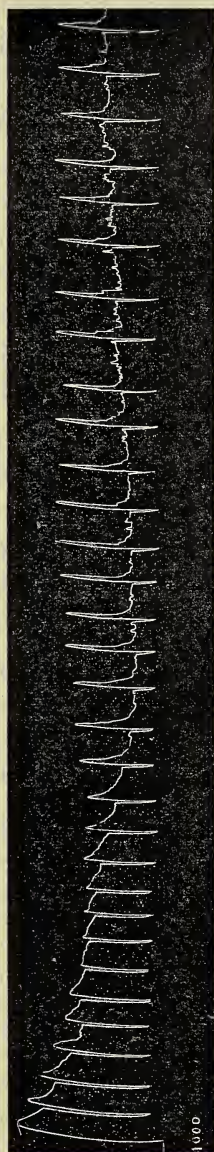


FIG. 16. — Tracé des contractions du gastrocnémien de Grenouille : Excitation *directe*.
Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, 4,000 unités.

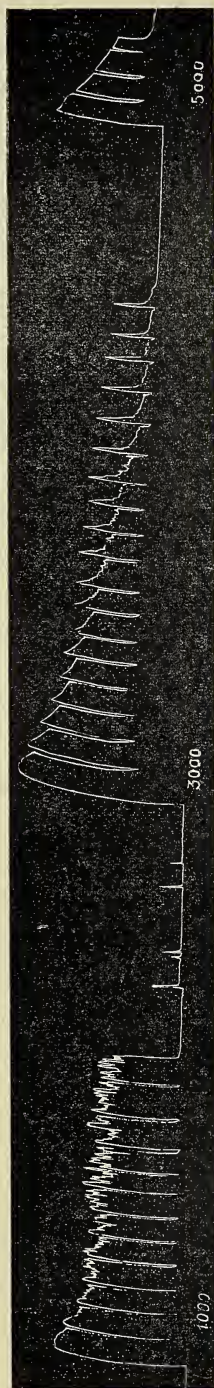


FIG. 17. — Tracés des contractions du gastrocnémien de Grenouille : Excitation *directe*. Fréquence, 120 interruptions
par seconde. Intensité, 4,000, 3,000, 5,000 unités. Curarisation intense.

à 3,000 unités d'intensité, apparaitre la secousse initiale typique, qui disparaît à 5,000 unités (fig. 7) ⁽¹⁾.

Si on pousse plus loin la curarisation, le phénomène de la secousse initiale de la réaction myasthénique devient toujours moindre, jusqu'à se perdre dans la contracture curarique. Cette persistance de la secousse initiale, lorsque le curare a détruit la conductibilité entre le nerf et le muscle, n'empêche pas, pour moi, de croire à cette prédominance dans la production du phénomène des appareils terminaux moteurs. C'est un fait connu et prouvé par Kühne ⁽²⁾, Herzen ⁽³⁾, Joteyko ⁽⁴⁾, que le curare, même quand la conductibilité de l'appareil moteur est rompue, ne modifie pas cette disposition spéciale de la plus fine irritabilité des différents diamètres du muscle, qui semble liée à la position anatomique des plaques dans le muscle, et qui se concentre au hile du muscle, là où pénètre le nerf, et qui disparaît seulement par l'*anélectrotonie* et, dans mes expériences, pour de très fortes excitations directes, qui se répandent dans tout le muscle. On peut même penser que cette manière spéciale de répondre du muscle (voir fig. 16), par des contractions à la fois rapides et lentes, est liée à une double manière de répondre des

(1) Dans ce graphique et dans le septième, obtenu par excitation *directe*, on voit aussi le *phénomène paradoxal* par rapport à l'intensité, c'est-à-dire qu'à 1,000 unités il n'y a pas de réaction myasthénique, alors que celle-ci apparaît avec 3,000 unités. Hofmann prétend qu'on observe le *phénomène paradoxal* seulement dans l'excitation indirecte, produite par la plaque. Sans pouvoir affirmer que dans cette expérience j'ai obtenu le *phénomène paradoxal* quant à l'intensité, — parce que, en diminuant fortement l'irritabilité du muscle par l'irritation prolongée, on modifie les conditions d'expérience et il peut se faire qu'à 1,000 unités seulement l'irritation d'ouverture soit suffisante, à 3,000 toutes deux, en ayant ainsi une excitation de fréquence double, — je crois également que les phénomènes de *parabiose* en question ne sont pas différents dans le muscle, la plaque et le nerf, en *qualité*, mais qu'ils diffèrent seulement en *intensité*.

Il est pratiquement important qu'on puisse avoir en clinique, avec les chariots usuels, le phénomène paradoxal pour l'intensité, en excitant directement le muscle.

(2) *Archiv für Anat. und Physiol.*, 1860, 477, et POLITZER, Lauder-Brunton. (*Pharmacology*, III édit., p. 152.)

(3) *Intermed. de Biol.*, 1895, 15.

(4) *Trav. Inst. Solv.*, 1901, IV, fasc. 1, p. 41.

faisceaux musculaires aux irritations, comme le veut M. Bottazzi dans sa théorie bien connue du sarcoplasme.

L'expérience clinique qui démontre la présence de la réaction myasthénique la plus typique dans les affections fonctionnelles des centres nerveux, son extrême habilité et sa facilité à paraître et à disparaître, me fait croire que (pour ce qui est des excitations d'intensité et de fréquence moyennes) *elle est due à des modifications minimales, dynamiques et moléculaires des nerfs et de leurs terminaisons intramusculaires, ou au moins à ces mêmes modifications de vitalité et d'irritabilité dans les muscles, entretenues continuellement par les centres nerveux à travers les plaques.*

Enfin, je vais donner un autre graphique qui démontre l'influence de l'irrigation sanguine sur la formation de la réaction myasthénique.

On voit dans le muscle anémié la réaction myasthénique apparaître plus tôt, mais aussi bien disparaître vite avec la contractilité du muscle; au contraire, une bonne nutrition de l'appareil moteur est nécessaire pour la formation d'une secousse initiale typique et persistante. Déjà C. Bernard avait dit que l'anémie curarise la plaque; Marinesco ⁽¹⁾ a vu la réaction myasthénique apparaître dans les extrémités anémiées; dernièrement, Salomon ⁽²⁾ a voulu faire de la réaction myasthénique un effet presque exclusif des désordres vasomoteurs qu'on trouve chez les malades présentant la réaction myasthénique, et que je crois dus à la simple coïncidence ou mieux aux rapports qui lient les fonctions motrices et vasculaires ⁽³⁾.

(1) MARINESCO, Contribution à l'étude de la myasthénie grave pseudoparalytique. (*Semaine médicale*, 1908, p. 421.)

(2) A. SALOMON, Sul significato pat. della R. M. nei casi di nevrosi traumatica. (*Rivista crit. di clin. med.* Firenze, 1913, XVI, n° 28.)

(3) Voir mon travail : Sul comportamento della circolazione degli arti verso le eccitazioni riflesse, emozionali e volontarie studiato negli emiplegici in riguardo alla sede dei centri vasomotori. (*Rivista di Patol. nerv. e mentale*. Firenze, 1911, XVI, n° 12.)

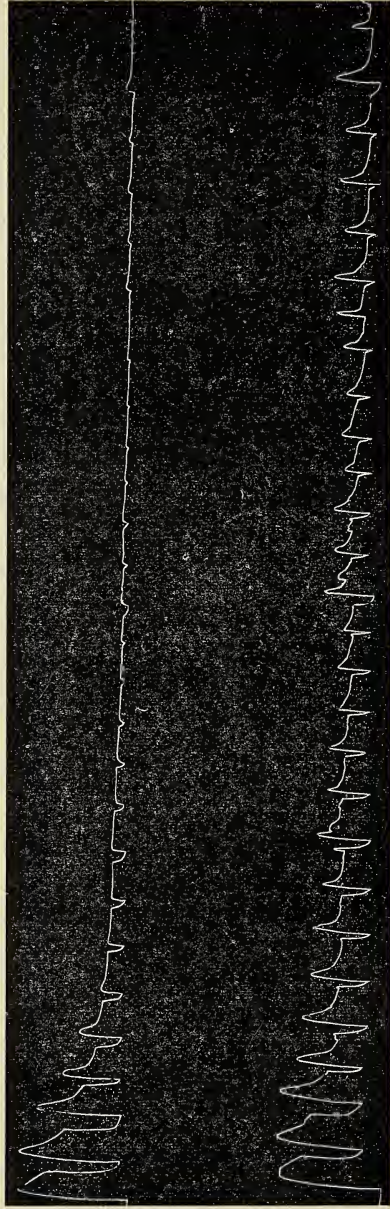


Fig. 48. — Tracés des contractions du gastrocnémien de Grenouille : Excitation *directe*. Fréquence, 120 interruptions par seconde. Intensité, 3,000 unités. La patte du premier tracé est liée à la cuisse.

On ne peut, par des hypothèses aussi simples, expliquer des phénomènes aussi complexes que la *secousse initiale* ou

réaction myasthénique. Je la crois plutôt, avec Wedensky, due à un état vital spécial propre des plaques motrices (et des éléments vivants qui répondent par des oscillations rythmiques aux stimulations), consistant à ne pas laisser passer les stimulations trop intenses et fréquentes.

Conclusions.

I. — En augmentant graduellement l'intensité de la stimulation faradique (500, 1,000, 3,000, 5,000 et 8,000 unités), appliquée *directement* au muscle, on a premièrement, par des excitations faibles, des tétanos normaux, puis, pour des excitations moyennes, l'apparition de la *secousse initiale* ou réaction myasthénique, et, à la fin, pour les plus fortes excitations, encore des tétanos d'allure normale.

II. — En augmentant au maximum l'intensité de la stimulation *faradique* appliquée *indirectement* au nerf, la *secousse initiale*, ou la réaction myasthénique, persiste toujours.

III. — La *secousse initiale*, la réaction myasthénique et les phénomènes d'inhibition liés avec elle ne sont pas une fonction exclusive du muscle, mais aussi, et d'une manière toute particulière, de la plaque terminale, et en général de tous les tissus qui répondent par des phénomènes rythmiques aux excitations, peu importe que ces tissus soient moteurs ou sensitifs et sensoriels, comme il fut entrevu et prouvé par M. Albertoni⁽¹⁾.

IV. — L'anémie de l'appareil moteur, si elle peut parfois faire apparaître la réaction myasthénique, n'est pas favorable du tout à la formation d'une *secousse initiale* typique et persistante.

(1) P. ALBERTONI, Contribution à la connaissance de l'épuisement de l'activité de sens et de mouvement chez l'Homme. (*Arch. ital. de biol.*, 1906, vol. XLVI. — *Bull. delle Scienze mediche*, 1906, vol. LXXVII, p. 64.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur la fonction $\zeta(s)$ dans le voisinage de la droite $\sigma = \frac{1}{2}$.

par H. BOHR, à Köbenhavn, E. LANDAU, à Göttingen,
et J. E. LITTLEWOOD, à Cambridge (England) (1).

Dans ce travail, nous allons développer, dans des directions assez voisines, trois conséquences de l'hypothèse de Riemann que tous les zéros non réels de la fonction $\zeta(s)$ ont leur partie réelle égale à $\frac{1}{2}$. Les trois chapitres sont principalement l'œuvre de Bohr pour le premier, Landau pour le second, Littlewood pour le troisième; le tout s'expose le mieux dans l'ordre indiqué.

CHAPITRE PREMIER.

Amélioration de la formule de Riemann-von Mangoldt pour $N(T)$.

§ 1. — PROBLÈME ET LEMME.

Soit $N(T)$ le nombre des racines ρ de la fonction $\zeta(s)$ dans la bande $0 \leq \sigma \leq 1$, dont l'ordonnée satisfait à $0 \leq t \leq T$. Riemann a présumé, en dehors de l'hypothèse que tous les ρ ont leur partie réelle égale à $\frac{1}{2}$, cette autre relation :

$$(1) \quad N(T) = \frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} T + O(\log T).$$

Il est très remarquable que M. von Mangoldt ait réussi à démontrer cette formule (1), tandis qu'on ne sait pas même aujourd'hui (19 novembre 1913) si l'autre hypothèse est juste. Nous démontrerons dans ce chapitre le premier fait pour

(1) Présenté par M. Ch. de la Vallée Poussin.

ainsi dire qui dépasse quantitativement les présomptions de Riemann, tout en restant dans son ordre d'idées, savoir le

Théorème : *Si tous les ρ ont leur partie réelle égale à $\frac{1}{2}$, on a*

$$(2) \quad N(T) = \frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} T + o(\log T).$$

Parce que le terme complémentaire $o(\log T)$ est plus faible que la dérivée $\frac{1}{2\pi} \log T - \frac{\log 2\pi}{2\pi}$ du terme principal $\frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} T$, cette formule (2) nous permet, pour tout $\delta > 0$, de déterminer asymptotiquement le nombre des ρ dont l'ordonnée appartient à un intervalle de longueur δ ; en effet, (2) donne

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{N(T + \delta) - N(T)}{\log T} = \frac{1}{2\pi} \delta.$$

Avant de commencer la démonstration du théorème indiqué, nous allons établir le

Lemme : *Dans l'hypothèse de Riemann, on a, pour tout $\delta > 0$,*

$$\limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{N(T + \delta) - N(T)}{\log T} \leq \delta.$$

En d'autres termes : Pour tout $A > 1$, on peut choisir un $\tau = \tau(\delta, A)$ tel que, si $T > \tau$,

$$N(T + \delta) - N(T) < A\delta \log T.$$

Ce lemme n'est pas une conséquence de la formule connue (1); celle-ci ne saurait évidemment apprécier $N(T + \delta) - N(T)$ mieux que par $B \log T$, vu le dernier terme $O(\log T)$ de (1).

Démonstration du lemme : Il est connu depuis longtemps que, T parcourant les valeurs positives à l'exception des ordonnées des racines ⁽¹⁾,

$$(3) \quad N(T) = \frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} T + O(1) + \frac{1}{\pi} Q(T),$$

où

$$(4) \quad Q(T) = \Im \int_{2+Ti}^{\frac{1}{2}+Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} ds.$$

On sait, d'autre part, que

$$(5) \quad \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} = b - \frac{1}{s-1} - \frac{1}{2} \frac{\Gamma'(\frac{s}{2} + 1)}{\Gamma(\frac{s}{2} + 1)} + \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s-\rho} + \frac{1}{\rho} \right);$$

donc

$$(6) \quad \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s-\rho} + \frac{1}{\rho} \right) = \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} - b + \frac{1}{s-1} + \frac{1}{2} \frac{\Gamma'(\frac{s}{2} + 1)}{\Gamma(\frac{s}{2} + 1)}.$$

Soit, dans l'hypothèse de Riemann, $\log \zeta(s)$ la branche uniforme dans le demi-plan $\sigma > \frac{1}{2}$ découpé de 1 à $\frac{1}{2}$, qui est positive pour $s > 1$.

D'après un théorème de Littlewood ⁽²⁾, dont nous ferons souvent usage, on a, pour $\sigma \geq \frac{1}{2} + \delta$,

$$\log \zeta(s) = o(\log t),$$

donc, pour $\sigma \geq \frac{1}{2} + \delta$,

$$(7) \quad \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} = o(\log t).$$

(1) Jusqu'à nouvel ordre. T est soumis à cette restriction.

(2) Quelques conséquences de l'hypothèse que la fonction $\zeta(s)$ de Riemann n'a pas de zéros dans le demi-plan $R(s) > \frac{1}{2}$, p. 264. (*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*. Paris, t. CLIV, 1912, pp. 263-266.)

Considérons le second membre de (6) sur la droite $\sigma = \frac{1}{2} + \delta$. On sait ⁽¹⁾ que, sur cette droite (même uniformément pour $\sigma_0 \leq \sigma \leq \sigma_1$, σ_0 et $\sigma_1 > \sigma_0$ étant fixes),

$$(8) \quad \frac{\Gamma' \left(\frac{s}{2} + 1 \right)}{\Gamma \left(\frac{s}{2} + 1 \right)} = \log t + O(1).$$

D'où, pour $\sigma = \frac{1}{2} + \delta$,

$$(9) \quad \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{2} \log t + o(\log t),$$

$$\sum_{\rho} \left(\Re \frac{1}{s - \rho} + \Re \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{2} \log t + o(\log t).$$

Les expressions $\Re \frac{1}{s - \rho}$ et $\Re \frac{1}{\rho}$ étant positives dans chaque terme de la dernière somme, (9) fournit pour $s = \frac{1}{2} + \delta + Ti$, en ne conservant dans Σ' que les $\rho = \frac{1}{2} + \gamma i$ avec $T < \gamma \leq T + \delta$,

$$(10) \quad \sum'_{\rho} \Re \frac{1}{s - \rho} < \frac{1}{2} \log T + o(\log T).$$

Dans chaque terme du premier membre de (10),

$$\Re \frac{1}{s - \rho} = \frac{\Re(s - \rho)}{|s - \rho|^2} = \frac{\delta}{\delta^2 + (T - \gamma)^2} \geq \frac{\delta}{\delta^2 + \delta^2} = \frac{1}{2\delta};$$

on obtient donc

$$\frac{N(T + \delta) - N(T)}{2\delta} < \frac{1}{2} \log T + o(\log T),$$

$$\frac{N(T + \delta) - N(T)}{\log T} < \delta + o(1),$$

$$\limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{N(T + \delta) - N(T)}{\log T} \leq \delta.$$

⁽¹⁾ Voir p. ex. LANDAU, Zur Theorie der Riemannschen Zetafunktion, p. 130. (*Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, t. LVI, 1911, pp. 125-148.)

Ceci étant démontré pour T évitant les ordonnées des ρ , c'est vrai pour T croissant continûment.

§ 2. — DÉMONSTRATION DU THÉORÈME.

Soit δ fixe et $0 < \delta < 1$. Soit de nouveau, jusqu'à nouvel ordre, la droite $t = T$ exempte d'ordonnées des racines ρ . Alors, dans l'hypothèse de Riemann, on a, d'après (7),

$$(11) \quad \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + \delta + Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} ds = o(\log T).$$

D'après (5) et (8),

$$(12) \quad \left| \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} ds \right| \leq O(1) + \frac{\delta}{2} \log T + O(1) + \left| \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) ds \right|.$$

Nous décomposons la somme sous la dernière intégrale en $\Sigma_1 + \Sigma_2$, où Σ_1 se rapporte à $|T - \gamma| \geq 1$, Σ_2 à $|T - \gamma| < 1$. On sait ⁽¹⁾ qu'il existe une constante absolue B telle que, pour $s = \sigma + Ti$, $\frac{1}{2} \leq \sigma \leq 2$, $T > 2$,

$$\left| \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) \right| < B \log T.$$

Donc, pour $T > 2$,

$$(13) \quad \left| \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) ds \right| < \delta B \log T.$$

⁽¹⁾ Voir LANDAU, *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen*, 1909, p. 339.

Pour taxer

$$\begin{aligned}
 \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \sum_p \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) ds &= \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \sum_p \frac{1}{s - \rho} ds + O\left(\frac{\log T}{T}\right) \\
 (14) \qquad &= \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \sum_p \frac{1}{s - \rho} ds + o(\log T),
 \end{aligned}$$

divisons l'intervalle $(T - 1) \dots (T + 1)$, à partir de T , symétriquement dans les deux directions, en intervalles partiels de longueur δ ; les deux derniers intervalles peuvent être plus courts. Alors, d'après le lemme, le nombre des γ dans chaque intervalle partiel (y compris les extrémités) est, pour $T > \tau_0 = \tau_0(\delta)$, inférieur à $2\delta \log T$. L'expression

$$\left| \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \frac{ds}{s - \rho} \right|$$

est, pour $|T - \gamma| \geq \alpha$, où $\alpha > 0$, non supérieure à

$$\arctg \frac{\delta}{\alpha} < \text{Min.} \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\delta}{\alpha} \right);$$

donc

$$\begin{aligned}
 \left| \Im \int_{\frac{1}{2} + \delta + Ti}^{\frac{1}{2} + Ti} \sum_p \frac{1}{s - \rho} ds \right| &\leq 2 \cdot 2\delta \log T \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\delta}{\delta} + \frac{\delta}{2\delta} + \frac{\delta}{3\delta} + \dots + \frac{\delta}{\left[\frac{1}{\delta} \right] \delta} \right) \\
 &= 4\delta \log T \left(\frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\left[\frac{1}{\delta} \right]} \frac{1}{n} \right) \\
 (15) \qquad &< 4\delta \log T \left(\frac{\pi}{2} + 1 + \log \frac{1}{\delta} \right).
 \end{aligned}$$

De (4), (11), (12), (13), (14) et (15), on obtient

$$\begin{aligned}
 |Q(T)| &= \left| \Im \int_{2+Ti}^{\frac{1}{2}+Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} ds \right| < o(\log T) + O(1) + \frac{\delta}{2} \log T \\
 &+ O(1) + \delta B \log T + 4\delta \log T \left(\frac{\pi}{2} + 1 + \log \frac{1}{\delta} \right) + o(\log T) \\
 &= o(\log T) + \delta \log T \left(B + 2\pi + \frac{9}{2} + 4 \log \frac{1}{\delta} \right) \\
 &= o(\log T) + K(\delta) \log T,
 \end{aligned}$$

où

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} K(\delta) = 0.$$

Donc, T évitant encore toujours les ordonnées des racines,

$$\limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{|Q(T)|}{\log T} \leq K(\delta);$$

le premier membre est indépendant de δ ; donc

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{Q(T)}{\log T} = 0,$$

$$(16) \quad Q(T) = o(\log T), \quad (4)$$

et, en combinant (16) avec (3),

$$(2) \quad N(T) = \frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} T + o(\log T).$$

(2) étant démontré lorsque T évite les ordonnées des ρ , la vérité de (2) en résulte immédiatement pour T croissant continûment.

(4) En vertu de $Q(T) = \Im \left(\log \zeta \left(\frac{1}{2} + Ti \right) - \log \zeta(2 + Ti) \right) = \Im \log \zeta \left(\frac{1}{2} + Ti \right) + O(1)$, où $\log \zeta(s)$ signifie, pour $s = \frac{1}{2} + Ti$, la limite de droite, (16) dit que $\Im \log \zeta \left(\frac{1}{2} + Ti \right) = o(\log T)$.

§ 3. — COROLLAIRE.

Désignons, pour $x > 0$, la racine unique réelle de l'équation

$$x = \frac{1}{2\pi} y \log y - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} y$$

par $y(x)$; évidemment

$$x \sim \frac{1}{2\pi} y(x) \log y(x),$$

$$\log x \sim \log y(x),$$

$$y(x) \sim 2\pi \frac{x}{\log x}.$$

Nous allons déduire, γ_n désignant la $n^{\text{ième}}$ ordonnée positive des racines ρ , le

Corollaire :

$$(17) \quad \gamma_n = y(n) + o(1).$$

Démonstration : (2) donne, pour $T = \gamma_n$ et n croissant par valeurs entières,

$$(18) \quad n = \frac{1}{2\pi} \gamma_n \log \gamma_n - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} \gamma_n + o(\log \gamma_n). \quad (1)$$

(18) donne d'abord

$$n \sim \frac{1}{2\pi} \gamma_n \log \gamma_n,$$

$$\log n \sim \log \gamma_n,$$

$$(19) \quad \gamma_n \sim 2\pi \frac{n}{\log n} \sim y(n).$$

(1) Bien entendu, on n'a pas nécessairement $N(\gamma_n) = n$; mais la multiplicité de la racine $\frac{1}{2} + \gamma_n i$ n'étant, à cause de (2), que $o(\log \gamma_n)$, on a $n = N(\gamma_n) + o(\log \gamma_n)$, ce qui fournit (18).

Posons, dans (18),

$$(20) \quad \gamma_n = y(n)(1 + \eta(n)),$$

où, en vertu de (19),

$$(21) \quad \eta(n) = o(1);$$

nous obtenons

$$n = \frac{1}{2\pi} y(n)(1 + \eta(n)) (\log y(n) + \log(1 + \eta(n))) \\ - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} y(n)(1 + \eta(n)) + o(\log y(n));$$

en soustrayant

$$n = \frac{1}{2\pi} y(n) \log y(n) - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} y(n),$$

on trouve, en vertu de (21),

$$0 = \frac{1}{2\pi} y(n)\eta(n) \log y(n) + \eta(n) o(y(n) \log y(n)) + o(\log y(n)).$$

Donc

$$y(n)\eta(n) \log y(n) = o(\log y(n)).$$

$$\eta(n) = o\left(\frac{1}{y(n)}\right),$$

et, avec (20),

$$(17) \quad \gamma_n = y(n) + o(1).$$

CHAPITRE II.

Sur les racines de $\zeta(s) = a$.

§ 4. — SUR LA FONCTION $N(a, T)$.

Soit a un nombre complexe, $N(a, T)$ le nombre des racines de

$$\zeta(s) = a$$

dans le domaine $1 \leq t \leq T$, où $T > 1$; on verra tout à l'heure que ce nombre est fini pour tout $T > 1$. L'objet de ce § 4 est même de démontrer un résultat aussi précis que le fait

$$N(0, T) = \frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} T + O(\log T),$$

établi par la formule (1) de M. von Mangoldt. Nous allons démontrer (même sans l'hypothèse de Riemann) que

$$(22) \quad N(a, T) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 2\pi}{2\pi} T + O(\log T) & \text{pour } a \neq 1, \\ \frac{1}{2\pi} T \log T - \frac{1 + \log 4\pi}{2\pi} T + O(\log T) & \text{pour } a = 1. \end{cases}$$

Lemme 1 : *Étant donné un nombre réel ω , il existe un $E = E(\omega)$ tel que, dans le demi-plan $\sigma \leq -E$, dont on a écarté les cercles $|s + 2| < \frac{1}{2}$, $|s + 4| < \frac{1}{2}$, ..., $|s + 2q| < \frac{1}{2}$, ..., tant qu'ils en font partie, on ait*

$$|\zeta(s)| > \omega.$$

En d'autres termes : Dans le plan moins les cercles $|s + 2q| < \frac{1}{2}$ ($q = 1, 2, 3, \dots$), on a

$$\lim_{\sigma \rightarrow -\infty} |\zeta(s)| = \infty.$$

Démonstration : Il suffit évidemment de considérer les $t \geq 0$. On a

$$\zeta(s) = \frac{2}{(2\pi)^{1-s}} \sin \frac{s\pi}{2} \Gamma(1-s) \zeta(1-s),$$

d'où, pour $\sigma < -1$,

$$(23) \quad |\zeta(s)| \geq \frac{2}{(2\pi)^{1-\sigma}} \left| \sin \frac{s\pi}{2} \right| \left| \Gamma(1-s) \right| c_1,$$

c_1 désignant, comme $c_2 \dots$ dans la suite, une constante positive absolue.

Or, pour $t \geq 1$,

$$\begin{aligned} \left| \sin \frac{s\pi}{2} \right| &= \left| \frac{e^{\frac{s\pi}{2}i} - e^{-\frac{s\pi}{2}i}}{2i} \right| = \left| \frac{e^{-\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\sigma t} - e^{\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\sigma t}}{2i} \right| \\ &\geq \frac{e^{\frac{\pi}{2}t} - e^{-\frac{\pi}{2}t}}{2} > c_2 e^{\frac{\pi}{2}t}. \end{aligned}$$

Pour $\sigma < -1$, $0 \leq t < 1$, $|s + 2q| \geq \frac{1}{2} (q = 1, 2, \dots)$, on a, en vertu de la périodicité de $\sin \frac{s\pi}{2}$,

$$\left| \sin \frac{s\pi}{2} \right| > c_3 > c_4 e^{\frac{\pi}{2}t}.$$

Donc, dans tout le quart de plan $\sigma < -1$, $t \geq 0$, les cercles exclus,

$$(24) \quad \left| \sin \frac{s\pi}{2} \right| > c_5 e^{\frac{\pi}{2}t}.$$

Quant à la fonction Γ , nous faisons usage d'une relation démontrée très élégamment par M. Jensen ⁽¹⁾, qui énonce spécialement dans le demi-plan $\sigma > 2$

$$\Gamma(s) = e^{\left(s - \frac{1}{2}\right) \log s - s + \delta(s)}, \quad |\delta(s)| < c_6.$$

Donc, pour $\sigma > 2$, $t \geq 0$,

$$\begin{aligned} |\Gamma(s)| &= e^{\Re\left(\left(\sigma - \frac{1}{2} + ti\right) \log(\tau + ti) - \sigma - ti + \delta(s)\right)} \\ &= e^{\Re\left(\left(\sigma - \frac{1}{2} + ti\right) \left(\log \sqrt{\sigma^2 + t^2} + t \operatorname{arctg} \frac{t}{\sigma}\right) - \sigma + \delta(s)\right)} \\ &= e^{\left(\sigma - \frac{1}{2}\right) \log \sqrt{\sigma^2 + t^2} - t \operatorname{arctg} \frac{t}{\sigma} - \sigma + \Re \delta(s)} \\ (25) \quad &> e^{\left(\sigma - \frac{1}{2}\right) \log \sigma - \frac{\pi}{2} t - \sigma - c_6}. \end{aligned}$$

(1) Gammafunktionens Theori i elementær Fremstilling, I, p. 44. (*Nyt Tidsskrift for Mathematik*, t. II B, 1891, pp. 33-55.)

Il s'ensuit, dans le quart de plan $\sigma < -1$, $t \geq 0$, les cercles exclus, en combinant (23) avec (24) et (25),

$$\begin{aligned} |\zeta(s)| &> \frac{2}{(2\pi)^{1-\sigma}} c_5 e^{\frac{\pi}{2}t} e^{\left(\frac{1}{2}-\sigma\right) \log(1-\sigma) - \frac{\pi}{2}t - 1 + \sigma - c_6} c_4 \\ &= c_7 e^{\left(\frac{1}{2}-\sigma\right) \log(1-\sigma) + \sigma(1+\log 2\pi)} > c_8 e^{-\sigma}; \end{aligned}$$

ceci montre la vérité du lemme.

Lemme 2 : *Étant donné un nombre complexe a , il existe un entier positif impair $E = E(a)$ tel que toutes les racines de*

$$(26) \quad \zeta(s) = a$$

appartiennent à l'un des domaines

$$(27) \quad -E < \sigma < E$$

et

$$(28) \quad |s + 2q| < \frac{1}{2}, \quad 2q > E \quad (q \text{ entier}).$$

On peut même prendre E tel que chacun des cercles (28) renferme exactement une racine de (26).

Démonstration : Choisissons, pour $\omega = |a|$, un E dans sens du lemme 1 et en même temps entier, impair et assez grand pour que, si $\sigma \geq E$,

$$(29) \quad \zeta(s) \neq a.$$

(29) subsiste, en effet, comme on sait, pour tous les σ suffisamment grands. On a alors

$$\zeta(s) \neq a \quad \text{pour} \quad \sigma \geq E,$$

$$|\zeta(s)| > |a| \quad \text{pour} \quad \sigma \leq -E, \quad |s + 2q| \geq \frac{1}{2}, \quad 2q > E.$$

Reste à démontrer l'assertion sur l'existence et l'unicité des racines de (26) dans les cercles (28). Cela résulte de ce que, sur chaque circonférence,

$$|\zeta(s)| > |a|,$$

tandis que l'intérieur contient exactement une racine de $\zeta(s) = 0$, savoir — $2q$.

Corollaire : Pour un but postérieur, nous choisissons le nombre $E = E(a)$ du lemme 2 en même temps assez grand pour que

$$(30) \quad \left\{ \begin{array}{ll} |1 - a| > \frac{1}{2^E} + \frac{1}{3^E} + \frac{1}{4^E} + \dots, & \text{si } a \neq 1; \\ \frac{1}{2^E} > \frac{1}{3^E} + \frac{1}{4^E} + \frac{1}{5^E} + \dots, & \text{si } a = 1. \end{array} \right.$$

En désignant alors les racines de (26) extérieures à la bande (27), rangées par abscisses décroissantes, par $w_1, w_2, \dots, w_\nu, \dots$, il existe une constante $K = K(a)$ indépendante de ν telle que, pour tous les $\nu = 1, 2, \dots$

$$(31) \quad |w_\nu + 2\nu| < K.$$

Démonstration de (22) : La fonction entière

$$(s - 1)(\zeta(s) - a)$$

est de genre 1; donc le produit de Weierstrass a la forme

$$(s - 1)(\zeta(s) - a) = ce^{bs_\eta} \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1 - \frac{s}{w_\nu}\right) e^{\frac{s}{w_\nu}} \prod_{\rho} \left(1 - \frac{s}{\rho}\right) e^{\frac{s}{\rho}},$$

où $\eta = 0$ pour $a \neq -\frac{1}{2} = \zeta(0)$, $\eta = 1$ pour $a = -\frac{1}{2}$, et où ρ parcourt les racines de (26) dans la bande $-E < \sigma < E$ (nous démontrerons d'ailleurs implicitement leur existence). Donc

$$(32) \quad \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s) - a} = b + \frac{\eta}{s} - \frac{1}{s-1} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\frac{1}{s-w_\nu} + \frac{1}{w_\nu} \right) + \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s-\rho} + \frac{1}{\rho} \right).$$

$N(a, T)$ est le nombre des $\rho = \beta + \gamma i$ avec $1 \leq \gamma \leq T$. Soit $T \geq 2$ et différent des γ ; il suffit évidemment de démontrer (22) avec cette restriction.

Intégrons $\frac{\zeta'(s)}{\zeta(s) - a}$ le long du rectangle aux sommets

$$-E + i, \quad E + i, \quad E + Ti, \quad -E + Ti$$

en sens positif, en tournant vers le bas autour des racines éventuelles de (26) situées sur le segment inférieur. On a

$$\begin{aligned} 2\pi N(a, T) &= \Im \int_{-E+i}^{E+i} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s) - a} ds + \Im \int_{E+i}^{E+Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s) - a} ds \\ &\quad + \Im \int_{E+Ti}^{-E+Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s) - a} ds + \Im \int_{-E+Ti}^{-E+i} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s) - a} ds \\ &= \Im \int_I + \Im \int_{II} + \Im \int_{III} + \Im \int_{IV} \end{aligned}$$

$$(33) \quad = f_I(T) + f_{II}(T) + f_{III}(T) + f_{IV}(T).$$

D'abord,

$$(34) \quad f_I(T) = O(1).$$

Quant au chemin IV, on sait que

$$\Im \int_{-E+Ti}^{-E+i} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} ds = T \log T - (1 + \log 2\pi)T + O(1).$$

Or, sur IV,

$$\zeta(s) - a = \zeta(s) \left(1 - \frac{a}{\zeta(s)} \right),$$

où

$$\left| \frac{a}{\zeta(s)} \right| < 1;$$

conséquemment

$$\left| \Im \int_{-E+Ti}^{-E+i} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)-a} ds - \Im \int_{-E+Ti}^{-E+i} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} ds \right| = \left| \Im \int_{-E+Ti}^{-E+i} \frac{d \log \left(1 - \frac{a}{\zeta(s)} \right)}{ds} ds \right| < \pi,$$

$$(35) \quad f_{IV}(T) = T \log T - (1 + \log 2\pi)T + O(1).$$

Étudions maintenant $f_{III}(T)$. Sur le chemin III, et même sur le segment plus long de $E + 1 + Ti$ à $-E + Ti$, on a, en considérant (31),

$$\begin{aligned} \left| \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{1}{s-w_v} + \frac{1}{w_v} \right) \right| &= \left| s \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{(s-w_v)w_v} \right| \leq C_1 |s| \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{|s-w_v|} \quad (1) \\ &\leq C_1 |s| \sum_{v=1}^{[K+|s|]} \frac{1}{\left| s - \left(-E + \frac{1}{2}i \right) \right|} + C_1 |s| \sum_{v=[K+|s|]+1}^{\infty} \frac{1}{(|w_v| - |s|)^v} \\ &\leq C_1 \frac{|s|}{\left| s - \left(-E + \frac{1}{2}i \right) \right|} \sum_{v=1}^{[K+|s|]} \frac{1}{v} + C_1 |s| \sum_{v=[K+|s|]+1}^{\infty} \frac{1}{(2v - K - |s|)^v} \\ &< C_2 (1 + \log [K + |s|]) + C_1 |s| \sum_{v=[K+|s|]+1}^{\infty} \frac{1}{v \cdot v} \\ &< C_3 \log |s| + C_1 |s| \frac{1}{[K + |s|]} < C_4 \log |s| < C_5 \log T, \end{aligned}$$

$$(36) \quad \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{1}{s-w_v} + \frac{1}{w_v} \right) = O(\log T).$$

(32) donne encore, pour $s = \sigma + Ti$, $-E \leq \sigma \leq E + 1$, en appliquant (36),

$$(37) \quad \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s-\rho} + \frac{1}{\rho} \right) = O(\log T) + \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)-a}.$$

Spécialement, pour $\sigma = E + 1$, où

$$\zeta'(s) = O(1)$$

(1) Ici $C_1, \dots, C_5$ ne sont pas des constantes positives absolues, mais dépendent exclusivement de a .

et, en vertu de (30) ⁽¹⁾,

$$\left| \frac{1}{\zeta(s) - a} \right| = \frac{1}{\left| (1-a) + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots \right|} \begin{cases} \leq \frac{1}{|1-a| - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{E+1}}} = C_6 & \text{pour } a \neq 1, \\ \leq \frac{1}{\frac{1}{2^{E+1}} - \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^{E+1}}} = C_7 & \text{pour } a = 1, \end{cases}$$

(37) se transforme en

$$(38) \quad \sum_{\rho} \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) = O(\log T);$$

donc

$$\sum_{\rho} \left(n \frac{1}{s - \rho} + n \frac{1}{\rho} \right) = O(\log T).$$

Or, dans chaque terme,

$$\left| n \frac{1}{\rho} \right| = \frac{|\beta|}{|\rho|^2} < \frac{E}{|\rho|^2};$$

donc

$$\sum_{\rho} n \frac{1}{\rho}$$

converge et

$$(39) \quad \sum_{\rho} n \frac{1}{s - \rho} = O(\log T).$$

⁽¹⁾ En effet, pour $a \neq 1$, (30) donne, à fortiori,

$$|1 - a| > \frac{1}{2^{E+1}} + \frac{1}{3^{E+1}} + \dots;$$

pour $a = 1$, (30) donne

$$1 > \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^E} + \frac{1}{\left(\frac{4}{2}\right)^E} + \dots,$$

donc, à fortiori,

$$1 > \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^{E+1}} + \frac{1}{\left(\frac{4}{2}\right)^{E+1}} + \dots, \quad \frac{1}{2^{E+1}} > \frac{1}{3^{E+1}} + \frac{1}{4^{E+1}} + \dots.$$

La partie réelle de chaque $s - \rho$, donc de chaque $\frac{1}{s - \rho}$ étant positive, (39) donne

$$(40) \quad \sum'_{|T-\rho| \leq 1} \Re \frac{1}{s - \rho} = O(\log T).$$

Chaque terme du premier membre de (40) est

$$\Re \frac{1}{s - \rho} = \frac{\Re(s - \rho)}{|s - \rho|^2} = \frac{E + 1 - \beta}{(E + 1 - \beta)^2 + (T - \gamma)^2} > \frac{1}{(2E + 1)^2 + 1};$$

donc

$$(41) \quad N(a, T + 1) - N(a, T) = O(\log T). \quad (1)$$

De (39) on conclut en outre, puisque, pour $|T - \gamma| > 1$,

$$\Re \frac{1}{s - \rho} > \frac{1}{(2E + 1)^2 + |T - \gamma|^2} > \frac{C_8}{|T - \gamma|^2},$$

que

$$(42) \quad \sum''_{|T-\rho| > 1} \frac{1}{|T - \gamma|^2} = O(\log T).$$

Toujours pour $\sigma = E + 1$, (41) donne

$$\sum'_{|T-\rho| \leq 1} \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) = O(\log T),$$

d'où, tenant compte de (38),

$$\sum''_{|T-\rho| > 1} \left(\frac{1}{s - \rho} + \frac{1}{\rho} \right) = O(\log T).$$

(1) (41) résulte aussi directement d'un théorème général de LANDAU, donné dans son travail *Über die Nullstellen DIRICHLET'scher Reihen*, pp. 900 et 905. (*Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, Berlin, Jahrgang 1913, pp. 897-907.)

Pour $s = \sigma + Ti$, $-E \leq \sigma \leq E$, on a donc

$$\begin{aligned} \sum''_{|T-\gamma|>1} \left(\frac{1}{s-\rho} + \frac{1}{\rho} \right) &= \sum''_{|T-\gamma|>1} \left(\frac{1}{E+1+Ti-\rho} + \frac{1}{\rho} \right) + \sum''_{|T-\gamma|>1} \left(\frac{1}{s-\rho} - \frac{1}{E+1+Ti-\rho} \right) \\ &= O(\log T) + \sum''_{|T-\gamma|>1} \frac{E+1+Ti-s}{(s-\rho)(E+1+Ti-\rho)}, \\ (43) \quad \left| \sum''_{|T-\gamma|>1} \left(\frac{1}{s-\rho} + \frac{1}{\rho} \right) \right| &\leq O(\log T) + \sum''_{|T-\gamma|>1} \frac{2E+1}{|T-\gamma|^2} = O(\log T), \end{aligned}$$

à cause de (42).

(32), (36) et (43) donnent

$$f_{III}(T) = O(\log T) + \Im \int_{E+Ti}^{-E+Ti} \sum'_{|T-\gamma| \leq 1} \left(\frac{1}{s-\rho} + \frac{1}{\rho} \right) ds,$$

d'où, en appliquant encore une fois le fait fourni par (41) que Σ' n'a que $O(\log T)$ termes,

$$(44) \quad f_{III}(T) = O(\log T) + \sum'_{|T-\gamma| \leq 1} \Im \int_{E+Ti}^{-E+Ti} \frac{ds}{s-\rho} = O(\log T).$$

Enfin, quant à $f_{II}(T)$, on a, pour $a \neq 1$,

$$\zeta(s) - a = (1-a) \left(1 + \frac{\zeta(s)-1}{1-a} \right),$$

où, à cause de (30), sur $\sigma = E$,

$$\left| \frac{\zeta(s)-1}{1-a} \right| < 1;$$

done, pour $a \neq 1$,

$$|f_{II}(T)| = \left| \Im \int_{E+Ti}^{-E+Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)-a} ds \right| < \pi,$$

$$(45) \quad f_{II}(T) = O(1).$$

Pour $a = 1$, au contraire, on a

$$\zeta(s) - a = \frac{1}{2^s} \left(1 + \frac{\frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots}{\frac{1}{2^s}} \right),$$

où, en vertu de (30),

$$\left| \frac{\frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots}{\frac{1}{2^s}} \right| < 1;$$

donc, pour $a = 1$,

$$(46) \quad f_{II}(T) = \mathfrak{I} \int_{E+i}^{E+Ti} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)-1} ds = \mathfrak{I} \int_{E+i}^{E+Ti} \frac{d(2^{-s})}{2^{-s}} ds + O(1) = -T \log 2 + O(1).$$

(33), (34), (35), (44), (45) et (46) donnent l'assertion (22).

§ 5. — SUR LES ABCISSES DES RACINES DE $\zeta(s) = a$
DANS LE VOISINAGE DE $\sigma = \frac{1}{2}$.

Théorème : $\delta > 0$ étant donné et l'hypothèse de Riemann étant supposée juste, le nombre des racines de

$$(26) \quad \zeta(s) = a$$

dans le domaine $\sigma \geq \frac{1}{2} + \delta$, $T \leq t \leq T + 1$ est, pour tout a complexe fixe,

$$o(\log T).$$

Démonstration : Soit $E = E(a)$ le nombre du § 4 et $E' \geq E$ tel que

$$r = \sqrt{\left(E' - \frac{1}{2} - \delta\right)^2 + \frac{1}{4}} < E' - \frac{1}{2} - \frac{\delta}{2};$$

cela veut dire que le cercle (de rayon r) ayant $s_0 = E' + (T + \frac{1}{2})i$ pour centre et passant par $\frac{1}{2} + \delta + Ti$ et $\frac{1}{2} + \delta + (T + 1)i$ ne rencontre pas la droite $\sigma = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2}$.

Pour $\sigma \geq \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2}$, on a, d'après le théorème de Littlewood,

$$\zeta(s) = e^{o(\log t)} = t^{o(1)},$$

donc

$$|\zeta(s) - a| \leq t^{o(1)} + |a| < t^{o(1)}.$$

D'après un théorème de M. Jensen ⁽¹⁾, le nombre des racines de (26) dans le cercle

$$|s - s_0| \leq r$$

est, pour $T + \frac{1}{2} > R$ (cette inégalité est suffisante pour que le cercle $|s - s_0| \leq R$ appartienne au domaine de régularité de la fonction), non supérieur à

$$\frac{\log \frac{M}{m}}{\log \frac{R}{r}},$$

où M désigne le maximum de $|\zeta(s) - a|$ pour $|s - s_0| \leq R = E' - \frac{1}{2} - \frac{\delta}{2}$, m la valeur de $|\zeta(s) - a|$ pour $s = s_0$. On obtient donc, $\frac{1}{\zeta(s) - a}$ étant, à cause de (30), borné sur $\sigma = E'$, et le cercle $|s - s_0| \leq r$ renfermant le rectangle $\frac{1}{2} + \delta \leq \sigma \leq E'$, $T \leq t \leq T + 1$, que le nombre des racines de ce rectangle est

$$\leq \frac{\log \left(O(1) \left(T + \frac{1}{2} + R \right)^{o(1)} \right)}{\log \frac{R}{r}} = o(\log T).$$

Le théorème est ainsi prouvé.

⁽¹⁾ Voir p. ex. p. 900 du mémoire de LANDAU, cité dans la dernière note.

Corollaire ⁽¹⁾ : Le nombre des racines de (26) dans le domaine $\sigma \geq \frac{1}{2} + \delta$, $-T \leq t \leq T$ est, dans l'hypothèse de Riemann, $o(T \log T)$.

Théorème principal : Soient a un nombre complexe, l'hypothèse de Riemann vraie et $\delta > 0$. Désignons par $\Phi(x)$ le nombre des racines de

$$(26) \quad \zeta(s) = a$$

dans le cercle $|s| \leq x$, par $\Psi(x)$ le nombre des racines dans ce cercle qui appartiennent, en outre, à la bande

$$\frac{1}{2} - \delta < \sigma < \frac{1}{2} + \delta.$$

Alors

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\Psi(x)}{\Phi(x)} = 1.$$

Démonstration : On peut supposer $\delta < \frac{1}{2}$. Le nombre des racines ρ dans le domaine $\sigma \geq \frac{1}{2} + \delta$, $|s| \leq x$ est, d'après le dernier corollaire,

$$o\left(\sqrt{x^2 - \left(\frac{1}{2} + \delta\right)^2} \log \sqrt{x^2 - \left(\frac{1}{2} + \delta\right)^2}\right) = o(x \log x).$$

Le nombre des racines dans le domaine $\sigma \leq -E$, $|s| \leq x$ est $O(x)$. Pour $-E \leq \sigma \leq \frac{1}{2} - \delta$, on sait que $|\zeta(s)|$ tend uniformément, avec $|t|$, vers l'infini, de sorte que le nombre des racines de (26) dans cette bande est fini; ce fait relatif à $|\zeta(s)|$

(1) Nous ne manquons pas d'observer qu'un travail de BOHR et LANDAU, sous presse dans les *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, contient un théorème général assez profond sur les séries de DIRICHLET, fournissant le corollaire (mais pas le théorème que nous venons de démontrer) et beaucoup plus ($O(T)$ au lieu de $o(T \log T)$, même sans l'hypothèse de RIEMANN).

résulte immédiatement de l'équation fonctionnelle de Riemann fournissant, comme on sait, uniformément dans chaque bande fixe $\sigma_0 \leq \sigma \leq \sigma_1$,

$$(47) \quad |\zeta(\sigma + ti)| = |\zeta(1 - \sigma + ti)| O(t^{\frac{1}{2} - \sigma}),$$

par la combinaison de (47) avec le théorème de Littlewood qui donne, pour $\sigma \geq \frac{1}{2} + \delta$,

$$\frac{1}{|\zeta(s)|} < t^{o(1)}.$$

Donc

$$\Phi(x) - \Psi(x) = o(x \log x).$$

En vertu de (22), pour tous les x suffisamment grands, le nombre $\Phi(x)$ est tel que

$$\Phi(x) > \frac{1}{3\pi} x \log x.$$

Donc

$$\Phi(x) - \Psi(x) = o(\Phi(x)),$$

ce qu'il fallait démontrer.

Corollaire : a étant donné, on peut trouver, dans l'hypothèse de Riemann, une suite de racines $s_1, s_2, \dots, s_n, \dots$ de l'équation

$$(26) \quad \zeta(s) = a$$

telle que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Re(s_n) = \frac{1}{2}$$

et que, x croissant, le nombre des s_n dans le cercle $|s| \leq x$ est asymptotique au nombre total des racines de (26) dans le cercle $|s| \leq x$.

Pour ainsi dire, les racines de $\zeta(s) - a$ sont, pour la plupart, infiniment voisines de la droite $\sigma = \frac{1}{2}$. L'intérêt de ce résultat

sera même plus grand pour $a \neq 0$ que pour $a = 0$. Car, dans l'hypothèse de Riemann, il n'y a, en dehors de $\sigma = \frac{1}{2}$, que les racines triviales de $\zeta(s)$, dont aucune n'est à droite de $\sigma = \frac{1}{2}$, tandis que, pour $a \neq 0$, 1° Bohr ⁽¹⁾ a démontré, sans l'hypothèse de Riemann, donc aussi si l'hypothèse de Riemann est juste, que $\zeta(s)$ prend la valeur a dans le demi-plan $\sigma > 1$, même une infinité de fois, et que 2° Bohr et Landau ⁽²⁾ ont démontré, dans l'hypothèse de Riemann, que, dans chaque bande $\mathfrak{S}_1 < \sigma < \mathfrak{S}_2$, où $\frac{1}{2} < \mathfrak{S}_1 < \mathfrak{S}_2 < 1$, $\zeta(s)$ prend la valeur a , même une infinité de fois.

CHAPITRE III.

Sur les ordonnées des racines de $\zeta(s) - a$ dans le voisinage de la droite $\sigma = \frac{1}{2}$.

§ 6. — PROBLÈME ET LEMMES.

Dans ce qui suit, nous supposons toujours, sans le répéter, que l'hypothèse de Riemann soit vraie.

Une conséquence immédiate du résultat du chapitre II (ce point spécial étant d'ailleurs déjà démontré par Bohr et Landau par le fait cité à la fin du § 5) est que la fonction $\zeta(s)$ prend chaque valeur a une infinité de fois dans la bande

$$\frac{1}{2} - \delta \leq \sigma \leq \frac{1}{2} + \delta.$$

⁽¹⁾ Über das Verhalten von $\zeta(s)$ in der Halbebene $\sigma > 1$ (*Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse*, Jahrgang 1911, pp. 409-428.)

⁽²⁾ Beiträge zur Theorie der Riemannschen Zetafunktion, p. 27. (*Mathematische Annalen*, t. LXXIV, 1913, pp. 3-30.)

Nous allons démontrer, dans ce chapitre III, la généralisation suivante :

Soit a un nombre complexe et $\delta > 0$. Il existe un $\tau_0 = \tau_0(a, \delta)$ tel que, pour tout $\tau > \tau_0$, la fonction $\zeta(s)$ prend la valeur a dans le cercle

$$\left| s - \left(\frac{1}{2} + \tau i \right) \right| \leq \delta.$$

Nous démontrerons même, ce qui dit davantage, le

Théorème : Soit $A > 0$ et $\delta > 0$. Il existe un $\tau_1 = \tau_1(A, \delta)$ tel que, pour tout $\tau > \tau_1$, la fonction $\zeta(s)$ prend toute valeur a de module $\leq A$ dans le cercle

$$(48) \quad \left| s - \left(\frac{1}{2} + \tau i \right) \right| \leq \delta.$$

Nous commençons par deux lemmes.

Lemme 1 : Soit $\varepsilon > 0$ et $\sigma_1 > \frac{1}{2} + \varepsilon$ fixes. Alors, en posant, pour τ suffisamment grand ⁽¹⁾,

$$m_1 = m_1(\tau) = \text{Max.}_{|s - (\sigma_1 + \tau i)| \leq \varepsilon} |\zeta'(s)|,$$

on a, pour τ croissant,

$$\frac{1}{m_1} < \tau^{o(1)}.$$

Démonstration : M. Hadamard ⁽²⁾ a démontré que : Soit $0 < r_1 < r_2 < r_3$. Soit $F(z)$ régulier pour $|z - z_0| < r_3$, continu pour $|z - z_0| \leq r_3$ et non identiquement nul. Soient M_1, M_2, M_3 les maxima de $|F(z)|$ sur les cercles $|z - z_0| = r_1, r_2, r_3$. Alors

$$(49) \quad M_2^{\log \frac{r_3}{r_1}} \leq M_1^{\log \frac{r_3}{r_2}} \cdot M_3^{\log \frac{r_3}{r_1}}.$$

⁽¹⁾ Il faut seulement que la distance de $\sigma_1 + \tau i$ au pôle 1 soit supérieure à ε .

⁽²⁾ Voir par exemple page 6 du mémoire de Bohr et Landau cité plus haut. Évidemment il suffit de supposer $F(z)$ régulier pour $|z - z_0| < r_3$, continu pour $|z - z_0| \leq r_3$ au lieu de supposer la régularité pour $|z - z_0| \leq r_3$.

Pour le moment, il nous suffit de l'existence d'une inégalité

$$(50) \quad \frac{1}{M_4} \leq \frac{M_3^x}{M_2^\lambda},$$

où x et λ sont positifs et dépendent exclusivement de r_1, r_2, r_3 , mais pas de la fonction; une telle inégalité (50) est, en effet, fournie par (49) avec

$$x = \frac{\log \frac{r_2}{r_1}}{\log \frac{r_3}{r_2}}, \quad \lambda = \frac{\log \frac{r_3}{r_1}}{\log \frac{r_3}{r_2}}.$$

Il est commode pour notre but de ne pas appliquer seulement à des cercles l'idée de M. Hadamard, mais de formuler la proposition suivante, qui découlera presque immédiatement de (50) par représentation conforme :

Soient, dans le plan des s , un rectangle R et deux courbes fermées C' et C'' tels que C' soit à l'intérieur de R , C'' à l'intérieur de C' . Soit $G(s)$ régulier dans R (y compris le contour) et pas identiquement 0. Soient m_1, m_2, m_3 les maxima de $|G(s)|$ sur C'', C', R . Alors

$$(51) \quad \frac{1}{m_4} \leq \frac{m_3^x}{m_2^\lambda},$$

où x et λ sont positifs et ne dépendent que de R, C', C'' , mais pas de la fonction $G(s)$.

Évidemment, dès que (51) sera prouvé, les constantes x, λ resteront les mêmes pour une translation de la figure R, C', C'' .

On prouve (51) de la façon suivante. Soit s_0 un point fixe à l'intérieur de C'' ; représentons par la fonction analytique $s = s(z)$ le rectangle R du plan des s sur le cercle $|z| \leq 1$ de

façon que $s_0 = s(0)$. Posons

$$F(z) = G(s(z));$$

alors $F(z)$ est régulier pour $|z| < 1$, continu pour $|z| \leq 1$. Choisissons, ce qui est évidemment possible, deux nombres r_1 et r_2 indépendants de la fonction $F(z) = G(s)$ tels que $0 < r_1 < r_2 < 1$ et que l'image B_1 de $|z| = r_1$ soit à l'intérieur de C'' , l'image B_2 de $|z| = r_2$ à l'extérieur de C' . En vertu de (50), on a, si M_1, M_2, M_3 désignent les maxima de $|F(z)|$ sur $|z| = r_1, r_2, 1$ (donc les maxima de $|G(s)|$ sur B_1, B_2, R),

$$\frac{1}{M_1} \leq \frac{M_3}{M_2^\lambda},$$

où λ et λ ne dépendent que de r_1 et r_2 . Or, évidemment,

$$m_1 \geq M_1, \quad m_2 \leq M_2, \quad m_3 = M_3,$$

ce qui fournit (51).

Commençons maintenant la démonstration du lemme 4. Soit $\varepsilon > 0$ et $\sigma_1 > \frac{1}{2} + \varepsilon$. Choisissons σ' tel que $\frac{1}{2} < \sigma' < \sigma_1 - \varepsilon$ et σ'' tel que $\sigma'' > \sigma_1 + \varepsilon$, $\sigma'' > 1$ et

$$\frac{\log 2}{2^{\sigma''}} - \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\log n}{n^{\sigma''}} = \eta(\sigma'') > 0.$$

On a alors, pour $s = \sigma'' + ti$,

$$(52) \quad |\zeta'(\sigma'' + ti)| = \left| \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{n^{\sigma'' + ti}} \right| \geq \eta(\sigma'').$$

Nous allons appliquer, pour tous les τ suffisamment grands, l'inégalité (51) à la fonction $G(s) = \zeta'(s)$ et aux R, C', C'' de la figure, où C'' désigne spécialement le cercle $|s - (\sigma_1 + \tau i)| = \varepsilon$ dans l'énoncé du lemme. Cette figure ne doit dépendre de τ que

par la position; un changement de τ ne produit qu'une translation verticale.

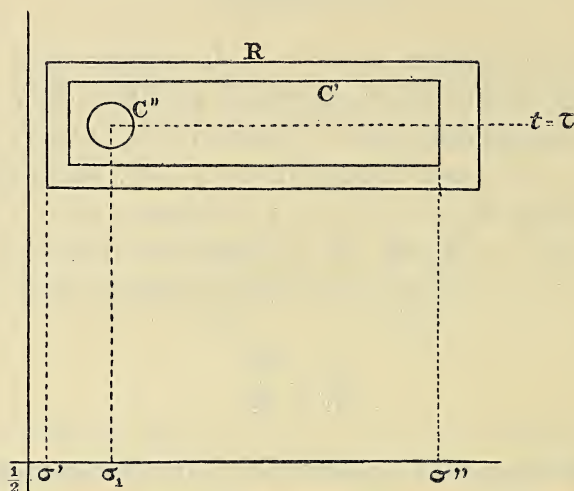


FIG. 1.

A cause de (52), on a

$$m_2 \geq \eta(\sigma''),$$

$$\frac{1}{m_2} = O(1),$$

pour τ croissant. En outre, par le théorème de Littlewood, on a, pour $\sigma \geq \frac{1}{2} + \varepsilon'$ ($\varepsilon' > 0$)

$$\log \zeta(s) = o(\log t),$$

$$\zeta(s) = t^{o(1)};$$

donc

$$|\zeta'(s)| < t^{o(1)},$$

d'où, pour τ croissant,

$$m_3 < \tau^{o(1)}.$$

(51) donne donc

$$\frac{1}{m_1} \leq \frac{m_3^\lambda}{m_2^\lambda} < \tau^{o(1)},$$

et le lemme 1 est prouvé.

Il fournit aisément, en vertu de

$$(53) \quad \text{Max.}_{|s-(\sigma_1+\tau i)| \leq \frac{\varepsilon'}{2}} |\zeta'(s)| \leq \frac{1}{\frac{\varepsilon'}{2}} \text{Max.}_{|s-(\sigma_1+\tau i)| \leq \varepsilon'} |\zeta(s) - a|,$$

le

Lemme 2 : Soit $\varepsilon' > 0$ et $\sigma_1 > \frac{1}{2} + \varepsilon'$. Alors, en posant, pour τ suffisamment grand,

$$M' = M'(\tau) = \text{Max.}_{|s-(\sigma_1+\tau i)| \leq \varepsilon'} |\zeta(s) - a|,$$

on a

$$(54) \quad \frac{1}{M'} < \tau^{O(1)},$$

et (54) est même uniformément valable pour tous les a .

En effet, on n'a qu'à tenir compte de (53) et à appliquer le lemme 1 avec $\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{2}$.

§ 7. — DÉMONSTRATION DU THÉORÈME.

$A > 0$ et $\delta > 0$ sont donnés. Posons

$$r_3 = \frac{1}{2} \delta, \quad r_2 = \frac{1}{3} \delta, \quad r_1 = \frac{1}{5} \delta,$$

de sorte que, pour les s_1 du cercle

$$(55) \quad \left| s - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \delta + \tau i \right) \right| \leq \frac{1}{100} \delta,$$

les cercles C_1 , C_2 , C_3 à centre s_1 et à rayons r_1 , r_2 , r_3 ont la position indiquée sur la figure.

Si notre théorème était faux, il existerait une suite $\tau = \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dots$ avec $\tau_n \rightarrow \infty$ telle que, dans le cercle

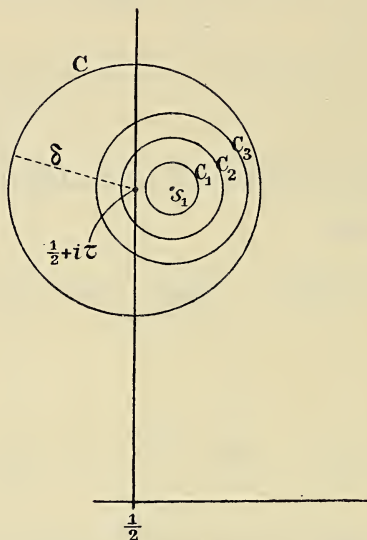


FIG. 2.

$\left| s - \left(\frac{1}{2} + \tau i \right) \right| \leq \delta$ (cercle C de la figure, cercle (48) du théorème),

$$\zeta(s) \neq a,$$

où

$$|a| = |a(\tau)| \leq A.$$

Choisissons (nous le pouvons en vertu du lemme 2) pour chacun de ces τ un point $s_1 = s_1(a, \tau) = s_1(\tau)$ tel que s_1 appartienne au cercle (§5) et que, si τ parcourt la suite τ_n ,

$$(56) \quad \frac{1}{|\zeta(s_1) - a|} = \frac{1}{|\zeta(s_1) - a(\tau)|} < \tau^{o(1)}.$$

Nous entendons (toujours pour $\tau = \tau_n$) par

$$F(s) = \log |\zeta(s) - a|$$

la branche qui satisfait, pour $s = s_1 = s_1(\tau)$, aux inégalités

$$(57) \quad -\pi < \Re F(s) \leq \pi$$

et qui est régulière pour $|s - (\frac{1}{2} + \tau i)| \leq \delta$.

Taxons d'abord $F(s)$ sur C_1 et C_3 . Pour $\sigma \geq \frac{1}{2} + \delta'$ ($\delta' > 0$), on a

$$\zeta(s) = t^{o(t)},$$

$$(58) \quad |\zeta(s)| + A < t^{o(t)}.$$

En vertu de $\Re(s_1) \geq \frac{1}{2} + (\frac{1}{4} - \frac{1}{100})\delta$, on a donc, en tenant compte de (56), (57) et (58),

$$F(s_1) = o(\log \tau).$$

En outre, dans le cercle $|s - s_1| \leq r_1 + \frac{\delta}{100} = r'_1$, qui appartient au demi-plan $\sigma \geq \frac{1}{2} + (\frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{2}{100})\delta$ et au cercle C ,

$$\Re F(s) \leq \log(|\zeta(s)| + A) < o(\log \tau).$$

L'inégalité de M. Carathéodory, appliquée à la fonction $F(s)$ et aux deux cercles $|s - s_1| \leq r_1$, $|s - s_1| \leq r'_1$, donne donc, pour $|s - s_1| = r_1$, c'est-à-dire sur C_1 ,

$$(59) \quad F(s) = o(\log \tau).$$

Nous opérons pareillement sur C_3 . Nous appliquons le fait que, pour $|s - s_1| \leq r_3 + \frac{\delta}{100} = r'_3$ (cercle appartenant au demi-plan $\sigma > \frac{1}{2} - \delta$ et au cercle C),

$$\zeta(s) = O(\tau^e),$$

$$\Re F(s) < O(\log \tau),$$

et nous employons l'inégalité de M. Carathéodory pour $F(s)$ et les deux cercles $|s - s_1| = r_3$, $|s - s_1| = r'_3$; elle donne, sur C_3 ,

$$(60) \quad F(s) = O(\log \tau).$$

Maintenant, nous allons appliquer l'inégalité (49) de M. Hadamard, sous la forme plus faible

$$M_2 \leq M_1^{\xi_1} M_2^{\xi_2}, \quad \xi_1 > 0, \quad \xi_2 > 0, \quad \xi_1 + \xi_2 = 1,$$

à $F(s)$ et aux trois cercles C_1 , C_2 , C_3 . Nous obtenons, puisque, en vertu de (59) et (60),

$$M_1 = o(\log \tau), \quad M_3 = O(\log \tau),$$

que

$$M_2 = o(\log^{\xi_1} \tau) \cdot O(\log^{\xi_2} \tau) = o(\log \tau).$$

A fortiori, au point $\frac{1}{2} - \frac{1}{14}\delta + \tau i$, qui (à cause de $\frac{1}{14}$ $< \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{100}$) appartient au cercle $|s - s_1| \leq r_2$,

$$|\zeta(s) - a| = e^{\Re F(s)} = e^{O(\log \tau)} < \tau^{O(1)},$$

d'où, en vertu de $|a| \leq A$,

$$(61) \quad \left| \zeta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14}\delta + \tau i\right) \right| < \tau^{O(1)},$$

$$\zeta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14}\delta + \tau i\right) = o\left(\tau^{\frac{1}{28}\delta}\right).$$

Or, t croissant continûment,

$$\frac{1}{\zeta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14}\delta + \tau i\right)} = t^{O(1)} = O\left(t^{\frac{1}{28}\delta}\right),$$

d'où, à cause de (47),

$$\frac{1}{\zeta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14}\delta + ti\right)} = O\left(t^{\frac{1}{28}\delta} t^{\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{14}\delta\right)}\right) = O\left(\frac{1}{t^{\frac{1}{28}\delta}}\right),$$

ce qui est en contradiction avec (61). Le théorème du § 6 est donc démontré.

Göttingen et Cambridge, 19 novembre 1913.



CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 15 décembre 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. A. RUTOT, membre titulaire, remplace M. le Secrétaire perpétuel, indisposé.

Sont présents : MM. Paul Pelseneer, *vice-directeur* ; C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alfr. Gilkinet, Michel Mourlon, P. Mansion, C. le Paige, J. Deruyts, L. Fredericq, J. Neuberg, C. Vanlair, Ch. Francotte, A. Gravis, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max. Lohest, F. Swarts, Jean Massart, A. Demoulin, A. de Hemptinne, V. Willem, Paul Stroobant, Louis Dollo, *membres* ; J.-E. Verschaffelt, Ch. Julin, Ém. Marchal, Léon Crismer, *correspondants*.

Absences motivées : MM. le chevalier Marchal, secrétaire perpétuel, De Heen et Lecointe.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Sciences et des Arts et le Greffier du Sénat remercient pour les invitations à la séance publique.

— MM. Stuyvaert, Firket et Descans remercient pour les prix qui leur ont été accordés.

— Le recteur et le Sénat de l'Université de Groningue invitent l'Académie à se faire représenter à la célébration du 3^e centenaire de la fondation de l'Université les 29-30 juin 1914.

— MM. Fredericq, Julin et Verschaffelt acceptent de représenter l'Académie.

— Hommages d'ouvrages :

Le système du monde; par P. Duhem (présenté par M. P. Mansion, avec une note qui figure ci-après).

Essai sur l'amélioration du régime du fleuve Congo par la régularisation du débit des lacs et anciens lacs congolais; par le capitaine Robert Thys.

— Remerciements.

NOTE BIBLIOGRAPHIQUE.

Nous avons l'honneur de présenter à la Classe des sciences de l'Académie le tome I^{er} d'un grand ouvrage de M. Pierre Duhem, membre non résident de l'Académie des sciences de Paris et notre associé. Cet ouvrage est intitulé : *Le Système du Monde. Histoire des doctrines cosmologiques, de Platon à Copernic* (Paris, Hermann et C^{ie}, 1913; 550 pages in-8^o), et ne comprendra pas moins de dix volumes. Le premier retrace l'histoire de la cosmogonie hellénique, sans la conduire à son achèvement.

L'auteur nous fait connaître successivement, en astronomie, le système pyrocentrique de Philolaus; les vues de Platon sur le système du monde; le système, si ingénieux au point de vue mathématique, des sphères homocentriques d'Eudoxe, de Calippe et d'Aristote; l'astronomie héliocentrique (partielle) d'Héraclide du Pont, (totale) d'Aristarque de Samos; enfin le

système des épicycles d'Hipparque et de Ptolémée, dont la forme définitive se trouve dans l'*Almageste*.

Mais l'astronomie n'est pas toute la cosmologie. Aristote a fait de la théorie des sphères homocentriques un chapitre de sa physique, laquelle contient une dynamique, une théorie du temps, du lieu et du vide. M. Duhem expose, non seulement les vues d'Aristote sur ces sujets difficiles, mais aussi les théories ultérieures des Grecs, parmi lesquelles il faut citer celles de Jean Philopon sur le mouvement des projectiles; elles ont une tournure plus moderne que celles d'aucun de ses devanciers et de beaucoup de philosophes du moyen âge.

Le volume dont nous venons de donner un aperçu renouvellera sur bien des points l'histoire des idées cosmogoniques des Anciens. Pour l'astronomie, un de nos compatriotes, le R. P. Thirion, S. J., a esquissé cette histoire, d'après Schiaparelli, dans son excellent opuscule : *L'évolution de l'Astronomie chez les Grecs* (Paris, Gauthier-Villars, 1901); mais pour la physique et surtout pour la mécanique aristotélicienne et post-aristotélicienne, l'ouvrage de M. Duhem fait connaître une foule de vues essentielles; l'on ne peut les trouver ailleurs et elles sont indispensables pour comprendre l'histoire ultérieure de la mécanique.

P. MANSION.

ÉLECTIONS.

Il est procédé, en comité secret, aux élections aux places vacantes.

Sont élus :

Dans la Section des sciences mathématiques et physiques :
Correspondant, M. Modeste Stuyvaert, chargé de cours à l'Université de Gand;

Dans la Section des sciences naturelles : *Correspondant*,
M. Jules Bordet, directeur de l'Institut Pasteur du Brabant, à
Bruxelles.

RAPPORTS.

La Classe entend la lecture des rapports de MM. Van Bambeke,
Fredericq et Francotte sur les requêtes relatives à la Station
zoologique de Naples. — Renvoi à M. le Ministre des Sciences
et des Arts.

PRÉPARATIFS DE LA SÉANCE PUBLIQUE.

MM. Jorissen et Willem donnent lecture de leurs communi-
cations destinées à la séance publique.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

GÉOMÉTRIE. — Sur les surfaces isothermiques et sur les tétraèdres de Möbius,

par M. A. DEMOULIN, membre de l'Académie.

1. — Je me propose d'établir dans ce travail différentes propriétés des surfaces isothermiques. Je rappellerai d'abord les formules relatives à la remarquable transformation des surfaces isothermiques que nous devons à M. Darboux (*). Les notations employées seront celles de M. Bianchi (**).

Soit (M_0) une surface isothermique rapportée au réseau (u, v) de ses lignes de courbure. Les paramètres u, v étant convenablement choisis, l'élément linéaire de la surface est donné par la formule

$$ds^2 = e^{2\theta}(du^2 + dv^2).$$

Désignons par x, y, z les coordonnées d'un point mobile M_0 de (M_0) et soient, en ce point,

X_1, Y_1, Z_1 les cosinus directeurs de la tangente à la ligne $v = \text{const.}$;

X_2, Y_2, Z_2 les cosinus directeurs de la tangente à la ligne $u = \text{const.}$;

X_3, Y_3, Z_3 les cosinus directeurs de la normale ;

r_1, r_2 les rayons de courbure principaux.

(*) G. DARBOUT, Sur les surfaces isothermiques. (*Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 1899.)

(**) L. BIANCHI, Ricerche sulle superficie isoterme e sulla deformazione delle quadriche. (*Annali di Matematica*, 1905.)

Considérons le système suivant, aux inconnues $\lambda, \mu, w, \varphi, \sigma$,

$$\frac{\partial \lambda}{\partial u} = m e^{\theta} \sigma + m e^{-\theta} \varphi - \frac{e^{\theta}}{r_2} w - \frac{\partial \theta}{\partial v} \mu, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial v} = \frac{\partial \theta}{\partial u} \mu,$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial u} = \frac{\partial \theta}{\partial v} \lambda, \quad \frac{\partial \mu}{\partial v} = m e^{\theta} \sigma - m e^{-\theta} \varphi - \frac{e^{\theta}}{r_1} w - \frac{\partial \theta}{\partial u} \lambda,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = e^{\theta} \lambda, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial v} = e^{\theta} \mu,$$

$$\frac{\partial w}{\partial u} = \frac{e^{\theta}}{r_2} \lambda, \quad \frac{\partial w}{\partial v} = \frac{e^{\theta}}{r_1} \mu,$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial u} = e^{-\theta} \lambda, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial v} = -e^{-\theta} \mu.$$

Ce système, où figure une constante arbitraire m , est complètement intégrable et admet l'intégrale

$$\lambda^2 + \mu^2 + w^2 - 2m\varphi\sigma = \text{const.}$$

Si l'on choisit les valeurs initiales des inconnues $\lambda, \mu, w, \varphi, \sigma$ de manière que la constante soit nulle, le point M_1 , dont les coordonnées x_1, y_1, z_1 sont définies par les formules

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = x - \frac{1}{m\sigma} (\lambda X_1 + \mu X_2 + w X_3), \\ y_1 = y - \frac{1}{m\sigma} (\lambda Y_1 + \mu Y_2 + w Y_3), \\ z_1 = z - \frac{1}{m\sigma} (\lambda Z_1 + \mu Z_2 + w Z_3), \end{array} \right.$$

décrit une surface isothermique (M_1) qui correspond à (M_0) dans une transformation D_m de M. Darboux. En d'autres termes, il existe une sphère tangente en M_0 et M_1 aux surfaces (M_0) et (M_1) , et la correspondance entre ces surfaces, dans laquelle

M_0 et M_1 sont deux points correspondants, a lieu avec conservation des lignes de courbure et des angles (*).

Des formules (1), il résulte que, relativement au trièdre T dont les arêtes sont les tangentes aux lignes $v = \text{const.}$, $u = \text{const.}$ et la normale à la surface (M_0) , les coordonnées du point M_1 sont

$$-\frac{\lambda}{m\sigma}, \quad -\frac{\mu}{m\sigma}, \quad -\frac{w}{m\sigma}.$$

2. — Dans le mémoire cité, M. Bianchi a démontré une élégante propriété de la transformation de M. Darboux :

Si (M_1) , (M_2) sont deux surfaces isothermiques déduites d'une surface isothermique (M_0) au moyen de deux transformations D_{m_1} , D_{m_2} de M. Darboux, il existe une quatrième surface isothermique (M_3) , parfaitement déterminée, qui correspond aux surfaces (M_1) , (M_2) dans des transformations D_{m_3} , D_{m_1} de M. Darboux.

Soient $\lambda_1, \mu_1, w_1, \varphi_1, \sigma_1$ et $\lambda_2, \mu_2, w_2, \varphi_2, \sigma_2$ les fonctions $\lambda, \mu, w, \varphi, \sigma$ relatives aux transformations de M. Darboux qui font correspondre à la surface (M_0) les surfaces (M_1) et (M_2) . Les coordonnées des points M_1 et M_2 rapportés au trièdre T sont respectivement

$$\begin{aligned} &-\frac{\lambda_1}{m_1\sigma_1}, \quad -\frac{\mu_1}{m_1\sigma_1}, \quad -\frac{w_1}{m_1\sigma_1}; \\ &-\frac{\lambda_2}{m_2\sigma_2}, \quad -\frac{\mu_2}{m_2\sigma_2}, \quad -\frac{w_2}{m_2\sigma_2} \end{aligned}$$

Les formules de M. Bianchi montrent que les coordonnées

(*) Indiquons une propriété des surfaces (M_0) et (M_1) . Si les sphères harmoniques de ces surfaces, relatives aux points M_0 et M_1 , touchent les secondes nappes de leurs enveloppes en des points A_0 et A_1 , les points M_0, M_1, A_0, A_1 sont concycliques et il existe une sphère tangente en A_0 et A_1 aux surfaces décrites par ces points.

du point M_3 , rapporté au même trièdre, sont

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2 \Omega} (m_1 \varphi_1 \lambda_2 - m_2 \varphi_2 \lambda_1),$$

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2 \Omega} (m_1 \varphi_1 \mu_2 - m_2 \varphi_2 \mu_1),$$

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2 \Omega} (m_1 \varphi_1 w_2 - m_2 \varphi_2 w_1),$$

étant posé

$$\Omega = \lambda_1 \lambda_2 + \mu_1 \mu_2 + w_1 w_2 - m_1 \varphi_1 \sigma_2 - m_2 \varphi_2 \sigma_1.$$

3. — Le théorème de M. Bianchi admet le complément suivant :

Les points M_0, M_1, M_2, M_3 sont concycliques et leur rapport anharmonique $(M_0 M_3 M_1 M_2)$ est égal à $\frac{m_2}{m_1}$.

Nous avons fait connaître ces propriétés dans une note insérée, le 17 janvier 1910, dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, et nous en avons indiqué deux démonstrations fondées, l'une, sur les formules de M. Bianchi, l'autre, sur l'emploi d'une figure de référence mobile formée de cinq sphères deux à deux orthogonales. Nous allons développer la première de ces démonstrations.

Soumettons les points M_1, M_2, M_3 à une inversion de pôle M_0 et de puissance $-2\varphi_1 \varphi_2$. Par un calcul facile, on trouve que, relativement au trièdre T, les inverses M'_1, M'_2, M'_3 des points M_1, M_2, M_3 ont respectivement pour coordonnées

$$\lambda_1 \varphi_2, \quad \mu_1 \varphi_2, \quad w_1 \varphi_2;$$

$$\lambda_2 \varphi_1, \quad \mu_2 \varphi_1, \quad w_2 \varphi_1;$$

$$\frac{m_1 \varphi_1 \lambda_2 - m_2 \varphi_2 \lambda_1}{m_1 - m_2}, \quad \frac{m_1 \varphi_1 \mu_2 - m_2 \varphi_2 \mu_1}{m_1 - m_2}, \quad \frac{m_1 \varphi_1 w_2 - m_2 \varphi_2 w_1}{m_1 - m_2}.$$

Il suit immédiatement de là que les points M'_1, M'_2, M'_3 sont collinéaires et que l'on a

$$\frac{M'_3 M'_2}{M'_3 M'_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

ou

$$(\infty M'_3 M'_1 M'_2) = \frac{m_2}{m_1}.$$

Par conséquent, les points M_0, M_1, M_2, M_3 sont concycliques et l'on a

$$(M_0 M_3 M_1 M_2) = (\infty M'_3 M'_1 M'_2) = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{C. Q. F. D.}$$

4. — Le cercle (Γ) qui passe par les points M_0, M_1, M_2, M_3 engendre un système K (*). De là résultent notamment les propriétés suivantes :

Lorsque u varie seul, le cercle (Γ) a une enveloppe qu'il touche en deux points I, I' . Lorsque v varie seul, le même cercle a une enveloppe qu'il touche en deux points H, H' . Par suite, le plan ω de (Γ) touche son enveloppe au point d'intersection des droites II', HH' .

5. — M. Tzitzéica a fait connaître (**) une autre construction du point de contact O de ω avec son enveloppe : *ce point est à l'intersection des droites $M_0 M_3, M_1 M_2$* . On peut établir ce théorème comme il suit.

Lorsque u varie seul, les droites $M_0 M_1$ et $M_0 M_2$ ont des enveloppes qu'elles touchent respectivement en des points F_1 et F_2 . Lorsque v varie seul, les mêmes droites ont des enveloppes

(*) Pour la définition et les propriétés des systèmes K , voir, dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, nos notes des 3 et 17 janvier et du 7 février 1910.

(**) *Comptes rendus*, séance du 8 janvier 1912.

qu'elles touchent respectivement en des points F'_1 et F'_2 . Il est clair que les droites $F_1 F_2$, $F'_1 F'_2$ passent par le point O. Or, elles se coupent sur la droite $M_1 M_2$, car on a, en vertu d'un théorème de M. E. Cosserat (*),

$$(M_0 M_1 F_1 F'_1) = -1, \quad (M_0 M_2 F_2 F'_2) = -1.$$

Donc le point O appartient à la droite $M_1 M_2$. On démontrera de même qu'il appartient à la droite $M_0 M_3$. Il est donc bien à l'intersection des droites $M_0 M_3$ et $M_1 M_2$.

6. — Nous établirons dans le n° 8 une propriété des surfaces isothermiques due à M. Bianchi. A cet effet, nous aurons à nous appuyer sur le théorème suivant :

*Par un point D d'une quadrique, on mène quatre coniques (**). Trois d'entre elles forment un triangle ABC, la quatrième coupe les côtés AB, BC, CA de ce triangle respectivement aux points C', A', B'. Cela posé, les coniques circonscrites aux triangles ABC, AB'C', BC'A', CA'B' se coupent en un point D' et l'on a*

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} (ABCD') = (A'B'C'D), \\ (BCDA') = (B'C'D'A), \\ (CDAB') = (C'D'A'B), \\ (DABC') = (D'A'B'C). \end{array} \right.$$

Pour démontrer ce théorème, projetons la figure sur un plan quelconque π , D étant le centre de projection. Aux coniques passant par D correspondront des droites. Aux autres coniques correspondront des coniques passant par les points d'intersection de π avec les génératrices de la quadrique qui passent par D. Ces points coïncideront si la quadrique est un cône.

(*) E. COSSERAT, Sur la déformation infinitésimale d'une surface flexible et inextensible et sur les congruences de droites. (*Annales de la Faculté des sciences de Toulouse*, 1894.) Voir n° 4, p. 12.

(**) Ces coniques et celles dont il va être question sont tracées sur la quadrique.

D'après cela, on reconnaîtra facilement que le théorème à démontrer revient au suivant :

On donne, dans un plan, quatre droites; trois d'entre elles forment un triangle ABC, la quatrième coupe les côtés AB, BC, CA de ce triangle respectivement aux points C', A', B'. Une cinquième droite d, située dans le même plan, coupe respectivement les droites AB, BC, CA, A'B'C' aux points C'', A'', B'', L. On marque enfin sur d deux points P et Q, distincts ou coïncidents. Cela posé, les coniques ABCPQ, AB'C'PQ, BC'A'PQ, CA'B'PQ se coupent en un point F et l'on a

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} (ABCF) = (A'B'C'L), \\ (BCA''A') = (B'C'FA), \\ (CB''AB') = (C'FA'B), \\ (C''ABC') = (FA'B'C). \end{array} \right.$$

Faisons usage des coordonnées trilinéaires et prenons le triangle ABC comme triangle de référence. Soient respectivement

$$x + y + z = 0,$$

$$lx + my + nz = 0,$$

$$\frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{y} + \frac{\gamma}{z} = 0$$

les équations de la droite d , de la droite $A'B'C'$ et de la conique ABCPQ.

Les points A' , B' , C' ont respectivement pour coordonnées

$$0, -n, m; \quad n, 0, -l; \quad -m, l, 0.$$

L'équation générale des coniques passant par les points P et Q est

$$\alpha yz + \beta zx + \gamma xy + (x + y + z)(ux + vy + wz) = 0.$$

Si l'on exprime que cette équation est vérifiée par les coordonnées de chacun des points A, B', C', on trouve

$$u = 0, \quad v = \frac{\gamma m}{l - m}, \quad w = \frac{\beta n}{l - n}.$$

Par suite, l'équation de la conique AB'C'PQ est

$$\alpha yz + \beta zx + \gamma xy + (x + y + z) \left(\frac{\gamma m}{l - m} y + \frac{\beta n}{l - n} z \right) = 0.$$

On déduit de là, par des permutations circulaires, les équations des coniques BC'A'PQ, CA'B'PQ :

$$\alpha yz + \beta zx + \gamma xy + (x + y + z) \left(\frac{\alpha n}{m - n} z + \frac{\gamma l}{m - l} x \right) = 0,$$

$$\alpha yz + \beta zx + \gamma xy + (x + y + z) \left(\frac{\beta l}{n - l} x + \frac{\alpha m}{n - m} y \right) = 0.$$

Les coniques AB'C'PQ, BC'A'PQ, CA'B'PQ passent par le point F dont les coordonnées x_0, y_0, z_0 ont pour valeurs

$$x_0 = \frac{\alpha mn}{m - n}, \quad y_0 = \frac{\beta nl}{n - l}, \quad z_0 = \frac{\gamma lm}{l - m}.$$

Ce point appartient à la conique ABCPQ; on a, en effet,

$$\frac{\alpha}{x_0} + \frac{\beta}{y_0} + \frac{\gamma}{z_0} = 0.$$

La première partie du théorème est donc démontrée.

Ajoutons les remarques suivantes. Soit (K) la conique tangente aux cinq droites AB, BC, CA, A'B'C', d . Lorsque P et Q sont distincts, le point F est à l'intersection des tangentes à (K) (distinctes de d) menées par ces points (*). Lorsque Q coïncide

(*) Si l'on établit entre le plan de la figure et un plan π une correspondance projective telle qu'aux points P et Q correspondent les points cycliques du plan π , on obtient ce théorème bien connu : *Quatre droites situées dans un plan forment quatre triangles. Les cercles circonscrits à ces triangles se coupent en un point qui est le foyer de la parabole tangente aux quatre droites.*

avec P, le point F appartient à la conique (K) et la tangente en ce point passe par P (*).

Les droites AB, BC, CA, A'B'C' jouant le même rôle, pour démontrer les relations (3), il suffira d'établir une quelconque d'entre elles, la deuxième, par exemple,

$$(4) \quad (BCA''A') = (B'C'FA).$$

Soit AT la tangente en A à la conique AB'C'PQ. M étant un point quelconque de cette conique, on a

$$(MB', MC', MF, MA) = (B'C'FA).$$

Si M tend vers A, on déduit de là, en passant à la limite,

$$(AB', AC', AF, AT) = (B'C'FA).$$

On a, d'autre part,

$$(BCA''A') = \frac{n}{m}.$$

La relation (4) peut donc s'écrire :

$$(AB', AC', AF, AT) = \frac{n}{m}.$$

(*) Etablissons entre le plan de la figure et un plan π une correspondance projective telle qu'à la droite d corresponde la droite de l'infini du plan π , nous obtiendrons le théorème suivant : *Quatre droites situées dans un plan forment quatre triangles. Les paraboles circonscrites à ces triangles et telles que leurs diamètres soient parallèles à une droite donnée a passent par un même point. Celui-ci appartient à la parabole tangente aux quatre droites et la tangente en ce point est parallèle à la droite a .* Si le plan π est isotrope, ses points cycliques coïncidant avec le point à l'infini de la droite a , ce théorème est susceptible du même énoncé que le théorème de la note précédente, mais, dans ce cas, le foyer de la parabole est situé sur la courbe.

Les équations des droites AB' , AC' , AF , AT sont respectivement

$$y = 0, \quad z = 0, \quad y = \frac{m\beta(l-m)}{m\gamma(n-l)}z, \quad y = \frac{\beta(l-m)}{\gamma(n-l)}z.$$

La relation ci-dessus revient donc à la suivante :

$$\left(0, \infty, \frac{n\beta(l-m)}{m\gamma(n-l)}, \frac{\beta(l-m)}{\gamma(n-l)} \right) = \frac{n}{m}.$$

Celle-ci étant identiquement vérifiée, la relation (4) est démontrée.

7. — Si l'on se reporte au théorème énoncé au début du n° 6, on reconnaîtra aisément que les tétraèdres $ABCD$, $A'B'C'D'$ sont des tétraèdres de Möbius, (A, A') , (B, B') , (C, C') , (D, D') étant les couples de sommets homologues. Ces tétraèdres constituent même le couple le plus général de tétraèdres de Möbius. Soient, en effet, $ABCD$, $A'B'C'D'$ deux tétraèdres de Möbius quelconques, (A, A') , (B, B') , (C, C') , (D, D') étant les couples de sommets homologues. Par les sommets de ces tétraèdres passent ∞^2 quadriques, parmi lesquelles figurent ∞ cônes (*). Soit (Q) une de ces quadriques. Les coniques DAB ,

(*) En effet, par les points d'intersection de trois quadriques $U = 0$, $V = 0$, $W = 0$ passent toutes les quadriques du réseau $lU + mV + nW = 0$. Or, les sommets de deux tétraèdres de Möbius appartiennent à quatre quadriques, chacune d'elles étant formée des plans de deux faces homologues des dits tétraèdres.

Soient $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$ les équations des plans BCD , CDA , DAB , ABC et $\alpha' = 0$, $\beta' = 0$, $\gamma' = 0$, $\delta' = 0$ les équations des plans $B'C'D'$, $C'D'A'$, $D'A'B'$, $A'B'C'$. Si l'on choisit convenablement les paramètres qui figurent dans α , β , ..., δ' , on a identiquement [J. NEUBERG, Sur les tétraèdres de Möbius (*Mémoires de la Société royale des sciences de Liège*, t. XII)]

$$(a) \quad \alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma' + \delta\delta' = 0.$$

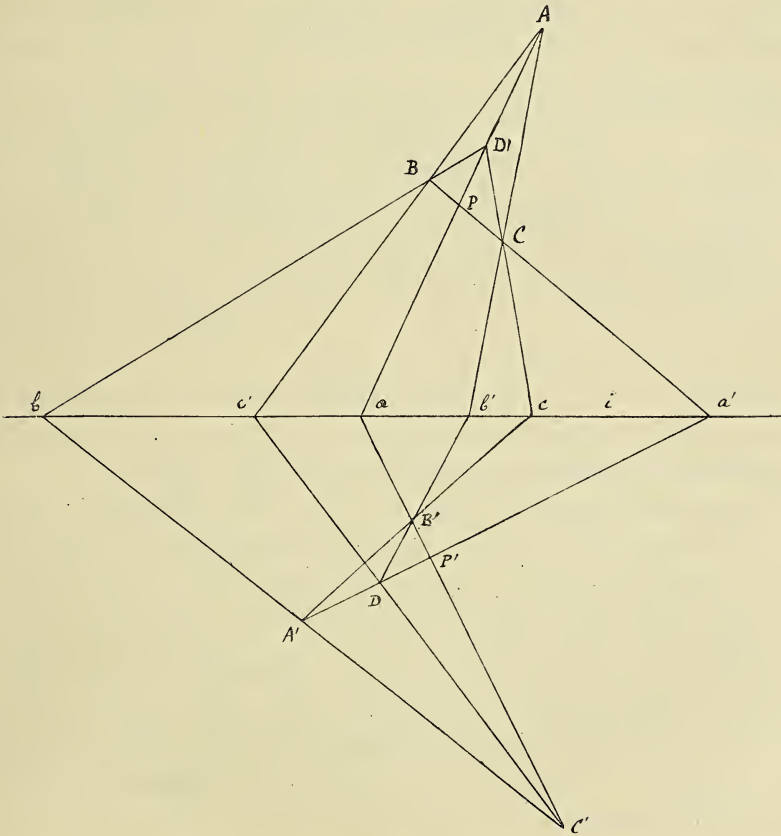
Par les sommets des deux tétraèdres passent les quadriques du réseau

$$\lambda\alpha\alpha' + \mu\beta\beta' + \nu\gamma\gamma' = 0.$$

La quadrique $\delta\delta' = 0$ appartient nécessairement à ce réseau. D'après l'identité (a), on l'obtient en faisant $\lambda = \mu = \nu$.

DBC, DCA (*) forment un triangle ABC; la conique DA'B'C' coupe les côtés BC, CA, AB aux points A', B', C'; enfin, les coniques ABC, AB'C', BC'A', CA'B' passent par le point D'. On obtient donc la figure considérée plus haut.

8. — Nous allons établir les relations (2) par des considérations géométriques qui en montreront la véritable origine.



Démontrons, par exemple, la première de ces relations. Soit i la droite d'intersection des plans ABC (ou δ) et A'B'C' (ou δ').

(*) Ces coniques et celles dont il va être question sont tracées sur (Q).

Désignons respectivement par a, b, c, a', b', c' les points

$$\begin{array}{lll} (B'C', D'A), & (C'A', D'B), & (A'B', D'C), \\ (BC, DA'), & (CA, DB'), & (AB, DC'). \end{array}$$

Ces points sont situés sur la droite i . En effet, d'une part, les droites $B'C', C'A', A'B'$ appartiennent au plan $\hat{c}'$ et, d'autre part, les droites $D'A, D'B, D'C$ appartiennent au plan $\hat{d}$; donc les points a, b, c appartiennent à la droite i . On démontrera de même que les points a', b', c' appartiennent à la même droite.

Les coniques passant par A, B, C, D' déterminent sur la droite i une involution I dont $(a, a'), (b, b'), (c, c')$ sont des couples de points correspondants. Les coniques passant par A', B', C', D déterminent sur i une involution qui coïncide avec la précédente, car elle admet aussi $(a, a'), (b, b'), (c, c')$ comme couples de points correspondants. Par suite, si une conique (Γ) passant par A, B, C, D' coupe I en deux points E, F , il existe une conique (Γ') passant par les points A', B', C', D, E, F . Les coniques (Γ) et (Γ') ayant deux points communs appartiennent à une infinité simple de quadriques. Si (Γ) varie, ce faisceau de quadriques engendre le réseau considéré plus haut (n° 7).

Établissons entre les plans $\hat{c}$ et $\hat{d}'$ la correspondance projective telle que les points A, B, C, D' aient respectivement pour homologues les points A', B', C', D . *Dans cette transformation, la droite i coïncide avec son homologue.* Nous allons démontrer, en effet, que *les points a, b, c, a', b', c' , considérés comme appartenant à $\hat{c}$, ont respectivement pour homologues les points a', b', c', a, b, c .* Soit P le point d'intersection des droites $BC, D'A$. Son homologue P' est le point d'intersection des droites $B'C', DA'$. On a visiblement

$$(AD'Pa) = B(AD'Pa) = (c'b a'a),$$

$$(A'DP'a') = B'(A'DP'a') = (cb' aa').$$

Or

$$(c'b a'a) = (cb' aa').$$

Donc

$$(AD'Pa) = (A'DP'a').$$

Cette égalité exprime que le point a , considéré comme appartenant à δ , a pour homologue le point a' . Par raison de symétrie, aux points b, c, a', b', c' , considérés comme appartenant à δ , correspondent respectivement les points b', c', a, b, c .

Soit M un point quelconque de la droite i ; ce point étant considéré comme appartenant à δ , désignons par M' son homologue. *Les points M et M' se correspondent dans l'involution I .* On a, en effet,

$$(Mabc) = (M'a'b'c').$$

Cette égalité montre aussi que le point M' , considéré comme appartenant à δ , a pour homologue le point M .

Cela posé, reprenons les coniques (Γ) , (Γ') envisagées plus haut. Elles se correspondent dans la transformation projective considérée, car aux points A, B, C, D', E, F correspondent respectivement les points A', B', C', D, F, E . De là résulte immédiatement l'égalité

$$(ABCD') = (A'B'C'D). \quad \text{C. Q. F. D.}$$

9. — Soient (M_0) une surface isothermique quelconque et (M_1) , (M_2) , (M_3) trois surfaces isothermiques déduites de (M_0) au moyen de transformations D_{m_1} , D_{m_2} , D_{m_3} de M . Darboux.

En vertu du théorème de M. Bianchi (n° 2), il existe : 1° une surface (M_4) qui correspond aux surfaces (M_2) , (M_3) dans des transformations D_{m_3} , D_{m_2} ; 2° une surface (M_5) qui correspond aux surfaces (M_3) , (M_1) dans des transformations D_{m_1} , D_{m_3} ; 3° une surface (M_6) qui correspond aux surfaces (M_1) , (M_2) dans des transformations D_{m_2} , D_{m_1} .

D'après cela, 1° les surfaces (M_5) , (M_6) correspondent à la surface (M_1) dans des transformations D_{m_3} , D_{m_2} ; 2° les surfaces (M_6) , (M_4) correspondent à la surface (M_2) dans des transformations D_{m_1} , D_{m_3} ; 3° les surfaces (M_4) , (M_5) correspondent à la surface (M_3) dans des transformations D_{m_2} , D_{m_1} .

Donc, en vertu du théorème de M. Bianchi, il existe : 1° une surface (P) qui correspond aux surfaces (M_5) , (M_6) dans des

transformations D_{m_2} , D_{m_3} ; 2° une surface (Q) qui correspond aux surfaces (M_6) , (M_4) dans des transformations D_{m_3} , D_{m_4} ; 3° une surface (R) qui correspond aux surfaces (M_4) , (M_5) dans des transformations D_{m_1} , D_{m_2} .

D'après M. Bianchi (*loc. cit.*), les surfaces (P), (Q), (R) coïncident, mais, à raison de leur complication, le savant géomètre n'a pas reproduit les calculs qui l'ont conduit à ce théorème. Les considérations qui précèdent vont nous permettre de l'établir simplement et même de le compléter.

En vertu du théorème du n° 3, les points

$$\begin{aligned} M_0, M_2, M_3, M_4; & \quad M_0, M_3, M_4, M_5; & \quad M_0, M_4, M_2, M_6; \\ M_1, M_5, M_6, P; & \quad M_2, M_6, M_4, Q; & \quad M_3, M_4, M_5, R \end{aligned}$$

sont situés sur des cercles que nous désignerons respectivement par

$$\begin{aligned} \Gamma_{0234}, & \quad \Gamma_{0315}, & \quad \Gamma_{0126}, \\ \Gamma_{156}, & \quad \Gamma_{264}, & \quad \Gamma_{345}, \end{aligned}$$

et l'on a

$$(5) \quad (M_0 M_4 M_2 M_3) = \frac{m_3}{m_2}, \quad (M_0 M_5 M_3 M_4) = \frac{m_1}{m_3}, \quad (M_0 M_6 M_4 M_2) = \frac{m_2}{m_1},$$

$$(6) \quad (M_1 P M_5 M_6) = \frac{m_2}{m_3}, \quad (M_2 Q M_6 M_4) = \frac{m_3}{m_1}, \quad (M_3 R M_4 M_5) = \frac{m_1}{m_2}.$$

Soumettons les points $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ à une inversion de pôle M_0 et désignons leurs inverses par $M'_1, M'_2, M'_3, M'_4, M'_5, M'_6$.

Les points M'_4, M'_5, M'_6 sont respectivement situés sur les côtés $M_2 M'_3, M'_3 M'_1, M'_1 M_2$ du triangle $M'_1 M'_2 M'_3$ et l'on a, en vertu des relations (5),

$$\frac{M'_2 M'_4}{M'_3 M'_4} = \frac{m_2}{m_3}, \quad \frac{M'_3 M'_5}{M'_4 M'_5} = \frac{m_3}{m_1}, \quad \frac{M'_1 M'_6}{M'_2 M'_6} = \frac{m_1}{m_2}.$$

On déduit de là, par multiplication,

$$\frac{M'_2 M'_4}{M'_3 M'_4} \cdot \frac{M'_3 M'_5}{M'_4 M'_5} \cdot \frac{M'_1 M'_6}{M'_2 M'_6} = 1.$$

Donc, les points M'_4, M'_5, M'_6 sont collinéaires et, par suite, leurs inverses M_4, M_5, M_6 appartiennent à un cercle Γ_{0456} passant par le point M_0 .

Les cercles $\Gamma_{0234}, \Gamma_{0315}$ ayant deux points communs, M_0, M_3 , appartiennent à une sphère Σ , qui peut se réduire à un plan. Cette sphère renferme aussi le cercle Γ_{0126} , car elle a avec lui trois points communs, à savoir M_0, M_1, M_2 . Dès lors, les points $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ appartiennent à Σ qui renferme, par suite, le cercle Γ_{0456} .

En conséquence, par le point M_0 passent quatre cercles tracés sur Σ : les cercles $\Gamma_{0234}, \Gamma_{0315}, \Gamma_{0126}, \Gamma_{0456}$. Les trois premiers déterminent le triangle $M_1M_2M_3$, le quatrième coupe les côtés M_2M_3, M_3M_1, M_1M_2 de ce triangle respectivement aux points M_4, M_5, M_6 . Donc, en vertu du théorème du n° 6, les cercles $\Gamma_{156}, \Gamma_{264}, \Gamma_{345}, \Gamma_{123}$ circonscrits aux triangles $M_1M_5M_6, M_2M_6M_4, M_3M_4M_5, M_1M_2M_3$ se coupent en un point M_7 , et l'on a

$$(7) \quad \begin{cases} (M_1M_7M_5M_6) = (M_4M_0M_2M_3), \\ (M_2M_7M_6M_4) = (M_3M_0M_3M_1), \\ (M_3M_7M_4M_5) = (M_6M_0M_4M_2) (*). \end{cases}$$

Des relations (5) et (7), on déduit

$$(8) \quad (M_1M_7M_5M_6) = \frac{m_2}{m_3}, \quad (M_2M_7M_6M_4) = \frac{m_3}{m_1}, \quad (M_3M_7M_4M_5) = \frac{m_1}{m_2}.$$

Enfin, le rapprochement des égalités (6) et (8) montre que les points P, Q, R coïncident avec M_7 .

Le théorème de M. Bianchi est donc démontré. Nous avons, en outre, établi les propriétés suivantes :

Les tétraèdres $M_0M_1M_2M_3, M_7M_4M_5M_6$ sont des tétraèdres de Möbius inscrits dans la sphère Σ , $(M_1, M_4), (M_2, M_5), (M_3, M_6), (M_0, M_7)$ étant les couples de sommets homologues.

(*) Ces propriétés subsistent lorsque la sphère Σ se réduit à un plan. Pour s'en assurer, il suffit d'appliquer le théorème déduit du théorème du n° 6 en supposant que la quadrique qui figure dans l'énoncé de ce théorème soit une sphère et en soumettant la figure à une inversion admettant pour pôle un point quelconque de cette sphère.

Les huit points $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ sont les sommets d'un hexaèdre H . Les extrémités de chacune des arêtes de cet hexaèdre décrivent des surfaces isothermiques qui se correspondent dans une transformation de M . Darboux.

10. — D'après un théorème énoncé plus haut (n° 4), lorsque u varie seul, chacun des cercles circonscrits aux faces de l'hexaèdre H a une enveloppe qu'il touche en deux points; on obtient ainsi douze points qui appartiennent évidemment à la caractéristique de Σ . De même, lorsque v varie seul, les douze points de contact des cercles circonscrits aux faces de l'hexaèdre H avec leurs enveloppes appartiennent à la caractéristique de Σ . Il suit de là que *les points où les six faces de l'hexaèdre H touchent leurs enveloppes sont situés sur la droite de contact de la sphère Σ avec son enveloppe.* En vertu du théorème de M . Tzitzéica (n° 5), ce résultat peut s'énoncer comme il suit : *Les points d'intersection des diagonales des six faces de l'hexaèdre H sont situés sur la corde de contact de Σ avec son enveloppe.*

Cette propriété nous a conduit au théorème suivant :

Les huit sommets de deux tétraèdres de Möbius sont les sommets de quatre hexaèdres. Les points d'intersection des diagonales des faces d'un quelconque de ces hexaèdres sont en ligne droite.

Désignons par le symbole

$$\left(\begin{array}{c} \text{MNPQ} \\ \text{M'N'P'Q'} \end{array} \right)$$

l'hexaèdre dont les faces sont

$$\text{MM'N'N}, \text{NN'P'P}, \text{PP'Q'Q}, \text{QQ'M'M}, \text{MNPQ}, \text{M'N'P'Q'}.$$

Cette notation admise, si $ABCD, A'B'C'D'$ sont deux tétraèdres de Möbius, $(A, A'), (B, B'), (C, C'), (D, D')$ étant les couples de sommets homologues, on reconnaît aisément l'existence des quatre hexaèdres

$$\left(\begin{array}{c} \text{DAC'B} \\ \text{CB'D'A'} \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \text{ABD'C} \\ \text{DC'A'B'} \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \text{BCA'D} \\ \text{AD'B'C'} \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \text{CDB'A} \\ \text{BA'C'D'} \end{array} \right).$$

Les points d'intersection des faces de l'hexaèdre $\left(\frac{DAC'B}{CB'D'A'}\right)$ sont

$$\begin{array}{lll} (B'C', D'A), & (C'A', D'B), & (A'B', D'C), \\ (BC, DA'), & (CA, DB'), & (AB, DC'). \end{array}$$

Ces points ont été désignés (n° 8) respectivement par a, b, c, a', b', c' , et il a été démontré qu'ils appartiennent à la droite $(ABC, A'B'C')$.

Pour les trois autres hexaèdres, les points d'intersection des diagonales des faces appartiennent respectivement aux droites

$$(BCD, B'C'D'), \quad (CDA, C'D'A'), \quad (DAB, D'A'B').$$

L'hexaèdre H considéré plus haut a pour notation

$$\left(\frac{M_0 M_4 M_6 M_2}{M_3 M_5 M_7 M_1}\right).$$

Donc, d'après le théorème qui vient d'être démontré, *la corde de contact de la sphère Σ avec son enveloppe est la droite d'intersection des plans $M_1 M_2 M_3, M_4 M_5 M_6$.*

11. — On a vu (n° 7) que par les sommets de deux tétraèdres de Möbius passent toutes les quadriques d'un réseau. Si $U = 0, V = 0, W = 0$ sont les équations de trois de ces quadriques, il est clair que les huit points considérés appartiennent aux ∞^2 biquadratiques gauches de première espèce définies par les équations

$$\frac{U}{l} = \frac{V}{m} = \frac{W}{n},$$

où l, m, n désignent des constantes arbitraires.

Réciproquement, une biquadratique gauche de première espèce étant donnée, il y a une infinité de couples de tétraèdres de Möbius qui y sont inscrits. Nous allons les déterminer.

On sait que toute biquadratique gauche de première espèce est une transformée homographique de la courbe

$$(F_4) \quad x = pu, \quad y = p'u, \quad z = p''u,$$

la fonction pu étant construite avec deux périodes $2\omega_1$, $2\omega_2$ convenablement choisies.

Comme une transformation homographique change deux tétraèdres de Möbius en deux tétraèdres de Möbius, il suffira de résoudre le problème pour la courbe (F_4) .

Soient $P_1P_2P_3P_4$ ou T et $P'_1P'_2P'_3P'_4$ ou T' deux tétraèdres de Möbius inscrits dans cette courbe, (P_i, P'_i) ($i = 1, 2, 3, 4$) étant les couples de sommets homologues. Désignons par u_1, u_2, u_3, u_4 les paramètres des points P_1, P_2, P_3, P_4 . Les points P'_1, P'_2, P'_3, P'_4 étant les intersections de la courbe avec les faces du tétraèdre T respectivement opposées aux sommets P_1, P_2, P_3, P_4 , leurs paramètres ont pour valeurs

$$(9) \quad u_1 - \Sigma u_i, \quad u_2 - \Sigma u_i, \quad u_3 - \Sigma u_i, \quad u_4 - \Sigma u_i.$$

On déduit de là les valeurs des paramètres des points d'intersection de la courbe avec les faces de T' respectivement opposées aux sommets P'_1, P'_2, P'_3, P'_4 :

$$u_1 + 2\Sigma u_i, \quad u_2 + 2\Sigma u_i, \quad u_3 + 2\Sigma u_i, \quad u_4 + 2\Sigma u_i.$$

Pour que ces points coïncident respectivement avec les points P_1, P_2, P_3, P_4 , il faut et il suffit que l'on ait

$$\Sigma u_i = \frac{p}{2},$$

p désignant une période de pu telle que $\frac{p}{2}$ ne soit pas une période (afin que les points P_1, P_2, P_3, P_4 ne soient pas dans un même plan).

Si l'on définit une troisième période $2\omega_3$ de pu par l'égalité

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0,$$

cette relation peut s'écrire :

$$(10) \quad \Sigma u_i \equiv \omega_\alpha. \quad (\alpha = 1, 2, 3)$$

L'égalité (10) exprime que les sommets du tétraèdre T sont les points de contact de (Γ_4) avec une quadrique.

Nous allons déduire de cette relation une construction géométrique des tétraèdres T et T'.

Le paramètre u'_4 du sommet P'_4 est donné par l'égalité

$$(11) \quad u_1 + u_2 + u_3 + u'_4 \equiv 0.$$

Le rapprochement des relations (10) et (11) donne

$$(12) \quad u_4 \equiv u'_4 + \omega_\alpha.$$

Par suite, les points P_4, P'_4 sont *correspondants*, c'est-à-dire la droite qui les joint s'appuie sur deux arêtes opposées du tétraèdre autopolaire par rapport aux quadriques qui passent par (Γ_4) (*). Cette condition est suffisante, car les relations (11) et (12) entraînent la relation (10).

Par conséquent, pour obtenir le couple le plus général de tétraèdres de Möbius $P_1P_2P_3P_4, P'_1P'_2P'_3P'_4$ inscrits dans une biquadratique gauche de première espèce, (P_i, P'_i) ($i = 1, 2, 3, 4$) étant les couples de sommets homologues, on choisira arbitrairement les sommets P_1, P_2, P_3 , puis on prendra pour P_4 un quelconque des *correspondants* du point d'intersection P'_4 du plan $P_1P_2P_3$ avec la courbe. Les points P'_1, P'_2, P'_3 seront alors complètement déterminés. Au surplus, d'après les formules (9) et la relation (10), $(P_1, P'_1), (P_2, P'_2), (P_3, P'_3)$ seront des couples de points correspondants du même genre que le couple (P_4, P'_4) .

(*) HARNACK, Ueber die Darstellung der Raumcurve 4^{er} Ordnung erster Species und ihres Secantesystems durch doppelt periodisch Functionen. (*Math. Annalen*, t. XII.)

CLASSE DES SCIENCES

Séance publique du 16 décembre 1913.

M. A. JORISSEN, directeur.

M. A. RUTOT, membre titulaire, remplace M. le Secrétaire perpétuel, indisposé.

Prennent également place au bureau : S. E. le cardinal Mercier, directeur de la Classe des lettres et président de l'Académie, et M. Paul Pelseneer, vice-directeur.

Sont présents : MM. C. Malaise, Ch. Van Bambeke, Alfred Gilkinet, Michel Mourlon, P. De Heen, L. Fredericq, J. Neuberg, Ch. Francotte, A. Lameere, Ch.-J. de la Vallée Poussin, Max Lohest, F. Swarts, J. Massart, A. Demoulin, V. Willem, Paul Stroobant, Louis Dollo, *membres* ; Van Aubel, *correspondant*.

Assistent à la séance :

CLASSE DES LETTRES ET DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES. — MM. Paul Fredericq, E. Discailles, Ernest Gossart, J. Lameere, J.-P. Waltzing, Eugène Hubert, *membres* ; W. Bang, *associé*.

CLASSE DES BEAUX-ARTS. — MM. J. Winders, Émile Janlet, Em. Mathieu, Louis Lenain, X. Mellery, J. Brunfaut, Paul Gilson, J.-B. Van den Eeden.

L'acide cyanhydrique chez les végétaux,

par A. JORISSEN, directeur de la Classe des sciences.

MESDAMES, MESSIEURS,

Dans ces dernières années, nos connaissances en chimie végétale se sont enrichies de nombreuses données sur la *cyanogénèse*, c'est-à-dire sur la formation, dans les tissus des plantes, soit d'acide cyanhydrique, soit de glucosides susceptibles de dégager ce composé par un simple dédoublement. Comme nous le verrons plus loin, certains biologistes attribuent à la cyanogénèse un rôle important dans les réactions dont la cellule végétale vivante est le siège.

D'autre part, divers produits servant à l'alimentation de l'homme et des animaux ou destinés à des usages industriels sont fournis par des espèces donnant naissance à l'acide cyanhydrique, de telle sorte que le phénomène doit être pris en considération au point de vue de l'hygiène.

Les notions relatives à la cyanogénèse sont cependant encore peu répandues : m'appliquant depuis longtemps à l'étude expérimentale de cette question, je me propose d'en faire succinctement l'historique devant l'auditoire d'élite qui me fait l'honneur de m'entendre.

*
* * *

Longtemps avant la découverte de l'acide cyanhydrique, on connaissait les propriétés toxiques de préparations qui, on le sait aujourd'hui, doivent leur activité à cette substance.

Höfer rapporte, mais à tort paraît-il ⁽¹⁾, que les prêtres

(1) GUÉRIN, Les plantes à acide cyanhydrique. (*Revue scientifique*, t. VIII, pp. 65 et suiv., 1907.)

égyptiens savaient confectionner un breuvage mortel au moyen des feuilles et des fleurs de pêcher. Sans remonter à une antiquité aussi éloignée, nous rappellerons, d'après Flückiger ⁽¹⁾, qu'en 1731, Madden, dans une note communiquée à la Société royale de Londres, signalait des cas d'empoisonnement constatés à Dublin et qu'il attribuait à l'ingestion de pâtisseries et de liqueurs auxquelles de l'eau de laurier-cerise avait été ajoutée.

Cinquante ans plus tard à peu près, Scheele découvrit l'acide cyanhydrique ou prussique dont il prépara des solutions diluées au moyen de produits chimiques.

Au cours de ses recherches, Scheele avait goûté des solutions qu'il avait obtenues. Heureusement pour lui, les liquides ne contenaient que de faibles quantités de cet acide prussique, dont l'illustre chimiste était loin de soupçonner les propriétés dangereuses.

Vers 1800, Bohm constata que l'on peut retirer des amandes amères un composé semblable à celui qu'avait préparé Scheele en opérant sur des produits chimiques.

Peu de temps après, ces observations furent confirmées par Schrader et Gehlen.

Gehlen fit connaître que l'on recueille des eaux distillées présentant des caractères analogues à ceux de l'eau distillée d'amandes amères, lorsqu'on soumet à la distillation un mélange d'eau et de fleurs ou de feuilles convenablement contusées et provenant de différents arbres du genre *Prunus*, du laurier-cerise et du pêcher notamment.

Il confirma de tout point les indications qu'avait auparavant données Schraub au sujet des propriétés vénéneuses de ces préparations.

Rappelons à ce propos que, si les amandes amères ou les feuilles du laurier-cerise sont susceptibles de dégager de l'acide cyanhydrique, celui-ci n'existe comme tel, en quantités

(1) FLÜCKIGER, *Pharmacognosie des Pflanzenreichs*. Berlin, 1881, pp. 727, 728, 955.

appréciables du moins, ni dans les unes ni dans les autres, amandes et feuilles ne produisant de l'acide prussique que lorsqu'on les contuse en présence de l'eau.

Comme on le sait, les recherches classiques de Robiquet et Boutron Charlard ⁽¹⁾, complétées par les travaux de Liebig et de Wöhler ⁽²⁾, ont montré que l'acide cyanhydrique fourni par les amandes amères triturées avec de l'eau, provient du doublement d'un composé azoté bien défini, cristallin et inodore, l'amygdaline, qui appartient à la classe des glucosides. L'amygdaline, au contact d'une enzyme ou ferment non organisé dénommé émulsine et existant aussi dans les amandes, se décompose au sein de l'eau, en donnant du sucre, de l'acide cyanhydrique et de la benzaldéhyde.

Ces deux derniers produits constituent l'essence d'amandes amères brute, dont l'odeur est caractéristique et qui peut être séparée par distillation du mélange.

Des recherches ultérieures établirent que l'amygdaline n'existe pas seulement dans les amandes amères, mais qu'elle peut être retirée également des organes de divers végétaux appartenant à la famille des Rosacées.

Quant aux feuilles de laurier-cerise, on admit pendant longtemps qu'elles contenaient un glucoside amorphe analogue à l'amygdaline, et que l'on avait dénommé laurocérasine. C'est seulement dans ces dernières années que M. Hérissé ⁽³⁾ est parvenu à isoler le principe générateur d'acide cyanhydrique du laurier-cerise à l'état cristallin. Ce principe, qui a reçu le nom de *prulaurasine*, est voisin de l'amygdaline.

D'après certains chimistes, le laurier-cerise contiendrait aussi une faible quantité d'acide cyanhydrique à l'état de liberté. Ajoutons que pour ce qui concerne l'amygdaline et la laurocérasine, divers auteurs, Lehmann ⁽⁴⁾ et Wicke ⁽⁵⁾ notam-

⁽¹⁾ *Annales de chimie et de physique* (2), XLIV, 352-382, 1830.

⁽²⁾ *Annalen der Pharmacie*, XXII, 1-24. 1837.

⁽³⁾ *Journal de pharmacie et de chimie* (6), XXIII, 5-14, 1906.

⁽⁴⁾ *Pharmaceut. Zeitschrift für Russland*, 1874.

⁽⁵⁾ *Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. LIX, p. 80.

ment, publièrent, il y a longtemps déjà, d'intéressantes observations sur les quantités d'acide cyanhydrique que peuvent fournir les organes de divers végétaux de la famille des Rosacées à différents états de développement.

A cette époque, on ne soupçonnait pas que l'acide cyanhydrique et les glucosides cyanogénétiques fussent très répandus dans le règne végétal, et l'on croyait que la propriété de dégager de l'acide prussique n'appartenait qu'à des espèces rangées à peu près exclusivement dans la famille des Rosacées.

En dehors de celle-ci, on avait, il est vrai, signalé comme cyanogénétiques cinq ou six espèces classées dans d'autres groupes, mais ces observations n'avaient pas fait l'objet de commentaires d'ordre biologique.

Cette propriété de dégager de l'acide cyanhydrique, commune à quelques végétaux seulement, n'intéressait guère alors que la toxicologie et la chimie pharmaceutique, car il avait été reconnu qu'à faibles doses, l'acide prussique est un produit des plus actifs, et l'emploi des eaux distillées de laurier-cerise et d'amandes amères contenant, au maximum, un millième d'acide cyanhydrique s'était généralisé en thérapeutique.

En 1883 ⁽¹⁾ et en 1884 ⁽²⁾, nous avons pu observer que les graines de lin et les amandes douces mises en germination fournissent de notables quantités d'acide cyanhydrique, tandis qu'à l'état de repos ces graines n'en donnent que fort peu ou point.

A la même époque ⁽³⁾, ayant examiné les eaux distillées préparées au moyen de quelques végétaux récoltés en Belgique, nous avons remarqué que quatre espèces appartenant à des familles différentes devaient être ajoutées à la liste des plantes cyanogénétiques.

(1) A. JORISSEN, L'amygdaline et la germination. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. VI, n^o 12, 1883.)

(2) A. JORISSEN, Recherches sur la germination des graines de lin et des amandes douces. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. VII, 1884.)

(3) A. JORISSEN, Recherches sur la production de l'acide cyanhydrique dans le règne végétal. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. VIII, n^o 8, 1884.)

Parmi les espèces en question (*Aquilegia vulgaris*, *Arum maculatum*, *Ribes aureum*, *Glyceria* (*Poa*) *aquatica*), la dernière appartient à la famille des Graminées qui, pour la première fois, était mentionnée parmi les groupes comprenant des plantes susceptibles de fournir de l'acide prussique.

Dans la note où ces résultats étaient communiqués à l'Académie, nous faisons en outre remarquer qu'en raison des conditions dans lesquelles se manifeste l'apparition des principes cyanogénétiques pour ce qui concerne le lin et les amandes douces, le phénomène est de nature à intéresser la biologie.

Au moment où ces recherches étaient effectuées, l'amygdaline étudiée par Robiquet, Boutron Charlard, Liebig et Wöhler était le seul glucoside cyanogénétique connu et chimiquement défini. On admettait que chez les diverses plantes produisant de l'acide cyanhydrique ce dernier provenait de l'amygdaline cristalline ou amorphe (laurocérasine).

Mais en 1887 ⁽¹⁾, poursuivant l'étude de la formation de l'acide cyanhydrique dans le lin, M. Eug. Hairs et moi, nous avons constaté que si l'acide cyanhydrique fourni par ce végétal résulte en réalité du dédoublement d'un glucoside, celui-ci diffère de l'amygdaline et de la laurocérasine, car il ne donne pas, comme ces dernières, de la benzaldéhyde lors du dédoublement.

En 1891 ⁽²⁾, à la suite de longues recherches, nous avons pu isoler ce nouveau glucoside sous la forme de cristaux parfaitement blancs : nous en avons décrit la préparation, indiqué la composition élémentaire et le point de fusion.

Nous avons, en outre, reconnu que si l'émulsine des amandes n'agit pas sur ce nouveau glucoside, l'émulsine des graines de lin le décompose au contact de l'eau, avec formation de sucre,

⁽¹⁾ A. JORISSEN et EUG. HAIRS, Sur un nouveau glucoside azoté retiré de *Linum usitatissimum*. (Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 3^e sér., t. XIV, n^o 12, 1887.)

⁽²⁾ A. JORISSEN et EUG. HAIRS, La Linamarine. Nouveau glucoside azoté, etc. (Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 3^e sér., t. XXI, n^o 5, 1891.)

d'acide cyanhydrique et d'un composé appartenant à la classe des cétones, sans qu'il se produise la moindre trace de benzaldéhyde.

Ce nouveau principe immédiat a été signalé depuis dans diverses espèces. Nous lui avons donné le nom de *linamarine*, qui en rappelle l'origine et la saveur.

Ces observations sur la linamarine ont été confirmées dans la suite par les travaux de Jouck ⁽¹⁾ ainsi que de Dunstan, Henry et Auld ⁽²⁾, lesquels établirent, en outre, que la cétone provenant du dédoublement de ce glucoside est la diméthylcétone.

Depuis la publication de nos premières recherches sur la diffusion de l'acide cyanhydrique chez des espèces n'appartenant pas à la famille des Rosacées, de nombreux chimistes, parmi lesquels nous citerons notamment Greshoff, Van Romburgh, Dunstan, Henry, Bourquelot, Hérissé, Guignard, G. Bertrand, van Itallie, Power et le botaniste Treub, se sont appliqués à l'étude de cette nouvelle partie de la chimie végétale que Dunstan et Henry ont désignée sous le nom de *cyanogenèse*.

Les importants travaux qui ont été publiés sur ce sujet ont montré que beaucoup de végétaux possèdent la propriété de fournir de l'acide cyanhydrique quand on les soumet à la distillation, après confusion en présence de l'eau.

Pour certains auteurs, différentes espèces donneraient directement de petites quantités de cet acide qu'elles contiendraient à l'état de liberté.

De plus, on connaît aujourd'hui plusieurs glucosides cyanogénétiques distincts de l'amygdaline et de la linamarine.

D'après une statistique dressée en 1906 ⁽³⁾ par le regretté

(1) JOUCK, Beiträge zur Kenntniss der Blausäure abspaltend. Glycoside. (Inaug. Dissertation. Strassburg, 1902.)

(2) *Proceed. Roy. Society*, LXXVIII, 145-152, 1906.

(3) GRESHOFF, Sur la distribution de l'acide cyanhydrique dans le règne végétal. (*Bull. des sciences pharmacologiques*, n° 11, novembre 1906.)

savant hollandais Greshoff, quatre-vingt-quatre genres de Phanérogames répartis dans trente-quatre familles naturelles se distingueraient par la propriété de donner naissance à l'acide cyanhydrique. Depuis lors, ce nombre s'est notablement augmenté.

Dans une monographie qu'il a publiée en 1912, M. le Dr de Puymaly, de Bordeaux ⁽¹⁾, fournit des indications détaillées sur les végétaux producteurs d'acide cyanhydrique.

Nous ne pouvons reproduire intégralement ce travail; nous lui emprunterons seulement des données concernant les végétaux qui méritent une mention spéciale, soit en raison de leur emploi dans l'alimentation de l'homme et des animaux ou de leurs usages industriels, soit parce que la cyanogenèse s'y manifeste dans des conditions intéressantes au point de vue de la biologie. Nous ajouterons à ces extraits quelques remarques personnelles ou des observations récentes.

Parmi les fougères, plusieurs espèces sont cyanogénétiques. D'après Greshoff, les jeunes frondes de *Pteris aquilina*, la fougère impériale de nos bois, donneraient à la distillation des quantités notables d'acide cyanhydrique et de benzaldéhyde, tandis que les frondes âgées n'en donneraient plus.

La famille des Graminées, qui fournit tant de produits servant à l'alimentation de l'homme ou des animaux, compte de nombreuses espèces cyanogénétiques.

C'est ainsi qu'on a constaté la présence de faibles traces d'acide prussique dans les plantes vertes de diverses variétés de maïs ⁽²⁾. D'autres variétés en seraient entièrement dépourvues.

Le sorgho ou grand millet est cultivé dans le nord de l'Afrique, et les Arabes savent que les jeunes pousses de ce végétal constituent un poison mortel pour le bétail. Arrivé à maturité, le fourrage n'est plus toxique.

Les graines du sorgho vulgaire ne produisent pas d'acide

(1) Dr de PUYMALY, *L'acide cyanhydrique dans les plantes vertes*. Bordeaux, Imprimerie moderne Destout, 1912.

(2) BRÜNNICH, *Journal of the Chem. Society*, vol. LXXXIII, 1903.

cyanhydrique, mais Dunstan et Henry ont retiré des jeunes plantes un glucoside cyanogénétique auquel ils ont donné le nom de *dhurrine* ⁽¹⁾. Les jeunes pousses fournissent une notable quantité d'acide cyanhydrique, tandis que les feuilles jaunies n'en donnent plus.

Diverses espèces de Graminées appartenant aux genres *Gynurium*, *Catabroza*, *Melica*, *Briza*, *Poa*, *Stipa*, *Bambusa* ⁽²⁾, doivent également être rangées dans la catégorie des plantes cyanogénétiques.

M. Boman, chargé par le Gouvernement français d'études archéologiques dans la République Argentine, parcourut en 1903 le haut plateau andin de ce territoire et eut l'occasion de recueillir d'intéressantes observations sur les propriétés de Graminées croissant dans ces régions. Ces Graminées (*Stipa leptostachya* et *Stipa hystrixina*) étaient désignées par les Indiens et les mulâtiers métis qui accompagnaient la mission sous le nom de *Viscachera*. Ceux-ci attirèrent l'attention du voyageur sur les propriétés toxiques de ces Graminées, et M. Boman put constater effectivement qu'un âne mourut après en avoir brouté. Détail intéressant : les animaux du pays ne touchent pas à ces herbes.

Des échantillons des végétaux en question ont été examinés par divers chimistes, lesquels ont constaté que certains lots contiennent une notable quantité d'un glucoside cyanogénétique ⁽³⁾. L'altitude, l'exposition exerceraient une influence sur la richesse de ces Graminées en principes cyanogénétiques. Nous ajouterons qu'ayant reçu de M. Boman divers lots de ces herbes, nous avons pu aussi isoler de l'un d'eux un glucoside cyanogénétique cristallin. Ces Graminées étaient très sèches et très

(1) *Proceed. Roy. Societ.*, LXX, 1902, et *Chem. Centralblatt*, 1902, II, 288.

(2) Walt, Krannosselska, Maximow et Maltchenski ont décelé la présence de l'acide cyanhydrique dans les jeunes pousses de bambous croissant à Java. (*Bull. de l'Acad. de St-Petersbourg*, 1911, 397-426, et *Chem. Centralblatt*, 1911, I, 1864.)

(3) HEIM et HÉBERT, *Bulletin de la Société française d'agriculture coloniale*, 8 juillet 1904. POUCHET, cité par M. E. BOMAN dans le *Bulletin du Museum d'Histoire naturelle*, 1905, n° 5, p. 337.

dures ; de la terre qui adhérerait encore aux racines de quelques plantes était riche en composés de fer. Dans le groupe des Aracées, l'espèce désignée sous le nom d'*Alocasia macrorrhiza*, examinée par Treub ⁽¹⁾, présente une intéressante particularité au point de vue de la localisation des principes cyanogénétiques. Chez cette espèce comme chez beaucoup d'autres, l'acide cyanhydrique est fourni surtout par les feuilles vertes ; de plus, dans une variété panachée, cultivée à Java comme plante d'ornement, la production d'acide cyanhydrique se manifeste pour ainsi dire exclusivement dans les parties riches en chlorophylle.

Le gouet (*Arum maculatum*), abondant dans nos régions, ne donne que de petites quantités d'acide cyanhydrique et seulement, semble-t-il, lorsque le végétal se trouve à certains stades de son développement.

La famille des Renonculacées compte aussi plusieurs espèces cyanogénétiques dans les genres *Aquilegia*, *Thalictrum*, *Clematis* ⁽²⁾. M. Fitschy ⁽³⁾ a constaté que diverses renoncles produisent également de l'acide cyanhydrique. Rappelons à ce propos que d'après une opinion fort répandue, le bétail ne brouterait pas les renoncles à l'état frais dans les pâtures, tandis qu'il les mangerait lorsqu'elles ont été séchées. Nous ferons remarquer plus loin que, pour ce qui concerne plusieurs végétaux cyanogénétiques, le principe toxique disparaît plus ou moins complètement par la dessiccation. De très nombreuses Rosacées devraient être citées ici. C'est à ce groupe qu'appartiennent l'amandier, le laurier-cerise et beaucoup d'arbres fruitiers et de végétaux d'ornement qui, depuis longtemps, sont connus comme producteurs d'acide cyanhydrique.

(1) Les recherches de Treub sur la cyanogénèse ont été publiées dans les *Annales du Jardin botanique de Buitenzorg*, vol. XIII, 1896 ; vol. IV (2^e sér.), 1905 ; vol. VI (2^e sér.), 1907 ; vol. XXI, 1907, et vol. VIII (2^e sér.), 1909.

(2) *Pharm. Weekblad par Apoth. Zeitung*, 1910, n^o 72, p. 681.

(3) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences, n^o 8, août 1906.)

Nous devons à M. Guignard des observations importantes, autant que nombreuses, pour ce qui concerne ce groupe ⁽¹⁾.

Parmi les Légumineuses, plusieurs dégagent de l'acide cyanhydrique et parfois en quantité considérable.

Nous citerons notamment des végétaux appartenant au genre *Lotus*.

L'espèce dénommée *Lotus arabicus*, qui pousse spontanément en Égypte, est vénéneuse au début de la végétation et, lors de la campagne du Soudan, l'armée anglaise perdit un assez grand nombre d'animaux qui avaient mangé cette plante à l'état vert. Les Arabes savent, du reste, qu'elle ne peut être utilisée comme fourrage qu'au moment où les graines sont tout à fait mûres. Dunstan et Henry ⁽²⁾ ont constaté que les feuilles et les tiges, à la période de la formation des graines, donnent une quantité assez considérable d'acide prussique. Celui-ci provient du dédoublement d'un glucoside spécial, isolé et étudié par ces chimistes, et qui a reçu le nom de *lotusine*.

Une espèce indigène, *Lotus corniculatus*, examinée par Armstrong, Frankland Armstrong et Norton ⁽³⁾, a fourni à ces savants d'intéressantes données.

D'après une première note qu'ils ont communiquée à la Société royale de Londres, les plantes récoltées, au début de l'été de 1910, sur les rives de la Tamise, à Reading, contenaient un glucoside cyanogénétique; à une période plus avancée de la saison, le glucoside n'a plus été rencontré que rarement et dans des lots provenant d'autres localités.

Pendant l'année 1911, des échantillons provenant de différentes régions de l'Angleterre ont donné presque tous de l'acide

⁽¹⁾ *Comptes rendus Acad. des sciences*, octobre 1906, et *Bull. des sciences pharmacologiques*, t. XIII, octobre 1906.

⁽²⁾ *Proceed. Roy. Society*, vol. LXVII, 1900, et *Philosoph. Transact. of the Roy. Society of London*, sér. B, vol. 194, 1901.

⁽³⁾ *Chem. News*, 1911, CIV, par *Journ. de pharm. et de chimie*, VII^e sér., t. V, p. 123, 1912.

cyanhydrique, tandis que dans aucun cas il n'a été possible de retirer ce composé d'échantillons récoltés en Norwège.

Dans une seconde communication sur le même sujet ⁽¹⁾, ces auteurs déclarent qu'après une étude approfondie de la question, ils ont constaté l'existence de trois variétés de l'espèce dénommée *Lotus corniculatus*.

La forme normale, qui croît dans le sud de l'Angleterre, contient à la fois un glucoside cyanogénétique et une enzyme capable de dédoubler ce dernier; une deuxième forme se rencontre en Écosse et en Norwège : elle contient, à côté d'une faible quantité de glucoside, une forte proportion d'enzyme; enfin, une troisième forme est exempte de glucoside et ne produit qu'une très petite quantité d'enzyme.

Nous avons cru devoir reproduire ces indications récentes concernant l'espèce dont il s'agit, dans le but de montrer combien nous sommes loin encore de connaître les causes qui exercent une influence sur la cyanogénèse.

L'espèce désignée sous la dénomination de *Trifolium repens* dégagerait aussi de l'acide cyanhydrique d'après M. Mirande ⁽²⁾. Suivant MM. Armstrong, Frankland Armstrong et Norton ⁽³⁾, il existerait une variété de ce végétal croissant à l'état sauvage, et une variété cultivée. Celle-ci serait exempte de principes cyanogénétiques, tandis que la première donnerait de l'acide cyanhydrique et contiendrait une enzyme capable de dédoubler la linamarine.

Plusieurs sortes de vesces et divers haricots fournissent également de l'acide prussique.

Signalons spécialement, à cet égard, les haricots dits de Java, provenant de *Phaseolus lunatus*, et dont l'ingestion a provoqué plusieurs empoisonnements mortels tant chez l'homme que chez les animaux. Il n'y a pas lieu de s'en

(1) *Proceed. Roy. Soc. London*, sér. B, 86, 262-264, par *Chem. Centralblatt*.

(2) *Comptes rendus de l'Acad. des sciences*, 155, 651-653.

(3) *Proceed. Roy. Soc. London*, sér. B, 86, 262-269, par *Chem. Centralblatt*.

étonner, si l'on songe que ces graines peuvent dégager plus de trois millièmes de leur poids d'acide prussique.

Dunstan et Henry ⁽¹⁾ ont retiré de ces haricots un glucoside cyanogénétique qu'ils ont dénommé *phaséolunatine*, lequel ressemble beaucoup, s'il n'est pas identique, à la linamarine que nous avons précédemment extraite du lin ⁽²⁾.

Treub et Guignard ont étudié *Phaseolus lunatus* au point de vue de la cyanogenèse et ont recueilli à cet égard d'importantes données dont il sera question plus loin.

On sait depuis longtemps que la racine de *Manihot utilisima*, Euphorbiacée exotique qui fournit le manioc, dégage aussi de l'acide cyanhydrique et que cette racine est vénéneuse quand on néglige de la soumettre à un traitement approprié.

D'après Dunstan et Henry, la racine de *Manihot* contiendrait un glucoside cyanogénétique analogue à celui du lin et des haricots de Java ⁽³⁾.

Citons encore parmi les végétaux producteurs d'acide cyanhydrique *Hevea brasiliensis*, d'où l'on retire du caoutchouc, et de nombreuses espèces appartenant aux groupes des Scheuchzériacées, Urticacées, Olacacées, Berbéridacées, Crucifères, Saxifragacées, Rutacées, Dichapétalacées, Anacardiacees, Célastracées, Sapindacées, Rhamnacées, Tiliacées, Sterculiacées, Flacourtiacées, Passiflorées, Combretacées, Myrtacées, Mélastomacées, Sapotacées, Asclépiadacées, Convolvulacées, Scrophulariacées, Bignoniacées, Rubiacées, Composées, sans oublier le genre *Sambucus* auquel appartient le sureau noir si répandu dans nos jardins et dont MM. Bourquelot et Danjou ont extrait la sambunigrine ⁽⁴⁾.

(1) DUNSTAN et HENRY, *Proceed. Roy. Soc.*, vol. LXXII, p. 285, 1904.

(2) A. JORISSEN et EUG. HAIRS, *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. XXI, 1891.

(3) DUNSTAN et HENRY, *Proceed. Roy. Society*, 1906.

(4) BOURQUELOT et DANJOU, *Journ. de pharm. et de chimie*, 6^e sér., t. XXII.

On trouvera, dans la monographie de M. de Puymaly, des indications détaillées au sujet des végétaux cyanogénétiques appartenant aux groupes cités. Il y a lieu

Ajoutons enfin qu'il existerait aussi des Champignons producteurs d'acide cyanhydrique. Greshoff ne se prononce pas catégoriquement sur ce point, le composé en question n'ayant pas été caractérisé par la réaction du bleu de Berlin.

Kobert est plus affirmatif ⁽¹⁾.

La formation de l'acide cyanhydrique chez ces cryptogames dépourvus de chlorophylle est, croyons-nous, un phénomène qui doit être pris en considération dans l'étude de la cyanogénèse chez les plantes vertes.

On peut conclure de cet exposé que chez les végétaux supérieurs la propriété de dégager de l'acide cyanhydrique est commune à de nombreuses espèces appartenant à des groupes fort éloignés les uns des autres.

Quelques-unes de ces espèces n'en produisent que fort peu, comme c'est le cas pour le gouet; d'autres, telles que le laurier-cerise et *Phaseolus lunatus*, en donnent des quantités notables, c'est-à-dire représentant parfois plus d'un millième du poids des organes frais.

En général, pour un même individu, les organes verts, jeunes, en fournissent le plus : le sureau noir et une passiflore font exception à cette règle, car les feuilles âgées, sur le point de tomber, fournissent encore une dose notable d'acide cyanhydrique.

Dans la plupart des espèces étudiées, la racine n'en donne que peu ou point.

Parfois, les graines sont exemptes de principes cyanogénétiques, comme c'est le cas pour les amandes douces, les graines de *Glyceria aquatica*, de *Sorghum vulgare*, alors que le végétal en voie de développement en produit relativement beaucoup.

d'y ajouter encore : les Calycanthées (M. MIRANDE, *Comptes rendus*, 155, 783-784) et les Commélinacées (M. MIRANDE, *Comptes rendus de l'Acad. des sciences*, 155, 923-926).

(1) ZELLNER, *Chemie der höher. Pilze*. Leipzig, Engelmann, 1907.

Au contraire, dans le genre *Anthemis* ⁽¹⁾, de la famille des Composées, les graines seules seraient cyanogénétiques d'après Greshoff.

Enfin, chez quelques espèces, l'acide cyanhydrique peut être décelé lors des premières phases du développement des organes et disparaît ensuite (*Pteris aquilina*, diverses espèces du genre *Platanus*); chez d'autres, il apparaîtrait par intermittences (*Hydrangea Hortensia*).

Ajoutons encore que le climat, la culture, l'exposition, semblent exercer une influence sur la cyanogénèse : en Italie, par exemple, le sureau noir fournit plus d'acide cyanhydrique qu'en France et la toxicité des haricots de Java provenant de plantes à l'état sauvage est plus marquée que pour les graines de plantes cultivées ⁽²⁾. Comme on le conçoit, de nombreuses recherches s'imposent si l'on veut déterminer nettement l'importance de ces facteurs.

*
* *

D'après les observations que nous avons rapportées plus haut, certains produits d'origine végétale et destinés surtout à l'alimentation du bétail fournissent des quantités d'acide cyanhydrique telles que l'ingestion de ces aliments provoque des intoxications parfois mortelles, comme l'événement l'a montré pour les haricots de Java et aussi pour des fourrages verts.

Dans une étude très détaillée, publiée par M. Guignard ⁽³⁾ au sujet des cas d'empoisonnement dus aux haricots de Java, ce savant a établi qu'il est possible d'éliminer la majeure partie du

(1) Pour les observations concernant les genres *Anthemis*, *Platanus* et *Hydrangea*, voir GRESHOFF, *Pharm. Weekblad par Apoteker Zeitung*, 1910, n° 72, p. 681.

(2) DE PUYMALY, *L'acide cyanhydrique dans les plantes vertes*. Bordeaux, Destast, 1912, p. 108.

(3) GUIGNARD, Le haricot à acide cyanhydrique. (Extrait du *Bulletin des sciences pharmacologiques*, t. XIII, 1906.)

principe toxique en soumettant les haricots à une macération préalable dans de l'eau que l'on rejette et par une cuisson prolongée.

Mais il ne faut pas perdre de vue que les haricots de Java bouillis, alors même que la chaleur a détruit l'émulsine qu'ils contiennent, peuvent encore produire des accidents, puisque le principe cyanogénétique introduit dans le tube digestif peut s'y trouver en contact avec des ferments de nature à le dédoubler et à mettre l'acide cyanhydrique en liberté.

La prudence commande en tout cas, quand il s'agit de haricots exotiques, de soumettre ces graines à un examen chimique. Il paraît, en effet, que des variétés telles que les haricots du Cap, de Madagascar, de Lima, de Sièva, généralement trop pauvres en principes cyanogénétiques pour être considérées comme vénéneuses, peuvent, dans certaines conditions, devenir plus actives.

Quant aux fourrages provenant de plantes produisant de l'acide cyanhydrique à l'état frais, on a observé que plusieurs ont perdu, en partie du moins, leur activité à la suite d'une dessiccation lente, tandis que d'autres, comme les Graminées du genre *Stipa*, récoltées dans les Andes de la République Argentine, contiennent encore, à l'état sec, une notable quantité d'un glucoside cyanogénétique.

Il importe, à ce propos, de rappeler les expériences de M. Guignard ⁽¹⁾ et de M. Couperot ⁽²⁾, d'où l'on peut conclure que, si l'on sèche lentement à l'air les feuilles du sureau noir, le principe producteur d'acide cyanhydrique disparaît en partie, tandis qu'il reste dans les tissus sans perte notable, si l'on provoque une dessiccation rapide des organes dans le vide, surtout.

Nous avons eu l'occasion de constater personnellement aussi que divers végétaux croissant en Belgique ont perdu en grande partie la propriété de dégager de l'acide cyanhydrique, après qu'ils ont été séchés lentement.

⁽¹⁾ *Bulletin des sciences pharmacologiques*, 13, 63-74.

⁽²⁾ *Journal de pharmacie et de chimie*, 6, 29, 100-102.

Au surplus, diverses observations nous portent à croire que parfois l'instinct des animaux les prémunit contre les dangers de l'ingestion de végétaux cyanogénétiques. Nous avons déjà mentionné, à cet égard, les détails publiés par M. Boman sur les Graminées toxiques de la République Argentine dont ne veulent pas les mulets originaires de la région.

Nous ajouterons que dans notre pays même, d'après ce qui nous a été rapporté, en vue de débarrasser les cultures de lin des mauvaises herbes, on y mettrait parfois des moutons en pâture. Ces animaux ne toucheraient pas aux pieds de lin, tandis qu'ils brouteraient les autres herbes.

Reproduisons enfin, dans cet ordre d'idées, une intéressante observation que nous devons à Bourquelot ⁽¹⁾.

Ce savant avait remarqué que dans une pâture où croissaient de nombreux pieds d'une Scrofulariacée, *Linaria striata*, les moutons ne mangeaient pas cette plante. Il soupçonna que celle-ci contenait un principe toxique. L'analyse chimique confirma ces prévisions, car Bourquelot retira 15 centigrammes d'acide cyanhydrique d'un kilogramme de plantes fraîches de l'espèce en question.

*
* *

Ces considérations nous amènent à envisager le rôle de l'acide cyanhydrique dans l'organisme végétal et tout d'abord à discuter la thèse d'après laquelle la cyanogenèse serait un moyen de défense destiné à protéger la plante contre les animaux phytophages.

Si l'on songe qu'à faibles doses l'acide cyanhydrique est un poison dangereux pour la plupart des animaux, on reconnaîtra que cette interprétation paraît fondée : les exemples que nous venons de citer sont en tout cas de nature à la justifier dans une certaine mesure.

(1) *Journal de pharmacie et de chimie*, 6^e sér., XXX, 1909, pp. 385-389.

Il ne faut pas perdre de vue, cependant, que, même si l'on admet l'existence de l'acide cyanhydrique libre chez les végétaux, on doit reconnaître que ce composé, toxique du reste pour les plantes elles-mêmes, ne s'y trouve comme tel qu'en petites quantités. On sait, en effet, que les organes qui en fournissent des doses notables quand on les distille après les avoir contusés, ne dégagent point en général l'odeur de l'acide prussique lorsqu'ils sont intacts.

On a constaté, pour ce qui concerne plusieurs espèces, que l'enzyme capable de dédoubler le glucoside cyanogénétique et de mettre en liberté le principe toxique, est localisée surtout dans des cellules spéciales, et n'arrive en contact avec le composé à dédoubler qu'après la désorganisation des tissus ou la plasmolyse. Parfois aussi, la dose d'acide cyanhydrique qui prend naissance dans ces conditions est si faible qu'elle ne peut rendre nocifs les végétaux qui en dégagent. N'oublions pas, d'ailleurs, que la toxicité d'un principe est souvent relative : La cantharidine, si active pour l'homme, semble peu dangereuse pour la poule, car, d'après Dragendorff, celle-ci peut avaler impunément une quantité notable de cantharides. En dépit des propriétés énergiques de la strychnine et de la brucine, ne voit-on pas dans les droguiers les noix vomiques être attaquées par des parasites ; la belladone, si vénéneuse pour l'homme, n'est-elle pas supportée par la chèvre ; les limaces ne dévorent-elles pas les champignons les plus dangereux et n'a-t-on pas prétendu même que le hérisson pouvait résister à des doses notables de cyanure potassique ?

Au surplus, le savant botaniste hollandais Treub rapporte qu'au Jardin botanique de Buitenzorg, à Java, les pieds de *Prunus Javanica*, l'un des végétaux susceptibles de dégager les plus fortes doses d'acide cyanhydrique, étaient de tous les arbres du jardin ceux qui avaient le plus à souffrir de l'attaque des parasites phytophages. Il a vu des chenilles détruire entièrement les organes foliacés de plants de *Phaseolus lunatus*, la plante cyanogénétique par excellence. En ce qui concerne

Pangium edule, grand arbre qui, en dépit de sa dénomination spécifique, appartient aussi à la catégorie des végétaux à acide cyanhydrique, Treub fait remarquer que les points végétatifs des rameaux qui sont les plus riches en principe toxique, sont aussi parfois tellement farcis de larves que le développement en est entravé. Nos jardiniers savent, du reste, que les feuilles du pêcher cultivé sont souvent attaquées par des parasites, et cependant il s'agit ici d'un arbre pourvu de la même propriété que *Pangium edule*.

Treub ne peut donc admettre que la cyanogénèse constitue pour les végétaux un moyen de défense, et, il faut bien en convenir, elle ne procure trop souvent à ceux-ci qu'une protection fort peu efficace.

*
* * *

En réalité, si l'on tient compte des circonstances dans lesquelles apparaissent les principes cyanogénétiques chez les végétaux, si l'on prend en considération surtout que dans plusieurs espèces, ces principes représentent une portion notable des combinaisons azotées existant dans les organes, on est porté à attribuer à ces composés un rôle plus important.

Dès 1884 ⁽¹⁾, dans une note communiquée à l'Académie royale de Belgique, nous avons conclu de nos observations sur la germination des graines de lin, que les principes cyanogénétiques semblent représenter dans ce cas une forme de transition des matières azotées de réserve.

A la suite de leurs recherches sur la synthèse des substances albuminoïdes dans le règne végétal, nos compatriotes Em. Laurent et Em. Marchal ⁽²⁾ admettaient aussi, en 1903, l'interven-

(1) A. JORISSEN, Recherches sur la germination des graines de lin et des amandes douces. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. VII, n^o 6, 1884.)

(2) EM. LAURENT et EM. MARCHAL, Recherches sur la synthèse des substances albuminoïdes par les végétaux. (*Mém. cour. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1903.)

tion de l'acide cyanhydrique dans les réactions qui aboutissent à la synthèse des matières protéiques dans les végétaux.

Il paraît établi que si chez les plantes vertes l'assimilation de l'azote peut s'effectuer à l'obscurité, c'est surtout à la lumière et dans les organes riches en chlorophylle, où se réalise l'élaboration des hydrates de carbone, que les nitrates et les sels ammoniques sont utilisés pour la formation des composés azotés.

Or, il résulte de diverses observations que la lumière et l'élaboration chlorophyllienne qui en dépend, exercent aussi une influence favorable sur la production des principes cyanogénétiques chez les plantes vertes.

D'anciennes expériences de Léonard sur le laurier-cerise ⁽¹⁾, expériences dont les résultats ont été discutés, font ressortir cette action favorable.

Nous avons rapporté, en 1886, que si l'on fait germer les graines de lin à la lumière jusqu'à ce que les cotylédons s'étalent, les doses d'acide cyanhydrique fournies par les petites plantes sont notablement plus élevées que s'il s'agit de plantules dont le développement s'est effectué à l'obscurité ⁽²⁾.

Il y a plus : nous avons reconnu en même temps que, si les petites plantes de lin croissent à la lumière, mais dans une atmosphère privée d'anhydride carbonique, c'est-à-dire dans des conditions où l'élaboration chlorophyllienne ne peut se manifester, la quantité d'acide cyanhydrique produite n'est pas plus élevée que dans le cas où le développement se poursuit à l'obscurité.

Ces observations déjà anciennes ont été confirmées par des expériences récentes de Ravenna et Zamorani, lesquels ont constaté de plus que si l'on arrose les petites plantes de lin

⁽¹⁾ *Journ. de pharmacie et de chimie*, 4^e sér., t. XXV, 1877, p. 201.

⁽²⁾ A. JORISSEN, Les phénomènes chimiques de la germination. (*Mém. cour. de l'Acad. roy. de Belgique*, t. XXXVIII, p. 88.)

croissant à l'obscurité au moyen de solutions diluées de sucre, on favorise la production des principes cyanogénétiques ⁽¹⁾.

Ces recherches semblent établir l'existence d'une relation entre l'action des radiations lumineuses, c'est-à-dire l'élaboration chlorophyllienne provoquant la formation d'hydrates de carbone, et la cyanogenèse, même aux premières phases du développement.

Les travaux de Treub et de Guignard font ressortir la même relation pour ce qui concerne les plantes adultes.

C'est ainsi que, d'après ces auteurs, presque toujours, chez les végétaux cyanogénétiques, la plus forte quantité d'acide cyanhydrique est fournie par les feuilles en voie d'accroissement.

Pour un même individu, la production la plus considérable correspond à la période où la lumière solaire a atteint son maximum d'intensité. En général, l'acide cyanhydrique disparaît plus ou moins complètement lorsque les organes sont privés de lumière, pour reparaitre quand celle-ci peut de nouveau exercer son action.

Treub conclut de ses expériences sur *Phaseolus lunatus* que si la lumière favorise la cyanogenèse, c'est parce qu'elle rend possible l'élaboration chlorophyllienne dont les produits interviendraient dans la formation des principes cyanogénétiques. Il a constaté, en effet, que la lumière n'exerce aucune action favorable sur la production de ceux-ci quand les organes verts se développent dans un milieu privé d'anhydride carbonique.

Il a reconnu aussi que, dans des conditions où l'élaboration chlorophyllienne n'est pas possible, les feuilles de *Phaseolus lunatus* peuvent cependant produire de l'acide cyanhydrique lorsqu'on leur fait absorber des solutions diluées de divers hydrates de carbone.

Rappelons encore que le savant botaniste hollandais, ayant cherché à déterminer la localisation des principes cyanogénétiques en recourant à l'emploi d'une méthode microchimique

(1) RAVENNA et ZAMORANI, *Att. R. Acad. dei Lincei*, 49, 11. 356-361.

imaginée par Greshoff, observa que dans les feuilles panachées de certains végétaux d'ornement, les tissus pauvres en chlorophylle fournissent moins d'acide cyanhydrique que les parties vertes.

D'après Treub, dans le monde végétal, l'acide cyanhydrique se rencontrerait sous deux formes principales, c'est-à-dire, d'une part, à l'état libre ou presque libre, d'autre part, engagé dans des combinaisons stables qui sont les glucosides cyanogénétiques. Dans l'état actuel de nos connaissances, il n'est guère possible de préciser à cet égard.

En réalité cependant, on est porté à admettre qu'en général les principes cyanogénétiques existant dans les organes de dépôt sont constitués par des glucosides stables, dont plusieurs sont chimiquement définis.

Diverses observations ont démontré qu'à chaque glucoside, peut-on dire, correspond une enzyme spéciale, capable de le dédoubler et souvent d'être pourvue d'action sur d'autres glucosides voisins.

L'enzyme se trouve généralement localisée dans des cellules distinctes, comme nous l'avons vu, et parfois on peut encore en déceler la présence dans les tissus quand les glucosides ont disparu.

Quant aux organes verts, il est possible qu'ils contiennent, à côté des glucosides stables, de l'acide cyanhydrique libre ou presque libre, et c'est surtout à cette forme que s'appliquent les observations de Treub sur la cyanogénèse.

Il importe d'ajouter que la décomposition des glucosides par les enzymes est une réaction réversible, et il a été démontré expérimentalement que les tissus végétaux sont en état de reconstituer des glucosides au moyen des produits de dédoublement que fournissent ceux-ci sous l'influence des enzymes.

Les beaux travaux de Bourquelot et de ses collaborateurs ⁽¹⁾,

(1) Les recherches de Bourquelot et de ses collaborateurs sur ce sujet ont été publiées notamment dans une série d'articles du *Journal de pharmacie et de chimie*, 1913.

ainsi que ceux de Ciamician et Ravenna, sont des plus intéressants à cet égard ⁽¹⁾.

On conçoit donc que des végétaux puissent contenir à la fois des glucosides cyanogénétiques et de l'acide cyanhydrique libre.

Celui-ci ne se rencontrerait toutefois dans les tissus, nous l'avons dit, qu'en faibles quantités, soit parce qu'il serait engagé rapidement dans une combinaison glucosidique, soit parce que le métabolisme le transformerait rapidement aussi en d'autres composés azotés.

Répétons-le, nos connaissances relativement à la forme sous laquelle l'acide cyanhydrique existe dans beaucoup d'espèces sont fort incomplètes, et tout récemment encore J.-J. Blanksma a montré que l'on considère à tort *Triglochin maritimum*, végétal cyanogénétique, comme susceptible de produire de la diméthylcétone ⁽²⁾.

Quoi qu'il en soit, d'après Treub, les hydrates de carbone ou d'autres produits de l'élaboration chlorophyllienne donneraient naissance à l'acide cyanhydrique dans les plantes vertes en réagissant sur les nitrates puisés dans le sol.

On a observé effectivement, pour ce qui concerne le sorgho, que ce végétal est d'autant plus toxique qu'il a été récolté sur un sol plus copieusement additionné de nitrate sodique, et la même remarque s'applique à *Pangium edule*.

En procédant au dosage de l'acide cyanhydrique dans des feuilles de *Phaseolus lunatus* soustraites à l'action des radiations lumineuses et dont les pétioles avaient été plongés pendant un certain temps, pour les unes, dans une solution de sucre, pour les autres, dans une solution de sucre additionnée de petites quantités de nitrate potassique, Treub a constaté que

⁽¹⁾ CIAMICIAN et RAVENNA, *Att. R. Acad. dei Lincei*, 18, II, 594, 1909, et *Chem. Centralblatt*, 1910, I. 935.

⁽²⁾ J.-J. BLANKSMA, *Pharm. Weekblad*, 1913, n° 45.

ces dernières étaient non seulement les plus riches en principes cyanogénétiques, mais encore que ceux-ci y étaient plus abondants que dans les feuilles dont le développement s'était poursuivi dans les conditions normales.

Le même auteur a noté aussi qu'une transpiration active, déterminant un apport plus considérable de nitrates puisés dans le sol, augmente la dose d'acide cyanhydrique fournie par les végétaux cyanogénétiques.

Les observations de Treub sur la cyanogénèse dans *Phaseolus lunatus* ont été confirmées par les expériences de Ravenna et Peli sur le sorgho ⁽¹⁾.

Les résultats que nous venons de mentionner ont amené Treub à admettre que l'acide cyanhydrique serait le premier produit reconnaissable de l'assimilation de l'azote et peut-être le premier composé organique azoté qui se forme dans les plantes vertes.

Cette hypothèse est séduisante si l'on tient compte des aptitudes réactionnelles de l'acide cyanhydrique et des expériences d'après lesquelles ce composé pourrait prendre naissance *in vitro* et à froid, par l'action de composés oxygénés de l'azote en solutions diluées, sur des principes immédiats d'origine végétale.

Au surplus, on sait que les glucosides cyanogénétiques constituent une source d'azote pour certains organismes inférieurs.

Ravenna et Tonegutti ⁽²⁾ ont montré que, par une dessiccation lente des feuilles de laurier-cerise, la prulaurasine disparaît peu à peu des tissus, sans que l'on puisse constater le moindre dégagement d'acide cyanhydrique dans l'atmosphère ambiante. On peut en conclure que ce principe est utilisé par le végétal,

(1) *Gazzett. Chim. Italian.*, 37, 11, 586-600, 1907.

(2) *Rendicont. d. R. Acad. dei Lincei*, vol. XIX, 1910, par DE PUYMALY, *L'acide cyanhydrique dans les plantes vertes*, p. 123. Voir aussi SOAVE, *Ann. Farmacol.*, 1898, pp. 481-498, et *Chem. Centralblatt*, 1899, I, 206.

ainsi que l'avait reconnu M. Guignard pour un autre glucoside cyanogénétique à l'occasion de ses recherches sur la germination des haricots de Java ⁽¹⁾.

Comme on le conçoit, l'hypothèse de Treub a été commentée au point de vue chimique, et l'on s'est efforcé de mettre en relief les relations qui pourraient exister entre l'acide cyanhydrique et d'autres composés azotés auxquels on attribue un rôle dans la formation des matières protéiques.

Nous ne développerons ici ni ces théories, ni d'autres spéculations plus anciennes sur l'intervention des composés du cyanogène dans la synthèse des substances albuminoïdes. Il faut bien le reconnaître, en effet, nous ne possédons pas encore de notions précises au sujet des réactions qui aboutissent à la formation des matières protéiques chez les végétaux.

En attendant que l'expérience nous ait fourni quelques éclaircissements au sujet de ce phénomène, il est prudent, croyons-nous, de considérer l'interprétation de Treub comme étant tout au moins prématurée.

Cette hypothèse soulève, du reste, diverses objections. Pour la combattre, on a fait valoir que, si le rôle attribué à l'acide cyanhydrique par le botaniste hollandais lui est en réalité dévolu, la cyanogenèse devrait se manifester chez toutes les plantes vertes.

Or, si le nombre des végétaux producteurs d'acide prussique est très grand, plus grand encore est celui des espèces chez lesquelles le phénomène n'a pu être observé jusqu'à présent. On a répondu à cette critique en alléguant que si l'acide cyanhydrique n'a pu être retiré de beaucoup de végétaux, c'est que ce principe disparaîtrait rapidement comme tel chez ces derniers, et l'on a cité des plantes où l'acide cyanhydrique n'apparaît que par intermittence.

Mais nous avons fait ressortir, en reproduisant diverses

(1) *Comptes rendus*, 147, 1023-1028, 1908.

observations concernant *Lotus corniculatus*, *Trifolium repens*, *Sambucus nigra*, que la cyanogénèse est sous la dépendance de causes dont il est actuellement encore impossible de préciser l'influence sol, climat, exposition, etc.). Dans ces conditions, il est fort difficile de se prononcer catégoriquement sur le mode de formation et le rôle de l'acide cyanhydrique au point de vue de la biologie.

Les intéressantes expériences de M. Guignard sur la greffe des végétaux producteurs d'acide cyanhydrique ⁽¹⁾ autorisent aussi à supposer que la cyanogénèse est en rapport avec d'autres facteurs encore que le sol, le climat, l'exposition, etc. Ce savant, ayant greffé des espèces cyanogénétiques sur d'autres espèces ne produisant pas d'acide cyanhydrique, constata qu'en dépit de la soudure du sujet et du greffon, lors du développement ultérieur, l'un et l'autre conservaient, au point de vue de la cyanogénèse, les caractères qui les distinguaient avant l'opération.

Enfin, l'acide prussique peut avoir chez les végétaux une origine bien différente de celle que lui assigne Treub.

Comme nous l'avons montré il y a plus de vingt-cinq ans, les amandes douces germant dans du sable lavé et calciné, les graines de lin germant sur des assiettes à l'obscurité donnent naissance à des principes cyanogénétiques ⁽²⁾. Récemment aussi, Ravenna et Vecchi ⁽³⁾ n'ont-ils pas reconnu que, si l'on arrose les petites plantes de lin au moyen de solutions diluées de chlorure ammonique, on favorise la formation de l'acide cyanhydrique?

Dans l'état actuel de nos connaissances, il semble donc, et tel est aussi l'avis de Treub, qu'il y ait lieu de distinguer tout au

(1) L. GUIGNARD, Recherches physiologiques sur la greffe des plantes à acide cyanhydrique. (*Annales des sciences naturelles ; Botanique*, 9^e sér., t. VI.)

(2) A. JORISSEN, Recherches sur la germination des graines de lin et des amandes douces. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3^e sér., t. VII. 1884.)

(3) RAVENNA et VECCHI, *Att. R. Acad. dei Lincei*, 20, II, 1911, et *Chem. Centralblatt*, 1912, I, 423.

moins entre la cyanogénèse se manifestant sous l'influence de la lumière dans les organes verts et la cyanogénèse résultant de l'utilisation des matières de réserve dans les organes en voie de développement, à l'obscurité. En pareil cas, les principes cyanogénétiques se comportent chez plusieurs espèces, comme s'ils étaient formés aux dépens des matériaux de réserve emmagasinés dans les graines notamment, de façon à faciliter la circulation des matières azotées.

Tout autre, comme on l'a vu, paraît être l'origine de l'acide cyanhydrique formé dans les organes verts.

Greshoff, à qui nous sommes redevables de nombreuses données sur la diffusion de l'acide cyanhydrique dans le monde végétal, ne croit pas du reste que dans toutes les espèces où ce composé a été décelé, il ait la même origine et la même signification ⁽¹⁾.

« La présence d'un même corps dans des familles diverses ou des genres différents peut certes, écrit ce savant, être souvent envisagée comme une preuve d'affinité naturelle se révélant jusque dans l'analogie des phénomènes chimiques. Mais il ne doit pas toujours en être ainsi, car les mêmes substances se forment parfois dans les plantes d'une manière toute différente. »

S'il convient de formuler des réserves au sujet de la signification attribuée par Treub à l'acide cyanhydrique au point de vue de l'assimilation de l'azote, il est difficile de contester, après les expériences décrites, qu'il existe une relation entre la cyanogénèse et l'assimilation chorophyllienne.

Mais il n'est guère possible de préciser à cet égard, et nous ignorons encore à la suite de quelles réactions se formerait l'acide cyanhydrique dans les tissus.

Pour Treub, nous l'avons vu, les produits résultant de l'assimilation chlorophyllienne (hydrates de carbone ou substances voisines) réagiraient sur les composés oxygénés de

⁽¹⁾ GRESHOFF, *Bulletin des sciences pharmacologiques*, n° 41, novembre 1906, p. 596.

l'azote, tels que les nitrates, pour donner naissance à l'acide prussique.

Nous objecterons qu'il y a longtemps déjà nous avons constaté ⁽¹⁾ que les petites plantes de lin, se développant *sans addition de nitrates* dans des conditions compatibles avec l'assimilation chlorophyllienne, c'est-à-dire à la lumière et dans une atmosphère contenant de l'anhydride carbonique, produisent des composés cyanogénétiques en quantité plus considérable que si le développement s'effectue à la lumière et dans une atmosphère privée d'anhydride carbonique.

Nous avons rapporté de plus que, d'après Ravenna et Vecchi, le chlorure ammonique favorise la cyanogenèse pour ce qui concerne les petites plantes de lin.

Il importe de faire remarquer toutefois que des expériences effectuées *in vitro* ont établi que l'acide cyanhydrique peut résulter de l'action de composés oxygénés de l'azote sur des principes immédiats d'origine végétale en solutions diluées et à froid.

Nous avons observé notamment ⁽²⁾ que des solutions $\frac{N}{4}$ d'acide nitrique, mises en contact, pendant quelque temps et à la température ordinaire, avec la vanilline par exemple, produisent de l'acide cyanhydrique.

Benrath, en opérant au moyen de solutions deux fois normales d'acide nitrique en présence du nitrate ferrique et de diverses substances organiques qu'il exposait à l'action des radiations lumineuses, a obtenu des résultats très intéressants à ce point de vue ⁽³⁾.

Nous ajouterons cependant que, dans une longue série d'essais, nous avons vainement cherché, jusqu'à présent, à

(1) A. JORISSEN, Les phénomènes chimiques de la germination. (*Mémoires couronnés de l'Acad. roy. de Belgique*, t. XXXVIII, 1886, pp. 88 et suiv.)

(2) A. JORISSEN, Recherches sur la formation de l'acide cyanhydrique. (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 4, 1910.)

(3) BENRATH, *Journ. für praktische Chemie*, t. XLIV, p. 324, et t. LXXXVI, p. 336.

constater la formation rapide de l'acide cyanhydrique, à la température ordinaire, dans des solutions diluées et légèrement acides de nitrates et de divers principes immédiats, exposées à la lumière diffuse.

Mais il n'en est pas de même si, au lieu de faire intervenir les nitrates, on remplace ceux-ci par du nitrite potassique. Il y a quelque temps déjà, en effet, Ganassini ⁽¹⁾ a constaté qu'il se forme de l'acide cyanhydrique quand on fait réagir à la température ordinaire des solutions légèrement acides de nitrites sur des sucres en présence de formaldéhyde.

Or, on sait aujourd'hui que les radiations ultra-violettes transforment les nitrates en nitrites ⁽²⁾, et d'après notre compatriote Dony-Hénault, la réduction se manifesterait nettement en présence des sels de fer ou de manganèse sous l'influence de la lumière ⁽³⁾.

Les expériences *in vitro* montrent donc que l'interprétation d'après laquelle la cyanogénèse résulterait de l'action de produits formés par l'élaboration chlorophyllienne sur des composés oxygénés de l'azote est plausible.

Pour terminer cet exposé, signalons encore une expérience *in vitro* qui se rapporte à l'étude de la cyanogénèse et sur laquelle nous reviendrons ailleurs.

Quand on expose à la lumière diffuse du laboratoire, pendant vingt-quatre heures, en vase ouvert et à la température ordinaire, une solution aqueuse contenant un millième d'acide citrique et un dix-millième seulement de nitrite potassique en présence d'une petite quantité de sulfate ou de bicarbonate ferreux, il est facile de constater la formation d'acide cyanhydrique dans le liquide. La quantité de ce produit qui prend

(1) DE PUYMALY, *L'acide cyanhydrique dans les plantes vertes*, 1912, p. 128, d'après *Rivista di chim. e pharm. di Roma*, anno XXV, 1908.

(2) THIELE. *Ber. d. deutsch. Chem. Gesellschaft*, 40, 4914, 1907.

(3) DONY-HÉNAULT Du rôle des sels manganeux dans l'assimilation de l'azote nitrique. (*Mémoires couronnés de l'Acad. roy. de Belgique*, 2^e sér. t. III, fascicule IV, p. 50.) (Concours de 1910.)

naissance est suffisante pour qu'il soit possible de l'identifier par l'obtention d'un précipité de bleu de Berlin.

A noter que l'acide prussique ne se forme pas à l'obscurité, que d'autres acides organiques ne se comportent nullement comme l'acide citrique dans les conditions indiquées et que l'acide cyanhydrique apparaît dans un milieu contenant moins d'un dix-millième d'acide nitreux. De plus, l'acide citrique est très répandu dans le règne végétal, et, d'après Wehmer, il se forme aux dépens du sucre dans les cultures de certains champignons inférieurs. Il en résulte que les conditions dans lesquelles s'effectue la réaction décrite semblent pouvoir se réaliser dans les tissus végétaux.

L'expérience nous dira si des composés de fer et l'acide citrique interviennent dans certains cas de cyanogenèse chez les plantes.

Quoi qu'il en soit, la réaction que nous venons de décrire est d'autant plus intéressante qu'elle donne naissance non pas seulement à l'acide cyanhydrique, mais aussi, croyons-nous, à la diméthylcétone, qui, on le sait, est précisément l'un des produits de dédoublement de la linamarine.

En résumé, la propriété de produire de l'acide cyanhydrique est commune à un très grand nombre de végétaux, et chaque année, peut-on dire, on voit s'allonger la liste des plantes cyanogénétiques.

C'est ainsi que, récemment encore, M. Mirande ⁽¹⁾, dans une note communiquée à l'Académie des sciences de Paris, a annoncé la découverte d'un principe producteur d'acide cyanhydrique dans un végétal appartenant à la famille des Papavéracées, groupe dans lequel la cyanogenèse n'avait pas encore été signalée jusqu'à présent.

Si l'étude de ce phénomène a fourni d'importantes indications au point de vue des propriétés de certains aliments d'origine

(1) *Comptes rendus de l'Acad. des sciences*, 157, 727-729.

végétale, elle n'a pas encore permis de lui assigner un rôle bien déterminé.

Toutefois, en raison des conditions dans lesquelles apparaît ou disparaît l'acide prussique, tant pour ce qui concerne les graines en germination que les organes verts, on doit prévoir que l'étude de la cyanogenèse fournira encore d'intéressantes données à la chimie végétale.

Ainsi que le fait remarquer Greshoff ⁽¹⁾, dans l'ouvrage le plus considérable qui ait été publié sur cette partie de la chimie, le Prof^r Czapek ⁽²⁾ écrivait dès 1905 à ce sujet :

« La question de la cyanogenèse doit être étudiée d'une manière approfondie dans son ensemble, car elle se rapporte incontestablement à un phénomène important pour la biochimie végétale. »

Les origines de l'audition chez les Vertébrés,

par VICTOR WILLEM, membre de l'Académie.

Notre sens de l'audition est desservi par un appareil complexe, qui comprend non seulement un pavillon de l'oreille et un conduit auditif externe, des éléments bien accessoires ; mais encore, au delà du tympan, une cavité logeant une chaîne d'osselets, et surtout, une oreille interne, représentée par une vésicule de forme très compliquée, logée dans l'épaisseur de la paroi osseuse du crâne.

Cette vésicule, la partie essentielle de l'appareil auditif, comprend une première poche, l'*utricle*, que surmontent trois canaux en forme d'anses, les *canaux semi-circulaires* ; une deuxième poche, le *sacculé* ; un long tube qui se recourbe en

(1) *Bulletin des sciences pharmacologiques*, n° 11, novembre 1906, p. 598.

(2) F. CZAPEK, *Biochemie der Pflanzen*, t. II, p. 259.

hélice, le *limaçon*. L'ensemble de cette vésicule se désigne, en raison de sa complexité, du nom de *labyrinthe*.



FIG. 1. — Diagramme d'un labyrinthe de Mammifère (d'après Hesse) (le canal endolymphatique est supprimé).

u, utricule;

l, limaçon.

En pointillé, les taches sensorielles de l'utricule et du saccule.

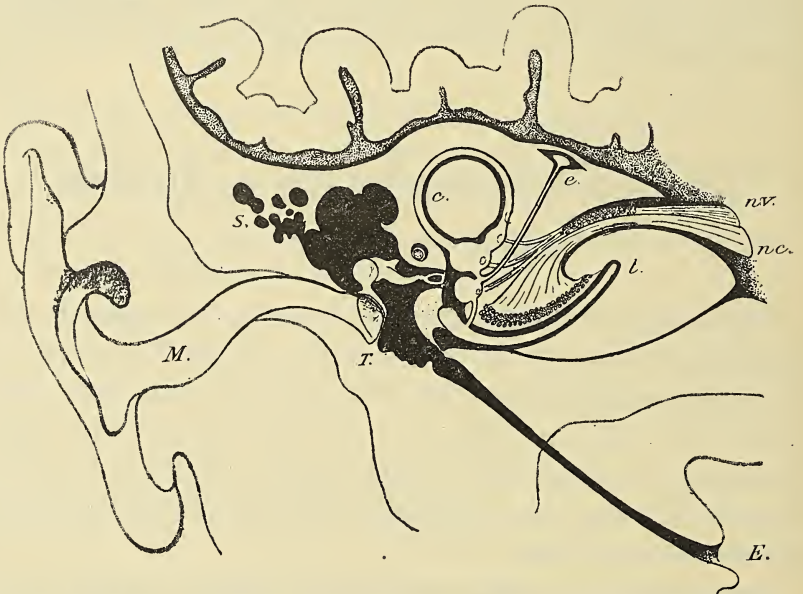


FIG. 2. — Diagramme de l'appareil auditif de l'Homme (d'après P. Bonnier).

M, méat de l'oreille externe;

T, membrane du tympan;

E, orifice de la trompe d'Eustache;

S, cellules mastoïdiennes communiquant avec la cavité de l'oreille moyenne;

c, un des trois canaux semi-circulaires;

l, le limaçon, supposé déroulé;

e, sac endolymphatique;

nv, nerf vestibulaire, donnant des ramifications aux taches du saccule et de l'utricule, et aux crêtes des canaux semi-circulaires;

nc, nerf cochléaire, innervant le limaçon.

Un nerf, le *nerf acoustique*, ou nerf de la VIII^e paire crânienne, vient se terminer par deux branches : d'une part, dans les *ampoules* des canaux semi-circulaires, dans les *crêtes acoustiques* de l'utricule et du saccule ; d'autre part, dans une papille sensorielle du limaçon, dénommée *organe de Corti*.

L'excitant qui agit normalement sur ces terminaisons nerveuses, leur excitant spécifique, se trouve dans certaines vibrations pendulaires des corps, comprises entre 20 et 20,000 à la seconde ; elles se propagent avec une vitesse ordinaire de 335 mètres à la seconde dans l'air atmosphérique ; lorsqu'elles atteignent le tympan, elles peuvent le mettre en mouvement, et l'ébranlement qui naît ainsi se transmet par la chaîne des osselets au liquide qui entoure le labyrinthe et à celui-ci.

Les fibres du nerf acoustique aboutissent à une région déterminée de l'écorce cérébrale du lobe temporal ; et les impressions produites sur ce centre s'accompagnent de sensations spéciales, que nous dénommons *acoustiques* ou *sonores*. Notre sens intime distingue dans nos sensations acoustiques trois qualités : l'intensité, en rapport avec l'énergie de l'agent physique, l'amplitude des vibrations ; la hauteur, dépendant de la fréquence des vibrations ; et le timbre, variant avec la superposition au son fondamental, de sons moins intenses et correspondant, si le son est musical, à 2, 3, 4, ... fois plus de vibrations à la seconde.

L'appareil de Corti du limaçon est considéré par tous les physiologistes comme l'organe principal de l'audition, à raison de la faculté qu'il possède d'analyser les vibrations complexes et d'en apprécier l'amplitude et la fréquence. On est moins d'accord sur le rôle que jouent dans l'audition les autres régions sensorielles du labyrinthe ; il est certain, d'autre part, que les terminaisons nerveuses des ampoules, et peut-être celles du saccule et de l'utricule, constituent un organe périphérique du sens de l'équilibre, en nous renseignant sur les déplacements de la tête.

Entendre, pour l'homme, c'est donc éprouver, à l'occasion

de certaines stimulations, des sensations spéciales qu'il est impossible de décrire, mais que nous convenons d'appeler auditives. — Les autres animaux entendent-ils? C'est là une question banale, en apparence, mais qui se révèle singulièrement ardue à l'examen.

L'homme primitif considérait les animaux comme ses semblables; le vulgaire de toutes les époques, le zoologiste qui, jusque naguère, se contentait de raisonner sur des données anatomiques, a toujours été tenté d'attribuer aux animaux des qualités sensorielles et psychiques plus ou moins identiques aux nôtres. C'est ainsi que toute tache pigmentée, surtout lorsqu'elle s'accompagnait d'un corps réfringent, devenait un œil, susceptible de fournir à son porteur des sensations visuelles analogues à celles que nous éprouvons. Il a fallu arriver tout à la fin du XIX^e siècle pour que se manifestât une réaction, puissante d'ailleurs, contre cet anthropomorphisme primitif. Des physiologistes firent observer que déjà chez les animaux les plus voisins de nous, le cerveau se révèle très différent du nôtre, au point que le Lapin n'a pas de centres corticaux d'association (les centres où, selon Flechsig, se localisent les empreintes durables, constitutives des souvenirs et des éléments des opérations intellectuelles); — que les Poissons, par exemple, ne possèdent pas l'équivalent des régions cérébrales qui reçoivent, chez nous, les impressions, origine des sensations; — que parler des sensations d'un être différent de nous, c'est formuler des hypothèses sur les phénomènes d'un sens intime inaccessible à notre investigation; — et qu'en définitive, nous devons renoncer à fonder quelque conclusion que ce soit sur des sensations éventuelles chez les animaux.

Puisqu'il en est ainsi, nous devons chercher de l'audition chez les animaux une définition excluant tout terme psychologique. Nous ne pouvons plus dire qu'entendre, c'est percevoir des sons, puisqu'un son est précisément une représentation psychique. Nous ne pouvons pas, avec P. Bonnier, définir l'audition, une perception des sons *sous forme tonale* et non

sous forme de trépidations, pour la refuser aux animaux privés de limaçon ⁽¹⁾. Mais se contenter de dire qu'entendre consiste à percevoir des vibrations de certaine nature, serait, à mon sens, manquer de précision, car ces vibrations peuvent être quelquefois, chez nous, reçues par d'autres organes que l'oreille : les vibrations d'un diapason éveillent sur la pointe de la langue, qu'on met en contact avec le corps, une sorte de chatouillement ; nous percevons par le toucher des doigts certaines vibrations de faible fréquence ; nous voyons même le mouvement d'une corde vibrante.

Nous sommes ainsi amenés, en parlant de Vertébrés, à dire qu'entendre, c'est percevoir des vibrations pendulaires du milieu ambiant au moyen d'organes morphologiquement homologues de notre oreille interne, en d'autres termes d'organes desservis par le nerf de la VIII^e paire crânienne, qui correspond à notre nerf acoustique.

Le problème de l'audition ainsi défini reste encore vaste. Si l'on ne considère qu'une forme animale isolée, — une fois constatée l'existence d'un sens de l'audition, — il faudra déterminer dans quelles limites d'intensité et de fréquence sont comprises les vibrations perçues, quelles réactions motrices elles entraînent, quelle importance prennent le stimulant et ses réactions dans l'éthologie de l'animal. Le problème devient beaucoup plus intéressant si l'on considère plusieurs formes d'une même lignée, car on peut être alors amené à constater une évolution, progressive ou régressive, de la fonction. C'est ce que nous allons trouver dans la lignée des Vertébrés, qui nous intéresse spécialement ; et nous allons chercher les origines de la fonction chez les formes les plus inférieures du groupe, les Poissons.

*
* * *

Je ne crois pas qu'un pêcheur ou un pisciculteur ait jamais

(1) P. BONNIER, L'oreille. (*Encyclopédie scientifique des aide-mémoire Léauté*, 5 volumes.) — L'audition. (*Bibliothèque internationale de psychologie*, 1901.)

douté que les Poissons entendent ; et la littérature scientifique ancienne comporte, depuis Aristote, Plin, Isaac Walton (1653), Haller (1769) jusque Oken (1835) et d'autres biologistes plus proches de nous, des citations favorables à cette opinion : on raconte même fréquemment que des Carpes ou des Truites, comme au monastère des Bénédictins de Krems, dans la Haute-Autriche, arrivaient prendre leur nourriture à l'appel d'un tambour ou d'une clochette.

Et l'existence d'un sens de l'audition paraissait d'autant plus indiscutable, qu'on connaissait chez les Poissons, depuis la découverte de Cassérius (1610) et des descriptions de Geoffroy, de Scarpa, de Comparetti, datant du XVIII^e siècle, des organes homologues de ceux qui, chez l'Homme, sont les agents essentiels de la perception auditive. Constitué uniquement par une « oreille interne » logée dans les parois du crâne, chaque organe comprend un labyrinthe membraneux comportant, chez les Téléostéens, un utricule avec trois canaux semi-circulaires, un saccule et une lagena, rudiment précurseur d'un limaçon absent ; il y a des taches sensorielles respectivement dans les trois ampoules, l'utricule, le saccule, la lagena, et des otolithes,

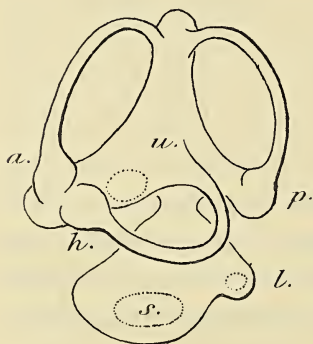


FIG. 3. — Diagramme du labyrinthe d'un Poisson Téléostéen (on a omis le canal endolymphatique) (d'après Wiederstein).

u., utricule ;

s., saccule ;

l., lagena ;

a., ampoule du canal antérieur ;

h., ampoule du canal horizontal ;

p., ampoule du canal postérieur.

En pointillé, les taches sensorielles de l'utricule, du saccule et de la lagena.

des concrétions pierreuses généralement très volumineuses, dans l'utricule, dans le saccule et dans la lagena ; l'appareil analyseur de Corti manque complètement, ce qui constitue une différence considérable d'avec l'appareil des Mammifères.

L'audition chez les Poissons était donc, depuis des siècles,

une vérité indiscutée ⁽¹⁾, quand, en 1890, Bateson ⁽²⁾ observa que divers Poissons exécutent, il est vrai, de brusques mouvements défensifs au moment de détonations violentes, et semblent percevoir à distance des chocs et des secousses énergiques, mais ne paraissent pas entendre des sons produits dans leur milieu. — Et un peu plus tard (1895), le physiologiste viennois Kreidl ⁽³⁾, sans avoir eu connaissance des observations de Bateson, publiait la relation de nombreuses expériences où des Poissons rouges avaient manifesté la perception d'une détonation violente ou de chocs reçus par leur aquarium, mais n'avaient jamais réagi pour aucun des sons, sifflements divers, tintements de sonnette, vibrations de tiges métalliques, produits dans l'air ou dans l'eau. Des exemplaires privés expérimentalement de leurs labyrinthes s'étaient comportés vis-à-vis des mêmes stimulants comme les sujets intacts, et Kreidl en concluait que les Poissons rouges, cités cependant comme répondant à l'appel des cloches, n'étaient pas capables d'entendre au moyen de leurs soi-disant appareils auditifs, mais percevaient les sons par un sens tactile très développé : ils n'*entendaient* pas les sons, ils les *sentaient* par le toucher !

Le même observateur ⁽⁴⁾ eut aussi l'occasion d'observer les Truites du couvent de Krems, qu'on prétendait venir prendre leur nourriture à l'appel d'une sonnette : il constata que le rassemblement des poissons se produisait lorsqu'une personne s'approchait visiblement du réservoir, ou lorsque des parcelles de nourriture tombaient sur l'eau et en ridaient la surface, et

⁽¹⁾ E. v. GYON (*Recherches expérimentales sur les fonctions des canaux semi-circulaires*. Paris, 1878) l'avait déjà mise en doute ; mais ses expériences avaient porté sur la Lamproie, dont le labyrinthe moins différencié ne permet pas des conclusions s'appliquant absolument aux Poissons supérieurs.

⁽²⁾ W. BATESON, The sense organs and perceptions of fishes. (*Journ. Mar. Biol. Assoc. Unit. Kingdom*, 1890, vol. I.)

⁽³⁾ A. KREIDL, Ueber die Perception der Schallwellen bei den Fischen. (*Pflüger's Archiv*, 1895, t. LXI.)

⁽⁴⁾ Ein weiterer Versuch über das angebliche Hören eines Glockenzeichens durch die Fische. (*Pflüger's Archiv*, 1896, t. LXIII.)

jamais lorsque le pêcheur se contentait de venir, invisible, agiter sa sonnette au bord de l'étang. Le rassemblement des poissons était donc bien, semblait-il, une réponse à des perceptions visuelles ou tactiles, aucunement à des perceptions « auditives ».

Et l'opinion qui déniait au labyrinthe des Poissons une fonction auditive se trouvait en plus étayée par des recherches qui assignaient nettement au même organe un rôle tout autre : la perception des déplacements du corps et le contrôle de son équilibre ; cette tendance était la conséquence aussi de connaissances plus précises que l'on acquérait à la même époque sur la signification physiologique d'organes analogues : les otocystes des Invertébrés.

*
* *

L'histoire de ces otocystes ressemble à celle du labyrinthe des Poissons, pour les mêmes raisons, historiques et logiques.

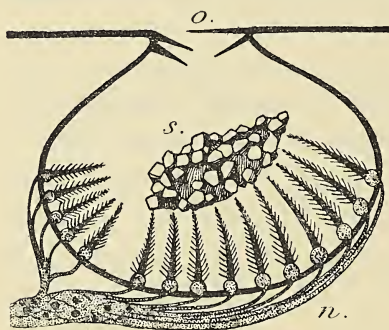


FIG. 4. — Schéma du statocyste de l'Écrevisse (réduction d'une figure d'A. Lang). Une fossette, communiquant avec l'extérieur par un orifice *o*, contient un amas de grains de sable (*s*) qu'y a introduits l'animal ; ces « statolithes » reposent sur les extrémités de soies sensorielles de longueurs différentes ; d'autres soies (à gauche du dessin) ne viennent pas en contact avec la masse inerte.

n, ramifications du nerf statocystique.

On admettait généralement que nombre d'Invertébrés marins devaient entendre ; V. Hensen, le premier, en 1863 ⁽¹⁾, aborda scientifiquement la question avec les Crustacés supérieurs. Il décrivit soigneusement, chez les Décapodes, les organes,

(1) V. HENSEN, Studien über das Gehörorgan der Decapoden. (*Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie*, 1863, t. XIII.)

fossettes ou vésicules à otolithes, que leur structure signalait comme les organes probables de l'audition ; puis il crut établir que *Palaemon* et *Mysis*, notamment, percevaient des sons ; enfin, il chercha l'explication du mécanisme de cette perception : et, influencé par la théorie ingénieuse, alors récente, de Helmholtz, sur le mécanisme du limaçon, il crut trouver dans les soies de longueurs différentes qui garnissent souvent les otocystes, les organes qui, vibrant à l'unisson de sons élémentaires, constitueraient, comme les fibres de la lame basilaire de l'organe de Corti, l'appareil analyseur des sons.

Les observations de Hensen et la théorie de Helmholtz s'étaient ainsi réciproquement, et les Crustacés se trouvaient dotés d'appareils auditifs fort complets. Et l'on se prit, dès cette époque, à considérer comme organes auditifs toutes les fossettes ou vésicules sensorielles, munies d'otolithes, qu'on observait chez les Invertébrés les plus divers.

On admettait ainsi que les Méduses même entendent, quand, en 1886, Y. Delage ⁽¹⁾ fournit le point de départ d'une réaction contre de semblables hypothèses. Adeptes convaincus de la théorie, fondée sur d'anciennes observations de Flourens (1825), qui affirmait qu'une partie du labyrinthe des Vertébrés, les canaux semi-circulaires, sert à la perception des déplacements de la tête et à l'équilibre du corps, il entreprit de vérifier ses vues au moyen d'expériences sur les organes des Crustacés et des Céphalopodes que l'on considérait comme les analogues de ces labyrinthes.

Il observa que ces Invertébrés, après extirpation des organes considérés, ne se meuvent plus en ligne droite, nagent tantôt sur un côté, tantôt sur le dos, font des culbutes, progressent en cercle, en spirale, exécutent des mouvements déséquilibrés.

(1) Y. DELAGE, Sur une fonction nouvelle des otocystes chez les Invertébrés. (*Comptes rendus de l'Acad. des sciences de Paris*, 1886, t. CIII.) — Sur une fonction nouvelle des otocystes comme organe d'orientation locomotrice. (*Archives de zoologie expérimentale et générale*, 1887, t. V.)

Il en conclut que les « otocystes » seraient non seulement des organes auditifs, mais servent à l'orientation de la locomotion et à l'appréciation des ruptures de l'équilibre normal.

D'autres biologistes répétèrent de semblables expériences : Engelmann ⁽¹⁾ (1887) et Verworn ⁽²⁾ (1891) avec les Cténo-phores, Kreidl ⁽³⁾ avec *Palaemon* (1893), von Uexküll ⁽⁴⁾ avec *Eledone* (1894), Bethe avec *Astacus* et *Mysis* ⁽⁵⁾, Th. Beer ⁽⁶⁾ avec *Paeneus* (1899), Ilyin ⁽⁷⁾ avec les Hétéropodes (1900), et les résultats furent conformes à ceux de Delage. Bien plus, pendant que l'expérimentation établissait ainsi la fonction « statique » des organes à otolithes, elle ne fournissait à propos de la perception de sons que des résultats en apparence négatifs : on en vint rapidement à nier cette dernière faculté, et les « otocystes » devinrent des « statocystes ».

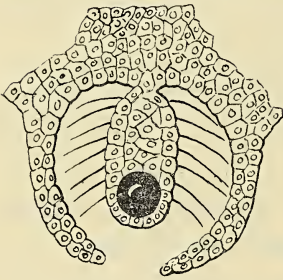


FIG. 5. — Organe statocystique d'une Méduse : cupule épidermique logeant une massue otolithique, dont les mouvements sont perçus par de grands cils rigides qui butent contre la paroi environnante.

Leur structure ordinaire marque aisément cette fonction. Les éléments essentiels en sont des cellules sensorielles, terminées

⁽¹⁾ W. ENGELMANN, Ueber die Funktion der Otolithen. (*Zoologischer Anzeiger*, 1887, t. X.)

⁽²⁾ M. VERWORN, Gleichgewicht und Otolithenorgan. (*Pflüger's Archiv*, 1891, t. L.)

⁽³⁾ A. KREIDL, Weitere Beiträge zur Physiologie des Ohrlabyrinthes. II. Versuche an Krebsen. (*Sitzungsber. k. k. Akad. Wiss. Wien*, 1893, t. CII)

⁽⁴⁾ V. UEXKÜLL, Physiologische Untersuchungen an *Eledone moschata*. (*Zeitschrift für Biologie*, 1894, t. XXXI)

⁽⁵⁾ A. BETHE, Ueber die Erhaltung des Gleichgewichts. (*Biologisches Centralblatt*, 1893, t. XIV.)

⁽⁶⁾ TH. BEER, Vergleichend-physiologische Studien zur Statocystenfunktion. (*Pflüger's Archiv*, 1899, t. LXXIV.)

⁽⁷⁾ P. ILYIN, Das Gehörbläschen als Gleichgewichtsorgan bei den Pterotracheidae. (*Centralblatt für Physiologie*, 1900, t. XIII.)

par des cils raides, sur lesquels appuient de leur poids un ou plusieurs corps relativement lourds, les statolithes, caractéristiques de l'organe. Parfois ces statolithes se trouvent sus-

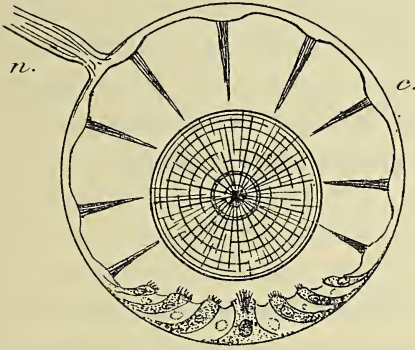


FIG. 6. — Statocyste de *Pterotrachea* (au moment de l'arrêt et du redressement des cils vibratiles).

n, nerf du statocyste;

T, tache sensorielle occupant la portion la plus déclive;

c, cellule ciliée de la paroi.

T.

pendus par une tige, qui rappelle un battant de cloche, à la paroi de la fossette ou de la vésicule, et les cils sensoriels sont portés soit par la paroi, soit par le battant lui-même. Le plus souvent, le statocyste est une cupule ou une vésicule close, et la pierre, généralement libre, pèse, constamment ou par intervalles rythmés ⁽¹⁾, sur les extrémités des cellules sensorielles de la paroi. Il est facile de concevoir que cette pression verticale s'exerce différemment selon les diverses orientations de l'organe, et que chaque déplacement du statocyste, solidaire du corps de l'animal, s'accompagne d'un choc de la masse inerte et d'une excitation, spéciale, des terminaisons réceptrices : c'est l'origine de réflexes musculaires coordonnés, qui conservent à l'animal

(1) Le statocyste de *Pterotrachea*, que l'on a souvent pris comme exemple à raison de la facilité relative de son examen, paraît constituer une exception fort intéressante, en ce sens que le statolithe est ordinairement suspendu dans le liquide vésiculaire, comme une balle sur un jet d'eau, par les courants que détermine le battement des cils vibratiles portés par le revêtement de la paroi. A des intervalles déterminés, le battement s'arrête brusquement, les cils se redressent par leur élasticité, et le statolithe retombe sur les terminaisons perceptrices de la région sensorielle : l'excitation spéciale de celles-ci est donc intermittente. Cf. S. TSHACHOTIN, Die Statocyste der Heteropoden. (*Zeitschrift für wiss. Zoologie*, 1908, t. XC.)

son attitude, qu'il soit au repos ou en mouvement. Le mécanisme de cet équilibre se comprend maintenant par la production continue de semblables excitations, qui maintiennent les muscles en état de tonus. La suppression de l'otocyste d'un côté entraîne le relâchement des muscles correspondants, et l'animal au repos se courbe du côté opposé; lors de ses mouvements, et de la contraction des muscles locomoteurs, il y a prédominance du côté intact et mouvement de manège.

*
* * *

L'utricule et le saccule des Vertébrés, avec leurs taches sensorielles et leurs otolithes suspendus dans un liquide, présentent essentiellement la même structure que des statocystes, et il était

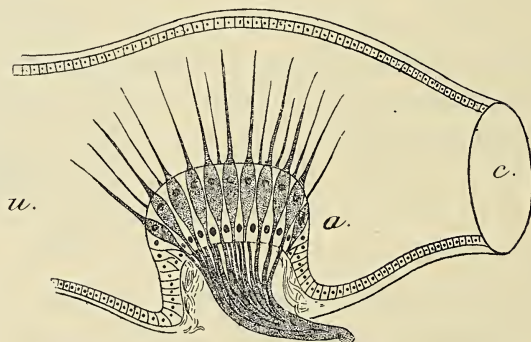


FIG. 7. — Coupe longitudinale de l'ampoule d'un canal semi-circulaire (réduction d'une figure d'A. Lang).

u, communication de l'ampoule avec l'utricule;

c, communication avec le canal semi-circulaire;

a, crête acoustique, dont les soies sensorielles proéminent dans le liquide et en apprécient les déplacements.

naturel de leur attribuer une fonction statique analogue. Il faut remarquer qu'un autre mécanisme intervient en outre, chez ces animaux dont le vestibule se complique de canaux semi-circulaires, pour créer des perceptions ressortissant du sens de l'équilibre. Si la tête se meut ou s'incline, entraînant le labyrinthe, le liquide interne subit un déplacement relatif à raison de son

inertie, et des courants naissent dans les canaux semi-circulaires; comme ceux-ci se trouvent orientés selon trois plans qui se coupent, chaque déplacement se caractérise par des valeurs spéciales des trois composants et par les excitations que crée leur frottement sur les terminaisons nerveuses des crêtes ampullaires.

Des expériences sur le labyrinthe des Poissons ⁽¹⁾ confirmèrent les suggestions qui naissaient de l'étude des statocystes. Et d'autre part, on mettait en lumière le fait que ces labyrinthes sont dépourvus de limaçon, l'organe de Vertébrés supérieurs auquel s'attribuait la vraie audition. Il en résulta que, dès 1890, toute la question de l'audition des Poissons se trouva remise en discussion, et dans un sens nettement négatif.

Cependant Zenneck ⁽²⁾, en 1903, après des expériences effectuées en pleine rivière sur des Gardons, des Chevaines et des Ablettes, annonçait que ces poissons avaient perçu, tout au moins à une distance de 8 mètres, les vibrations d'une clochette immergée dans l'eau et frappée par un battant mù électriquement. L'expérimentateur, un physicien, affirmait que la fuite de ces poissons était bien occasionnée par les vibrations élastiques, soutenues, qui constituent ce que nous appelons le son; car il avait isolé le corps vibrant de telle manière que ses oscillations accessoires ne fussent point transmises au milieu, et il croyait avoir vérifié que n'intervenaient pas dans ses expé-

⁽¹⁾ J. LOEB, Die Orientierung der Tiere gegen die Schwerkraft der Erde. (*Sitzungsber. phys.-med. Ges. Würzburg*, 1888.)

A. KREIDL, Weitere Beiträge zur Physiologie des Ohrlabyrinthes. I. Versuche an Fischen. (*Sitzungsber. k. k. Akad. Wiss. Wien*, 1892, t. CI.)

A. BETHE, Ueber die Erhaltung des Gleichgewichts. (*Biologisches Centralblatt*, 1894, t. XIV.)

J. S. LEE, A study of the sense of equilibrium in fishes. (*Journal of physiology*, 1894, vol. XV et XVII) — The functions of the ear and the lateral line in fishes. (*American Journal of Physiology*, vol. I, 1898.)

⁽²⁾ J. ZENNECK, Reagiren die Fische auf Töne? (*Pflüger's Archiv für die gesammte Physiologie*, 1903, t. XCV.)

riences les vibrations « mécaniques », rapidement éteintes, plus lentes, isochrones avec les chocs du battant.

Mais ces conclusions furent bientôt prises à partie par Körner ⁽¹⁾, qui, ayant utilisé comme corps sonore le « cri-cri » des enfants (ce jouet où une plaque d'acier déformée produit par la pression du doigt un craquement sec et instantané), n'avait observé chez des poissons appartenant à vingt-cinq espèces différentes aucune réaction démonstrative.

Bezold ⁽²⁾ (1904) et Bernouilli ⁽³⁾ (1910) reprochèrent aux expériences si nettes de Zenneck la coexistence d' « ondes mécaniques », et Bernouilli, qui répéta des tentatives analogues avec des Truites, une Anguille et des Zandres, n'obtint que des résultats négatifs.

La question a pris une tournure plus précise avec les expériences de G. H. Parker, de Harvard University. En 1903 ⁽⁴⁾, il montrait que le Téléostéen *Fundulus* est sensible aux vibrations d'une corde de contrebasse, se transmettant à l'aquarium à travers une épaisse couche d'eau de mer, ainsi qu'aux vibrations d'un diapason donnant cent vingt-huit mouvements pendulaires à la seconde. Il montrait, acquisition nouvelle et importante, que cette perception se fait exclusivement ou principalement par l'intermédiaire du nerf labyrinthique : des poissons, en effet, auxquels il avait sectionné les V^e et VII^e paires crâniennes, le nerf latéral, broyé la moelle épinière et aboli

(1) O. KÖRNER, Können die Fische hören? (*Beiträge zur Ohrenheilkunde. Festschrift für A. Lucae*, Berlin, 1905.)

(2) F. BEZOLD, Weitere Untersuchungen über « Knochenleitung » und Schalleitungsapparat im Ohr. (*Zeitschrift für Ohrenheilkunde*, 1904, Ann. 3, t. XLVIII, p. 158.)

(3) A. L. BERNOUILLI, Zur Frage des Hörvermögens der Fische. (*Pflüger's Archiv für die gesammte Physiologie*, 1910, t. CXXXIV.)

(4) G. H. PARKER, Hearing and allied senses in fishes. (*U. S. Fish Commission. Bulletin for 1902*, 1903.) — The sense of hearing in fishes. (*American Naturalist*, 1903, vol. XXXVII.) — The function of the lateral-line organs in fishes. (*Bulletin of the Bureau of fisheries for 1904*, 1905.)

à peu près toute sensibilité cutanée, réagissaient encore très bien vis-à-vis des mêmes stimulations ; par contre, la section du nerf labyrinthique supprimait à peu près complètement les réactions précédemment observées.

Son élève H. B. Bigelow ⁽¹⁾ publiait l'année suivante (1904) des expériences analogues faites sur le Poisson rouge, et montrait que la perception des vibrations se fait dans le saccule.

Puis, Parker, après un travail sur les fonctions de la ligne latérale dont il sera question plus loin, étudiait *Cynoscion regalis*, un Acanthoptère dont le mâle émet des sons, et affirmait ⁽²⁾ (1908) que ce poisson perçoit l'ébranlement produit par le choc d'un maillet sur la paroi en bois de l'aquarium ; que le saccule est l'organe principal de cette perception ; tandis que l'utricule, auquel sont annexés les canaux semi-circulaires, et qui forme une poche distincte du saccule, n'a rien à faire avec l'« audition », mais assure l'équilibre du corps et agit sur le tonus des muscles.

Quelque temps après ⁽³⁾, le même biologiste exposait les résultats d'expériences effectuées sur un Requin, *Mustelus canis*, dont certains exemplaires avaient été observés intacts de toute mutilation ; chez d'autres, les nerfs de la VIII^e paire crânienne avaient été sectionnés ; chez d'autres encore, toute sensibilité cutanée avait été abolie par la section des nerfs crâniens V et VII, du nerf latéral, la destruction de la moelle épinière et l'application de cocaïne sur les quelques régions de la peau dont les nerfs sensitifs se trouvaient encore intacts. Ces poissons percevaient les vibrations produites par les chocs d'une masse de fer heurtant la paroi en bois de l'aquarium, et cela principalement, sinon exclusivement, grâce à leurs labyrinthes.

(1) H. B. BIGELOW, The sense of hearing in the Goldfish *Carassius auratus*. (*American Naturalist*, 1904, vol. 38.)

(2) G. H. PARKER, Structure and functions of the ear of the Squeteague. (*Bulletin of the Bureau of fisheries*, 1908, vol. 28.)

(3) G. H. PARKER, Influence of the eyes, ears, and other allied sense organs on the movements of the Dogfish. (*Ibidem*, 1909, vol. 29.)

Entretemps cependant, d'autres observateurs avaient obtenu des résultats en apparence négatifs.

Tel Brüning ⁽¹⁾ (1906), qui ne voyait pas les poissons d'un étang se laisser émouvoir par des cris, mais s'enfuir à la suite de l'ébranlement du sol de la rive par les pas de l'observateur ; et qui remarquait que des Épinoches, dans un aquarium, ne s'effraient par un claquement que s'il est produit tout près de la surface libre de l'eau.

Tel encore Marage ⁽²⁾ (1906), qui trouvait que divers poissons d'eau douce ne perçoivent pas les vibrations des voyelles synthétiques transmises dans l'intérieur du liquide avec une énergie capable d'impressionner des sourds-muets regardés comme sourds complets.

Tel encore Lafite-Dupont ⁽³⁾ (1907), qui ne constatait point, chez divers poissons de mer, de réaction vis-à-vis des sons rythmés émis par plusieurs diapasons (de 32 à 4,096 vibrations à la seconde), mais la perception de bruits et de trépidations.

D'autre part, H. N. Maier ⁽⁴⁾ (1909), après n'avoir obtenu aucune réaction de la part de poissons divers, marins ou d'eau douce, au moyen d'une sonnerie électrique, attribue cependant un sens de l'audition au Poisson-chat (*Amiurus nebulosus*), qui, de naturel très craintif, se cachait vivement quand on produisait dans le voisinage un sifflement de hauteur quelconque, ou un bruit de voix.

Mais les résultats positifs et si méthodiquement analysés de

(1) CHR. BRÜNING, Versuche über das Hören der Fische. (*Natur und Haus*, 1906, t. XIV.)

(2) MARAGE, Contribution à l'étude de l'audition des Poissons. (*Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, 1906, t. CXLIII.)

(3) LAFITE-DUPONT, Recherches sur l'audition des Poissons. (*Comptes rendus de la Société de biologie*, 1907, t. LXIII.)

(4) H. N. MAIER, Neue Beobachtungen über das Hörvermögen der Fische. (*Münchener allgemeine Fischerei-Zeitung*, 1909.)

G. H. Parker devaient recevoir la confirmation d'une autre méthode expérimentale.

H. Piper (1906-1910) a mis en évidence ⁽¹⁾ des variations du potentiel électrique du labyrinthe chez le Brochet sous l'influence de vibrations continues communiquées à l'eau ambiante; les modifications observées, témoignage d'une excitation sensorielle, démontrent que l'organe est stimulé par des vibrations de 260 à la seconde, que l'excitation croît avec l'intensité du stimulant, et que cette excitation persiste pendant toute la durée du mouvement vibratoire et, en outre, que de semblables vibrations, que nous appellerions sonores, constituent très probablement l'excitant spécifique du labyrinthe du poisson.

Et d'autre part, voilà que Meyer ⁽²⁾ annonce, au Congrès de psychologie de Genève de 1909, que des Poissons rouges peuvent être entraînés, après quelques semaines d'exercices répétés, à chercher une nourriture invisible dans l'une ou l'autre région de leur aquarium, selon qu'on fait résonner une cloche à timbre grave ou une autre à son plus élevé. La méthode associative démontre ainsi péremptoirement que des poissons peuvent percevoir les vibrations d'une cloche et distinguer l'un de l'autre deux sons déterminés.

*
* *

Il semble bien résulter des recherches assez discordantes que nous venons de résumer que les Poissons perçoivent au moyen de leurs labyrinthes certaines vibrations, analogues à celles que nous appelons sonores.

Peut-être, dans certaines expériences, les sujets ont-ils réagi

(1) H. PIPER, Aktionströme vom Labyrinth der Fische bei Schallreizung. (*Archiv für Anatomie und Physiologie* (Phys. Abth.), 1910. Tome supplémentaire.)

(2) M. MEYER, Ergebnisse von Versuchen betreffend den Gehörssinn der Fische. (*VI^e Congrès de psychologie*, 1910.)

non pas tant vis-à-vis des vibrations du son fondamental perçu par l'observateur qu'à des vibrations accessoires de moindre fréquence. Dans les premiers essais de Parker, par exemple, la vibration de la corde pincée déterminait un ébranlement des parois de l'aquarium suffisant pour faire apparaître des rides à la surface de l'eau du récipient. Pourquoi faut-il se demander si les modifications du milieu auxquelles a répondu le Poisson dans ces conditions « sont bien des ondes sonores » ? Des ondes vibratoires n'ont d'autres caractères intrinsèques que leur fréquence, leur amplitude et leur forme : j'entends par ce dernier terme que le mouvement vibratoire considéré peut-être simple (rarement), ou bien complexe, et constitué alors par la superposition d'ondes accessoires au mouvement fondamental. Pourquoi exiger que l'expérimentateur évite les vibrations accessoires et de plus faible fréquence que peuvent prendre les parois élastiques des aquariums en contact avec des corps vibrant énergiquement ? Ces vibrations accessoires, « grossières », « mécaniques », comme certains les appellent, ne sont-elles pas aussi des ébranlements pendulaires ; et, en constatant leur perception *par le labyrinthe*, n'a-t-on pas établi précisément ce qu'il fallait démontrer ?

Faire de l'ensemble des perceptions constatées chez les Poissons un « sens des trépidations » constitue une conclusion ou incomplète ou injustifiée. On néglige l'homologie de l'appareil récepteur et l'on s'arrête en deçà des limites rationnelles, si l'on ne vise que la nature éventuelle de l'excitant : des vibrations de faible fréquence, et d'une certaine intensité, analogues à celles que nous serions capables de percevoir par le toucher ⁽¹⁾. On dépasse, d'autre part, les bornes de l'expérimentation, si, avec P. Bonnier, on affirme que des animaux dépourvus de limaçon ne

(1) Cette espèce de truisme est, par contre, obligatoire pour le cas des Invertébrés, à propos desquels manque toute notion d'homologie entre les organes récepteurs et nos organes acoustiques. — On consultera avantageusement sur le sujet qui nous occupe les deux conférences de A. LANG : Ob die Wassertiere hören ? (*Mitteilungen der Naturw. Gesellschaft in Winterthur*, 1903.)

peuvent percevoir des sons que comme sensations discontinues et non sous forme tonale ⁽¹⁾.

Et si, enfin, on veut rencontrer cette objection assez particulière, qu'il est peu probable que les Poissons entendent parce que l'audition ne leur servirait à rien, dans le milieu silencieux où ils vivent, on peut faire remarquer que la production de sons n'est pas rare du tout dans le monde des Poissons : on en cite ⁽²⁾ plus de quatre-vingts espèces, des Téléostéens surtout, qui sont capables d'émettre soit des stridulations par friction de pièces osseuses, soit des sifflements, des ronflements, des gronchements ou des bruits plus variés, dont l'intensité, souvent considérable, est due au renforcement des vibrations par les résonances de la vessie natatoire. Semblables sons sont produits plus fréquemment et plus activement pendant la période du frai ; quelquefois, par exemple chez *Cynoscion regalis* ⁽³⁾, le mâle seul possède un appareil sonore : il paraît donc évident que la perception de ces sons joue un rôle dans la rencontre des sexes. D'autre part, la production de stridulations est souvent associée à la présence d'épines défensives, et l'émission d'un son peut alors être considérée comme un mécanisme avertisseur. Et l'on pourrait peut-être aussi faire entrer en ligne de compte les ébranlements vibratoires, de périodicité plus ou moins rapide, naissant par le frottement du corps d'un poisson qui se meut vivement dans le liquide : stimulations fréquentes, susceptibles éventuellement de signaler à l'espèce poursuivie l'approche d'un vorace.

⁽¹⁾ D'ailleurs, des observations cliniques montrent, paraît-il, que l'audition peut persister chez l'homme après une dégénérescence complète du limaçon. Et Kalischer a montré que des chiens, chez lesquels il n'avait laissé persister qu'un appareil vestibulaire, entendaient encore et distinguaient divers sons. — KALISCHER, Weitere Mitteilungen über die Ergebnisse der Dressur als physiologische Untersuchungsmethode auf dem Gebiete des Gehör-, Geruchs- und Farbensinnes. (*Archiv für [Anatomie und] Physiologie*, 1909, p. 303.)

⁽²⁾ SÖRENSEN, *Om Lydorganer hos Fiske*. Copenhague, 1884. — DUFOSSE, *Annales des sciences naturelles, Zoologie*, vol. XIX et XX, 1874.

⁽³⁾ TOWER, d'après PARKER.

A les bien considérer, les affirmations des expérimentateurs ne sont pas si contradictoires qu'elles le paraissent au premier examen, ni tellement discordantes qu'on n'en puisse dégager une conclusion. Les stimulations sonores perçues par les Poissons ont toujours correspondu à des vibrations de faible fréquence⁽¹⁾; il semble donc, pour autant qu'on en puisse juger par les données peu nombreuses que nous possédons, que la limite supérieure des sons perçus n'est pas très élevée. Il semble aussi que la stimulation doive posséder une intensité relativement forte, sinon pour qu'elle soit perçue, tout au moins pour qu'elle entraîne une réaction visible.

J'incline à penser que ces conditions découlent directement de l'organisation de l'appareil récepteur otolithique. Les biologistes, entraînés naguère par leur réaction contre l'opinion de Hensen, ont perdu de vue une faculté du statocyste, qu'a bien mise en lumière, mais théoriquement, P. Bonnier, et que des expériences ultérieures me paraissent inconsciemment démontrer⁽²⁾.

Des ébranlements vibratoires du milieu, incapables de déplacer l'animal, peuvent, en se propageant au travers de la substance élastique de son corps jusqu'au statocyste, communiquer à la masse librement suspendue des vibrations pendulaires, tout

(1) Quarante vibrations à la seconde pour la corde vibrante de PARKER et 128 pour le diapason qui agissait sur *Fundulus*; 400 pour le diapason qu'employait BIGELOW; 260 pour le sifflet à membrane de PIPER. Dans les expériences de PARKER sur *Mustelus canis* (1940), la stimulation était produite par le choc sur la paroi de bois de l'aquarium d'une masse sphérique en fer suspendue à une corde et venant heurter la paroi avec une énergie variable; l'expérimentateur mesurait, par l'énergie de mouvement, l'intensité du stimulant, mais nous ne connaissons pas la fréquence des vibrations effectives communiquées à l'eau: il est probable qu'il s'agissait de vibrations très lentes.

(2) IL'YIN (mémoire cité) a vu naître des réactions dans les otocystes de *Pterotrachea* à l'occasion de chocs très faibles imprimés à la table supportant les animaux en observation. Ce résultat, comparé à l'absence de réaction vis-à-vis de bruits produits pour constater une perception éventuelle de sons, a été interprété comme déniaut une fonction acoustique aux otocystes; il prouve à mon sens que ces organes perçoivent des ébranlements vibratoires minimes du milieu ambiant, vraisemblablement trop faibles pour déplacer l'animal.

comme des sons d'origine lointaine peuvent faire vibrer à l'unisson des cordes tendues. Cette transformation, par la masse pierreuse, de l'énergie de mouvement reçue en des oscillations, plus amples, de masse, rendra perceptibles des vibrations primitivement moléculaires. Mais pour communiquer à la masse souvent considérable d'un otolithe de Poisson un balancement pendulaire suffisant, il faut une quantité de mouvement bien plus grande que pour mouvoir un élément minime de l'organe de Corti. — La question de la hauteur, par contre, reste en suspens, parce que nous ignorons encore tout de la viscosité du liquide otocystique et de la liberté pendulaire de l'otolithe.

*
* *

Or, les expériences de Parker ⁽¹⁾ prouvent que des ébranlements vibratoires, de faible périodicité et de forte intensité, sont encore perçus par des Poissons en l'absence des labyrinthes auriculaires, très probablement par les organes latéraux.

On appelle ainsi de petits amas de cellules sensorielles, distribués en lignes régulières sur la peau des Amphibiens et des Poissons; chez ces derniers, ils sont fréquemment logés dans des fossettes ou des tubes communiquant avec l'extérieur par des orifices multiples. Chez beaucoup de Poissons, un long canal court, à peu près à mi-hauteur du corps, de la tête à la nageoire caudale; sa lumière est mise en communication avec l'extérieur par une série d'orifices et de conduits. Plusieurs canaux, analogues à ce canal latéral, et logés comme lui dans l'épaisseur de la peau, peuvent s'observer sur la tête du Poisson : il en existe généralement un au-dessus de l'orbite, un deuxième en dessous, et un troisième contourne le bord antérieur de l'opercule branchial pour se continuer sur la mâchoire inférieure.

(1) PARKER : '03, page 53 et '10, page 48.

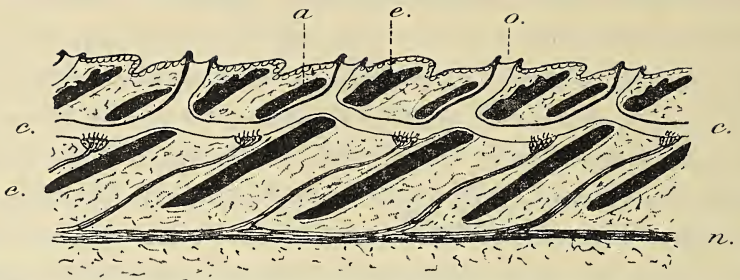


FIG. 8. — Diagramme du canal latéral chez la Perche : coupe transversale de la peau dans l'axe du canal (d'après Goodrich).

- c*, canal de la ligne latérale;
- o*, un des orifices de ce canal;
- e*, coupe transversale du corps d'une écaïlle;
- a*, coupe de l'arc osseux recouvrant le canal;
- n*, nerf de la ligne latérale, avec ses ramifications et ses terminaisons sensorielles.

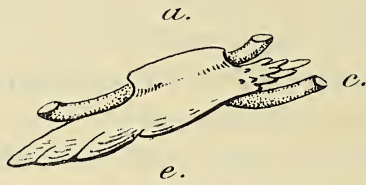


FIG. 9. — Vue latérale d'une écaïlle de la ligne latérale (d'après Goodrich).

- e*, corps de l'écaïlle;
- a*, arc recouvrant le canal;
- c*, canal latéral.

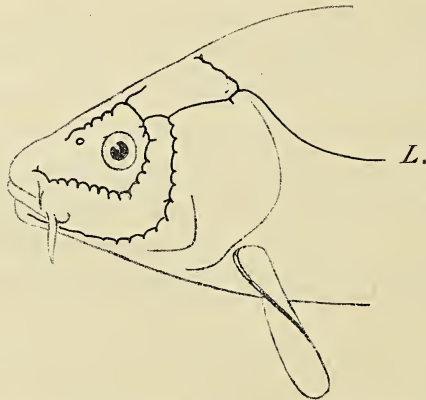


FIG. 10. — Canaux ou système des organes latéraux, chez la Carpe.
L, ligne latérale.

La signification de cet ensemble de canaux a longtemps préoccupé les naturalistes, avant qu'on n'arrive à une compréhension plus ou moins claire de leur fonction. Comme ils sont remplis de mucus, on les avait d'abord considérés comme les organes producteurs de l'enduit gluant qui couvre le corps des Poissons; mais Leydig, en 1850, montra par l'étude de leur fine structure que ce sont non des glandes, mais des organes sensoriels. Et comme ils se présentaient chez des animaux déjà manifestement pourvus des appareils des cinq sens qu'on distingue vulgairement chez l'Homme et les animaux, il leur donna, plus tard, le nom d'*organes du sixième sens*, gratifiant ainsi, sur la foi de documents anatomiques, les Poissons d'un ensemble de sensations inconnues de notre espèce.

F.-E. Schultze ⁽¹⁾, en 1870, reconnut que des organes analogues existent chez les Amphibiens et leurs larves, pour autant qu'ils vivent dans l'eau; il admit qu'ils constituent un appareil tactile, organisé pour la vie aquatique, et susceptible de renseigner l'animal sur les mouvements du liquide qui le baigne et réciproquement sur son déplacement par rapport à l'eau ambiante. A raison de leur structure analogue à celle des canaux semi-circulaires de l'oreille interne (fig. 7), il crut ces organes aptes à révéler aussi les ondulations lentes, de grande amplitude, que transmet le milieu aquatique. Schultze leur appliqua le nom d'*organes latéraux*, par lequel ils sont généralement désignés depuis lors.

Les vues de F.-E. Schultze n'étaient que des hypothèses, raisonnables d'ailleurs, et il a fallu arriver aux années 1903-1908 pour qu'elles reçoivent la confirmation de l'expérience.

Entretemps, on avait considéré les organes latéraux comme de simples organes du toucher [Merkel ⁽²⁾, 1880]; soit comme

(1) F. E. SCHULTZE, Ueber die Sinnesorgane der Seitenlinie bei Fischen und Amphibien. (*Archiv für mikr. Anatomie*, Bd VI, 1870.)

(2) MERKEL, Ueber die Endigungen der sensiblen Nerven in der Haut der Wirbeltiere. Rostock, 1880.

des organes auditifs accessoires [Emery ⁽¹⁾, 1880; P. et F. Sarasin ⁽²⁾, 1887-1889]; on les avait crus susceptibles de percevoir les changements de la pression hydrostatique que subit le Poisson [Füchs ⁽³⁾, 1894], ou bien capables, comme le labyrinthe de l'oreille, d'orienter le Poisson vers sa position d'équilibre normal [Lee ⁽⁴⁾, 1898].

A la suite d'expériences nombreuses (1903-1905) sur des Téléostéens et des Plagiostomes, G.-H. Parker ⁽⁵⁾ admit que les organes latéraux servent à la perception de vibrations de très faible fréquence, analogues à celles que détermine, dans les conditions ordinaires, le ridement de la surface par le vent ou la chute d'une pierre dans l'eau.

En 1908, Bruno Hofer ⁽⁶⁾ a clairement montré, par des expériences sur le Brochet, que l'excitant spécifique des organes latéraux est constitué par les courants liquides qui frôlent le corps du Poisson. Et si l'on examine les conditions dans lesquelles Parker a réalisé une partie de ses expériences (1905, p. 200), on reconnaît aisément que les oscillations lentes que cet observateur imprimait à son aquarium devaient déterminer autour du Poisson considéré, à raison même de l'inertie de sa masse, des courants liquides spéciaux : le stimulant direct se trouvait être, là aussi, non pas des vibrations de faible fréquence, mais des remous nouveaux.

(1) EMERY, Le specie del genere *Fierasfer* nel golfo di Napoli. (*Fauna und Flora des Golfes von Neapel*, t. II, 1880.)

(2) P. et F. SARASIN, Zur Entwicklungsgeschichte und Anatomie der ceylon. Blindwühle *Ichthyophis glutinosus*. (*Ergebnisse naturw. Forsch. auf Ceylon*, Bd II, 1887-1890.)

(3) FUCHS, Ueber die Funktion der unter der Haut liegenden Kanalsystem bei den Selachiern. (*Archiv für die gesamte Physiologie*, Bd LIX, 1894.)

(4) F. S. LEE, Functions of the ear and lateral line in fishes. (*American Journal of Physiology*, vol. I, 1898.)

(5) G. H. PARKER, Function of lateral line organs in fishes. (*Bull. of the Bureau of fisheries*, vol. XXIV, 1904.)

(6) B. HOFER, Studien über die Hautsinnesorgane der Fische. 1. Die Funktion der Seitenorgane bei den Fischen. (*Berichte an der kgl. bayerischen biolog. Versuchstation in München*, Bd I, 1908.)

Ces courants déterminent des déplacements du liquide qui remplit les canaux cutanés et qui entoure les terminaisons sensorielles des organes latéraux ⁽¹⁾. Grâce à eux, le Poisson est averti s'il est en eau calme ou s'il est plongé dans un liquide en mouvement; et comme, dans chaque cas considéré, des groupes déterminés des éléments nerveux espacés le long de son corps sont affectés avec une intensité spéciale, il est à même d'apprécier la direction et l'intensité du courant qui intervient.

Il faut remarquer que, de semblables courants dépendant d'un mouvement relatif de l'eau ambiante, des sensations du même genre peuvent être fournies par la natation du Poisson; mais les déplacements du corps sont perçus par d'autres organes, les labyrinthes auditifs; et le Poisson se trouve donc à même de dissocier, grâce à la coexistence de deux ordres de sensations, ses mouvements de ceux du liquide ambiant.

Enfin, les organes latéraux, inaptes à percevoir le contact immédiat des corps solides, avertissent cependant le Poisson de la proximité d'obstacles, grâce à la perception des remous déterminés dans le sillage de son déplacement: on voit ainsi des Brochets aveuglés circuler à l'aise au milieu d'objets immergés et toujours éviter de buter contre un obstacle qu'on place devant leur museau.

Les organes latéraux sont donc des organes tactiles spéciaux, aptes à enregistrer les courants qui frôlent le corps du Poisson et à permettre à celui-ci, par la combinaison de leurs données, de s'orienter dans son milieu liquide. Le mécanisme du fonctionnement des canaux latéraux est essentiellement semblable à celui des canaux semi-circulaires du labyrinthe.

Mais certaines observations de Parker semblent montrer qu'ils peuvent aussi enregistrer des ébranlements vibratoires du liquide, de faible périodicité et d'intensité sérieuse.

(1) De semblables déplacements peuvent être occasionnés par des pressions agissant localement sur la peau au niveau du canal latéral, ce qui expliquerait des résultats obtenus par S. FUCHS et par PARKER (1910, p. 52).

A l'examen de leur structure, si analogue à celle des taches sensorielles des labyrinthes, on n'est point trop surpris de constater cette fonction spéciale : il ne leur manque, en apparence, qu'un appareil comme l'otolithe, capable de transformer un mouvement vibratoire moléculaire en une oscillation totale

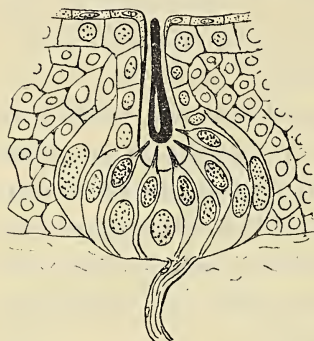


FIG. 11. — Un organe latéral de *Epicrium glutinosum* (d'après P. et F. Sarasin) : papille sensorielle profonde, comprenant un corpuscule en massue inerte.

de sa masse. Or, dans la plupart des cas, le mucus qui encombre le canal pourrait fonctionner, à raison de sa solidité plus grande, comme un otolithe rudimentaire ; et, de plus, certains organes latéraux se trouvent pourvus d'une masse plus dense, reposant sur les terminaisons sensorielles : ils deviennent comparables à des statocystes ⁽¹⁾.

*
* *

Arrivés à ce point, abandonnons un instant le domaine de la physiologie pour considérer les rapports phylogénétiques des organes dont nous venons d'établir les fonctions.

Les organes latéraux sont, personne n'en doute, dérivés de cellules sensorielles cutanées, tactiles, qui se sont entourées de formations nouvelles, organisées de façon à ne laisser impressionner leur terminaisons nerveuses que selon des directions bien déterminées.

Et les vésicules auditives, malgré qu'elles soient profondé-

(1) Voir à ce propos les œuvres citées de P. BONNIER.

ment situées dans l'épaisseur du crâne, débutent, chez l'embryon, comme des invaginations de la peau : à raison de leur mode de formation, à raison de leur innervation, elles doivent être considérées comme des portions spécialisées du système de la ligne latérale, qui se sont graduellement isolées de celui-ci au cours de l'évolution des ancêtres disparus de nos Poissons.

Régions tactiles, organes latéraux et vésicules auditives constituent ainsi trois étapes successives d'une même évolution organique, qui s'est déroulée concurremment avec l'acquisition de propriétés fonctionnelles nouvelles.

Aux taches cutanées était encore dévolue la perception, élémentaire et initiale, des pressions locales et de leurs variations. En s'entourant d'organes accessoires, c'est-à-dire en s'enfonçant dans des fossettes, des sillons, des tunnels ensuite, les régions sensorielles deviennent moins sensibles aux attouchements qui atteignent normalement le corps, mais elles le sont spécialement à des frottements longitudinaux qui varient d'intensité, de sens et de rapidité, selon les déplacements et les variations d'attitudes du Poisson. Le contenu des canaux du système latéral étant non plus de l'eau, mais un liquide visqueux, les mouvements en diminuent d'amplitude, mais ils restent fonctions des variations de pression du milieu ambiant. Et, en revanche, ils deviennent susceptibles de traduire les mêmes variations, fussent-elles plus délicates, *quand elles sont périodiques*, grâce à l'intervention plus marquée d'une masse qui accumule les ébranlements successifs qu'elle reçoit.

Une portion de ce système latéral, avons-nous dit, s'enfonce dans les profondeurs du crâne et s'y individualise pour former la vésicule labyrinthique. La perception des attitudes et des déplacements continue à s'y exercer, grâce aux mouvements du liquide interne régularisés par des canaux semi-circulaires, grâce aussi au jeu des poches labyrinthiques qui prennent les allures bien caractérisées de statocystes. Et par l'intervention d'otolithes solides, se perfectionne singulièrement la sen-

sibilité de l'organe vis-à-vis des ébranlements vibratoires : l'audition est née.

Si j'en avais le temps, j'entreprendrais de vous en exposer le perfectionnement chez les Vertébrés supérieurs aux Poissons ⁽¹⁾. Nous examinerions comment, chez les Amphibiens Urodèles, apparaît un rudiment de limaçon, dont la papille sensorielle, par un dispositif nouveau, se trouve suspendue sur une membrane susceptible de vibrer en totalité; comment, chez les Anoures, Vertébrés qui s'adaptent à la vie aérienne, un diverticule de la cavité pharyngienne vient s'intercaler entre la peau et l'oreille interne; comment, en même temps, apparaissent un grand tympan récepteur ainsi qu'une chaîne des osselets, qui récoltent et transmettent à un liquide suspendu entre deux membranes des ébranlements d'énergie plus faible, parce qu'ils sont véhiculés désormais par l'air, un fluide moins dense que le milieu où vivaient les ancêtres sans oreille moyenne.

Nous examinerions ensuite comment le tympan s'éloigne à son tour de la surface du crâne; comment la papille limacienne se complique pour devenir le merveilleux organe analyseur qu'on décrit chez les Mammifères sous le nom d'appareil de Corti.

Je n'ai voulu envisager que les origines du sens dont je me proposais de vous entretenir. Nous l'avons vu naître, obscur et peu reconnaissable, chez les Poissons, des animaux qui possédaient, très développés déjà, les organes des autres sens que nous connaissons. Dernier-né parmi les sens des Vertébrés, modification du plus élémentaire d'entre eux, il en est devenu, chez les termes supérieurs de la série, le mieux desservi, le plus complexe peut-être et l'un des plus délicats.

Et l'esquisse de ce développement, de cette évolution sensorielle qui s'est déroulée aux âges anciens, pendant les transformations du monde des Vertébrés, apparaît-elle moins harmo-

(1) Le lecteur trouvera des vues très ingénieuses et très suggestives sur cette question dans les livres cités de P. BONNIER.

nieuse, parce que nous nous sommes maintenus sur le terrain solide de la physiologie? Est-elle moins grandiose, parce que nous n'avons considéré que les aspects accessibles des phénomènes, sans nous hasarder dans des hypothèses invérifiables sur les épiphénomènes psychologiques qui accompagnent peut-être les impressions organiques?

M. Rutot, remplaçant M. le Secrétaire perpétuel indisposé, proclame ensuite les résultats suivants du concours annuel de 1913, des prix perpétuels, des prix du Gouvernement et des élections.

Sciences mathématiques et physiques.

CINQUIÈME QUESTION.

Résumer les travaux sur les systèmes de cubiques gauches et faire de nouvelles recherches sur ces systèmes. — Prix : 800 fr.

Le prix est décerné à M. Modeste Stuyvaert, chargé de cours à l'Université de Gand.

Section des sciences naturelles.

DEUXIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur l'organogenèse des glandes sexuelles des Oiseaux. — Prix : 1000 francs.

Le prix est décerné à M. Jean Firket, étudiant en médecine à l'Université de Liège.

SIXIÈME QUESTION.

On demande de nouvelles recherches sur la reviviscence des végétaux. — Prix : 1000 francs.

Un mémoire a été reçu. La Classe a décidé d'accorder la moitié du prix à l'auteur, qui est invité à se faire connaître d'urgence.

PRIX CHARLES LEMAIRE.

Onzième période (1^{er} juillet 1911-30 juin 1913).

Le prix de 1400 francs est décerné à M. Léon Descans, ingénieur des Ponts et Chaussées, à Anvers, pour ses travaux : *Contribution à l'étude des ponts à béquilles. — Cales sèches. — Le calcul des poutres continues sur appuis fixes.*

PRIX THÉOPHILE GLUGE.

Sixième période (1911-1912).

Le prix de 1000 francs est décerné à M. Henri Fredericq, assistant à l'Université de Liège, pour l'ensemble de ses travaux publiés en 1911 et 1912, relatifs à la physio-pathologie du cœur des Mammifères.

PRIX JEAN-SERVAIS STAS.

Conformément à la proposition du Comité qui a publié les œuvres de Jean-Servais Stas, un exemplaire de ces trois volumes est offert à M^{lle} Hortense van Rissegem, élève de l'Université libre de Bruxelles, proclamée docteur en sciences chimiques (grade légal) avec la plus grande distinction.

PRIX ÉMILE LAURENT.

Troisième période (1909-1912).

Aucun travail n'a été soumis.

PRIX DU GOUVERNEMENT.

PRIX DÉCENNAL DES SCIENCES ZOOLOGIQUES.

Deuxième période (1902-1911).

Sur la proposition du jury, le Roi, par son arrêté du 27 janvier 1913, a décerné le prix d'une valeur de 5,000 francs à

M. Paul Pelseneer, vice-directeur de la Classe des sciences, pour l'ensemble de ses publications sur l'anatomie et le développement des mollusques.

ÉLECTIONS.

La Classe des sciences a eu le regret de perdre cette année :

Dans la Section des sciences mathématiques et physiques :

M. Louis Henry, membre titulaire, décédé à Louvain le 9 mars.

Ont été élus en 1913 :

Dans la Section des sciences mathématiques et physiques :

Le 7 juin, *membre titulaire* : M. Paul Stroobant, déjà correspondant.

Associé : M. Henri-Louis Le Châtelier, à Paris.

Dans la Section des sciences naturelles :

Membre titulaire : M. Louis Dollo, déjà correspondant.

Dans la Section des sciences mathématiques et physiques :

Le 16 décembre, *correspondant* : M. Modeste Stuyvaert, chargé de cours à l'Université de Gand.

Dans la Section des sciences naturelles :

Correspondant : M. Jules Bordet, directeur de l'Institut Pasteur du Brabant.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

La Bibliothèque de l'Académie (Classe des sciences) a reçu, pendant l'année 1913, les Revues ainsi que les publications des Institutions suivantes :

Anvers. *Société de médecine. — Société médico-chirurgicale. — Société de pharmacie.*

Bruxelles. *Académie royale de médecine. — Annales de médecine vétérinaire. — Annales des mines. — Annales des travaux publics. — Association belge de photographie. — Bulletin de statistique démographique et sanitaire. — Instituts Solvay. — Jardin botanique. — Ministères des Affaires étrangères, des Colonies, de l'Intérieur, de l'Agriculture, de l'Industrie et du Travail. — Moniteur belge. — Moniteur industriel. — Observatoire royal. — Revue de l'Université. — Sociétés : d'agriculture, d'anthropologie, d'astronomie, royale de botanique, chimique, d'électriciens, entomologique, de géologie et d'hydrologie, royale zoologique et malacologique, royale de médecine publique, de microscopie, des sciences médicales et naturelles, scientifique.*

Gand. *Société de médecine.*

Huy. *Cercle des sciences et des beaux-arts. — Cercle des Naturalistes.*

Liège. *Écho vétérinaire. — Société géologique de Belgique. — Société médico-chirurgicale.*

Louvain. *La Cellule.*

Berlin. *Kön. Akademie der Wissenschaften. — Deutsche chemische Gesellschaft. — Geologische Gesellschaft. — Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte. — Meteorologisches Institut.*

Bonn. *Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande und Westphalens.*

Brême. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Brunswick. *Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie. — Physikalische Gesellschaft.*

Budapest. *Institut royal de géologie. — Académie des sciences.*

Carlsruhe. *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Cassel. *Verein für Naturkunde.*

Charlottenbourg. *Physikalische-technische Reichsanstalt.*

- Cracovie. *Académie des sciences.*
 Francfort-sur-Main. *Senckenberg. naturforsch. Gesellschaft. — Physikalischer Verein.*
 Francfort-sur-Oder. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
 Göttingen. *Kön. Gesellschaft der Wissenschaften.*
 Halle. *Naturwiss. Verein für Sachsen und Thüringen.*
 Heidelberg. *Naturhistorischer Verein.*
 Iéna. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*
 Königsberg. *Physikalisch-Ökonomische Gesellschaft.*
 Leipzig. *Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie. — Kön. Gesellschaft der Wissenschaften.*
 Munich. *Kön. Akademie der Wissenschaften.*
 O-Gyalla. *Institut météorologique.*
 Prague. *Académie tchèque des sciences. — Kön. Gesellschaft der Wissenschaften. — Société mathématique.*
 Ratisbonne. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
 Strasbourg. *Société des sciences, agriculture et arts.*
 Vienne. *Kaiserl. Akademie der Wissenschaften. — Anthropologische Gesellschaft. — Kais. geologische Reichsanstalt. — Monatshefte für Mathematik und Physik. — Kais. naturhistorisches Hofmuseum.*
 Wurzburg. *Physikal.-medizinische Gesellschaft.*
Universités de Fribourg-en-Brisgau, Giessen, Heidelberg, Kiel, Marbourg, Strasbourg, Tubingue et Vienne.

 Copenhagen. *Institut météorologique. — Société royale des sciences. — Conseil international pour l'exploration de la mer.*

 Albany. *University of the State of New York.*
 Baltimore. *Johns Hopkins University.*
 Berkeley. *University.*
 Boston. *Academy of arts and sciences. — Natural History Society. — Astronomical Journal.*
 Brooklyn. *Institute of arts and sciences.*
 Buenos-Ayres. *Sociedad científica Argentina.*
 Cambridge. *Museum of compar. zoology. — Observatory.*
 Chicago. *Field Columbian Museum. — Yerkes Observatory. — University.*
 Cincinnati. *Lloyd library.*
 Columbia. *University of Missouri.*
 Cordova. *Academia de ciencias.*
 Granville. *Denison University.*
 Halifax. *Nova-Scotian Institute.*
 Ithaca. *Journal of physical chemistry.*

- Lawrence. *The Kansas University*.
Lima. *Cuerpo de ingenieros de minas*.
Lincoln. *University of Nebraska*.
Madison. *Wisconsin Academy*.
Mexico. *Observatorio*. — *Sociedad de historia natural*. — *Institut géologique*.
Montevideo. *Universidad*. — *Museo nacional*.
Mont-Hamilton. *Lick Observatory*.
Montréal. *Natural history Society*.
New-Haven. *Journal of sciences*.
New-York. *Academy of sciences*. — *Mathematical Society*. — *Museum of natural history*.
Para. *Museu*.
Philadelphie. *Academy of natural sciences*. — *Franklin Institute*.
— *The american Naturalist*. — *Philosophical Society*. — *Historical Society*.
Rochester. *Academy of sciences*. — *Geological Society*.
Saint-Louis. *Academy of sciences*. — *Missouri botanical Garden*.
Salem. *Essex Institute*.
San-Francisco. *California Academy of sciences*.
Santiago de Chili. *Société scientifique*.
Toronto. *Canadian Institute*.
Urbana. *Illinois State laboratory*.
Washington. *Department of Agriculture*. — *U. S. national Museum*. — *Smithsonian Institution*. — *U. S. Geological Survey*.

Amiens. *Société industrielle*.
Bordeaux. *Société des sciences physiques et naturelles*.
Caen. *Société linnéenne*.
Dax. *Société de Borda*.
Le Havre. *Société d'études diverses*.
Lille. *Société géologique du Nord*.
Lyon. *Université*.
Marseille. *Société scientifique industrielle*.
Montpellier. *Académie des sciences et des lettres*.
Nancy. *Société des sciences*.
Nantes. *Société des sciences naturelles*.
Paris. *Académie de médecine*. — *Bulletin scientifique*. — *École normale supérieure*. — *École polytechnique*. — *Le Cosmos*. — *La Nature*. — *Ministère de l'Instruction publique*. — *Moniteur scientifique*. — *Muséum d'histoire naturelle*. — *Revue générale des sciences*. — *Sociétés : d'agri-*

culture, d'anthropologie, astronomique, de biologie, chimique, géologique, mathématique, météorologique, philomatique, zoologique.

Toulouse. *Société d'histoire naturelle*. — *Université*.

Adelaïde. *Royal Society of South Australia*.

Birmingham. *Philosophical Society*.

Calcutta. *Asiatic Society of Bengal*. — *Meteorological Department*. — *Geological Survey*.

Cambridge. *Philosophical Society*.

Dublin. *Royal Irish Academy*. — *Dublin Society*.

Édimbourg. *Botanical Society*. — *Geological Society*. — *Physical Society*. — *Royal Society*. — *Laboratory of the R. College of physicians*.

Glasgow. *Geological Society*. — *Philosophical Society*.

Le Cap. *Philosophical Society*.

Londres. *Anthropological Institute*. — *Royal Astronomical Society*. — *British Museum*. — *Chemical Society*. — *Geological Society*. — *Institution of mechanical Engineers*. — *Royal Institution of Great Britain*. — *Linnean Society*. — *Mathematical Society*. — *Meteorological Society*. — *Royal Society*. — *Royal Microscopical Society*. — *Nature*. — *Zoological Society*.

Newcastle-upon-Tyne. *Institute of mining and mechanical Engineers*.

Sydney. *Linnean Society*. — *R. Society of N. S. Wales*.

Victoria. *Royal Society of Victoria*.

Florence. *Società entomologica italiana*. — *Rivista scientifico-industriale*.

Milan. *Società di scienze naturali*. — *R. Istituto di scienze*. — *Museo di storia naturali*.

Modène. *Società dei naturalisti*. — *Stazione agrarie*.

Naples. *Società reale*.

Padoue. *Società veneto-trentina di scienze naturali*.

Palerme. *Circolo matematico*.

Pise. *Società toscana di scienze naturali*. — *Il nuovo Cimento*.

Rome. *Reale Accademia dei Lincei*. — *Associazione elettrotecnica*. — *Comitato di artiglieria e genio*. — *Comitato geologico*. — *Gazetta chimica*. — *Ministero dei lavori pubblici*. — *Ministero d'agricoltura, industria e commercio*. — *Società zoologica*. — *Società italiana per il progresso delle scienze*.

Turin. *Accademia reale delle scienze*.

Venise. *R. Istituto di scienze*.

Amsterdam. *K. Akademie van wetenschappen*. — *Société mathématique*.

Batavia. *Genootschap van kunsten en wetenschappen*. — *Natuurkundige Vereeniging*.

Buitenzorg. *Jardin botanique*.

Harlem. *Société hollandaise des sciences*.

Leyde. *Nederlandsche dierkundige Vereeniging*.

Bucarest. *Institut météorologique*. — *Ministère de l'Instruction publique*.
— *Société des sciences physiques*.

Jassy. *Société scientifique et littéraire*.

Dorpat. *Université*. — *Naturforschende Gesellschaft*.

Kazan. *Université impériale*.

Moscou. *Société impériale des Naturalistes*.

Nowa-Alexandrya. *Annuaire géologique et minéralogique*.

Odessa. *Société des Naturalistes*.

Saint-Petersbourg. *Académie impériale des sciences*. — *Institut impérial de médecine expérimentale*. — *Comité géologique*. — *Jardin impérial de botanique*. — *Société de chimie*. — *Mineralogische Gesellschaft*. — *Université impériale*.

Varsovie. *Travaux mathématiques et physiques*.

Bergen. *Museum*.

Christiania. *Archiv for Mathematik*. — *Société des sciences*. — *Université*.

Stockholm. *Académie royale des sciences*. — *Nordiskt medicinsk Archiv*. — *Acta mathematica*. — *Institut royal géologique*. — *Société entomologique*.

Upsal. *Société royale des sciences*. — *Université*.

Bâle. *Université*.

Genève. *Archives des sciences physiques et naturelles*. — *Journal de chimie physique*. — *L'Enseignement mathématique*. — *Société de physique*.

Lausanne. *Société vaudoise des sciences naturelles*.

Zurich. *Naturforschende Gesellschaft*.

Belgrade. *Académie royale des sciences*.

Coïmbre. *Jornal mathematicas* (Teixeira).

Le Caire. *Institut égyptien*.

Lisbonne. *Academia real das sciencias*.

Madrid. R. *Academia de ciencias exactas*.

Manila. *Observatorio meteorologico*.

Monaco. *Musée océanographique*.

Tokyo. *Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens*. — *Imperial University*.

De Pauw (L.-F.). Note sommaire sur quelques ossements pathologiques. Bruxelles, 1913; extr. in-8° (10 p.).

De Walque (Fr.). Ankylostomiasie des mineurs (Conférence donnée au Cercle industriel des écoles spéciales). Bruxelles, 1913; extr. in-8° (24 p.).

Kufferath (H.). Contribution à la physiologie d'une Protococcacée nouvelle. Bruxelles, 1913; extr. gr. in-8° (207 p. et fig.).

Meuris (Augustin). De l'électricité. Sa matière, sa provenance et les rapports intimes qui existent entre elle et le monde des astres. Bruxelles, 1913; in-16 (63 p.).

Thys (Robert). Essai sur l'amélioration du régime du fleuve Congo par la régularisation du débit des lacs et anciens lacs congolais. S. d. in-4° (54 p., pl. et cartes).

Van Biesbroeck (G.) et Tiberghien (A.). Études sur les notes astronomiques contenues dans les *Adversaria d'Ole Romer*. Copenhague, 1913; extr. in-8° (213-324 fig.).

Mirinny (L.). Note sommaire rappelant quelques linéaments essentiels de la théorie des radiations (actinocinèse). Paris, 1913; in-32 (8 p.).

LONDRES. *British Museum (Natural History)*. Catalogue of the Library, Vol. IV., in-4°, 1913.

— Catalogue of Ungulates, Vol. I, 1913.

— Moths, Vol. XII. Plates. 1913.

— Special Guide, n° 6 : Flight Exhibition. 1913.

ROME. *Institut international d'agriculture*. Actes de la quatrième assemblée générale (6-12 mai 1913). 1913.

UTRECHT. *Société provinciale des arts et des sciences*. Die Benin-Sammlung des Reichsmuseums für Völkerkunde in Leiden. (Jos. Marquart.) In-4° (pl.), 1913.

Bauer (L.-A.). The Earth's Magnetism. Oxford, 1913; extr. in-8° (273-293 p., pl. et fig.).

Markoff (A.). Démonstration du second théorème-limite du calcul des probabilités par la méthode des moments. Saint-Petersbourg, 1913; gr. in-8° (66 p., port.).

Backman (Gaston). Die Bauckflosse der Selachier. Erste Abtheilung : Die Bauchflosse der Batoidei. Upsal, 1913; in-4° (141 p., pl.).

Fries (Thore C. E.). Botanische Untersuchungen im Nördlichsten Schweden. Ein Beitrag zur Kenntniss der Alpinen und Subalpinen Vegetation in torne Lappmark. Upsala et Stockholm, 1911; gr. in-8° (361 p., pl.).

Bauer (L.-A.) et Fleming (J.-A.). The C. I. W. deflector in use on the Carnegie for determining the magnetic horizontal intensity and the magnetic declination at Sea. Baltimore, 1913; extr. in-8° (57-62 p., pl.).

Dorsey (N. E.). The theory of the earth's indicator A. S. an inclinometer. Baltimore, 1913; extr. in-8° (38 p., pl.).

Fleming (J.-A.) et Widmer (J.-A.). Description of the C. I. W. combined magnetometer and earth inductor. Baltimore, 1913; extr. in-8° (105-110 p., pl.).

Ault (J.-P.) et Wallis (W.-F.). Halley's observations of the magnetic declination, 1698-1700. Baltimore, 1913; extr. in-8° (113-132 p.).

CALCUTTA. Survey of India. Formulae for atmospheric refraction and their application to terrestrial refraction and geodesy. (De Graaff Hunter.) Dehra Dun, 1913; petit. in-4° (114 p., pl. et fig.).

Monfallet (D.). Sur la caséose. Santiago de Chili, 1907; in-8° (10 p.).

— Bactéries ovales et caséose calcique. Santiago de Chili, 1907; in-8° (8 p.).

— La texture du sang des animaux domestiques. Valparaiso, 1913; in-8° (14 p.).

— L'urine anormale des animaux. 1913; in-8° (13 p.).

Vial (Louis-Charles-Émile). La machine humaine. Paris, 1914; in-16 (78 p.).

Duhem (Pierre). Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques, de Platon à Copernic, tome 1^{er}. Paris, 1913; gr. in-8° (512 p.).

PARIS. Bureau international des poids et mesures. Travaux et mémoires, tome XV. 1913; in-4°.

Scavino (Elias). ?... de Euclides. Buenos-Aires, 1913; gr. in-8° (32 p.).

Ferrari (Ricardo). Teorema de Euclides. Buenos-Aires, 1913; in-8° (40 p.).

MEXICO. Sociedad Mexicana de Geografia y Estadística. Noticias de Nutka. Diccionario de la Lengua de los Nutkeses y descripción del volcan de Tuxtla. (Joseph Moriano Mozino. Suarez de Figueroa.) 1913.

HAMBOURG. Association géodésique internationale. Comptes rendus des séances de la dix-septième Conférence générale, rédigés par le Secrétaire perpétuel H.-E. Van de Sande-Bakhuizen. 1913; in-4°.

TABLES ALPHABÉTIQUES

Classe des sciences.

1913

TABLE ONOMASTIQUE

A

Académie de médecine. Renvoi de la communication de M. A. Mac Donald sur les anormaux, 6.

Académie des sciences de Bologne. Transmet le programme pour le Prix Elia de Cyon, 456.

Académie des sciences de Paris. Transmet des rapports présentés à la cinquième assemblée générale de l'Association internationale des Académies, 183.

Académie roumaine. Hommage d'ouvrage, 5.

Anonyme. Mémoire sur de nouvelles recherches sur la reviviscence des végétaux ; rapports de MM. A. Gra-

vis, Jean Massart et Émile Marchal, 1026, 1030, 1031.

Anouthine. Remercie pour les félicitations à l'occasion du récent jubilé de la Société des sciences naturelles, 1008.

Association internationale des Académies. Demande les noms des délégués de l'assemblée générale à Saint-Petersbourg, 183. — Transmet le rapport de la Commission pour le levé magnétique le long d'un parallèle, 237. — Rapport de M. Malaise, délégué, 356. — Soumet au vote de la Classe les élections de la *Royal Society* d'Édimbourg et de la *Societas Scientiarum Fennica* d'Helsingfors, 624.

B

- Backlund (O.)*. Voir *Association internationale des Académies*.
- Barbette (Édouard)*. Hommage d'ouvrage, 73.
- Bateson (W.)*. Remercie pour son élection, 5.
- Beernaert (Monument.)* Comité exécutif sollicite la souscription des membres de la Classe, 533.
- Bergmans (Paul)*. Continue les fonctions de secrétaire adjoint de la *Biographie nationale*, 456.
- Bernstein (Serge)*. Sur la valeur asymptotique de la meilleure approximation des fonctions analytiques admettant des singularités données (présenté par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin), 76.
- Bibliothèque impériale publique de Saint-Petersbourg*. Centenaire de l'ouverture de ses salles au public, 1037.
- Binon (L.)*. Soumet un manuscrit pour le Prix Charles Lagrange, 7.
- Bohr (H.)*, *Landau (E.)*, *Littlewood (J.-E.)*. Sur la fonction $\zeta(s)$ dans le voisinage de la droite $\sigma = \frac{1}{2}$, 1144.
- Bordet (Jules)*. Élu correspondant, 1180.
- Boutaric (A.)*. Sur une relation entre l'absorption de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel (impression sur avis de MM. de Hemptinne et Verschaffelt, 567; présenté par M. De Heen), 534.

C

- Cardan (Jérôme)* (Idées de), par B. Kat Nelson. Restitution de ce travail, 1008.
- Cesàro (G.)*. Sur les minéraux du Vésuve. (Impression dans les *Mémoires* in-8°), 457.
- Comité international des tables annuelles de constantes et données numériques*.

— Hommage d'ouvrage (présenté par M. Swarts), 554.

- Congrès des mathématiciens*. (VI^e, à Stockholm). Annonce que S. M. le Roi Gustave V a résolu d'honorer par une médaille d'or, portant l'image de Karl Weierstrass, et par une somme d'argent de 3,000 couronnes, quelque importante découverte dans le domaine des fonctions analytiques, 1008.
- Congrès géologique international*. Prie l'Académie d'envoyer une délégation à la 12^e session qui se tiendra au Canada, en août 1913, 237.
- Congrès international de botanique* (IV^e, à Londres). Annonce sa réunion, 935.
- Cornet (Jules)*. Accepte de rédiger pour l'*Annuaire* la notice biographique de M. Renard, 566.
- Courtois (A.)*. Soumet deux formules destinées à calculer la puissance développée par les machines mono et polycylindrique, ainsi que la consommation de vapeur dans ces machines (dépôt aux archives sur avis de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin), 936.
- Crismer (Léon)*. Note bibliographique. Voir : *Wauters (Émile)*. — Présentation : Voir *Oechsner de Coninck (W.)*.
- Cyon (Elia de)*. Voir : *Académie de Bologne*.

D

- Darwin (Sir G.)*. Décès, 2.
- De Donder (Th.)*. Sur la répartition ergodique, 211; à l'examen, 72; rapports de MM. de la Vallée Poussin et Demoulin, 211. — Sur divers modes de croissance des milieux continus (présenté par M. Stroobant), 614. — 2^e note (présentée par M. Verschaffelt), 642. — Sur la formule fondamentale de la théorie cinétique (présenté par M. Stroobant), 946. — Introduction à la théorie des invariants intégraux (présenté par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin), 1043.

De Heen (P.). Délégué à la Commission pour les recherches solaires, 7. — Chargé de la rédaction du rapport sur la publication des Tables de constantes et données numériques de physique, de chimie et de technologie, 456, 554. — Membre de la Commission pour la révision des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un Prix de géographie, 561; de la Commission des finances, 1010. — Théorie électronique et la notion de la valence, 667. — Démonstration expérimentale de la variabilité de la molécule et de l'atome, 680. — Présentations : Voir *Pienkowski (S.)*; *Comité international des Tables de constantes et données numériques*. — Rapports : Voir *Kolosowsky (Nicolas de)*, *Tramonte (F.)*.
de Hemptinne (A.). Présentation : Voir *Boutaric (A.)*.

Delacre (Maurice). Accepte de rédiger pour l'*Annuaire* la notice biographique de Louis Henry, 236, 455. — Hommage d'ouvrage, 564.

Delage (Y.). Hommage d'ouvrage : L'Année biologique (14^e année), 73; avec note de Ch. Francotte, 74.

de la Vallée Poussin (Ch.-J.). Sur l'unicité du développement trigonométrique, 9. — Rapport : Voir *Courtois (A.)*. — Présentations : Voir *Bernstein (Serge)*, *De Donder (Th.)*, *Noaillon (P.)*.

Delporte. Voir *Renan (Henri)*.

Demoulin (Alphonse). Sur la surface isothermique et les tétraèdres de Möbius, 1181. — Présentations : Voir *De Donder (Th.)*, *Mertin (A.)*.

Deruyts (Jacques). Membre de la Commission des finances, 1010. — Rapport : Voir *Noaillon (P.)*.

Descans (L.). Soumet ses travaux pour le Prix Charles Lemaire, 566; rapport, 1038; proclamé, 1260; remercie, 1177.

De Winter (L.). Voir : *Willem (Victor)*.

Dollo (Louis). Élu membre correspon-

dant étranger de la Société de biologie de Paris, 2. — Sur un Dipneuste nouveau, de grandes dimensions, découvert dans le Devonien supérieur de la Belgique, 15. — Élu titulaire, 555; remercie, 563. — Hommages d'ouvrages, 564, 936.

Duesberg (J.). Plastosomes et « organ-forming substances » dans l'œuf des Ascidiens (Note préliminaire), 463. — Titulaire d'une table à la Station zoologique de Naples; lecture des appréciations de MM. Van Bambeke, Frédéricq et Francotte, 666.

Duhem (P.). Hommages d'ouvrages. Études sur Léonard de Vinci, 3^e série : Les précurseurs parisiens de Galilée (présenté par M. Mansion, avec une note), 665. — Le système du monde (présenté par M. Mansion, avec une note), 1178.

E

Elia de Cyon. Voir *Académie des sciences de Bologne*.

F

Firket (Jean). Mémoire couronné sur de nouvelles recherches sur l'organogénèse des glandes sexuelles des Oiseaux; rapports de MM. Ch. Julin, Ch. Francotte et Ch. Van Bambeke, 1011, 1025; proclamé, 1259; remercie, 1177.

Fourmarier (Paul). Remercie pour le prix qui lui a été accordé, 5.

Francotte (Ch.). Fait l'éloge de J.-B.-N. Voltaire Masius, 1. — Félicite MM. Van Aubel et Nolf, 2; MM. Dollo et Nolf, élus correspondants étrangers de la Société de biologie de Paris, 2; MM. Émile et Elie Marchal, lauréats de l'Institut de France, 3. — Remercie M. Nolf, 5; remercie comme directeur sortant, 6. — Propose de participer à

la manifestation Maupas, 183. — Note bibliographique : Voir *Delage*. — Rapports : Voir *Duesberg*, *Willem* (V.). *Fredericq* (Henri). Soumet cinq travaux pour le Prix Gluge, 7; rapports de MM. Nolf, Vanlair et Willem, 195, 198; lauréat, 198; remercie, 237; proclamé, 1260. — Sur la nature, myogène ou neurogène de la conduction entre les oreillettes et le ventricule chez le Lézard et la Tortue (présenté par MM. Nolf et Fredericq), 391. — Recherches expérimentales sur la physiologie cardiaque d'*Octopus vulgaris*, 758. *Fredericq* (Léon). Remercie M. Vanlair pour les félicitations adressées à son fils, 198. — Membre de la Commission pour la revision des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un Prix de géographie, 561. — Délégué au troisième centenaire de l'Université de Groningue, 1178. — Note bibliographique : Voir *Piéron* (Henri). — Présentations : Voir *Fredericq* (Henri), *Kleefeld* (Georges). — Rapports : Voir *Duesberg*, *Menzerath*, *Philippon*, *Willem* (V.).

G

Géomines (Société). Félicitations de la Classe, 565. *Gerlache* (Adrien de). Sollicite une allocation de la Fondation de la *Belgica*, 72. *Gesellschaft*. Voir : *Königliche*. *Gilkinet* (Alfr.). Présentation : Voir *Van Laer* (H.). *Gley* (E.) et *Quinquaud* (Alf.). Contribution à l'étude des interrelations humérales. I. Action de l'extrait thyroïdien et en général des extraits d'organes sur la sécrétion surrénale. II. Valeur physiologique de la glande surrénale des animaux éthyroïdés (présenté par MM. Fredericq et P. Nolf), 888, 911.

Godeaux (Lucien). Sur les involutions de genres un existant sur une surface de genres un (présenté par M. Neuberg), 310. — Sur des involutions appartenant à certaines surfaces régulières de genre $p^{(1)}=1$ (présenté par M. J. Neuberg), 1094.

Goetghebuer (M.). Recherches sur les larves et les nymphes des Chironomines de Belgique (à l'examen), 183; rapports de MM. A. Lameere et V. Willem (impression dans les *Mémoires* in-8°), 240. — Un cas de parthénogénèse observé chez un Diptère Tentipédide (*Corynoneura celeripes* Winnertz) (présenté par MM. Willem et Lameere), 231.

Gorini (C.). Hommage d'ouvrage, 624. *Greffier* du Sénat remercie pour les invitations à la séance publique, 1177.

Gustave V. Voir : *Congrès des Mathématiciens*.

H

Henriot (E.). Sur l'équipartition de l'énergie (présenté par M. J.-E. Verschaffelt), 338.

Henry (Louis). Décès, 235; discours aux funérailles par M. A. de Hemptinne, 238. — Notice promise par M. Delacre, 236, 455.

Herschell (Carolina). Médaille et diplôme prix d'astronomie, 183.

Hilbert (D.). Remercie pour son élection, 5.

J

Jardin impérial de botanique de Saint-Petersbourg. Invite à la célébration du deuxième centenaire de sa fondation, 553.

Jorissen (Armand). Félicite M. Pelseneer, lauréat du Prix décennal des sciences zoologiques, 181. — Fait l'éloge de de M. Louis Henry, 235. — Félicite

M. Pelseneer, lauréat du Prix Alexandre Kowalesky, 236. — Membre de la Commission pour la revision des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un Prix de géographie, 561. — Lecture de sa communication destinée à la séance publique, 1180. — L'acide cyanhydrique chez les végétaux, 1202. — Présentation : Voir *Van Laer (H.)*.

Julin (Charles). Quelques réflexions à propos de la note préliminaire de M. le professeur J. Duesberg : « Plastosomes et substances organogènes dans l'œuf des Ascidien », 457.
Julin (Ch.) et *Robert (A.)*. Contribution à l'étude de la classification des Phallusiidées. — Les genres *Phallusia*, *Ascidia* et *Ascidella*, 626. — Délégué au 3^e centenaire de l'Université de Groningue, 1178. — Présentation : Voir *Picqué (Robert)*.

K

Kat-Nelson (B.). Demande la restitution du travail sur les Idées de Jérôme Cardan, 1008.

Kleefeld (Georges). Contribution à l'étude de la contraction musculaire (Influence des anélectrolytes, des électrolytes et de la pression osmotique) (présenté par MM. Nolf et Fredericq), 91.

Kolossowsky (Nicolas de). Recherches thermochimiques sur la dissolution (2^e note), précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions salines, 36; avis de M. De Heen, 8. — Recherches thermochimiques sur la dissolution (3^e et 4^e notes) (présenté par M. P. De Heen), 329, 340.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften de Göttingen. Adresse, le *Bericht über das Septuaginta-Unternehmen* qu'elle soumet à l'assemblée

générale de l'Association internationale des Académies, 237.

Kufferath (H.). Hommage d'ouvrage : Contribution à la physiologie d'une Protococcace nouvelle (présenté par M. Massart, avec note), 1009.

L

Lacroix (Alfred). Hommage d'ouvrage, 73.

Lagrange (Ch.). Membre de la Commission des finances, 1010.

Lameere (A.). Hommage d'ouvrage, 184. — Rapport : Voir *Mola (Pasquale)*. — Présentation : Voir *Goetghebuer (M.)*.

Landau (E.). Voir *Bohr (H.)*.

Lebon (Ernest). Hommage d'ouvrage, 624.

Le Brun (J.). Recherches sur la dissymétrie dans la vitesse de dissolution des cristaux suivant leurs différentes faces (présenté par M. Swarts), 953.

Lecat (Maurice). Remercie pour le prix qui lui a été accordé, 5.

Le Châtelier (Henri-Louis). Élu associé, 555; remercie, 563.

Lecoq (Georges). Délégué à la Commission pour les recherches solaires, 7. — Commissaire pour le Prix Charles Lagrange, 8. — Délégué à l'Association internationale des Académies, 183. — Détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et d'Uccle, 199. — Note à propos de la création d'un Prix de géographie, 625. — Présentations : Voir *Moreau (F.)*, *Renan (J.)*. Rapport : Voir *Meire (J.)*, *le Paige (C.)*. Délégué à la Commission pour les recherches solaires, 7. — Commissaire pour le Prix Charles Lagrange, 8. — Rapport : Voir *Meire (J.)*.

Leriche (Maurice). Hommage d'ouvrage, 564.

Littlewood (J.-E.). Voir *Bohr (H.)*.

Lohest (Max.). Hommages d'ouvrages, 6, 184. — Accepte une délégation au 12^e Congrès géologique international, 237. — Membre de la Commission pour la revision des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un Prix de géographie, 561, 625.

Lonchay (H.). Nommé secrétaire-trésorier de la Commission de la *Biographie nationale*, 456; rapport sur les travaux de cette Commission pendant l'année 1912-1913, 544.

M

Mac Donald (M.-A.). Communication sur les anormaux, renvoyée à l'Académie de médecine, 5.

Malaise (C.). Délégué à l'Association internationale des Académies, 183; dépose son rapport, 556. — Accepte une délégation au douzième Congrès géologique international, 237. — Hommage d'ouvrage, 456. — Membre de la Commission des finances, 1010.

Mansion (P.). Membre de la Commission pour la revision des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un Prix de géographie, 561, 625. — Hommage d'ouvrage, 664.

Marchal (Elie). Lauréat de l'Institut de France, 3.

Marchal (Émile). Lauréat de l'Institut de France, 3. — Hommages d'ouvrages, 73, 456. — Remettra prochainement pour l'*Annuaire* la notice de Th. Durand, 564.

Marie (Charles). Remercie pour le subside accordé au Comité international de publication des Tables annuelles de constantes et données numériques de chimie, de physique et de technologie, 935.

Masius (J.-B.-N.-Voltaire). Décès, 1; éloge par M. Francotte, 1. — Notice pour l'*Annuaire*, par MM. Vanlair et Nolf, 2.

Massart (Jean). Hommage d'ouvrage, 456. — Membre de la Commission pour la revision des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un Prix de géographie, 561. — Note bibliographique : Voir *Kufferath (H.)*.
Maupas. Manifestation en son honneur, 183.

Meire (J.). Un nouveau principe de télémétrie et sa réalisation pratique (à l'examen de MM. le Paige et Leconte), 624.

Menzerath (P.). Voir *Philippon*.

Mercurier (M.). Hommage d'ouvrage : Essai de carte géologique du Katanga (avec une note de M. Lohest), 564.

Merlin (E.). Sur les configurations planes n_4 (présenté par M. A. Demoulin), 617.

Meuris (Augustin). Hommage d'ouvrage, 1008.

Micheels (Henri). Action des solutions anodisées et cathodisées sur la germination (présenté par M. De Heen), 831.

Ministre des Sciences et des Arts. Renvoi de la demande d'allocation de M. de Gerlache, 72. — Demande une liste de candidats pour la formation du jury du Prix de la *Belgica*, 182, 184. — Transmet l'arrêté royal décernant à M. Pelseneer le Prix décennal des sciences zoologiques, 182. — Transmet des exemplaires du rapport du jury chargé de décerner le Prix décennal des sciences zoologiques, 455. — Demande l'avis de la Classe sur la création d'un Prix de géographie, 456. — Soumet le rapport de M. le Dr Duesberg sur son séjour à la Station zoologique de Naples, 563. — Transmet une requête de M. Ch. Fraipont relative à la Station zoologique de Naples, 563. — Annonce qu'il est disposé à allouer un subside annuel de 1,000 francs au Comité international de publication des Tables de

constantes et données numériques de chimie, de physique et de technologie, 623. — Transmet l'arrêté royal approuvant les élections de MM. Paul Stroobant et Louis Dollo, 624. — Demande une liste double de candidats pour la formation du jury de la deuxième période du concours décennal de mathématiques pures, 663, 1010. — Transmet une ampliation de l'arrêté royal complétant l'article 19 des Statuts de l'Académie, 663. — Fait savoir qu'il examinera au moment opportun s'il y a lieu de solliciter de la Législature une augmentation de la dotation académique, 664. — Remercie pour les invitations à la séance publique, 1177.

Ministre du Mexique. Voir *Herschell (Carolina)*, *Société d'astronomie du Mexique*.

Mola (Pasquale). Fauna rotatoria Sarda (présenté par M. Van Bambeke) (à l'examen), 72; renvoi à l'auteur sur avis de MM. Lameere et Willem, 198.

Moreau (F.). Éléments et principales perturbations de la planète (402) Chloé, calculés à l'aide des tables de M. Brendel (présenté par M. G. Leconte), 372.

Mourlon (M.). Accepte une délégation au douzième Congrès géologique international au Canada, 237. — Membre de la Commission des finances, 1010.

N

Neuberg (J.). Présente un ouvrage de M. Edouard Barbette, 73. — Présentation : Voir *Godeaux (Lucien)*.

Noaillon (P.). Nombre de solutions d'un système algébrique d'équations et d'inéquations (restitution du manuscrit à l'auteur pour complément, sur avis de MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Deruyts), 8. — Sur la convergence des séries de Fourier et des suites de Fourier-Féjer (présenté par

M. Ch.-J. de la Vallée Poussin), 524. — Déduction des équations de Maxwell de la théorie de l'électricité de De Heen, 792.

Nolf (Pierre). Remercie pour son élection en qualité de correspondant, 5. — Promet d'écrire avec M. Vanlair la biographie de M. Masius pour l'*Annuaire*, 2. — Élu membre correspondant étranger de la Société de biologie de Paris, 2. — Donation à l'Académie d'une somme de 25,000 francs pour la fondation d'un Prix Van Beneden, 3. — Élaboration du règlement du Prix Van Beneden, 73. — Commissaire pour le Prix Gluge, 7. — Contribution à l'étude de l'hémolyse par les sérums, 18. — Contribution à l'étude de l'hémolyse par les sérums (2^e communication), 279; (3^e communication), 475. — Quelques faits relatifs à la coagulation du sang, 637. — Présentations : Voir *Kleefeld (Georges)*, *Menzerath (P.)*, *Philippson*. — Rapport : Voir *Fredericq (H.)*.

O

Oechsner de Coninck (W.). Détermination du poids atomique du calcium (présenté par MM. Swarts et Crismer), 222.

P

Pelseneer (Paul). Élu directeur pour 1914, 6. — Félicité pour le Prix décennal des sciences zoologiques, 181; proclamation, 1260. — Félicité pour le Prix Alexandre Kowalesky, 236. — Fondation du Prix Lamareck, 82; règlement, 1010.

Philippson et Menzerath (P.). Sur l'origine musculaire du phénomène psycho-électrique (présenté par MM. L. Fredericq et Nolf), 378.

Picqué (Robert). Recherches sur la structure et le développement du

pancréas chez *Petromyzon* (présenté par M. Charles Julin), 294.

Pienkowski (S.). Sur l'origine de quelques groupes de bandes dans le spectre d'étincelle de sels de strontium (présenté par M. De Heen), 607.

Piéron (Henri). Hommage d'ouvrage : Le problème physiologique du sommeil, 73 ; note de M. Léon Fredericq, 74.

Q

Quinquaud (Alf.). Voir *Gley (E.)*.

R

Renan (Henri). Résultats de la discussion des observations faites par MM. Delporte, astronome adjoint à l'Observatoire d'Uccle, et Viennet, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris, pour déterminer par la télégraphie sans fil la différence de longitude entre l'Observatoire royal de Belgique et l'Observatoire de Paris (présenté par M. G. Lecoq), 227.

Renard. Notice pour l'*Annuaire*, par M. J. Cornet.

Robert (A.). Voir *Julin (Ch.)*.

Roskam (Jacques). Action locale de la température sur les parois des vaisseaux sanguins, 980. — Action des variations de température sur la vessie (présenté par MM. Fredericq et Nolf), 995. — Quelques observations sur l'origine et la propagation de l'onde de contraction dans le cœur de l'Anguille (présenté par M. Léon Fredericq), 1109.

Royal Society d'Édimbourg. Remercie pour son admission en qualité de membre de l'Association internationale des Académies, 664.

Rutot (Aimé). Hommage d'ouvrage, 664.

S

Savigliano (le maire de). Invitation à participer à la manifestation à la mémoire de Giovanni Schiaparelli, 456.

Schiaparelli (Giovanni). Manifestation à sa mémoire, 456.

Schuyten (M.-G.). *Pædologisch Jaarboek*. Achtste jaargang (présenté par M. Van Bambeke, avec note), 937.

Schweydar (Wilhem). Soumet deux ouvrages pour le Prix Charles Lagrange, 8.

Schwoerer (Em.). Hommage d'ouvrage, 6.

Scouart (M^{lle} A.). Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents (sixième communication) (présenté par M. J.-E. Verschaffelt), 497.

Société d'astronomie du Mexique. Fondation d'un Prix d'astronomie, diplôme et médaille, 183.

Société des Mathématiciens et des Physiciens tchèques de Prague. Remercie pour les félicitations à l'occasion de son cinquantième anniversaire, 183.

Société impériale des Amis des sciences naturelles, d'anthropologie et d'ethnographie de Moscou. Célébration du cinquantenaire de son existence, 664.

Société des sciences naturelles de Moscou. Remercie pour les félicitations de l'Académie, 1008.

Solvay (Ernest). Hommage d'ouvrage, 73.

Spitalaer (Rudolph). Soumet une brochure pour le Prix Charles Lagrange, 8.

Stroobant (P.). Délégué à la Commission pour les recherches solaires, 7. — Commissaire pour le Prix Charles Lagrange, 8. — Hommage d'ouvrage, 73. — Élu membre titulaire, 555 ; remercie, 563. — La cinquième conférence de l'*International Union for*

cooperation in Solar research, Bonn, 1913, 695. — Présentation : Voir *De Donder* (Th.), 10. — Rapports : Voir *Lecoq* (E.), le *Paige* (C.), *Teodosiu* (A.).

Stuyvaert (Modeste). Soumet un mémoire de concours sur les systèmes de cubes gauches et de nouvelles recherches sur ces systèmes; rapports de MM. Neuberger, le Paige et Demoulin, 1032, 1038; proclamé, 1259; remercie, 1177. — Élu correspondant, 1179.

Swarts (Frédéric). Sur quelques dérivés aromatiques fluorés, 241. — Chargé de la rédaction du rapport sur la publication des Tables de constantes et données numériques de physique, de chimie et de technologie, 456, 554. — Membre de la Commission pour la révision des prix quinquennaux et décennaux et la création d'un Prix de géographie, 561. — Présentations : Voir *Comité international des Tables internationales annuelles de constantes et données numériques*, *Oechsner* de *Coninck* (W.).

T

Teodosiu (A.). Sur la méthode de Gauss-Gibbs pour la détermination des orbites des corps célestes. Applications numériques à l'orbite de la petite planète 1914 N. B. (présenté par M. P. Stroobant), 223.

Tullio (Pietro). Contribution à la connaissance de l'influence de l'intensité du courant faradique sur l'excitation et l'inhibition des muscles et sur la réaction myasthénique (présenté par M. Léon Fredericq), 1127.

Thys (Robert). Dépose un pli cacheté, 664. — Hommage d'ouvrage, 1178.

Timmermans (Jean). Essai sur l'analyse piézométrique (présenté par MM. Crismer et Verschaffelt), 810.

Tramonte (F.). Soumet une notice sur un nouveau système de paratonnerre (à l'examen), 237; dépôt aux archives sur avis de M. De Heen, 561.

U

Université de Groningue. Invite l'Académie à se faire représenter à la célébration du troisième centenaire de sa fondation, 1178.

Université libre de Bruxelles. M^{lle} H. Van Risseghem, de Bruxelles, a obtenu en 1913 le grade légal de docteur en sciences chimiques avec la plus grande distinction, 936.

V

Van Aubel (E.). Remercie pour son élection, 5.

Van Bambeke (Ch.). Soumet un travail manuscrit de M. le Dr Pasquale Mola, 72. — Hommage d'ouvrage, 936. — Rapports : Voir *Duesberg*, *Nolf* (P.), *Willem* (V.).

Van Beneden (Éd.). Fondation d'un prix, 3. — Élaboration du règlement, 73. — Dépôt du règlement, 561, 565.

Van Hove (Ch.). Sur le fluorure de benzylidène et quelques dérivés s'y rattachant (présenté par M. Swarts), 1074.

Van Laer (H.). Sur la nature de l'amylase (à l'examen), 183; rapports de MM. Jorissen et Gilkinet, 395.

Vanlair (Constant-F.). Promet d'écrire pour l'*Annuaire* la notice de Masius, 2; remet la notice biographique consacrée à M. V. Masius, 455. — Commissaire pour le Prix Gluge, 7. — Félicité pour sa nomination au grade de commandeur de la Légion d'honneur, 71; remercie, 182. — Félicite M. Léon Fredericq pour le succès de son fils, 198. — Hommage d'ouvrage, 554. — Rapport : Voir *Fredericq* (H.).

Van Rissegem (Hortense). Obtient le Prix Stas, 936; proclamée, 1260.

Verein für Naturwissenschaft in Braunschweig. Annonce le cinquantième anniversaire de sa fondation, 72.

Verlaine (Louis). La spermatogenèse chez les Lépidoptères (présenté par MM. Ch.-J. Francotte et Aug. Lameere), 701.

Verschaffelt (J.). Désigné comme représentant à la Commission pour les recherches solaires, 7. — Sur l'achromatisation des prismes, 519. — Sur la pression électrostatique, 938. — Délégué au troisième centenaire de l'Université de Groningue, 1178. — Présentations : Voir *Boutaric*, *De Donder (Th.)*, *Henriot (E.)* et *Scouvert (M^{lle} A.)*.

Viennet. Voir *Renan (Henri)*.

Vincent (Ém.). Hommage d'ouvrage, 564.

W

Wauters (Émile). Hommage d'ouvrage, avec une note de M. Crismer, 554.

Weierstrass (Karl). Voir *Congrès des Mathématiciens*.

Willem (V.). Commissaire pour le Prix Gluge, 7. — Rapport sur son séjour à la Station zoologique de Naples, 72; lecture des appréciations de MM. Van Bambeke, Léon Fredericq et Ch. Francotte, 198. — Les ovules et les cellules vitellines des Crustacés entomostreacés, 204. — Lecture de sa communication destinée à la séance publique, 1180. — Les origines de l'audition, 1231. — Rapports et présentations : Voir *Dewinter (L.)*, *Goetghebuer (M.)*, *Fredericq (H.)* et *Mola (Pasquale)*.

Wilmotte (Henri). Thèse sur la nature de l'énergie (dépôt aux archives), 5.

TABLE ANALYTIQUE.

A

Analyse mathématique. Nombre de solutions d'un système algébrique d'équations et d'inéquations, par Paul Noaillon; renvoi à l'auteur pour complément, sur avis de MM. Ch.-J. de la Vallée Poussin et Deruyts, 8. — Sur l'unicité du développement trigonométrique (note additionnelle); par Ch.-J. de la Vallée Poussin, 9. — Sur la valeur asymptotique de la meilleure approximation des fonctions analytiques admettant des singularités données; par Serge Bernstein, 76. — Sur la convergence des séries de Fourier et des suites de Fourier-Féjer; par P. Noaillon, 524. — Sur les surfaces isothermiques et les tétraèdres de Möbius; par A. Demoulin, 1181. — Sur la fonction $\zeta(s)$ dans le voisinage de la droite $\sigma = 1/2$; par H. Bohr, E. Landau et J.-E. Littlewood, 1144.

Anatomie comparée. Contribution à l'étude de la classification des Phallusiidées. — Les genres *Phallusia*, *Ascidia* et *Ascidietta*; par Ch. Julin et A. Robert, 626. — Voir *Embryologie*.

Astronomie. Détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et d'Uccle; par G. Leconte, 199. — Sur la méthode de

Gauss-Gibbs pour la détermination des orbites des corps célestes. Application numérique à l'orbite de la petite planète 1911 N. B.; par A. Teodosiu, 223. — Résultats de la discussion des observations faites par MM. Delporte, astronome adjoint à l'Observatoire d'Uccle, et Viennet, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris, pour déterminer, par la télégraphie sans fil, la différence de longitude entre l'Observatoire royal de Belgique et l'Observatoire de Paris; par Henri Renan, 227. — Éléments et principales perturbations de la planète (402) Chloé, calculés à l'aide des tables de M. Brendel; par F. Moreau, 372. — La cinquième conférence de l'*International Union for cooperation in Solar research*, Bonn, 1913; par Paul Stroobant, 695. — Voir *Médaille*.

B

Belgica. Demande d'allocation du commandant de Gerlache, 72. — Liste de candidats pour la formation du jury, 182, 184.

Bibliographie. Le problème physiologique du sommeil; par Henri Piéron (note par Léon Fredericq), 74. — Année biologique (1909); par Delage (note par Ch. Francotte), 74. — Une

œuvre inconnue de Raphaël; par Émile Wauters (note par L. Crismer), 554. — Essai de carte géologique du Katanga; par M. Mercenier (note par M. Lohest, 564). — Études sur Léonard de Vinci. 3^e série : Les précurseurs parisiens de Galilée; par P. Duhem (note par Paul Mansion), 665. — *Pædologisch Jaarboek*, 1913; par le Dr C. Schuyten (note par Ch. Van Bambeke), 937. — Contribution à la physiologie d'une Protococcacée nouvelle; par H. Kufferath (note par Jean Massart, 1009). — Le système du monde; par P. Duhem (note par Paul Mansion), 1178. — Bulletin bibliographique, janvier, 69; février, 179; mars, 253; avril, 452; mai, 551; juin, 562; juillet, 621; août 661; septembre-octobre, 932; novembre, 1004; décembre, 1267. — Hommages d'ouvrages : 6, 73, 184, 456, 554, 564, 624, 664, 936, 1008, 1178. — Liste des travaux publiés par l'Académie de mai 1912 à mai 1913, 548.

Bibliothèque impériale de Saint-Petersbourg. Centenaire de l'ouverture de ses salles au public le 2(15) janvier 1914, 1007.

Biographie. Discours aux funérailles de Louis Henry, par A. de Hemptinne, 238. — Voir *Nécrologie*, *Notices*.

Biologie. Les ovules et les cellules vitellines des Crustacés entomostracés; par V. Willem et L. Dewinter, 204. — Un cas de parthénogenèse observé chez un Diptère Tentipédide (*Corynoneura celeripes* Winnertz); par le Dr M. Goetghebuer, 231. — La spermatogenèse chez les Lépidoptères; par Louis Verlaine, 701. — Les origines de l'audition; par V. Willem, 1231. — Voir *Anatomie*, *Embryologie* et *Prix Elia de Cyon*.

Botanique. Fauna rotatoria Sarda; par le Dr Pasquale Mola, 72; rapport de MM. Lameere et Willem (restitution à l'auteur), 198. — Voir *Concours*.

C

Chimie. Recherches thermochimiques sur la dissolution (2^e note), précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions salines; par Nicolas de Kolossowsky, 36; rapport de M. De Heen, 8. — Sur la nature de l'amylase; par H. Van Laer, 395 (présenté par MM. A. Lameere et V. Willem). — Détermination du poids atomique du calcium; par W. Oechsner de Coninck, 222. — Sur quelques dérivés aromatiques fluorés; par Fréd. Swarts, 241. — L'acide cyanhydrique chez les végétaux; par A. Jorissen, 1202. — Voir *Métachimie*, *Physico-chimie*.

Cinématique. Sur divers modes de croissance des milieux continus (Notes I et II); par Th. De Donder, 614, 642.

Commission de la Biographie nationale. M. Henri Lonchay, délégué de la Classe des lettres, nommé secrétaire-trésorier, 456. — Rapport, 544.

Commission pour les recherches solaires. Nomination des membres et d'un délégué, 6.

Concours annuels :

1913. Travaux reçus et désignation des commissaires, 624. — Mémoire couronné de M. J. Firket sur de nouvelles recherches sur l'organo-genèse des glandes sexuelles des Oiseaux; rapports de MM. Ch. Julin, Ch. Francotte et Ch. Van Bambeke, 1014, 1025, 1026. — Mémoire sur de nouvelles recherches sur la reviviscence des végétaux; rapports de MM. A. Gravis, J. Massart et E. Marchal, 1026, 1030, 1031. — Mémoire couronné en réponse à la question : Résumer les travaux sur les systèmes de cubiques gauches et faire de nouvelles recherches sur ces systèmes; rapports de MM. Neuberg, le Paige et Demoulin, 1032, 1038.

1914. Programme, 184.

Congrès des mathématiciens (VI^e, à Stockholm, en 1916). Invitation, 1008.

Congrès géologique international (XII^e, au Canada). Invitation, 237.

Congrès international de botanique (IV^e, à Londres). Annonce sa réunion du 22 au 29 avril 1915, 935.

Cristallographie. Sur les minéraux du Vésuve (3^e communication); par G. Cesàro (*Mémoires* in-8^o, t. III, fasc. VII).

— Sur l'achromatisation des prismes; par J.-E. Verschaffelt, 519.

Cristallographie physique. Recherches sur la dissymétrie dans la vitesse de dissolution des cristaux suivant leurs différentes faces; par J. Lebrun, 953.

D

Discours. Voir *Biographie*.

Distinctions honorifiques. MM. Dollo et Nolf élus membres correspondants de la Société de biologie de Paris, 2. — MM. Émile et Élie Marchal obtiennent le Prix Desmazières, 3. — M. Vanlair commandeur de la Légion d'honneur, 71. — M. Paul Pelseneer lauréat du Prix décennal des sciences zoologiques, 181; proclamé, 1260; lauréat du Prix Alexandre Kowalesky, 236.

Dons : Académie roumaine, 5; Lohest (Max.), 6, 184; Schwoerer (E.), 6; Stroobant (P.), 73; Barbette (E.), 73; Solvay (E.), 73; Lacroix (A.), 73; Prix Nobel, 184; Lameere (A.), 184; Malaise (C.), 456; Massart (J.), 456; Marchal E.), 456; Vanlair (C.), 554; Comité international de publication des Tables annuelles de constantes et données numériques, 554; Gorini (C.), 624; Lebon (Ém.), 624; Mansion (Paul), 664; Rutot (A.), 664; Duhem (P.), 664; Schuyten (C.), 436; Van Bambeke (Ch.), 936; Dollo (Louis), 936; Kufferath (H.), 1008; Meuris (Augustin), 1008; Thys (Robert), 1178.

Dotation académique. M. le Ministre des Sciences et des Arts fait savoir qu'il examinera au moment opportun s'il y a lieu de solliciter de la Législature une augmentation de crédit, 664.

E

Élections et nominations :

1912. Remerciements des nouveaux élus, 5.

1913. (Juin.) Discussion des titres des candidats, 457. — MM. Stroobant, Dollo élus titulaires; M. H.-L. Le Châtelier élu associé, 555. — (Novembre.) Discussion des titres des candidats, 666, 936, 1008. — MM. Stuyvaert, Bordet élus correspondants, 1179; proclamés, 1261.

1914. M. Pelseneer élu directeur, 6.

Électricité. Sur la pression électrostatique, par J.-E. Verschaffelt, 938. — Voir *Physique*.

Embryologie. Quelques réflexions à propos de la note préliminaire de M. le Prof^r J. Duesberg : « Plastosomes et substances organogènes dans l'œuf des Ascidiens »; par Ch. Julin, 457. — Plastosomes et « organ-forming substances » dans l'œuf des Ascidiens; par J. Duesberg, 463.

Embryologie et anatomie comparée. Recherches sur la structure et le développement du pancréas chez *Petromyzon*; par Robert Picqué, 294.

Énergie. Thèse sur la nature de l'énergie; par Henri Wilmotte, 5.

F

Fondations. Voir *Belgica*, *Prix*.

G

Géographie. Voir *Prix*.

Géologie. Voir *Paléontologie*.

Géométrie. Un nouveau principe de télé-

métrie et sa réalisation pratique, par J. Meire. 624; à l'examen de MM. le Païge et Leointe, 5. — Sur les configurations planes; par E. Merlin, 647.
Géométrie algébrique. Sur les involutions de genre un existant sur une surface de genre un; par Lucien Godeaux, 310.

I

Idées de Jérôme Cardan (restitution à l'auteur), 1003.

J

Jubilés. 50^e anniversaire du Verein für Naturwissenschaft in Braunschweig, 72. — 50^e anniversaire de la Société des Mathématiciens et Physiciens tchèques, à Prague. 183. — 200^e anniversaire du Jardin impérial de botanique de Saint-Petersbourg, 553. — 50^e anniversaire de la Société impériale des Amis des sciences naturelles, d'anthropologie et d'ethnographie, à Moscou, 664. — 3^e centenaire de la fondation de l'Université de Groningue, 1178. — Voir *Manifestation*.

M

Manifestation en l'honneur de M. Maupas, 183. — A la mémoire de Giovanni Schiaparelli, 456. — Voir *Jubilés*, *Monuments*.

Mathématiques. Voir *Analyse*, *Cinématique*, *Concours*, *Congrès*, *Géométrie*, *Physique mathématique*, *Prix*.

Mécanique. Sur l'équipartition de l'énergie; par E. Henriot, 358. — Formules destinées à calculer la puissance développée par les machines mono et polycylindrique, ainsi que la consommation de vapeur dans ces machines; par A. Courtois (dépôt aux archives sur avis de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin), 936.

Mécanique statique. Sur la répartition ergodique; par Th. De Donder, 211; à l'examen, 72.

Métairie Carolina Herschel. Médaille et diplôme à l'astronome qui découvrira une comète, 33. — Voir *Astronomie*, *Prix*.

Métachemie. Démonstration expérimentale de la variation de la molécule et de l'atome; par P. De Heen, 680.

Minéralogie. Voir *Cristallographie*.

Monument. Souscription pour l'érection du monument Beernaert, 553.

N

Nécrologie. Décès de J.-B.-N. Voltaire Masius, 1; Sir G. Darwin, 2; Louis Henry, 235.

Notices biographiques pour l'Annuaire. MM. Vanlair et Nolf écriront celle de J.-B.-N.-Voltaire Masius, 2; M. Delacre, celle de Louis Henry, 455; M. Cornet, celle de M. Renard, 566.

O

Optique. Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents (6^e communication); par M^{lle} Scouart, 497.

P

Paléontologie. Sur un Dipneuste nouveau de grandes dimensions découvert dans le Devonien supérieur de la Belgique; par L. Dollo, 15.

Paratonnerre. Notice sur un nouveau système; par F. Tramonte, de Massafra, 237; à l'examen de M. De Heen (dépôt aux archives), 561.

Pathologie. Voir *Physio-pathologie*.

Physico-chimie. Recherches thermochimiques sur la dissolution (2^e note), précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions

- salines; par Nicolas de Kolossowski, 36; (3^e et 4^e notes), 329, 340. — La théorie électronique et la notion de la valence; par P. De Heen, 667. — Essai sur l'analyse piézométrique (1^{er} mémoire); par Jean Timmermans, 810.
- Physico-chimie végétale.* Action des solutions anodisées et cathodisées sur la germination; par Henri Micheels, 834.
- Physiologie.* Contribution à l'étude de la contraction musculaire (Influence des anélectrolytes, des électrolytes et de la pression osmotique); par Georges Kleefeld, 91. — Sur la nature myogène ou neurogène de la conduction entre les oreillettes et le ventricule chez le Léopard et la Tortue; par Henri Frédéricq, 391. — Quelques faits relatifs à la coagulation du sang; par P. Nolf, 637. — Contribution à l'étude des interrelations humérales (I. Action de l'extrait thyroïdien et en général des extraits d'organes sur la sécrétion surrénale); par E. Gley et Alf. Quinquaud, 888. — Contribution à l'étude des interrelations humérales (II. Valeur physiologique de la glande surrénale des animaux éthyroïdés); par E. Gley, 911. — Action de la température sur les parois des vaisseaux sanguins; par Jacques Roskam, 980. — Action des variations de température sur la vessie; par Jacques Roskam, 993.
- Physiologie comparée.* Recherches expérimentales sur la physiologie cardiaque d'*Octopus vulgaris*; par Henri Frédéricq, 758.
- Physio-pathologie.* Contribution à l'étude de l'hémolyse par les sérums; par P. Nolf (1^{re}, 2^e et 3^e communications), 48, 279, 475.
- Physique.* Sur une relation entre l'absorption de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel; par A. Boutaric; présenté par MM. de Hemptinne et Verschaffelt, 567. — Voir *Électricité, Énergie, Optique, Paratonnerre, Spectroscopie* et la rubrique ci-après.
- Physique mathématique.* Dédution des équations de Maxwell de la théorie de l'électricité de De Heen; par P. Noailon, 792. — Sur la formule fondamentale de la théorie cinétique; par Th. De Donder, 946.
- Plancheté.* Dépôt par le capitaine Robert Thys, 664.
- Prix Auguste Sacré* (2^e période : 31 juillet 1912-31 juillet 1918). Programme, 194.
- Prix Charles Lagrange.* Travaux reçus, 7. — (4^e période : 1913-1916.) Programme, 189.
- Prix Charles Lemaire* (14^e période : 1^{er} juillet 1911 au 30 juin 1913). — Travaux reçus et formation du jury, 566. — (12^e période : 1^{er} juillet 1913 au 30 juin 1915.) Programme, 187; rapport des commissaires, 1039; Prix décerné à M. Léon Descans, 1038; proclamé, 1260.
- Prix décennal de mathématiques pures.* Formation du jury, 663, 1010.
- Prix décennal des sciences zoologiques.* 1902-1911. Le Ministre des Sciences et des Arts met à la disposition de la Classe des exemplaires du rapport du jury, 453.
- Prix de géographie.* Le Ministre des Sciences et des Arts demande l'avis de l'Académie sur sa création, 456; nomination d'une commission, 561; discussion ajournée, 566; rapports et notes, 625.
- Prix de Selys Longchamps* (3^e période : 1^{er} mai 1911-1^{er} mai 1916). Programme, 190.
- Prix Édouard Mailly* (6^e période : 1912-1915). Programme, 187.
- Prix Elia de Cyon.* Programme du concours international de biologie, 456.

Prix Émile Laurent (3^e période : 1909-1912). Aucun travail n'a été soumis, 8.
— (4^e période : 1911-1914). Programme, 193.

Prix François Deruyts (3^e période : 1^{er} mai 1910-1^{er} mai 1914). Programme, 191.

Prix Jean - Servais Stas. Lauréat : M^{lle} Hortense Van Risseghem, 936 ; proclamée, 1260.

Prix Lamarche. Règlement, 1010.

Prix Léo Errera (3^e période : 1912-1914). Programme, 191.

Prix Louis Melsens (4^e période : 1^{er} juillet 1912-30 juin 1916). Programme, 187.

Prix Théophile Gluge (6^e période biennale 1911-1912). Travaux reçus et désignation du jury, 7 ; prix décerné à M. Léon Fredericq ; rapport de MM. Nolt et Vanlair, 195, 198 ; remercie, 237 ; proclamé, 1260. — (7^e période 1913-1915). — Programme, 190.

Prix Van Beneden, 3, 73, 561 ; règlement, 565.

S

Sciences naturelles. Voir *Concours*.

Séance publique. Remerciements pour les invitations, 1177.

Spectroscopie. Sur l'origine de quelques groupes de bandes dans le spectre d'étincelle de sels de strontium ; par S. Pienkowski, 607.

Station zoologique de Naples : 1912. M. le Ministre des Sciences et des

Arts soumet à l'examen le rapport de M. V. Willem, 72 ; lecture des appréciations de MM. Van Bambeke, Léon Fredericq et Ch. Francotte, 198. — 1913. M. le Ministre des Sciences et des Arts soumet à l'examen le rapport de M. le Dr Duesberg, 563 ; lecture des appréciations de MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte, 666. — Requête de M. Charles Fraipont (à l'examen), 563. — Lecture des appréciations de MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte sur les requêtes, 1180.

Statuts de l'Académie. Le Ministre des Sciences et des Arts transmet une ampliation de l'arrêté royal du 22 avril complétant l'article 19, 663.

T

Tables annuelles de constantes et données numériques de chimie, physique et technologie. Rédaction du rapport qui sera adressé au Gouvernement par MM. Swarts et De Heen, 456 ; allocation d'un subside de 1,000 francs, 624 ; M. Charles Marie, secrétaire général, remercie, 935.

Z

Zoologie. Recherches sur les larves et les nymphes des Chironomines de Belgique ; par M. Goetghebuer ; rapports de MM. A. Lameere et V. Willem. (*Mémoires in-8°*), 240. — Voir *Station zoologique*.

TABLE DES PLANCHES ET DES FIGURES.

- BOHR (H.), LANDAU (E.), LITTLEWOOD (J.-E.). Sur la fonction $\zeta(s)$ dans le voisinage de la droite $\sigma = \frac{1}{2}$ (1 figure), 4172.
- BOUTARIC (A.). Sur une relation entre l'absorption de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel (1 figure, 14 diagrammes), 569-601.
- DE HEEN (P.). Démonstration expérimentale de la variation de la molécule et de l'atome (1 figure), 685.
- DE KOLOSSOWSKY (NICOLAS). Recherches thermochimiques sur la dissolution (2^e note, précédées de considérations théoriques sur les relations entre les propriétés chimiques des dissolutions salines (1 diagramme), 68.
- DEMOULIN (A.). Sur les surfaces isothermiques et sur les tétraèdres de Möbius (1 figure), 4191.
- DUESBERG (J.). Plastosomes et « organ-forming substances » dans l'œuf des Ascidies (6 planches), 474-475.
- FREDERICQ (HENRI). Sur la nature myogène ou neurogène de la conduction entre les oreillettes et le ventricule chez le Lézard et la Tortue (2 figures), 393-394.
- Recherches expérimentales sur la physiologie cardiaque d'*Octopus vulgaris* (9 figures), 754-780.
- GLEY (E.) et QUINQUAUD (ALF.). Contribution à l'étude des interrelations humérales. I. Action de l'extrait thyroïdien et en général des extraits d'organes sur la sécrétion surrénale (21 figures), 889-910.
- GLEY (E.). Contribution à l'étude des interrelations humérales. II. Valeur physiologique de la glande surrénale des animaux éthyroïdés (18 figures), 922-931.
- HENRIOT (E.). Sur l'équipartition de l'énergie (1 figure), 369.
- KLEEFELD (GEORGES). Contribution à l'étude de la contraction musculaire (Influence des anélectrolytes, des électrolytes et de la pression osmotique) (27 figures), 97-157.
- LE BRUN (J.). Recherches sur la dissymétrie dans la vitesse de dissolution des cristaux suivant leurs différentes faces (3 figures, 2 planches), 955-979.
- MERLIN (E.). Sur les configurations planes (1 figure), 652.
- MICHEELS (HENRI). Action des solutions anodisées et cathodisées sur la germination (1 figure), 835.
- NOAILLON (P.). Dédution des équations de Maxwell de la théorie de l'électricité de De Heen (1 figure), 799.
- PHILIPPSON (M.) et MENZERATH (P.). Sur l'origine musculaire du phénomène psycho-électrique (3 planches), 390-391.

- PICQUÉ (ROBERT). Recherches sur la structure et le développement du pancréas chez *Petromyzon* (4 planches), 308-309.
- PIENKOWSKI (S.). Sur l'origine de quelques groupes de bandes dans le spectre d'étincelle de sels de strontium (1 figure), 611.
- ROSKAM (JACQUES). Action de la température sur les parois des vaisseaux sanguins (7 figures), 986-995.
- Action des variations de température sur la vessie (7 figures), 997-1003.
- Quelques observations sur l'origine et la propagation de l'onde de contraction dans le cœur de l'anguille (14 figures), 1114-1126.
- SCOUVART (M^{lle}). Recherches expérimentales sur la forme de la surface d'onde dans les cristaux biréfringents (6^e communication) (3 figures et 2 planches), 501-518.
- TIMMERMANS (JEAN). Essai sur l'analyse piézométrique (1^{er} mémoire) (14 figures), 812-827.
- TULLIO (PIETRO). Contribution à la connaissance de l'influence de l'intensité du courant faradique sur l'excitation et l'inhibition des muscles et sur la réaction myasthénique (18 figures), 1131-1142.
- VERLAINE (LOUIS). La spermatogenèse chez les Lépidoptères (2 figures et 5 planches), 715-755.
- WILLEM (V.) et DE WINTER (L.). Les ovules et les cellules vitellines des Crustacés entomostracés (1 figure), 206.
- WILLEM (VICTOR). Les origines de l'audition (11 figures), 1232-1256.



TABLE DES MATIÈRES.

CLASSE DES SCIENCES. — Séance du 6 décembre 1913.

Correspondance.

Jubilé de la Bibliothèque impériale de Saint-Petersbourg. — VI^e congrès des mathématiciens à Stockholm. — Jubilé de la Société des sciences naturelles de Moscou. — Travaux à l'examen. — Hommage d'ouvrages. . . . 4008

Comité secret.

Discussion des titres des candidats aux places vacantes. 4008

Bibliographie.

KUFFERATH (H.). — *Contribution à la physiologie d'une Protococcacée nouvelle*; note par M. J. Massart 4010

Élection.

Réélection de la Commission des finances pour 1915. 4010

Formation d'une liste de dix noms pour le jury du Prix décennal des mathématiques pures 4010

Prix Lamareck.

(FONDATION PAUL PELSENEER.)

Règlement 4010

Concours annuel de 1913.

Rapports de MM. Neuberg, le Paige et Demoulin (Mémoire couronné sur les systèmes de cubiques gauches) 4011

Rapports de MM. Ch. Julin, Ch. Francotte et Ch. Van Bambeke (Mémoire couronné sur l'organogenèse des glandes sexuelles des Oiseaux) 4017, 4031, 4032

Rapports de MM. Gravis, Massart et Émile Marchal (Mémoire sur la reviviscence des végétaux : Prix non décerné) 4032, 4036, 4037

Prix Charles Lemaire.

Rapport de M. Lagasse de Lochet sur la 11^e période (1911-1913) 4038

Communications et lectures

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Introduction à la théorie des invariants intégraux*; par Th. De Donder. 4043

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le fluorure de benzylidène et quelques dérivés s'y rattachant*; par Th. Van Hove. 4074

GÉOMÉTRIE ALGÈBRE. — *Sur des involutions appartenant à certaines surfaces régulières de genre $p^{(1)} = 1$* ; par Lucien Godeaux. 4094

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Quelques observations sur l'origine et la propagation de l'onde de contraction dans le cœur de l'Anguille*; par Jacques Roskam (14 fig.) 4109

PHYSIOLOGIE. — *Contribution à la connaissance de l'influence de l'intensité du courant faradique sur l'excitation et l'inhibition des muscles et sur la réaction myasthénique*; par le Dr Pietro Tullio (7 fig.) 4127

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la fonction $\zeta(s)$ dans le voisinage de la droite $\sigma = \frac{1}{2}$* ; par H. Bohr, E. Landau et J. E. Littlewood (2 fig.) 4144

Séance du 15 décembre 1913.

Correspondance.

Remerciements pour les invitations à la séance publique. — Remerciements des lauréats des concours. — Invitation au jubilé de l'Université de Groningue. — Hommages d'ouvrages. 1177

Bibliographie

DUHEM (PIERRE). — *Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques, de Platon à Copernic*; tome I, note par Paul Mansion 1178

Élections.

MM. Stuyvaert et Bordet sont élus correspondants 1179

Rapports.

Lecture des avis de MM. Van Bambeke, Fredericq et Francotte sur les requêtes relatives à la Station zoologique de Naples 1180

Préparatifs de la séance publique 1180

Communications et lectures.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces isothermiques et sur les tétraèdres de Möbius*; par A. Demoulin (1 fig.). 1181

Séance publique du 16 décembre 1913.

L'acide cyanhydrique chez les végétaux; discours par A. Jorissen 1202

Les origines de l'audition chez les Vertébrés; par Victor Willem (11 fig.) . . 1231

Proclamation des résultats des concours annuels, des prix perpétuels, des prix du Gouvernement et des élections 1259

Bulletin bibliographique 1262

Table générale des Bulletins pour l'année 1913.

Table onomastique 1269
Table analytique 1279
Table des planches et figures. 1285

Il ne sera donné suite aux demandes de combler les lacunes dans les publications de l'Académie, que pour autant que ces lacunes ne remontent pas au delà de cinq ans.



Weyman









SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01354 2790